السلسلة رقم 04

الحساب الشعاعي

- الارتباط الخطي
- التعليم في المستوي
- معادلة مستقيم
- جملة معادلتين خطيتين

التمرين رقم 01

ABC مثلث كيفي.

1) أنشئ النقطتين D و E المعرّفتين بـ: $\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{BC}$

2) بيّن أنّ النقط A، D و E في استقامة.

3) بيّن أنّ: $(ED)\parallel(BC)$.

4) عبّر عن $\overrightarrow{ED}$ بدلالة $\overrightarrow{BC}$.

التمرين رقم 02

ABC مثلث كيفي.

1) أنشئ النقطة M المعرّفة بـ: $\overrightarrow{BM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

2) بيّن أنّ: $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$.

3) لتكن N نقطة من المستوي حيث: $\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{CN}=\vec{0}$

- أثبت أنّ: $\overrightarrow{AN}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$،

ثمّ أنشئ النقطة N.

4) برهن أنّ $\overrightarrow{AM}$ و $\overrightarrow{AN}$ مرتبطين خطيا، ماذا نستنتج ؟

التمرين رقم 03

ABC مثلث كيفي.

1) أنشئ النقط D، E و F حيث F منتصف $[AC]$، $\overrightarrow{AD}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{BE}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$.

2) عبّر عن الشعاع $\overrightarrow{AB}$ بدلالة $\overrightarrow{FE}$.

3) اكتب $\overrightarrow{AE}$ بدلالة الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$.

4) جد العدد الحقيقي k بحيث $\overrightarrow{AD}=k\overrightarrow{AE}$.

5) لتكن النقطة M التي تحقق $\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}=\vec{0}$.

- بيّن أنّ: $\overrightarrow{AM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$، ثمّ أنشئ النقطة M.

6) أنشئ النقطة G نظيرة F بالنسبة إلى C،

ثمّ أثبت أنّ: $\overrightarrow{GA}=\frac{3}{2}\overrightarrow{GC}$ ، ماذا نستنتج ؟

التمرين رقم 04

ABC مثلث، أنشئ النقط D، E و F حيث:

$\overrightarrow{BD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{AE}=-2\overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{BF}=\frac{3}{5}\overrightarrow{BE}$

1) بيّن أنّ: $\overrightarrow{EA}=2\overrightarrow{AB}+\frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$.

2) أثبت أنّ: $\overrightarrow{FB}=\frac{9}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{5}\overrightarrow{BC}$.

3) بيّن أنّ النقط F، A و C في استقامة.

4) استنتج أنّ (BE) و (AC) متقاطعان في النقطة F.

التمرين رقم 05

ABC مثلث كيفي، I منتصف $[AB]$.

1) أنشئ النقطة G حيث: $\overrightarrow{AG}=-\overrightarrow{AC}$،

ثمّ بيّن أنّ: $\overrightarrow{IG}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$.

2) H نقطة من المستوي حيث: $2\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC}=\vec{0}$.

أ- أثبت أنّ: $\overrightarrow{IH}=\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

ب- بيّن أنّ: $2\overrightarrow{BH}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

ج- بيّن أنّ النقط I، G و H في استقامية.

التمرين رقم 06

$ABCD$ متوازي أضلاع مركزه O.

I، J و K نقط من المستوي حيث:

$$\overrightarrow{KB}=\frac{-1}{2}\overrightarrow{BA}\ ;\ \overrightarrow{AJ}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AD}\ ;\ 4\overrightarrow{BI}=\overrightarrow{BA}$$

1) بيّن أنّ K منتصف $[AB]$، ثمّ أنشئ شكلا بترجم المعطيات.

2) بيّن أنّ: $\overrightarrow{OI}=-\frac{1}{4}\overrightarrow{BA}-\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$،

و $\overrightarrow{OJ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$.

3) استنتج أنّ النقط O، I و J في استقامية.

4) بيّن أنّ المستقيمين (IJ) و (KD) متوازيان.

التمرين رقم 07

ABC مثلث كيفي، D نقطة من المستوي نحقّق:

$$\overrightarrow{DA}=3\overrightarrow{DC}$$

1) بيّن أنّ: $\overrightarrow{CD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$، ثمّ أنشئ شكلا مناسبا.

2) أنشئ النقطة E حيث: $\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BD}$،

ثمّ حدّد طبيعة الرباعي $AEDB$.

3) أثبت أنّه من أجل كل نقطة M من المستوي:

$$\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MC}+2\overrightarrow{MD}=\vec{0}$$

4) لتكن O مركز الرباعي $AEDB$، بيّن أنّ:

$$\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AO}$$

$$\overrightarrow{AO}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$$

التمرين رقم 08

$(O;\vec{i},\vec{j})$ معلم متعامد متجانس للمستوي.

نعتبر النقط $A(2;0)$، $B(-2;2)$، $C(1;3)$،

$\overrightarrow{CD}=4\vec{i}$ و $\overrightarrow{CE}=2\vec{j}$.

1) علّم النقط A، B، C، D و E.

2) احسب أطوال أضلاع المثلث ABC، ثمّ حدّد نوعه.

3) F نقطة من حامل محور الترائيب.

أ- عيّن إحداثيي النقطة F حتى تكون النقط A، C و F على استقامة واحدة.

ب- احسب مساحة المثلث OAF.

4) أ- بيّن أنّ الثلاثية $(C;\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CE})$ تعرّف معلما للمستوي، ما نوعه ؟

ب- عيّن إحداثيي كلا من النقط A، B، C، D، E و F في المعلم $(C;\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CE})$.

التمرين رقم 09

$(O;\vec{i},\vec{j})$ معلم متعامد متجانس للمستوي.

نعتبر النقط $A(2;6)$، $B(-4;-2)$ و $C(6;3)$.

1) احسب كلا من AB، AC و BC، ثمّ بيّن أنّ المثلث ABC قائم.

2) أ- عيّن إحداثيي النقطة H مركز الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC، ثمّ احسب نصف قطرها.

ب- نحقّق أنّ $K(-2;5)$ تنتمي إلى (C).

3) جد إحداثيي النقطة I منتصف $[AB]$، ثمّ بيّن أنّ:

$$\overrightarrow{DI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

4) أ- اكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) محور القطعة $[AB]$.

ب- اكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (KC).

ج- بيّن أنّ (Δ) و (KC) متقاطعان في نقطة J يطلب تعيين إحداثييها.

التمرين رقم 10

المستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$، نعتبر النقط A، B و C حيث:

$$\overrightarrow{OA}=3\vec{i}+2\vec{j}\ ;\ \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-3\\3\end{pmatrix}\ ;\ C(-2;3)$$

1) بيّن أنّ $B(0;5)$.

2) جد إحداثيي النقطة D حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع.

3) لتكن النقطة $E(\alpha;6\alpha)$ حيث α عدد حقيقي.

❖ عيّن قيمة α حتى تكون النقط E، B و C في استقامية.

4) نضع الآن: $\alpha=1$.

أ- احسب معامل توجيه المستقيم (AE)، ثمّ اكتب معادلة له.

ب- جد معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) الذي يشمل D و $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$ شعاع توجيه له.

ج- ادرس الوضع النسبي للمستقيمين (AE) و (Δ).

التمرين رقم 11

$(O;\vec{i},\vec{j})$ معلم متعامد متجانس للمستوي، نعتبر النقط $A(1;2)$، $B(2;0)$ و $C(\alpha^2;-2)$ مع $\alpha\in\mathbb{R}$.

1) عيّن قيم α التي من أجلها تكون النقط A، B و C على استقامة واحدة.

2) نضع الآن: $\alpha=2$.

أ- جد معادلة للمستقيم (AB).

ب- اكتب معادلة للمستقيم (Δ) الذي يشمل C و معامل توجيهه 2.

ج- ادرس تقاطع المستقيمين (AB) و (Δ).

د- جد إحداثيي D نقطة تقاطع (Δ) مع (xx').

3) لتكن G نقطة من المستوي تحقّق:

$$\overrightarrow{OG}=3\overrightarrow{OA}-2\overrightarrow{OB}$$

أ- عيّن إحداثيي G.

ب- بيّن أنّ: $\overrightarrow{GA}=k.\overrightarrow{GB}$، حيث k عدد حقيقي يطلب تعيينه، ماذا تستنتج ؟

4) أ- أثبت أنّ المثلث ADC قائم في D.

ب- بيّن أنّ $[OD]$ و $[AC]$ متناصفان، ثمّ استنتج طبيعة الرباعي $OADC$.

التمرين رقم 12

المستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$، نعتبر النقط $A(2;-3)$، $B\left(-1;\frac{3}{2}\right)$ و $C(m;2)$ حيث m عدد حقيقي.

1) اكتب معادلة للمستقيم (Δ) الذي يشمل I منتصف $[AB]$ و $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\5\end{pmatrix}$ شعاع توجيه له.

2) اكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (AC).

3) عيّن قيم m في كل حالة ممّا يلي:

أ- (AC) يشمل B.

ب- (AC) يوازي حامل محور الفواصل.

ج- (AC) يوازي حامل محور التراتيب.

د- (AC) يعامد (Δ).

هـ- معامل توجيه (AC) يساوي 1.

التمرين رقم 13

$(O;\vec{i},\vec{j})$ معلم متعامد متجانس للمستوي، لتكن (Δ_m) مجموعة النقط $M(x;y)$ من المستوي التي تحقّق $(m^2-1)x+(m+1)y-3=0$ حيث $m\in\mathbb{R}$.

1) عيّن قيم m حتى تكون (Δ_m) مستقيما.
2) هل المجموعة (Δ_m) تشمل المبدأ ؟
3) عيّن المستقيمات (Δ_m) التي تقطع (yy') في النقطة ذات الترتيبة 5 .
4) أ- بفرض $m \neq -1$، عيّن معامل توجيه (Δ_m).
ب- عيّن قيم m التي من أجلها يكون (Δ_m) موازيا للمستقيم $(D): x-y+2=0$.
5) ارسم في نفس المعلم المستقيمات (Δ_0)، (Δ_1) و (Δ_2) .

التمرين رقم 14

k عدد حقيقي، نعتبر الجملة (S) للمجهولين الحقيقيين x و y التالية: $(S): \begin{cases} kx+7y=6 \\ 7x-3y=16 \end{cases}$.

1) عيّن قيم k حتى يكون للجملة (S) حل وحيد .
2) نضع الآن: $k=1$.
أ- حل في المجموعة $\mathbb{R}^2$ الجملة (S).
ب- فسّر بيانيا النتيجة المحصّل عليها.
ج- استنتج حلول الجملتين التاليتين:

$$(S_1): \begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{7}{y-2}=6 \\ \frac{7}{x}-\frac{3}{y-2}=16 \end{cases}$$

$$(S_2): \begin{cases} x^2+7y^2-6=0 \\ 7x^2-3y^2-16=0 \end{cases}$$

التمرين رقم 15

$(O;\vec{i},\vec{j})$ معلم متعامد متجانس للمستوي، نعتبر النقط A، B و C حيث:
$A(-2;2)$; $\overrightarrow{OB}=3\vec{i}+5\vec{j}$; $\overrightarrow{AC}=6\vec{i}-2\vec{j}$
1) بيّن أن النقط A، B و C تعيّن مثلثا.
2) أوجد إحداثيتي النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع.
3) لتكن E منتصف $[BC]$ و F النقطة التي تحقّق العلاقة: $3\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{CA}$.
أ- جد إحداثيتي النقطتين E و F.
ب- بيّن أنّ النقط D، E و F على استقامة واحدة.
4) اكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) الذي يشمل E و $\overrightarrow{AC}$ شعاع توجيه له.
5) أ- بيّن أنّ: $y=\frac{3}{5}x-\frac{12}{5}$ معادلة للمستقيم (CD).
ب- عيّن إحداثيتي نقطتي تقاطع المستقيم (CD) مع حاملي محوري الإحداثيات.
6) m وسيط حقيقي ، (D_m) المستقيمات المعرّفة بـــ: $mx+(m+2)y-11=0$.
أ- بيّن أنّ كل المستقيمات (D_m) تشمل $G\left(-\frac{11}{2};\frac{11}{2}\right)$.
ب- عيّن قيمة m بحيث يكون $(D_m)\parallel(AC)$.
ج- عيّن قيم m حتى يكون 4 هو معامل توجيه (D_m).
7) نعتبر الجملة (S) التالية:

$$(S): \begin{cases} mx+(m+2)y=11 \\ 3x-5y=12 \end{cases}$$

أ- جد قيم m حتى يكون للجملة (S) حل وحيد في $\mathbb{R}^2$.
ب- بوضع $m=1$، حل في $\mathbb{R}^2$ الجملة (S).
ج- استنتج الوضع النسبي للمستقيمين (Δ) و (CD).

Never give up...
Great things take time...
BE PATIENT