

السلسلة رقم 01

الأعداد والحساب



- مجموعات الأعداد
- الحساب على الأسس
- الحساب على القوى
- الحساب على الجذور
- الأعداد الأولية
- القيم المقربة

$$\alpha = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \sqrt{2}}}} ; \beta = \frac{(12^8)^{-2} \times 75^{-4} \times (-4)^{-9}}{(25^{-2})^{-4} \times 18^6}$$

$$\gamma = \sqrt{\frac{75}{98}} + \sqrt{\frac{300}{98}} - \sqrt{\frac{363}{338}} ; \lambda = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2}{9 - \pi^2}} - \frac{1}{\pi + 3} - \frac{1}{\pi - 3}$$

03 التمرين رقم

بسّط واكتب النتيجة على شكل جداء أو حاصل قسمة قوي أسها موجب.

$$B = \frac{(a^2b)^{-3} c^5 a^4}{(bc^2)^2 b^{-1}} ; A = \frac{(a^2b)^{-3} c^2}{ab^{-3}}$$

$$C = \frac{(-a)^2 2b}{2b^{-1}} \text{ حيث } a, b, c \in \mathbb{R}^*$$

04 التمرين رقم

اكتب على شكل قوي للعدد 10.

$$a = 1000^7 \times 0,01^{10} ; b = \frac{100^3}{0,1^9 \times 10000^3}$$

$$c = \frac{0,001^3 (-10000)^5}{0,01^{-4}}$$

$$d = \frac{0,0001^{-4} \times 10000^5 (-0,001)^7}{(10 \times 0,01^3)^4}$$

01 التمرين رقم

بين أن الأعداد التالية طبيعية:

$$A = \frac{\sqrt{722}}{\sqrt{2}} ; B = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}} + \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}}$$

$$C = \frac{3^{10}}{243} ; D = \sqrt{22 + \sqrt{5 + \sqrt{15 + \sqrt{1}}}}$$

$$E = \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{ab} ; a, b \in \mathbb{R}^*$$

02 التمرين رقم

بسّط الأعداد التالية، ثم حدّد طبيعة كل منها (أصغر مجموعة ينتمي إليها العدد).

$$a = \sqrt{4 - \sqrt{7}} \sqrt{4 + \sqrt{7}} ; b = \frac{7 + \frac{1}{3} - \frac{5}{2}}{\frac{2}{3} - \frac{3}{5} + 5}$$

$$c = \frac{1}{3 - \sqrt{5}} + \frac{1}{3 + \sqrt{5}} ; d = \sqrt{21^2 + 20^2}$$


$$e = \frac{2^6 \times 15^3 \times (-3)^8}{10^5 \times (-16)^4 \times 27^{-3}} ; k = \frac{2\pi + 4}{3\pi + 6}$$

$$l = \frac{2\pi}{3,14} ; m = \sqrt{6 - \sqrt{\frac{7}{2} + \frac{\sqrt{12 + \sqrt{27}}}{\sqrt{300}}}}$$

$$n = 9 \times 10^{-3} + 0,4 \times 10^{-2}$$

08 التمرين رقم 

- I. a و b عدنان حقيقتان حيث $a > b$ بحققان
 ما يلي: $ab = 1$; $a + b = \sqrt{5}$.
 (1) احسب $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ و $\sqrt{a} - \sqrt{b}$.
 (2) استنتج $a - b$ ، ثم العددين a و b .
 II. α و β عدنان حقيقتان حيث:
 $\alpha = \sqrt{4 - \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$; $\beta = \sqrt{4 + \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$
 (1) تحقق أن: $\sqrt{6 - 2\sqrt{5}} = \sqrt{5} - 1$.
 (2) احسب $\alpha^2 + \beta^2$ و $\alpha\beta$ ، ثم استنتج قيمته مبسطاً
 للمجموع $\alpha + \beta$.

09 التمرين رقم 

- (1) عين العدد الطبيعي n الذي يحقق:
 $20164 = n^2 \times 71^2$
 (2) استنتج أن العدد 20164 هو مربع لعدد طبيعي
 بطلب تعيينه.
 (3) بين -دون استعمال الحاسبة- أن $\sqrt{2,0164}$ هو
 عدد عشري.
 (4) اكتب العدد $1,43$ على شكل كسر غير قابل
 للاختزال.

10 التمرين رقم 

- (1) أ- حلل كلا من العددين 1782 و 999 إلى جداء
 عوامل أولية .
 ب- استنتج تحليل العدد 1782×999 إلى جداء
 عوامل أولية .
 ج- بسط العددين $\sqrt{1782}$ و $\sqrt{999}$.
 (2) عين $PGCD$ و $PPCM$ العددين السابقين.
 (3) ليكن العدد: $\alpha = 1,783783...$
 أ- ما طبيعة العدد α ؟
 ب- أعط اللثابة اللسرية لـ α ، ثم استنتج شكله
 غير القابل للاختزال .

05 التمرين رقم 

- اكتب على شكل كسر غير قابل للاختزال الأعداد
 الناطقة التالية: $a = 7,333...$ ، $b = 12,45$ ،
 $c = 2,0134$ ، $d = -0,53634$.

06 التمرين رقم 

- تعتبر العددين الحقيقتين a و b حيث:
 $a = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$; $b = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$
 (1) احسب ab و $a + b$.
 (2) استنتج قيمة كل من $a^2 + b^2$ و $a^4 + b^4$.
 (3) بين أن:
 $a = \frac{3 + \sqrt{5}}{1 + \sqrt{5}}$; $a^2 = a + 1$
 $\frac{1}{a} = a - 1$; $a^3 = 2a + 1$

ملاحظة: a بسمى العدد الذهبي ويرمز له بالرمز ϕ .

07 التمرين رقم 

- x و y عدنان من $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ ، نضع: $A = \frac{x + y}{1 + xy}$.
 (1) احسب A من أجل $x = \frac{1}{3}$ و $y = -\frac{2}{5}$.
 (2) احسب $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$ و $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$.
 (3) نضع الآن: $x = \sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$ و $y = \sqrt{5 - 2\sqrt{6}}$ ،
 أ- احسب $x^2 + y^2$ و xy ، ثم استنتج $x + y$.
 ب- تحقق عندئذ أن: $A = \sqrt{3}$.
 (4) بين أنه من أجل كل x و y من $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ فإن:
 $A + 1 = \frac{(x + 1)(y + 1)}{1 + xy}$
 $A - 1 = \frac{(x - 1)(y - 1)}{1 + xy}$

ج- اخذل الكسر $\frac{b}{a}$ ، ثم احسب الفرق $\frac{2}{b} - \frac{3}{a}$.
د- هل $\frac{b}{a}$ عدد عشري؟ برّر جوابك.

14 التمرين رقم

- (1) عدد طبيعي غير معدوم n بقسمته العدد n على كل من الأعداد 3150، 220 و 600 نحصل على البواقي 218، 3148 و 598 على الترتيب.
❖ عيّن أصغر قيمة للعدد n .
(2) عدد طبيعي غير معدوم m بقسمته كل من الأعداد 3171، 3109 و 1963 على العدد m نحصل على البواقي 25، 15 و 13 على الترتيب.
❖ عيّن أكبر قيمة للعدد m .

15 التمرين رقم

- (1) اكتب على الشكل العلمي كلا من الأعداد التالية، ثم حدّد رتبة مقداره.
 $a = 2021 \times 10^{20}$; $b = 0,000083 \times 10^{-17}$
 $c = 0,07 + 2 \times 10^{-2} - 53 \times 10^{-3}$
 $d = \frac{4 \times 10^8 + 0,0000005}{29 \times 10^{-6} - 20 \times 10^{-7}}$
(2) استنتج رتبة مقدار العددين a^2b و $\frac{b}{a}$.

16 التمرين رقم

- تعبر العدد a حيث:
 $a = 1 + 7 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{15}$
(1) اكتب $7a + 1$ بدلالة a .
(2) استنتج أن: $6a = 7^{16} - 1$ و أن:
 $a = 8(7^2 + 1)(7^4 + 1)(7^8 + 1)$

11 التمرين رقم

تعبر العددين الطبيعيين a و b حيث:
 $a = 2^n \times 3 \times 5^m$; $b = 5292$
مع $n, m \in \mathbb{N}^*$

- (1) عيّن قيمتي n و m حتى يكون $a = 1200$.
(2) حلّل العدد b إلى جداء عوامل أولية.
(3) احسب $PGCD(a; b)$ و $PPCM(a; b)$.
(4) دون آلة حاسبة، بيّن أن \sqrt{ab} عدد طبيعي.
(5) احسب المجموع $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.

12 التمرين رقم

- A و B عددان طبيعيان حيث:
 $A = \frac{2^5 \times 15^2 \times 7}{5 \times 10}$; $B = -\frac{(-1)^{2021} \times 75 \times 10^2}{5 \times 2^2}$
(1) بيّن أن: $A = 1008$ و $B = 375$ (دون حاسبة).
(2) استنتج التحليل إلى جداء عوامل أولية لكل من A و B .
(3) احسب $PGCD(A; B)$ و $PPCM(A; B)$.
(4) اخذل الكسر $\frac{A}{B}$.
(5) اكتب بمقام ناطق الكسر $\frac{1}{\sqrt{B} + 2}$.

13 التمرين رقم

- ليكن a و b العددين المعرفين كما يلي:
 $a^3 = 3^9 \times 12^3 \times 21^6$; $b = \sqrt{486n}$
حيث n عدد طبيعي غير معدوم.
(1) حلّل العدد a إلى جداء عوامل أولية.
(2) عيّن أصغر قيمة لـ n حتى يكون b عددا طبيعيا.
(3) نضع الآن: $n = 54$.
أ- حلّل b إلى جداء عوامل أولية.
ب- احسب $PGCD(a; b)$ و $PPCM(a; b)$.

20

التمرين رقم



n عدد طبيعي غير معدوم .

(1) أثبت صحة المساواة التالية:

$$\frac{1}{(n+1)\sqrt{n} + n\sqrt{n+1}} = \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}}$$

(2) استنتج قيمة المجموع S التالي:

$$S = \frac{1}{2\sqrt{1} + 1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{50\sqrt{49} + 49\sqrt{50}}$$



دبرها في بالك مليح:

النجاحات الباهرة لا تصنع بين عشية وضحاها ..

بل هي نتاج إرادة قوية واجتهاد دائم وإيمان راسخ في قدرتك على فعلها ...



تمنياتي لكم بمشوار موفق في الشانوية

17

التمرين رقم



برهن صحة المساوات التالية:

$$(x^n + x^m)^2 - (x^n - x^m)^2 = 4x^{n+m}; \begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ n, m \in \mathbb{N} \end{cases}$$

$$\frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{3}{4}} - \sqrt{\frac{4}{3}} \right) = -\frac{1}{4\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{\frac{8^{10} + 4^{10}}{8^4 + 4^{11}}} = 16$$

$$\frac{(9^{n+1} + 9^n)^2}{(3^{2n+1} - 3^{2n})^2} = 25 ; n \in \mathbb{N}$$

$$44444^2 + 33333^2 = 55555^2$$

18

التمرين رقم



(1) n عدد طبيعي ، اكتب الأعداد التالية بمقامات

$$\frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} , \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} , \frac{1}{\sqrt{2} + 1}$$

(2) احسب المجموع S التالي:

$$S = 1 + \frac{1}{\sqrt{2} + 1} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2021} + \sqrt{2020}}$$

19

التمرين رقم



n عدد طبيعي غير معدوم .

$$(1) \text{ بـيـن أن: } \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n(n+1)}$$

(2) بسط المجموع T التالي:

$$T = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{99 \times 100}$$

