

9

$x$  عدد حقيقي موجب تماما حيث :  $A = \frac{x}{x+1}$  و  $B = \frac{x-1}{x}$

- (1) أحسب الفرق  $A-B$ .
- (2) استنتج إشارة الفرق  $A-B$  ثم قارن  $A$  و  $B$ .
- (3) إستنتج مقارنة بين العددين  $\sqrt{\frac{2019}{2020}}$  و  $\sqrt{\frac{2020}{2021}}$

10

- نعتبر العدد  $A$  حيث  $A = \sqrt{5+2\sqrt{6}} - \sqrt{5-2\sqrt{6}}$
- (1) قارن بين العددين  $\sqrt{5+2\sqrt{6}}$  و  $\sqrt{5-2\sqrt{6}}$  ثم استنتج إشارة  $A$
  - (2) أحسب  $A^2$  ثم استنتج القيمة المبسطة لـ  $A$

11

- نعتبر العدد  $\alpha = \sqrt{4+\sqrt{7}} - \sqrt{4-\sqrt{7}}$
- (1) حدد إشارة  $\alpha$  مع التبرير
  - (2) بين أن  $\alpha^2 = 2$  ثم استنتج أن  $\sqrt{4+\sqrt{7}} = \sqrt{4-\sqrt{7}} + \sqrt{2}$
  - (3) أكتب النسبة  $\frac{1}{\sqrt{4-\sqrt{7}} + \sqrt{2}}$  بمقام ناطق
  - (4) علما أن  $2,65 < \sqrt{7} < 2,64$  عين حصرًا للعدد  $\frac{\sqrt{4-\sqrt{7}}}{3}$
  - (5) نضع  $A = \sqrt{1+\alpha}$  و  $B = 1 + \frac{\alpha}{2}$

أحسب الفرق  $A^2 - B^2$  ثم استنتج مقارنة لـ  $\sqrt{1+\sqrt{2}}$  و  $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$

أحسب  $A$  و  $B$  و  $C$  حيث  $A = 3\sqrt{2} - 4$  ،  $B = \frac{7}{\sqrt{2}+1}$  و  $C = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$

- (1) قارن بين  $2\sqrt{3}$  و  $4$  ثم حدد إشارة  $A$
- (2) بين أن  $B - C = 2A$  ثم استنتج مقارنة لـ  $B$  و  $C$
- (3) إذا علمت أن  $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$  عين حصرًا لكل من  $A$  ،  $B$  و  $C$
- (4)  $a$  و  $b$  عددان حقيقيان حيث  $1,4 < a < 1,7$  و  $2,4 < \sqrt{2} < 3,1$  عين حصرًا لكل من  $a+b$  ،  $a-b$  ،  $2a-4b$  ،  $5a+b$  ،  $-3a-2b$  ،  $a \times b$  ،  $\frac{2a+1}{2b-2}$  ،  $\frac{a}{b}$  ،  $a^2 + b^2$

13

$x$  عدد حقيقي سالب  $A$  و  $B$  عددان حقيقيان حيث :  $A = (x+3)^2$  و

$$B = (x-3)^2$$

- (1) أحسب قيمة  $A$  و  $B$  من أجل  $x = -2$ .
- (2) أحسب الفرق  $A-B$ .
- (3) إستنتج إشارة  $A-B$  ثم قارن  $A$  و  $B$ .

14

$a$  و  $b$  عددان حقيقيان بحيث  $a \in ]2; b]$  ، نضع  $A = \sqrt{a} - \sqrt{b}$  و  $B =$

$$\sqrt{a-2} - \sqrt{b-2}$$

- (1) حدد إشارة كل من  $A$  و  $B$ .
- (2) بين أن  $\frac{\sqrt{a-2} + \sqrt{b-2}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$
- (3) إستنتج أن  $\frac{A}{B} \in ]0; 1]$  ثم قارن بين  $A$  و  $B$
- (4) قارن بين العددين  $x = \sqrt{17} - \sqrt{15}$  و  $x = \sqrt{15} - \sqrt{13}$
- (5) افترض  $x \in \left] -\frac{3}{2}; -\frac{1}{2} \right[$  عين حصرًا للعدد  $k = \frac{c^2}{1+c^2}$

1

ليكن العددان  $a$  و  $b$  حيث  $a = \frac{1-\sqrt{3}}{2}$  و  $b = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$

- (1) أحسب  $a^2$  ،  $b^2$  ،  $a^2 - b^2$  ،  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ .
- (2) قارن بين  $\sqrt{3} + a$  و  $b$
- (3) عين أصغر مجموعة تنتمي إليها الأعداد :  $a^2 - b^2$  ،  $a^2 \times b^2$  ،  $a + b$ .

2

$x$  و  $y$  عددان حقيقيان بحيث :  $x = \sqrt{2+\sqrt{3}}$  و  $y = \sqrt{2-\sqrt{3}}$

- (1) أحسب كلا من  $x^2 + y^2$  و  $x \cdot y$  ثم استنتج  $(x+y)$
- (2) إجعل النسبة  $\frac{x}{y}$  بمقام ناطق.

3

$a$  و  $b$  عددان حقيقيان يحققان :  $a^2 + b^2 = 2$  و  $a + b = 1$  (1)

- (1) أحسب  $ab$
- (2) برهن أن  $a^4 + b^4$  عدد عشري.
- (3) برهن بالحساب أن العددين  $a = \frac{1-\sqrt{3}}{2}$  و  $b = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$  يحققان الشرط (1)

4

نعتبر العدد  $a$  حيث :  $a = 1 + 7 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{15}$

(أ) أكتب العدد  $7a + 1$  بدلالة  $a$

(ب) استنتج أن :  $6a = 7^{16} - 1$  وأن :  $a = 8(7^2 + 1)(7^4 + 1)(7^8 + 1)$

(2)  $n$  عدد طبيعي غير معدوم :

(أ) بين أن :  $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n(n+1)}$

(ب) بسط المجموع  $S$  حيث :

$$S = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{2020 \times 2021}$$

5

نعتبر  $x$  و  $y$  عددان حقيقيان موجبان قطعًا:

- (1) بين أن :  $x^2 + y^2 \geq 2xy$
- (2) بين أن :  $\frac{1}{x^2 + y^2} \leq \frac{1}{2xy}$
- (3) بين أن :  $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$
- (4) بين أن :  $\sqrt{x+y} \leq \sqrt{x} + \sqrt{y}$

6

$n$  عدد فردي و  $x$  و  $y$  عددين طبيعيين حيث  $x = 25n + 5$  و  $y = 16n + 5$

(1) أثبت أن العدد  $x$  زوجي و العدد  $y$  فردي

7

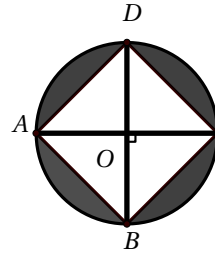
نضع  $A = \sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 1}$  و  $B = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + x + 1} + \sqrt{x^2 - x + 1}}$

أثبت أن  $A = B$

8

(1) بين أن 401 عدد أولي.

(2) عين العددين الطبيعيين  $a$  و  $b$  بحيث  $a^2 - b^2 = 401$



(C) دائرة مركزها  $O$  و نصف قطرها  $r$   
كما هو موضح في الشكل.  
علما أن  $3.14 \leq \pi \leq 3.15$  و  $1.1 \leq r \leq 1.21$   
\* عين حصرا لمساحة الجزء الملون بالأسود.

15

ليكن  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان بحيث:  $0 < a < b$  و  $7 < a^2 + b^2 < 12$   
و  $1 < ab < 2$

16

- (1) برهن أن:  $3 < a + b < 4$  وأن  $\sqrt{3} < a - b < \sqrt{10}$ .
- (2) إستنتج أن  $\frac{3 + \sqrt{3}}{2} < a < 2 + \frac{\sqrt{10}}{2}$  وأن  $\frac{3 - \sqrt{10}}{2} < b < \frac{4 - \sqrt{3}}{2}$ .
- (3) أعط حصرا لـ  $a$  و  $b$  بالتقريب إلى  $10^{-5}$ .

17

لتكن العبارتين التاليتين:  $A(x) = \sqrt{(x+1)^2} - 2$  و  $B(x) = |x-6| - 2$

(1) ترجم العلاقات التالية على شكل مسافة ثم عين حلول كل من المعادلة و

المتراجحة التاليتين: ①  $A(x) + 2 = 4$  ②  $B(x) \leq 1$

(2) من أجل كل عدد حقيقي  $x$  أثبت ما يلي:

أ) إذا كان  $|2x-3| \leq 5$  فإن  $-1 \leq x \leq 4$

ب) إذا كان  $|x-6| \leq 2$  فإن  $4 \leq x \leq 8$

(3) نعتبر المجالين  $I$  و  $J$  حيث:  $J = [-1; 4]$  و  $I = [4; 8]$

أ) عين  $I \cup J$  و  $I \cap J$

ب) بوضع  $x \in [4; 8]$ ، عين حصرا لكل من  $-2x^2 + 1$  و  $\frac{3x}{x-2}$



18

لتكن العبارة  $A$  حيث:  $A = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$

(1) بسط العبارة  $A$ .

(2) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $A = 4$ .

(3) حل في المجال  $\mathbb{R}$  المتراجحة  $A \leq 2$ .

19

$x$  عدد حقيقي، لتكن العبارة  $A(x)$  حيث:  $A(x) = |x+2| - 2$

(1) حل المتراجحة  $A(x) \leq 0$  (أكتب الحلول في صيغة مجال  $J$ ).

(2) نعتبر المجال:  $I = [-6; -4[$

أ) أكتب  $I$  على صيغة الحصر، القيمة المطلقة والمسافة

ب) عين  $I \cup J$  و  $I \cap J$  (مع التمثيل).

(3) باستعمال مفهوم المسافة حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة:  $A(x) + 2 = |x+3|$



الأستاذة نجس مرواني للرياضيات

merouaninardjiss@gmail.com

profmerouani

0770349020