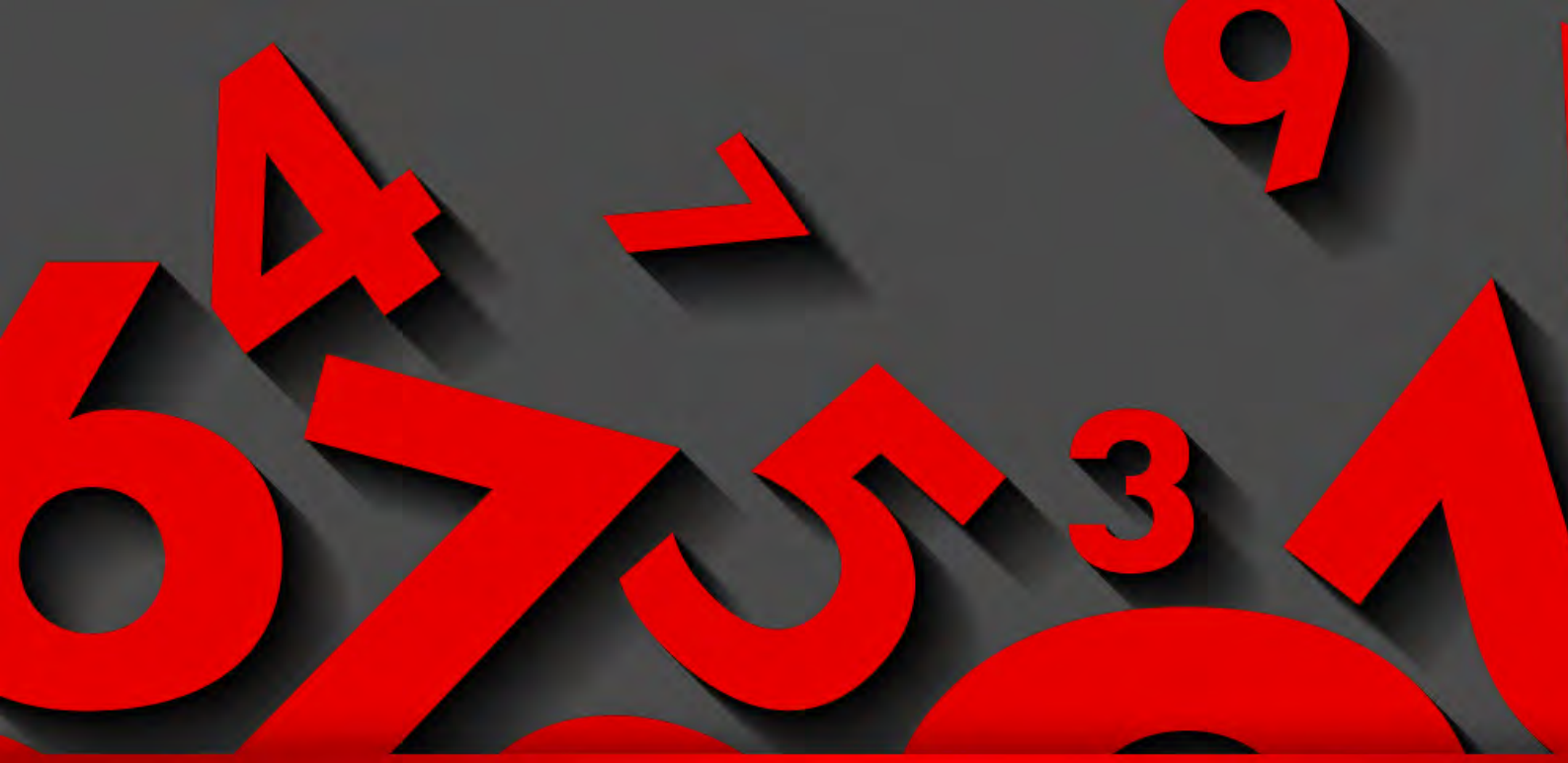


كتاب الرائد في الرياضيات

BEYMATHS+BELABIDI

السنة الأولى ثانوي

الشعبة :أولى علوم و تكنولوجيا

تأليف الأستاذين: باي زواوي + بالعبيدي محمد العربي

الأجزاء : جبر وتحليل + هندسة + إحصاء

السنة الدراسية : 2021/2020

الباب الأول

الأعداد و الحساب

الكفاءات المستهدفة:

- التمييز بين مختلف أنواع الأعداد.
- التحكم في الحساب على الكسور وعلى الجذور التربيعية والقوى الصحيحة.
- تحليل عدد طبيعي إلى جداء عوامل أولية و استعماله.
- التعرّف على أولية عدد طبيعي.
- التحويل من وإلى الكتابة العشرية، الكتابة العلمية، الكتابة باستعمال القوى الصحيحة للعدد 10.
- تدوير عدد عشري.
- تحديد رتبة مقدار عدد.
- التمييز بين عدد وإحدى قيمه المقربة.
- استخدام الحاسبة العلمية لتنظيم وإجراء حساب

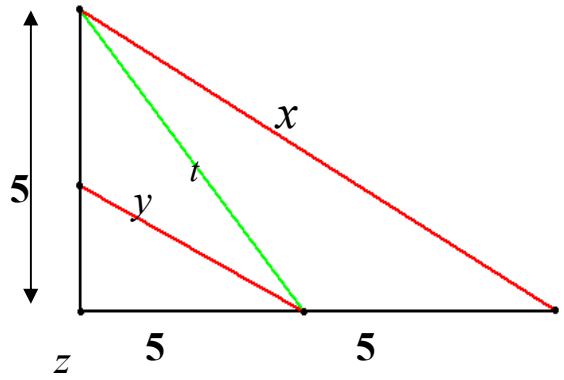
من بداية الأسبوع الأول من سبتمبر إلى نهاية الأسبوع الأول من أكتوبر

المدة: 4أسابيع **المدة الزمنية : 24 ساعة**

المجموعات العددية

نشاط01: القطع الحمراء متوازية

إختر الجواب الصحيح



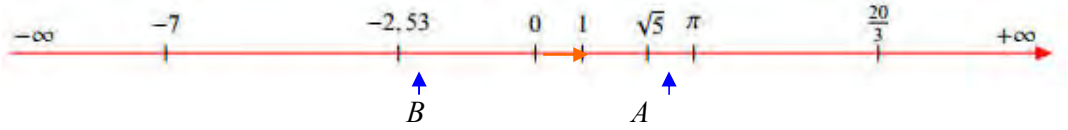
	A	B	C
العدد t يساوي	10	$5\sqrt{2}$	7
العدد x يساوي	$\sqrt{169}$	ليس عدد عشري	$\sqrt{5^2+12^2}$
العدد $\frac{y}{x}$ يساوي	$\frac{5}{7}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{7}{5}$
المساويات الصحيحة هي:	$7y=5x$	$5x=12y$	$xz=5y$
العدد y يساوي	$\frac{65}{12}$	5.416	عدد عشري

الدرس:

1. المجموعات الأساسية للأعداد

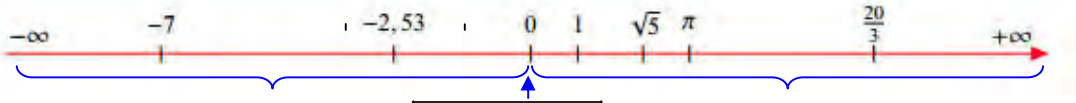
● **مجموعة الأعداد الحقيقية:** **تعريف:** مجموعة الأعداد الحقيقية، $\mathbb{R}$ ، هي مجموعة فواصل نقط مستقيم مزوّد بمعلم $(O;\vec{I})$.

العدد الحقيقي 0 هو فاصلة المبدأ O والعدد الحقيقي 1 هو فاصلة النقطة I.



أمثلة: لاحظ على الشّكل، فاصلتا النقطتين A و B هما، على التوالي، العددان الحقيقيان $\sqrt{5}$ و $-2,53$

ملاحظة: الأعداد الحقيقية الموجبة هي فواصل نقاط نصف المستقيم $[OI)$. الأعداد الحقيقية السالبة، ، هي فواصل نقاط المستقيم (OI) التي لا تنتمي إلى $[OI)$.



الأعداد الحقيقية الموجبة $\mathbb{R}^+$ $\boxed{\mathbb{R}-\{0\}=\mathbb{R}^*}$ الأعداد الحقيقية السالبة $\mathbb{R}^-$

● **مجموعة الأعداد الطبيعية:** 0؛ 1؛ 2؛ 3؛ ... أعداد طبيعية. نرمز إلى مجموعة الأعداد الطبيعية بالرمز $\mathbb{N}$.

● **مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية:** ...؛ −3؛ −2؛ −1؛ 0؛ 1؛ 2؛ 3؛ ... أعداد صحيحة نسبية (سالبة، معدومة أو موجبة).
نرمز إلى مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية بالرمز $\mathbb{Z}$.

أمثلة: العدد 11 ينتمي إلى مجموعة الأعداد الطبيعية. نكتب $11\in N$ لدينا كذلك $-5\notin\mathbb{N}$ ، $2\in\mathbb{Z}$ و $-2\in\mathbb{Z}$. لكن $2,1\notin\mathbb{Z}$

● **مجموعة الأعداد الناطقة:** رمزها $\mathbb{Q}$ وهي الأعداد التي يمكن كتابته على الشكل $\boxed{\frac{p}{q}}$ مع $p\in\mathbb{Z}$ و $q\in\mathbb{Z}^*$.

● **مجموعة الأعداد العشرية:** رمزها $\mathbb{D}$ وهي الأعداد التي يمكن كتابته على الشكل $\frac{p}{10^n}$ مع $p\in\mathbb{Z}$ و $n\in\mathbb{N}$

● **مجموعة الأعداد الصماء:** العدد الأصمّ هو كلّ عدد حقيقي غير ناطق.

أمثلة: $-\frac{2}{3}\in\mathbb{Q}$. 2,75 عدد عشري، لأنّ $2,75=\frac{275}{10^2}$. لكن $\frac{1}{300}\notin\mathbb{D}$.

خاصية1: يتميّز كلّ عدد ناطق بكتابة عشرية تتضمن دورا.

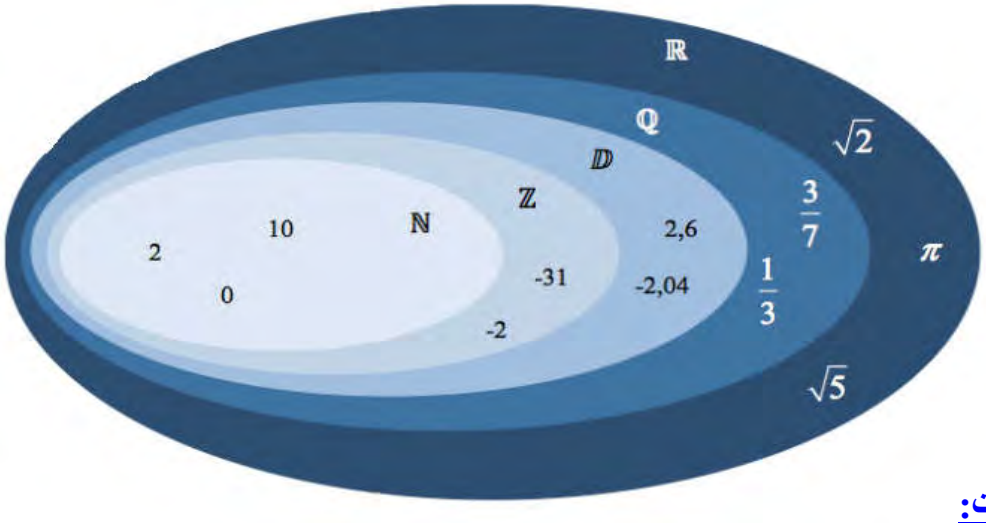
مثال: $\frac{23}{7} = 3,\ 28571\ 285741\ \ldots$ ؛ $\frac{17}{11} = 1,54\ 54\ 54\ 54\ \ldots$ ؛ $\frac{1}{2} = 0,500000\ \ldots$

تختصر هذه الكتابات العشرية الدورية كما يلي: $\frac{23}{7} = 3,\underline{28571}$ ؛ $\frac{17}{11} = 1,\underline{54}$ ؛ $\frac{1}{2} = 0,5\underline{0}$

خاصية2: كلّ عدد ناطق يقبل كتابة وحيدة على شكل كسر غير قابل للاختزال $\frac{p}{q}$ مع $p \in \mathbb{Z}$ و $q \in \mathbb{Z}^*$.

مثال: الشكل غير القابل للاختزال للعدد الناطق $\frac{15}{25} = \frac{15 \div 5}{25 \div 5} = \boxed{\frac{3}{5}}$ لأن: $PGCD(15;25) = 5$

مقارنة مجموعات الأعداد: تحقق المجموعات العددية سلسلة الاحتواءات الآتية: $\boxed{\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}}$



تطبيقات:

التمرين01: إليك السلسلتين التاليتين: **1)** $\pi\ ;\ \sqrt{0.550564}\ ;\ \sqrt{1.69}\ ;\ -\frac{144}{12}\ ;\ \sqrt{5}$

2) $2.23606\ ;\ 1.3\ ;\ 0.742\ ;\ 3.14159\ ;\ -12$

1. عين الأعداد من السلسلة الأولى المساوية لعدد من السلسلة الثانية
2. عين المجموعات التي تنتمي إليها هذه الأعداد

التمرين02: أجب بصح أو خطأ على مايلي

- العدد العشري ليس عدد طبيعي
- العدد الناطق هو عدد صحيح نسبي
- معكوس عدد طبيعي هو عدد طبيعي
- مقلوب كل عدد طبيعي غير معدوم هو عدد عشري
- مقلوب كل عدد ناطق غير معدوم هو عدد ناطق
- مربع عدد طبيعي هو دائما عدد ناطق
- العددان $a-b$ و $b-a$ مقلوبان لبعضهما
- $\frac{22}{7} = 3.142857143$
- مقلوب العدد $\frac{8}{27}$ يساوي 3.375

التمرين03: أحسب $a-b$ مع: $a = 12334567891234567892$

و $b = 123456789123456788 \times 123456789123456790$

الحساب على القوى

نشاط02: يوم **السبت** كان لدي سر مهم قلته لثلاثة من أصدقائي ويوم **الأحد** كل واحد منهم قاله لثلاثة من أصدقائهم وبنفس الطريقة يوم **الإثنين** كل واحد نقله لثلاثة أخرين وهكذا.....

ماهو عدد الأشخاص الذين يعلمون بهذا السر عند نهاية الأسبوع ؟

الجواب: $1+3+3^2+3^3+3^4+3^5+3^6+3^7=3280$ (الإستعانة بالألة الحاسبة)

الدرس:

● **القوى الصحيحة:** **تعريف:** $a\in\mathbb{R}$ و $n\in\mathbb{N}^*$. نسمي القوة ذات الرتبة n للعدد الحقيقي a،العدد a^n حيث:

$$a^n=\underbrace{a\times a\times\ldots\times a}_{n\text{ عاملا}}$$

من أجل كل عدد حقيقي a غير معدوم و n عدد طبيعي غير معدوم، $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$. و $a^0=1$

أمثلة: $5^4=5\times5\times5\times5=625$ ؛ $10^{-3}=\frac{1}{10^3}=\frac{1}{1000}=0,001$ ، $x^{-1}=\frac{1}{x}$ مع $x\neq0$

خواص : a و b عددان حقيقيان غير معدومين و m و n عددان صحيحان نسبيان.

$a^m\times a^n=a^{m+n}$ ؛ $(a^m)^n=a^{mn}$ ؛ $\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$ ؛ $(a\times b)^m=a^m\times b^m$ ؛ $\left(\frac{a}{b}\right)^m=\frac{a^m}{b^m}$

أمثلة: $7^5\times7^{-3}=7^{5+(-3)}=7^2=49$ ؛ $\left(2^4\right)^{-3}=2^{4\times(-3)}=2^{-12}$ ؛ $\frac{2^5}{2^{-3}}=2^{5-(-3)}=2^8$

$(3\times5)^2=3^2\times5^2$ $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2}=\left(\frac{5}{4}\right)^2=\frac{5^2}{4^2}$ ؛ $(-2)^8=2^8$ ؛ $(-2)^5=-2^5$.

تطبيقات:

التمرين01: **1.** بسط الأعداد التالية:

$A=2^{-5}\times2^8\times2$ $B=\left(2^3\times2^{-4}\right)^2\times\left(2^2\right)^3\times2^{-5}$ $C=\frac{3^{-2}\times27}{\left(3^2\right)^3\times3^{-1}}$

2. عين x و y حيث $3^x\times5^y=27\times75$

3. أحسب العدد التالي بدون استعمال الآلة الحاسبة : $A=\frac{2^8\times9^3\times25^2}{12^3\times5^2}$

4. بين أن: $2^{2013}-2^{2012}-2^{2011}-2^{2010}=2^{2010}$

وأن لكل عدد طبيعي n : $5^n+5^n+5^n+5^n+5^n=5^{n+1}$

التمرين02: **الهدف من هذا التمرين هو التخمين و البرهنة.**

مربع كل عدد طبيعي فردي هو عدد طبيعي هو: فردي أم زوجي

المرحلة1: أحسب 3^2 ، 5^2 ، 7^2 ، 9^2 ، 23^2 ، 143^2

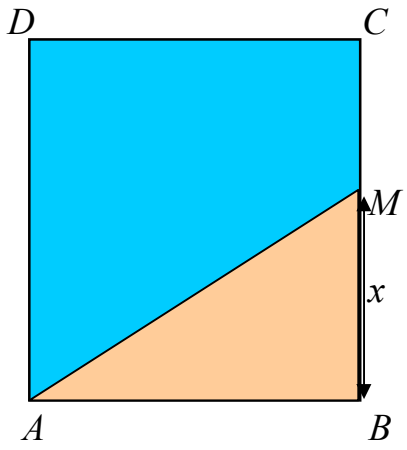
المرحلة2: مربع كل عدد طبيعي فردي هو عدد طبيعي هو:.....

المرحلة 3: نبرهن على التخمين (لأن بعض الأمثلة لا تكفي كجواب)

الشكل العام لعدد طبيعي فردي هو $2k+1$ مع $k\in\mathbb{N}$ أحسب $(2k+1)^2$ و استنتج

الحساب على الجذور التربيعية

نشاط03: $ABCD$ مربع طول ضلعه $4cm$. M نقطة من الضلع $[BC]$ و نضع $BM = x$



- أعطي مجال تغير x
- عبر عن مساحة المثلث ABM بدلالة x
- عبر عن مساحة شبه المنحرف $AMCD$ بدلالة x
- نضع $x = 2\sqrt{2}$
  - أحسب مساحة $AMCD$
  - أحسب النسبة بين مساحة $AMCD$ على مساحة المثلث ABM
  - أعطي النتيجة السابقة على الشكل : $a + b\sqrt{2}$ مع a و b من $\mathbb{N}$
- نضع $x = \sqrt{5} - 1$
  - بين أن: $\frac{1}{\sqrt{5}-1} = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$
  - أحسب النسبة بين مساحة $AMCD$ على مساحة المثلث ABM
  - أعطي النتيجة السابقة على الشكل : $a + b\sqrt{2}$ مع a و b من $\mathbb{N}$

حل النشاط:

1. $x \in [0;4]$

2. $S_1 = 2x$ ، $S_2 = 16 - 2x$

3. نضع $x = 2\sqrt{2}$ **ومنه :** $S_1 = 4\sqrt{2}$ و $S_2 = 16 - 4\sqrt{2}$ **والنسبة هي:** $\frac{S_2}{S_1} = \frac{4-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \boxed{-1+2\sqrt{2}}$

4. نضع $x = \sqrt{5} - 1$ **ومنه :** $S_1 = 2\sqrt{5} - 2$ و $S_2 = 18 - 2\sqrt{5}$

$\frac{1}{\sqrt{5}-1} = \frac{1}{\sqrt{5}-1} \times \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1} = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$ **وهو المطلوب**

والنسبة هي: $\frac{S_2}{S_1} = \frac{18-2\sqrt{5}}{2\sqrt{5}-2} = \frac{9-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} = (9-\sqrt{5}) \times \left(\frac{1}{\sqrt{5}-1}\right) = (9-\sqrt{5}) \times \frac{\sqrt{5}+1}{4} = \boxed{1+2\sqrt{5}}$

الدرس:

الجذور التربيعية:

تعريف: a عدد حقيقي موجب.

نسمّي الجذر التربيعي للعدد الحقيقي a العدد الحقيقي الموجب الذي مربعه يساوي a ونرمزه إليه: $\sqrt{a}$. **مثال:** $\sqrt{16} = 4$

خواص:

- من أجل a موجب: $\sqrt{a} \geq 0$ و $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$.
- من أجل a و b موجبان: $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$.
- من أجل $a \geq 0$ و $b > 0$: $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

أمثلة: $\left(\sqrt{5}\right)^2 = 5$ ؛ $\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$ ؛ $\sqrt{\frac{1}{64}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{64}} = \frac{1}{8}$.

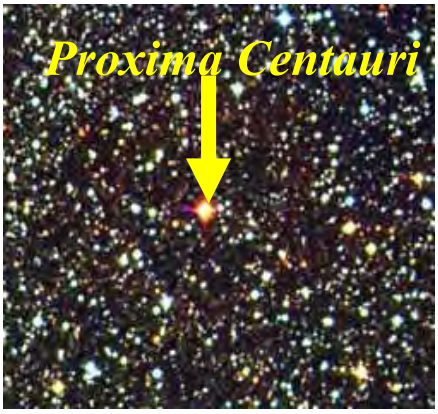
ملاحظة هامة: $\sqrt{a^2+b^2} \neq \sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} \neq a+b$ **مثال:** $\sqrt{9+16} \neq \sqrt{9} + \sqrt{16}$ لأنّ $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$ و $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$.

تطبيقات:

التمرين35الصفحة 20

التمرين43الصفحة 20

القيم المضبوطة و القيم المقربة



نشاط04: ☆☆☆مرحبا بكم في عالم الخيال☆☆☆

Proxima Centauri هو أقرب نجم إلينا يبعد بـ:4.3 سنة ضوئية

السنة الضوئية هي المسافة التي يقطعها الضوء في الفراغ بسرعة $300000km/s$

1. بين لماذا سنة ضوئية واحدة تعادل 9460.8 مليار من km
2. ماهوالزمن اللازم حتى تصل إليه مركبة فضائية تسير بسرعة $100km/s$
3. حتى نصل إلى هذا النجم في مدة 10 سنوات يجب إختراع مركبة فضائية سريعة ماهي السرعة اللازمة لها

حل النشاط: **1.** سنة واحدة بها $365\times24\times3600=31536000\,s$ ثانية

ومنه سنة ضوئية واحدة تساوي $31536000\times300000=9.4608\times10^{2}$

أي: 9460.8 مليار من km

2. لنحسب المسافة بيننا و بين النجم : $d=4.3\times9.4608\times10^{12}=4.068144\times10^{13}km$

ومنه : $t=\frac{d}{v}=\frac{4.068144\times10^{13}}{100}=4.068144\times10^{11}s$

نحولها إلى سنوات $\boxed{12900annee}$ بعد $t=\frac{d}{v}=\frac{4.068144\times10^{11}}{31536000}=\boxed{12900annee}$ سنة تصل المركبة إلى النجم

3. $v=\frac{d}{t}=\frac{4.068144\times10^{13}}{10\times31536000}=\boxed{129000km/s}$ **وهذا غير ممكن في الوقت الحالي**

قال سبحانه وتعالى: "فَلا أُقْسِمُ بِمَوَاقِعِ النُّجُومِ 75 وَإِنَّهُ لَقَسَمٌ لَوْ تَعْلَمُونَ عَظِيمٌ 76 إِنَّهُ لَقُرْآنٌ كَرِيمٌ 77 فِي كِتَابٍ مَكْنُونٍ 78لا يَمَسُّهُ إِلاَّ الْمُطَهَّرُونَ 79 تَنْزِيلٌ مِنْ رَبِّ الْعَالَمِينَ 80 } (الواقعة 75-80)

وقال سبحانه وتعالى:

وَمَا قَدَرُوا اللهَ حَقَّ قَدْرِهِ وَالأَرْضُ جَمِيعاً قَبْضَتُهُ يَوْمَ الْقِيَامَةِ وَالسَّمَوَاتُ مَطْوِيَّاتٌ بِيَمِينِهِ سُبْحَانَهُ وَتَعَالَى عَمَّا يُشْرِكُونَ (الزمر الأية 67)

و قال نبينا صلى الله عليه وسلم:" ما السموات السبع في الكرسي إلا كحلقة ملقاة بأرض فلاة و فضل العرش على الكرسي كفضل تلك الفلاة على تلك الحلقة ".

صححه لألباني في "السلسلة الصحيحة" 1 / 174 :

وتذكر قول الله سبحانه وتعالى:

قُلْ مَا يَعْبَأُ بِكُمْ رَبِّي لَولا دُعَاؤُكُمْ فَقَدْ كَذَّبْتُمْ فَسَوْفَ يَكُونُ لِزَامًا الفرقان الأية-77-

الدرس:

القيمة المضبوطة، القيم المقربة

- **مُدوّر عدد حقيقي: تعريف:** A عدد حقيقي مكتوب في شكله العشري، وليكن d رقمه العشري ذو الرتبة.

نسمّي مُدوّر A إلى 10^{-p} العدد الذي نحصل عليه كما يلي:

- إذا كان $d\geq5$ ، نأخذ العدد بأرقامه العشرية إلى الرقم العشري الذي رتبته p ، ونضيف1 إلى هذا الرقم.
- إذا كان $d<5$ ، نأخذ العدد بأرقامه العشرية إلى الرقم العشري الذي رتبته p .

مثال:

	المدوّر إلى الوحدة	المدوّر إلى 10^{-3}	المدوّر إلى 10^{-5}
3,141592653589793	3	3,142 لأن الرقم الرابع هو5	3,14159 لأن الرقم السادس هو2

- **تقدير نتيجة**

▪ **الكتابة العلمية:** **تعريف:** كتابة عدد عشري على الشكل العلمي، تعني التعبير عنه على الشكل $a\times10^n$ (أو $-a\times10^n$)
حيث: a عدد عشري يحقق $1\leq a<10$ و n عدد صحيح نسبي.

أمثلة:

العدد	العدد مكتوب على الشكل العلمي	إزاحة الفاصلة
324 000 000	$3{,}24\times10^{8}$	8 مراتب نحو اليسار
$-0{,}000\ 000\ 000\ 75$	$-7{,}5\times10^{-10}$	10 مراتب نحو اليمين

ملاحظة: يمكن تعيين الكتابة العلمية لعدد عشري بواسطة الحاسبة وذلك باستعمال اللّمسة

▪ **رتبة مقدار عدد:** لإيجاد رتبة مقدار عدد:
- نكتب العدد على الشكل العلمي.
- ندوّر العدد العشري في كتابته العلمية إلى العدد الصحيح الأقرب منه ونحتفظ بقوة 10.

أمثلة:

1) رتبة مقدار العدد $9{,}2\times10^{12}$ هي 9×10^{12}.

2) لنعيّن رتبة مقدار العدد $25120\times0{,}00935$.

▪ نكتب كلّ حدّ في الجداء على الشكل العلمي: $25120\times0{,}00935=2{,}512\times10^{4}\times9{,}35\times10^{-3}$

▪ ندوّر كلا من العددين العشريين في الكتابتين العلميتين إلى العدد الصحيح الأقرب: $3\times10^{4}\times9\times10^{-3}$

▪ رتبة مقدار العدد $25120\times0{,}00935$ هي 27×10

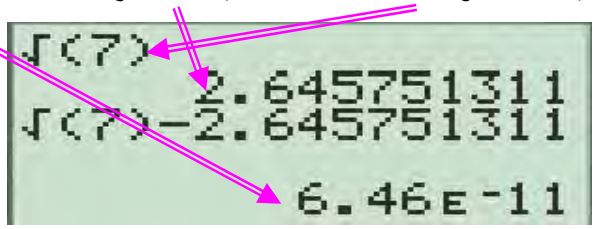
تطبيقات: التمرين49الصفحة 21 و التمرين52الصفحة 21

الأعداد والحاسبة:

▪ **تمثيل الأعداد في الحاسبة:**

عند استعمال الحاسبة، نتعامل مع العدد بثلاثة أشكال هي:

• القيمة المضبوطة • القيمة الظاهرة • القيمة المخزنة



ملاحظة:

• تسمح طاقة الإظهار المألوفة للحاسبة بإعطاء القيمة المضبوطة لعدد له عشرة أرقام على الأكثر، أما إذا كان للعدد أكثر من 10 أرقام، فإنها تعطي قيمة مقربة له على شكل الكتابة العلمية.

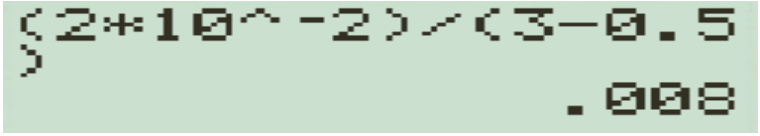
تنظيم حساب باليد أو بالحاسبة: عند إجراء حساب ما، نتبع عادة الخطوات التالية احتراما لأولويات العمليات حيث ننجز على التوالي:

1. الحسابات داخل الأقواس.
2. الحسابات المتعلقة بالقوى والجذور التربيعية.
3. عمليات الضرب والقسمة حسب ترتيب كتابتها.
4. عمليات الجمع والطرح حسب ترتيب كتابتها.

أمثلة: 1) **تنظيم حساب باليد:** أنجز باليد محترما الأولويات الحساب التالي: $\left(5\times3-2+3\sqrt{2}\right)^2-20$

2) **كتابة برنامج حساب بالحاسبة:**

$\dfrac{2\times10^{-2}}{3-0{,}5}$



الأعداد الأولية

نشاط05: القسمة العادلة

1. أوجد كل قواسم العدد 360
2. نريد تقسيم تورطا (tarte) دائرية الشكل إلى قطع متساوية بحيث الزوايا المركزية للقطع هي أعداد طبيعية فماهي التقسيمات الممكنة

حل النشاط: تحليل العدد: $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$

ومنه عدد القواسم هو: $(3+1)(2+1)(1+1) = 24$

لإيجاد القواسم ننشر الجداء التالي: $(1+2+4+8)(1+3+9)(1+5)$

$D_{360} = \{1;2;3;4;5;6;8;9;10;12;15;18;20;24;30;36;40;45;60;72;90;120;180;360\}$

عدد التقسيمات هو: **23** تقسيمه

الدرس:

الأعداد الأولية: **تعريف:** نسمّي عددا أوليا كلّ عدد طبيعي يقبل، بالضبط، **قاسمين مختلفين** هما: 1 والعدد نفسه.

العدد 1 ليس أوليا، لأنّه يقبل قاسما واحدا فقط والعدد 0 ليس أوليا، لأنّه يقبل عددا غير منته من القواسم.

الأعداد الأولية الأصغر من 50 هي:

نشطب على مضاعفات 2 ماعدا 2

نشطب على مضاعفات 3 ماعدا 3

و هكذا نتوقف عندما لا نجد ما نشطب

تسمى هذه الطريقة بغربلة إيراتوستان **Crible d'Eratosthène**

~~0~~	~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~
~~10~~	11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19
~~20~~	~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29
~~30~~	31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~
~~40~~	41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	49

الأعداد الأولية هي: **2 ؛ 3؛ 5؛ 7؛ 11؛ 13؛ 17؛ 19؛ 23؛ 29؛ 31؛ 37؛ 41؛ 43؛ 47**

مبرهنة: **كلّ عدد طبيعي غير أولي وأكبر من 2 يُكتب على شكل جداء أعداد أولية.**

مثال: $156 = 2^2 \times 3 \times 13$ ؛ $5418 = 2 \times 3^2 \times 7 \times 43$

تطبيقات:

التمرين01: ليكن $n \in \mathbb{N}$

1. تأكد أن $n^2 - 1$ مضاعف للعدد 8 من أجل $n = 1$ ، $n = 3$ ، $n = 5$ ، $n = 7$

2. بين أن $n^2 - 1$ مضاعف للعدد 8 لما يكون n فردي

التمرين02: **العدد التام هو الذي يساوي مجموع قواسمه** مثل : $6 = 1 + 2 + 3$

أوجد عددا تاما بين 25 و 30

التمرين03:

1. بدون استعمال الألة الحاسبة بين أن 324 هو مربع تام

2. بدون استعمال الألة الحاسبة بين أن 216 هو مكعب تام

3. ماهو أصغر عدد نضربه في 2000 ينتج لنا مربع تام

4. ماهو أصغر عدد نضربه في 2100 ينتج لنا مكعب تام

طرائق و تمارين محلولة

① الانتقال من الكتابة العشرية لعدد ناطق إلى الكتابة الكسرية له:

عيّن الكتابة الكسرية للعدد a انطلاقا من الكتابة العشرية الدورية له $a=3,\underline{254}$

الجواب: لدينا $3,254...254...=3+0,254...254...$ نضع $3+0,254...254...=3+x$ مع $x=0,254...254...$

انطلاقا من $x=0,254...254...$ ، نجد: $1000x=254,254...254...$ ****ضربنا في 1000 حسب الدور****

$$1000x=254+0,254254...254...$$
$$1000x=254+x$$
$$999x=254$$
$$x=\frac{254}{999}$$

منه: $a=x+3=3+\frac{254}{999}=\frac{3\times 999+254}{999}=\boxed{\frac{3251}{999}}$

② استعمال التحليل إلى جداء عوامل أولية:

1. حلّل إلى جداء عوامل أولية العددين 156 و 84
2. اكتب الكسر $\frac{156}{84}$ على الشكل غير القابل للاختزال.

الجواب: $156=2^2\times 3\times 13$ و $84=2^2\times 3\times 7$ ومنه: $\frac{156}{84}=\frac{2^2\times 3\times 13}{2^2\times 3\times 7}=\frac{13}{7}$

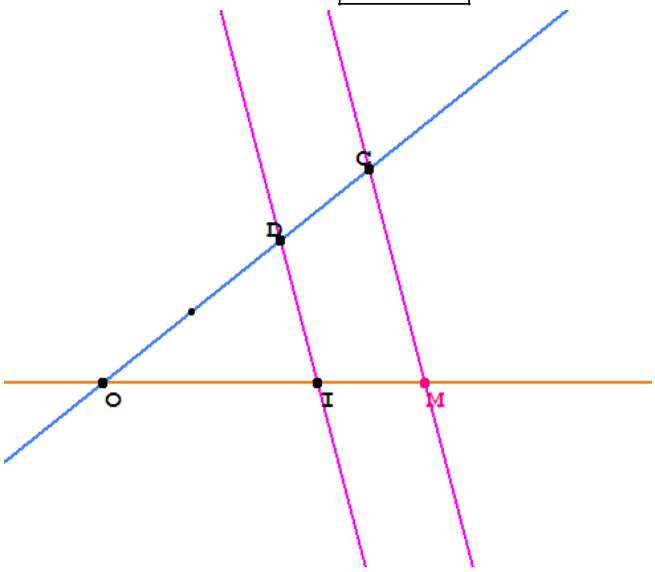
③ الأعداد القابلة للإنشاء:

تمرين: باستعمال المدور و مسطرة غير مدرجة أنشئ العددين $\frac{3}{2}$ و $\sqrt{3}$

تعريف: ليكن (d) مستقيم مزود بالمعلم $(O;\vec{I})$ نقول عن عدد x أنه قابل للإنشاء إذا تمكنا من إنشاء نقطة M من (d) فاصلتها x باستعمال المدور و مسطرة غير مدرجة فقط

إنشاء الأعداد الناطقة: لإنشاء العدد $\frac{3}{2}$ نتبع الخطوات التالية:

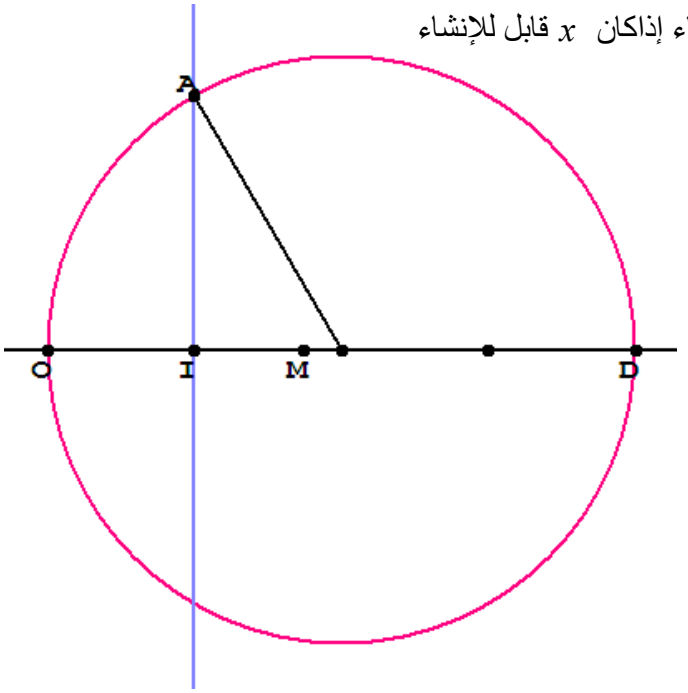
1. نرسم (d) مستقيم مزود بالمعلم $(O;\vec{I})$
2. نعين نقطة J خارج (d)
3. نعلم على المستقيم (OJ) النقطتين C و D ذات الفاصلتين 3 و2 على الترتيب
4. نرسم المستقيم (CM) الذي يوازي (DI)
5. بتطبيق مبرهنة طاليس نجد $\frac{OM}{OI}=\frac{OC}{OD}$ ومنه $\frac{OM}{1}=\frac{3}{2}$ أي: $\boxed{OM=\frac{3}{2}}$



مبرهنة: كل الأعداد الناطقة قابلة للإنشاء

إنشاء الأعداد الصماء:

مبرهنة: يكون $\sqrt{x}$ قابل للإنشاء إذاكان x قابل للإنشاء



لإنشاء العدد $\sqrt{3}$ نتبع الخطوات التالية:

1. نرسم (d) مستقيم مزود بالمعلم $(O;\vec{I})$
2. نعين نقطة D من (d) ذات الفاصلة $(3+1=4)$
3. نرسم دائرة (c) قطرها $[OD]$
4. نرسم المستقيم (d') الذي يعامد (OD)في I
5. نحدد A نقطة تقاطع الدائرة (c) و (d')
6. نستنتج أن : $AI=\sqrt{3}$
7. باستعمال المدور ننقل الطول $AI=\sqrt{3}$ على (d)

④ إستعمال الحاسبة البيانية و مجدول EXCEL لحساب PGCD و PPCM لعددين طبيعيين:

الصفحة 15و 16 من الكتاب المدرسي

باب الفروض المدروسة و المنزلية

ثانوية: مالك بن نبي *يـوب*

المدة : ساعتان

الفرض المحروس رقم ① للثلاثي الأول

الموضوع: Ⓐ

التمرين01: نعتبر الأعداد التالية: $A=\frac{12}{5}-\frac{3}{5}\times\frac{7}{9}$ ، $B=\frac{2^6\times5^3\times6^2}{10^3\times4^4}$ و $C=\frac{3\times10^2\times5\times10^4}{12\times(10^3)^{-3}}$

1. أحسب العددين A و B وأعطي النتائج على شكل كسر غير قابل للإختزال " **مع تحديد خطوات الحساب**"
2. أحسب C و أكتبه على الشكل العلمي

التمرين02: نعتبر الأعداد التالية: $D=2\sqrt{20}+2\sqrt{125}-7\sqrt{45}$ ، $E=\sqrt{35}\times\sqrt{27}\times\sqrt{15}$

و $F=(2\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+4)$

أكتب الأعداد التالية: D ، E و F على الشكل $a\sqrt{b}$ مع $a\in\mathbb{N}$ و $b\in\mathbb{N}$ و b أصغر مايمكن

التمرين03: نعتبر العبارة $G=(2x-3)(5-2x)-(2x-3)^2$

1. أنشر و بسط و رتب العبارة G
2. حلل إلى جداء العبارة G
3. حل المعادلة $(2x-3)(-4x+8)=0$

التمرين04: نعتبر العدد $\frac{170}{578}$

1. بين أن هذا الكسر قابل للإختزال
2. عين $PGCD(170;578)$
3. أكتب $\frac{170}{578}$ عل شكل كسر غير قابل للإختزال

التمرين05: نعتبر الأعداد التالية : $a=-0,75$ ، $b=\frac{7\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$ ، $c=(5-\sqrt{2})^2+10\sqrt{2}$ ، $d=\left(\sqrt{5}-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2$

بسط الأعداد السابقة ثم عين أصغر مجموعة تنمي إليها من المجموعات التالية : $\mathbb{N},\mathbb{Z},\mathbb{Q},\mathbb{D},\mathbb{R}$

يراعى تنظيم الإجابة و و ضوحها

الألة الحاسبة مسموح بها

ثانوية: مالك بن نبي *يـوب*

المدة : ساعتان

الفرض المحروس رقم ① للثلاثي الأول

الموضوع: B

التمرين01: نعتبر الأعداد التالية: $A=\frac{12}{5}-\frac{6}{5}\times\frac{7}{9}$ ، $B=\frac{2^6\times5^3\times6^{-2}}{10^3\times4^4}$ و $C=\frac{3\times10^2\times15\times10^4}{12\times(10^3)^{-3}}$

1. أحسب العددين A و B وأعطي النتائج على شكل كسر غير قابل للإختزال " **مع تحديد خطوات الحساب**"
2. أحسب C و أكتبه على الشكل العلمي

التمرين02: نعتبر الأعداد التالية: $D=2\sqrt{12}+2\sqrt{48}-7\sqrt{75}$ ، $E=\sqrt{35}\times\sqrt{12}\times\sqrt{15}$

و $F=(2\sqrt{3}-3)(2\sqrt{3}+4)$

أكتب نعتبر الأعداد التالية: D ، E و F على $a\sqrt{b}$ مع $a\in\mathbb{N}$ و $b\in\mathbb{N}$ و b أصغر مايمكن

التمرين03: نعتبر العبارة $G=(2x+3)(5-2x)-(2x+3)^2$

1. أنشر و بسط و رتب العبارة G
2. حلل إلى جداء العبارة G
3. حل المعادلة $(2x+3)(-4x+2)=0$

التمرين04: نعتبر العدد $\frac{272}{240}$

1. بين أن هذا الكسر قابل للإختزال
2. عين $PGCD(272;240)$
3. أكتب $\frac{272}{240}$ عل شكل كسر غير قابل للإختزال

التمرين05: نعتبر الأعداد التالية : $a=-0,57$ ، $b=\frac{7\sqrt{10}}{\sqrt{2}}$ ، $c=10\sqrt{2}-(5+\sqrt{2})^2$ ، $d=\left(\sqrt{7}-\frac{1}{\sqrt{7}}\right)^2$

بسط الأعداد السابقة ثم عين أصغر مجموعة تنمي إليها من المجموعات التالية : $\mathbb{N},\mathbb{Z},\mathbb{Q},\mathbb{D},\mathbb{R}$

يراعى تنظيم الإجابة و و ضوحها

الألة الحاسبة مسموح بها

ثانوية: مالك بن نبي *يـوب*

المدة : ساعتان

الفرض المحروس رقم ① للثلاثي الأول

التمرين01: نعتبر العددان الحقيقيان الموجبان a و b

1. أنشر العبارة: $(a^2+b^2)^2-(a^2-b^2)^2$ ثم استنتج $\sqrt{(a^2+b^2)^2-(a^2-b^2)^2}$
2. أنشر و حلل العبارة : $(18x^2-2)+2x(3x+1)-(3x+1)$

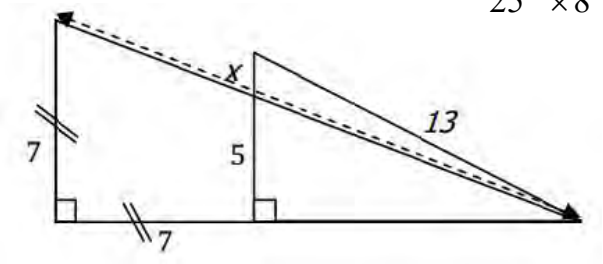
التمرين02: إختزل الكتابة التالية

$$\frac{\frac{3}{4}-\frac{7}{5}}{\frac{2}{3}-\frac{3}{5}} \div \frac{\frac{1}{3}-\frac{3}{2}}{\frac{5}{3}-\frac{3}{4}}$$

التمرين03: إختزل الكتابة التالية

$$\frac{5^{10}\times 2^{-34}}{25^{15}\times 8^{22}} \div \frac{10^2}{4\times 25}$$

التمرين04: في الشكل المقابل أحسب x طول الوتر



التمرين05:

1. إختر 3 أرقام مختلفة من **1** إلى **9** ثم مجموعهم S_1
2. شكل كل الأعداد التي يمكن تشكيلها من أرقامك المختارة " **هناك ستة أعداد يمكنك الحصول عليها** "
3. أحسب S_2 مجموع كل الأعداد التي تحصلت عليها في السؤال 2
4. بين أن $\frac{S_2}{S_1}=222$
5. جرب إختيارات أخرى وتأكد من حصولك على نفس نتيجة السؤال 4 واسأل زملاؤك إن أردت
6. برهن لماذا نحصل على نفس النتيجة

يراعى تنظيم الإجابة و و ضوحها

الألة الحاسبة مسموح بها

ثانوية: مالك بن نبي *يـوب*

المدة : ساعتان

الفرض المحروس رقم ① للثلاثي الأول

التمرين01: نعتبر العددان الحقيقيان a و b حيث $a=\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{2}}$ و $b=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

1. بين أن $a^4=10a^2-1$

2. بين أن $b=\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{1+b}}$

التمرين02:

1. أوجد الكتابة العشرية للأعداد العشرية التالية : $a=12,1\underline{4}$ ، $a=5,58\underline{3}$

2. قارن بين الأعداد $A=2,31\underline{4}$ ، $B=2,3\underline{14}$ ، $C=2,314$

التمرين03: ليكن n عدد طبيعي غير معدوم

1. بين أن $\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}=\dfrac{1}{n(n+1)}$

2. بسط العبارة : $S=\dfrac{1}{1\times 2}+\dfrac{1}{2\times 3}+\dfrac{1}{3\times 4}+....+\dfrac{1}{2014\times 2015}$

3. بين أن : $2^{2015}-2^{2014}-2^{2013}-2^{2012}=2^{2012}$

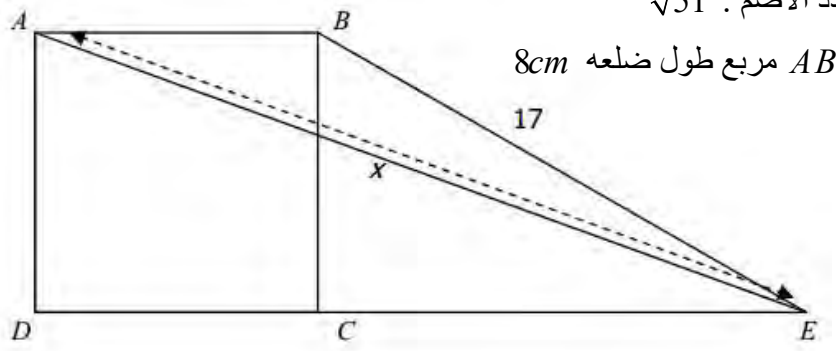
التمرين04: علما بأن : $3\times 17=51$

1. أوجد عددان طبيعيان a و b بحيث: $51=(a+b)(a-b)$

2. استنتج طريقة هندية لإنشاء العدد الأصم : $\sqrt{51}$

التمرين05: في الشكل المقابل $ABCD$ مربع طول ضلعه $8cm$

أحسب **x** طول الوتر



يراعى تنظيم الإجابة و و ضوحها

الألة الحاسبة مسموح بها

الباب الثاني

التّرتيب ـ المجالات ـ القيمة المطلقة

الكفاءات المستهدفة:

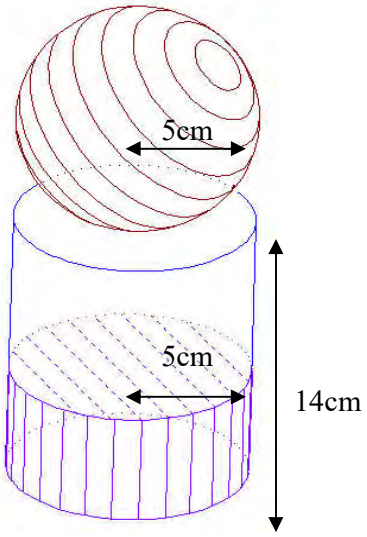
- إختيار معيار لمقارنة عددين.
- إيجاد حصر لعدد حقيقي.
- حصر عبارة جبرية.
- حصر عبارة تتضمن مقلوبا.
- حصر مجموع و جداء عددين حقيقيين.
- كتابة عبارة تشتمل رمز القيمة المطلقة على شكل عبارة مكافئة لها بدون رمز القيمة المطلقة.
- التعبير عن جزء متصل من $\mathbb{R}$ بإحدى الصيغ الأربعة: بمجال أو بحصر أو بمسافة أو باستعمال القيمة المطلقة

من بداية الأسبوع الثاني من أكتوبر إلى نهاية الأسبوع الثالث من أكتوبر

المدة: 2أسابيع **المدة الزمنية :** 12ساعة

الترتيب و المجالات و القيمة المطلقة

نشاط01: وحدة الطول هي cm لدينا أسطوانة مملوءة إلى النصف بالماء



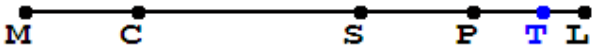
هل يمكن إغماس الكرة بدون تدفق الماء من الأسطوانة

1. حساب حجم الجزء الفارغ من الأسطوانة $V_{vide}=\frac{\pi r^2 h}{2}=549.5cm^3$
2. حساب حجم الكرة $V_s=\frac{4}{3}\pi r^2=523.33cm^3$

نلاحظ أن : $V_{vide}>V_s$ ومنه يمكن إغماس الكرة بدون تدفق الماء من الأسط

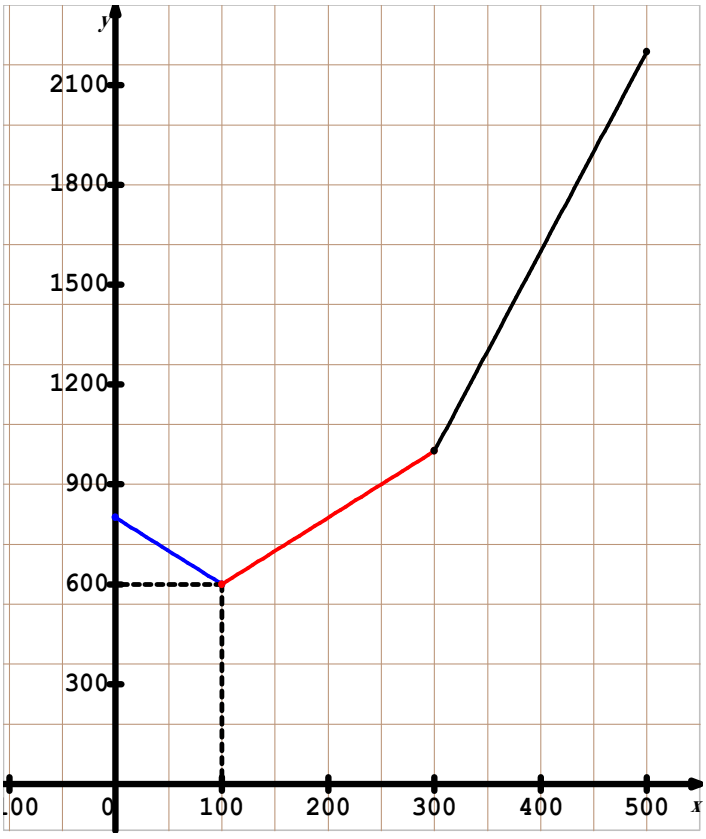
نشاط02: في رحلة إصطياف إلى البحر أراد محمد نصب خيمته T في نقطة تقع على قطعة مستقيمة طولها $500m$ وتنتهي إلى البحر M على طول هذه القطعة يوجد مركز تجاري C يبعد بـ: $100m$ عن البحر و مستوصف S يبعد بـ: $300m$ عن البحر وموقف للسيارات P يبعد بـ: $400m$ عن البحر

السيد محمد يمشي يوميا (ذهابا و إيابا) TM ثم TC ثم TS



1. عبر عن $d(x)=2(MT+CT+ST)$ بدلالة x فاصلة T
2. أرسم تمثيلا بيانيا يعبر عن d بدلالة x
3. ماهي قيمة x حتى تكون d أدنى مايمكن

الجواب: باستعمال برمجية دينامكية مثل Géoplangéospace أو Géogébra



يبدوا أن: قيمة $\boxed{x=100}$ تكون $\boxed{d=600}$ أدنى مايمكن

1. $d(x)=2(MT+CT+ST)$
   $=2(|x|+|x-100|+|x-300|)$

بعد تفكيك القيمة المطلقة نجد:

2. $\begin{cases} d(x)=-2x+800../0\le x\le 100 \\ d(x)=2x+400../100\le x\le 300 \\ d(x)=3x-400../300\le x\le 500 \end{cases}$

قيمة $\boxed{x=100}$ تكون $\boxed{d=600}$

الترتيب في مجموعة الأعداد الحقيقية:

تعريف 1: a و b عددان حقيقيان.

- القول إنّ a أكبر من b أو يساويه معناه $a-b$ عدد موجب. ونكتب: $a \geq b$ معناه $a-b \in \mathbb{R}^+$.
- القول أنّ a أصغر من b أو يساويه معناه أنّ $a-b$ عدد سالب. ونكتب: $a \leq b$ معناه $a-b \in \mathbb{R}^-$

تعريف 2: مقارنة عددين a و b معناه التصريح بصحة إحدى الحالات الثلاث الآتية:

$a = b$	$a > b$	$a < b$

مثال: من أجل $a = 10 + 5\sqrt{2}$ و $b = 7 - \sqrt{11}$ لاحظ: $a-b$ موجب تماما، وبالتالي $a > b$.

مبرهنة 1: من أجل كلّ أعداد حقيقية a ، b ، c: إذا كان $\begin{pmatrix} a \leq b \\ \text{و} \\ b \leq c \end{pmatrix}$ فإنّ $a \leq c$

1. الترتيب والعمليات:

1.الترتيب والجمع:

مبرهنة 2: من أجل كلّ أعداد حقيقية a ، b ، c: إذا كان $a \leq b$ فإنّ $a + c \leq b + c$.

مبرهنة 3: من أجل كلّ أعداد حقيقية a ، b ، c ، d: إذا كان $\begin{pmatrix} a \leq b \\ \text{و} \\ c \leq d \end{pmatrix}$ فإنّ: $a + c \leq b + d$

2. الترتيب والضرب:

مبرهنة 4: a ، b ، c أعداد حقيقية. من أجل $c > 0$ لدينا: $a \leq b$ يكافئ $ac \leq bc$.
من أجل $c < 0$ لدينا: $a \leq b$ يكافئ $ac \geq bc$.

مبرهنة 5 : من أجل كل أعداد حقيقية موجبة a ، b ، c ، d. إذا كان $a \leq b$ و $c \leq d$ فإنّ $ac \leq bd$.

3. قواعد المقارنة:

مبرهنة 6: a ، b عددان حقيقيان.

- من أجل $a \geq 0$ و $b \geq 0$ لدينا : $a \leq b$ يكافئ $a^2 \leq b^2$
- من أجل $a \leq 0$ و $b \leq 0$ لدينا : $a \leq b$ يكافئ $a^2 \geq b^2$

مبرهنة 7: a ، b عددان حقيقيان موجبان لدينا : $a \leq b$ يكافئ $\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$

مبرهنة 8: a ، b عددان حقيقيان غير معدومين ومن نفس الإشارة لدينا: $a \leq b$ يكافئ $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$

مبرهنة 9: a عدد حقيقي لدينا:

- إذا كان $0 \leq a \leq 1$ فإنّ $a^3 \leq a^2 \leq a$
- إذا كان $a \geq 1$ فإنّ $a^3 \geq a^2 \geq a$

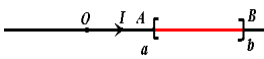
ملاحظة: يمكن تعميم ترتيب قوى عدد حقيقي موجب a كما يلي:
إذا كان a محصورا بين 0 و 1، فإنّ قوى a ترتب ترتيبا تنازليا.
إذا كان a أكبر من 1، فإنّ قوى a ترتب ترتيبا تصاعديا.

تعريف: هو مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية بشرط لاتحتوي على ثقوب

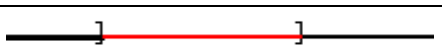
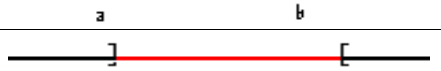
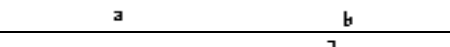
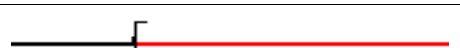
مثلا : المجموعة $\mathbb{N}$ ليست مجال لأن بها عدة ثقوب أما المجموعات $[-1;4]$ ، $]-2;+\infty[$ هي مجالات

- **تمثيل مجال:**

يمثّل المجال $[a;b]$ هندسيا بالشّكل الآتي حيث A و B نقطتان فاصلتاهما a و b على التّرتيب.



- **أنواع المجالات:**

المجال الذي يُرمز إليه	هو مجموعة الأعداد الحقيقية x حيث ...	يُمثّل على المستقيم العددي بالشكل ...
$[a;b]$	$a \le x \le b$	
$[a;b[$	$<a \le x\ b$	
$]a;b]$	$x \le b<a$	
$]a;b[$	$<x<a\ b$	
$]-\infty;b]$	$x \le b$	
$]-\infty;b[$	$<x\ b$	
$[a;+\infty[$	$x \ge a$	
$]a;+\infty[$	$>x\ a$	

في المجال المغلق $[a;b]$، العارضتان موجّهتان نحو الدّاخل. $]a;b[$ هو مجال مفتوح، العارضتان موجّهتان نحو الخارج.

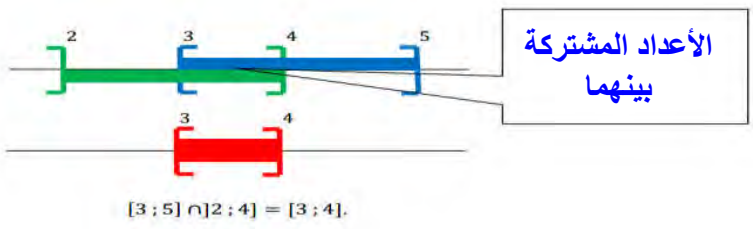
- **تقاطع وإتحاد مجالين:** **تعريف:**

- تقاطع مجالين I و J هو مجموعة الأعداد الحقيقية التي تنتمي إلى I و J، ونرمز إليه بالرّمز $I \cap J$.
- إتحاد مجالين I و J هو مجموعة الأعداد الحقيقية التي تنتمي إلى I أو J، ونرمز إليه بالرّمز $I \cup J$.

أمثلة:

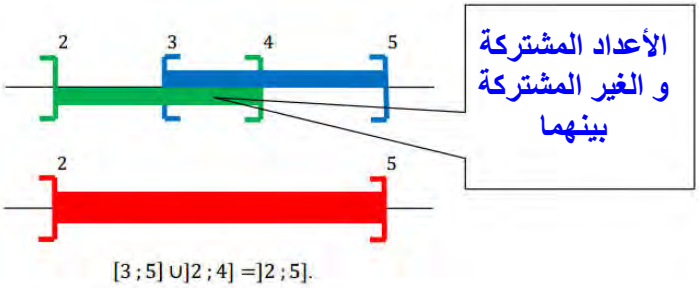
- $[3;5] \cap]2;4]$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية x حيث $3 \le x \le 5$ و $2 < x \le 4$.

$[3;5] \cap]2;4] = [3;4]$



- $[3;5] \cup]2;4]$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية x حيث $3 \le x \le 5$ أو $2 < x \le 4$.

$[3;5] \cup]2;4] =]2;5]$



● **المسافة بين عددين حقيقيين:** **1. تمهيد:**

مثال01:

المسافة بين 1 و 4 هي المسافة بين النقطتين A و B و نلاحظ أن بين النقطتين A و B 3 وحدات ومنه: $AB = d(1;4) = 3$

مثال02:

المسافة بين 1- و 4 هي المسافة بين النقطتين A و B و نلاحظ أن بين النقطتين A و B 4 وحدات ومنه: $AB = d(-1;3) = 4$

تعريف المسافة بين عددين حقيقيين: المسافة بين العددين الحقيقين x و y هي المسافة بين النقطتين A و B ذات الفاصلتين x و y على الترتيب من المستقيم العددي ونرمزلها: $\boxed{d(x;y)}$

مثال: نعتبر النقط $A(-5)$ ، $B(-3)$ ، $O(0)$ ، $C(3)$ و $D(5)$

- $d(0;5) = OD = x_D - x_O = 5 - 0 = 5$
- $d(-5;0) = AO = x_O - x_A = 0 - (-5) = 0 + 5 = 5$
- $d(3;5) = CD = x_D - x_C = 5 - 3 = 2$
- $d(-3;5) = BD = x_D - x_B = 5 - (-3) = 5 + 3 = 8$
- $d(-5;-3) = AB = x_B - x_A = -3 - (-5) = -3 + 5 = 2$

- $d(5;0) = DO = x_D - x_O = 5 - 0 = 5$
- $d(0;-5) = OA = x_O - x_A = 0 - (-5) = 0 + 5 = 5$
- $d(5;3) = DC = x_D - x_C = 5 - 3 = 2$
- $d(5;-3) = DB = x_D - x_B = 5 - (-3) = 5 + 3 = 8$
- $d(-3;-5) = BA = x_B - x_A = -3 - (-5) = -3 + 5 = 2$

خواص المسافة بين عددين حقيقين:

1. لكل عددين حقيقين x و y لدينا: $\boxed{d(x;y) = d(y;x)}$ ومنه مفهوم المسافة تناظري

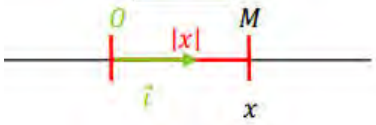
2. لكل عددين حقيقين x و y لدينا: $\boxed{d(x;y) \geq 0}$

3. لكل عددين حقيقين x و y لدينا: $\boxed{d(x;y) = \begin{cases} y - x & / x \leq y \\ x - y & / x \geq y \end{cases}}$ وعليه: $\boxed{d(x;y) = \max(y - x; x - y)}$

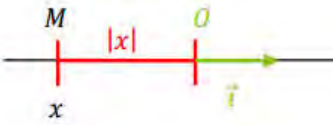
● **القيمة المطلقة لعدد حقيقي:** **تعريف:** x عدد حقيقي، M نقطة من مستقيم مزوّد بمعلم (O,I) فاصلتها x.

القيمة المطلقة للعدد x هي المسافة OM ، ونرمز إليها بالرّمز $|x|$. ونكتب $|x| = OM$.

$\boxed{x \geq 0}$



$\boxed{x \leq 0}$



مثال:

- $|2| = d(0;2) = OM = x_M - x_O = 2 - 0 = 2$

- $|-2| = d(0;-2) = OM = x_O - x_M = 0 - (-2) = 2$

خواص:

1. لكل عدد حقيقي x لدينا: $|x| \geq 0$

2. لكل عدد حقيقي x لدينا: $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$ **مثال:** $|2x-4| = 0 \Leftrightarrow 2x-4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

3. لكل عدد حقيقي x لدينا: $\begin{cases} |x| = x & ; \ x \in [0 \ ; \ +\infty[\\ |x| = -x & ; \ x \in]-\infty \ ; \ 0] \end{cases}$ ومنه: $\boxed{|x| = \max(-x \ ; x)}$

أمثلة: $|1+\sqrt{3}| = 1+\sqrt{3}$ ، $|1-\sqrt{3}| = -(1-\sqrt{3}) = -1+\sqrt{3}$

4. لكل عدد حقيقي x لدينا: $|x| = |-x|$

5. لكل عدد حقيقي x لدينا: $\boxed{\sqrt{x^2} = |x|}$

6. لكل عددين حقيقين x و y لدينا: $|xy| = |x| \times |y|$

7. لكل عددين حقيقين x و y لدينا: $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}$ مع $y \neq 0$

8. لكل عددين حقيقين x و y لدينا: $|x+y| \leq |x| + |y|$ (المتباينة المثلثية)

9. لكل عددين حقيقين x و y لدينا: $|x| = |y| \Leftrightarrow x = y$ أو $x = -y$

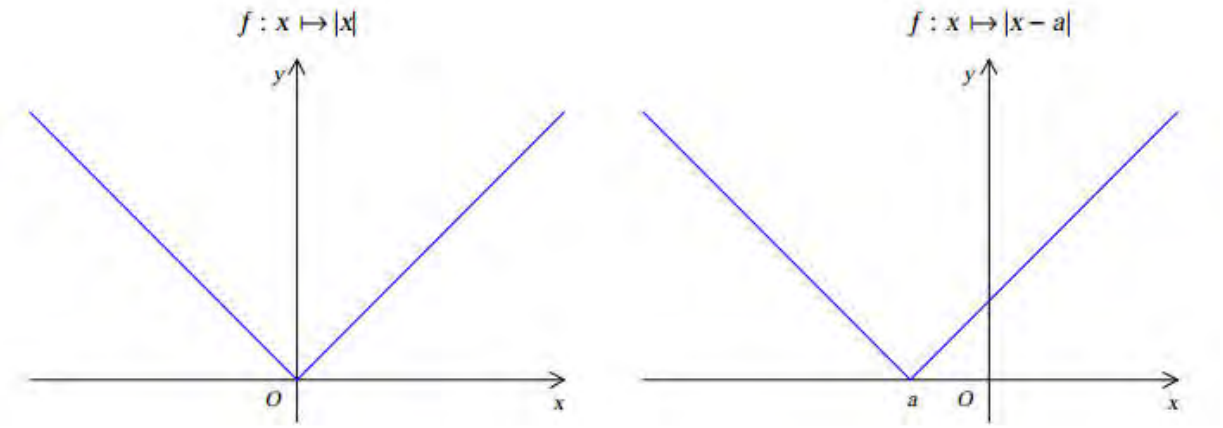
ملاحظات هامة: المعادلة: $|x-a| = |x-b|$ تعني: $\boxed{d(x \ ; a) = d(x \ ; b)}$ ومنه: $\boxed{x = \frac{a+b}{2}}$

أمثلة:

- العدد ومعاكسه لهما نفس القيمة المطلقة: $|2| = |-2| = 2$.
- $\sqrt{(1-2\sqrt{3})^2} = |1-2\sqrt{3}| = 2\sqrt{3}-1$ لأنّ $1-2\sqrt{3} \in R^-$.
- $|-3(x-2)| = |-3| \times |x-2| = 3|x-2|$.
- $|x-3| \leq |x| + 3$ منه $|x-3| \leq |x| + |-3|$

تطبيقات: حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية: $|x-1| = |x+4|$ ، $|x+4| = -5$ ، $|x+4| = 5$ ، $|1-x| \times |x+1| = 9$

التمثيل البياني:



← الحـــصـــر →

تعريف: حصر عدد حقيقي x يعني إيجاد عددين a و b حيث $a \le x \le b$. و نسمي $b-a$ سعة الحصر

مثال: باستعمال حاسبة، نحصل على: $\sqrt{5} \approx 2{,}23607$ وهي القيمة المدوّرة للعدد $\sqrt{5}$ إلى 10^{-5}.

$2 \le \sqrt{5} \le 3$ هو حصر العدد $\sqrt{5}$، بالتقريب إلى الوحدة. $2{,}23 \le \sqrt{5} \le 2{,}24$ هو حصر العدد $\sqrt{5}$، بالتقريب إلى 10^{-2}.

- **القيمة المطلقة، المسافة، المجال والحصر:**

مبرهنة01: a عدد حقيقي ، r عدد حقيقي موجب. من أجل كل عدد حقيقي x، $|x-a| \le r$ معناه $x \in [a-r;a+r]$

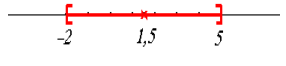
عناصر المجال: يتميّز المجال $[a;b]$ بالعناصر الآتية:

- مركزه ، وهو العدد الحقيقي $c = \dfrac{a+b}{2}$
- طوله ، وهو العدد الحقيقي الموجب $b-a$
- نصف قطره ، وهو العدد الحقيقي الموجب $r = \dfrac{b-a}{2}$

نتيجة: a عدد حقيقي كيفي و r عدد حقيقي موجب. من أجل كلّ عدد حقيقي x، النصوص الآتية متكافئة:

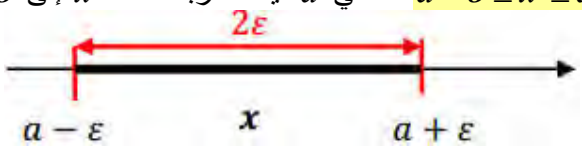
$$|x-a| \le r \Leftrightarrow a-r \le x \le a+r$$ ← حصر
$$\Leftrightarrow d(a;x) \le r$$ ← مسافة
$$\Leftrightarrow x \in [a-r;a+r]$$ ← مجال

مثال

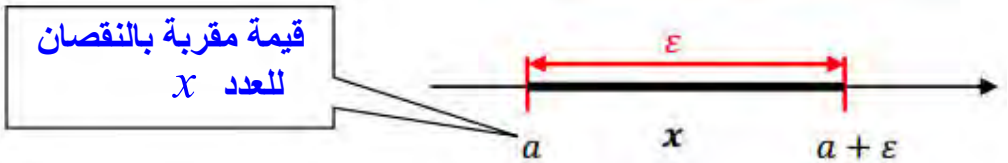
التمثيل	المجال	الحصر	المسافة	القيمة المطلقة
	$x \in [-2;5]$	$-2 \le x \le 5$	$d\left(x;\frac{3}{2}\right) \le \frac{7}{2}$	$\left\|x-\frac{3}{2}\right\| \le \frac{7}{2}$

القيم المقربة لعدد حقيقي: **تعريف:** بفرض عدد حقيقي a وعدد حقيقي موجب تماما ε.

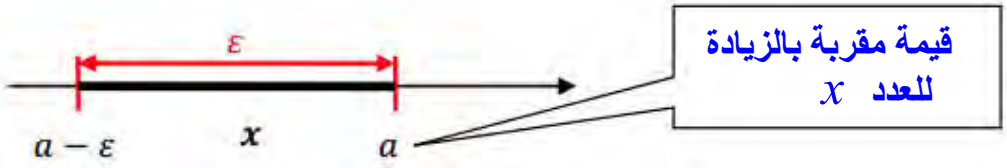
1. إذاكان $a-\varepsilon \le x \le a+\varepsilon$ نسمي a قيمة مقربة للعدد x إلى ε بالتقريب



2. إذاكان $a \le x \le a+\varepsilon$ نسمي a قيمة مقربة بالنقصان للعدد x إلى ε بالتقريب



3. إذاكان $a-\varepsilon \le x \le a$ نسمي a قيمة مقربة بالزيادة للعدد x إلى ε بالتقريب



مثال:

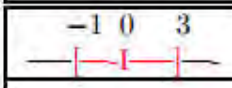
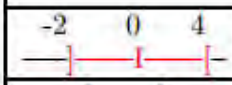
1. $2 \le \sqrt{5} \le 3$ يسمى حصرا سعته 1
2. $2 \le \sqrt{5} \le 3 \Leftrightarrow 2{,}5-0{,}5 \le \sqrt{5} \le 2{,}5+0{,}5$ **نسمي** $2{,}5$ قيمة مقربة للعدد $\sqrt{5}$ إلى 0,5 بالتقريب
3. $2{,}22 \le \sqrt{5} \le 2{,}23 \Leftrightarrow 2{,}23-0{,}01 \le \sqrt{5} \le 2{,}23$ **نسمي** $2{,}23$ قيمة مقربة بالزيادة للعدد $\sqrt{5}$ إلى 10^{-2} بالتقريب
4. $2{,}22 \le \sqrt{5} \le 2{,}23 \Leftrightarrow 2{,}22 \le \sqrt{5} \le 2{,}22+0{,}01$ **نسمي** $2{,}22$ قيمة مقربة بالنقصان للعدد $\sqrt{5}$ إلى 10^{-2} بالتقريب

باب الفروض المحروسة و المنزلية

BEYMATHS | **المدة** : ساعتان

الفرض المحروس رقم ② للثلاثي الأول

التمرين01: أكمل الجدول التالي

عبر بمجال	عبر بمتباينة	عبر بمسافة	أعبر بقيمة مطلقة	مثل على محور
$x \in [-1;3]$	$-1 \leq x \leq 3$	$d(x;1) \leq 2$	$\lvert x-1 \rvert \leq 2$	
			$\lvert x-3 \rvert \leq 1$	
		$d(x;-4) \leq 2$		
	$-2 \leq x \leq 2$			
	$x \in [6;10]$			
			$\lvert x \rvert > 3$	
	$x \leq -4 \quad x \geq 2$			
			$\lvert x+2 \rvert < 1$	
				

التمرين02: لتكن: $0,8 \leq x \leq 0,9$ أعطي حصرا للعدد $y = 1 - \dfrac{3}{x+1}$ و $z = \dfrac{2}{1-x}$

التمرين03: ليكن (d) المستقيم العددي ولتكن $A(2)$ و $B(-4)$ و $M(x)$ نقاط من (d)

1. عين مجموعة النقط M في كل حالة :

أ) $d(A;M) = 5$

ب) $d(B;M) \leq 2$

جـ) $d(A;M) \geq d(B;M)$

2. عبر باستعمال المسافة مايلي:

أ) $\lvert x-3 \rvert \geq 2$

ب) $\lvert 2x+8 \rvert \leq 3$

جـ) $-3 < x < 7$

التمرين04: قارن بين $1+\sqrt{7}$ و $\sqrt{8+2\sqrt{7}}$

يراعى تنظيم الإجابة و و ضوحها

الألة الحاسبة مسموح بها

*****BEYMATHS***** | **المدة** : ساعتان

الفرض المحروس رقم ② للثلاثي الأول

التمرين01: ليكن $E = \sqrt{7-2\sqrt{6}} - \sqrt{7+2\sqrt{6}}$

1. قارن بين $7-2\sqrt{6}$ و $7+2\sqrt{6}$ ثم استنتج إشارة E

2. أحسب E^2 ثم استنتج إشارة E

التمرين02: لتكن: $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ أعطي قيمة مقربة بالنقصان ثم بالزيادة للعدد x إلى 10^{-3}

إذا علمت أن: 2,236 هي قيمة مقربة بالنقصان للعدد $\sqrt{5}$

التمرين03: أوجد مجموعة الأعداد الحقيقية التي تحقق مايلي :

1. $|2x+8| - |x-2| = 0$

2. $|x+4| + |x-2| = 0$

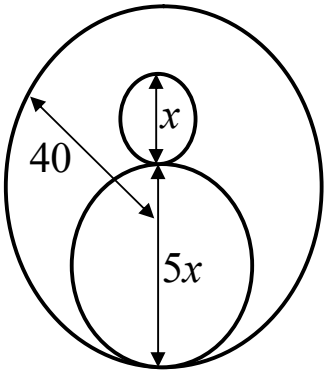
التمرين04: يمثل الرسم المقابل قطعة نقدية مثقوبة وفق الدائرتان الداخليتان

1. إذاعلمت أن مجموع محيطي الدائرتان الداخليتان محصور بين $187mm$ و $190mm$ أعطي حصرا لـ: x

2. باستعمال حصر x أعطي حصرا لمايلي:

أ) $P(x)$ مجموع محيطي الدائرتين الداخليتين

ب) $S(x)$ مساحة القطعة



يراعى تنظيم الإجابة و و ضوحها

الألة الحاسبة مسموح بها

الباب الثالث

عموميات على الدّوال

الكفاءات المستهدفة:

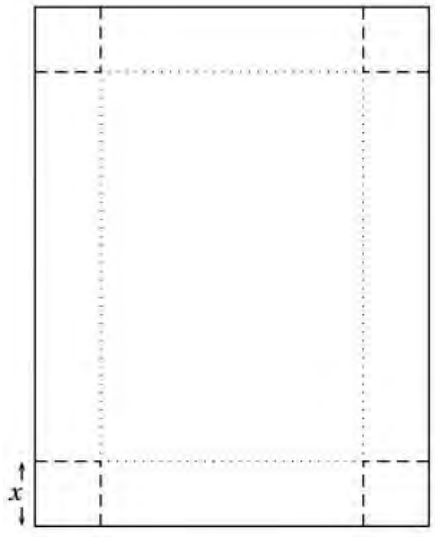
- تحديد دالة (متغيرها، مجموعة تعريفها، مجموعة قيمها)
- تعيين صورة عدد أو سابقة عدد وفق دالة معرفة بواسطة منحنى أو دستور.
- الربط بين دستور وجدول قيم وتمثيل بياني.
- توظيف الحاسبة البيانية لإعطاء التمثيل البياني لدالة معطاة على مجال بواسطة دستور.
- وصف سلوك دالة معرفة بمنحن باستعمال التعبير الرياضي المناسب.
- استنتاج جدول تغيرات دالة انطلاقا من تمثيلها البياني.
- إرفاق جدول تغيرات معطى بتمثيل بياني ممكن.
- استعمال الحاسبة البيانية لإيجاد القيم الحدية لدالة على مجال.
- التعرّف على شفعية دالة انطلاقا من تمثيلها البياني أو بالاعتماد على التعبير الجبري للخاصية.

من بداية الأسبوع االرابع من أكتوبر إلى نهاية الأسبوع الثالث من نوفمبر

المدة: 3أسابيع **المدة الزمنية : 15ساعة**

الأسبوع الأول من نوفمبر هو عطلة خريف

نشاط01: لدينا ورقة أبعادها $L \times l$ نريد منها علبة بدون غطاء نقطع من كل ركن منها مربع طول ضلعه x كما هو مرسوم في الشكل المقابل ثم نطوي الأجزاء للحصول على علبة



الهدف: إيجاد قيمة x حتى نحصل على علبة ذات حجم أعظمي؟

1. ***العمل التحضيري اليدوي:***

يأخذ كل زميلن ورقة أبعادها $(A_4)\ 21\times 29{,}7$

- نختار قيمة لـ: x
- إقطع المربعات ثم إصنع العلبة
- أحسب حجم العلبة المحصل عليها

2. ***الدستور:***

- ماهومجال تغير x
- أحسب حجم العلبة من أجل $x=2$ ، $x=3$ ، $x=5$
- عين دستوريربط بين x و الحجم $V(x)$
- تحقق من حسابتك السابقة

3. ***جدول القيم والبيان:***

- أكمل الجدول التالي:

x	0	1	2.5	3	4	5	6	8	10.5
$V(x)$									

- مثل هذا الجدول في معلم متعامد و متجانس" الوحدة $1cm$ على محور الفواصل و $100cm^3$ لكل وحدة على محور التراتيب
- ماي قيمة x التي من أجلها الحجم $V(x)$ أعظمي

مفهوم الدالة:

تعريف الدالة: D جزء من $\mathbb{R}$. نعرّف دالة f على D عندما نرفق بكلّ عدد حقيقي x من D عددا حقيقيا وحيدا، نرمز إليه بـ: $f(x)$

تعابير واصطلاحات:

- نرمز عادة إلى الدوال بالرموز f ، g ، h ، ...
- D جزء من $\mathbb{R}$ و f دالة معرفة على D :
- D هي مجموعة تعريف الدالة.
- إذا كان x عنصرا من D ، نسمي العدد الحقيقي $f(x)$ صورة x بالدالة f .
- إذا كان العدد الحقيقي y صورة العدد الحقيقي x بالدالة f ، نقول إنّ x سابقة للعدد y بالدالة f .
- للتعبير عن الدالة f ، نكتب:

$$f : D \to R$$
$$x \mapsto y = f(x)$$

- في هذه الكتابة، x يمثل **المتغيّر** و y **مرتبط** بالمتغيّر x .

أمثلة:

- **دالة معرفة بدستور:**

العبارة: " f هي الدالة المعرفة على المجال $[-3\ ;\ 5]$ بالشكل: $f(x)=x^2+3x-1$ "

- مجموعة تعريف الدالة f هي المجال $[-2\ ;\ 2]$.
- بكلّ عدد حقيقي x من المجال $[-3;\ 5]$ نرفق العدد x^2+3x-1: هكذا نرفق بالعدد 1 العدد

$3=1-3(1)+(1)^2$ ونكتب $f(1)=3$ ونقول أيضا أنّ 3 هو صورة 1 بالدالة f .

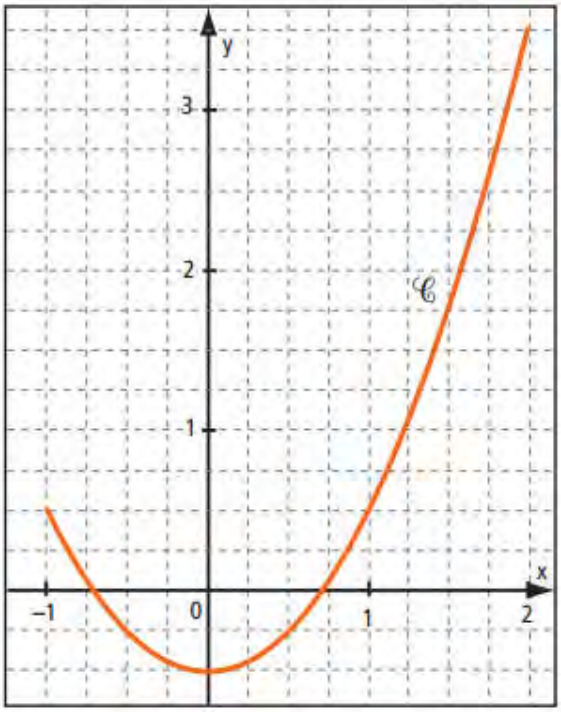
أعطي صورة 0 ثم صورة -2

حذاري:
لا يمكن أن يكون لعدد حقيقي عدّة صور
لكن يمكن أن يكون لعدد حقيقي عدّة سوابق.

مثال: لتكن f معرفة على كل عدد حقيقي بـ: $f(x)=(x+1)^2+2$

$f(2)=(2+1)^2+2=11$ و $f(-4)=(-4+1)^2+2=11$ ومنه نرى أن 2 و -4 لهما نفس الصورة

يمكن أن نرى أن بعض الأعداد ليس سوابق مثل 0 لأن : $f(x)>0$



- **دالة معرفة بتمثيل بياني:** لتكن f دالة ممثلة بالبيان التالي:

1. عين مجموعة تعريف هذه الدالة
2. إقرأ صور 1
3. إقرأ بيانيا $f(0)$
4. كم سابقة للعدد 1,75
5. إقرأ بيانيا سوابق العدد $-0,25$
6. إقرأ بيانيا سوابق العدد 0

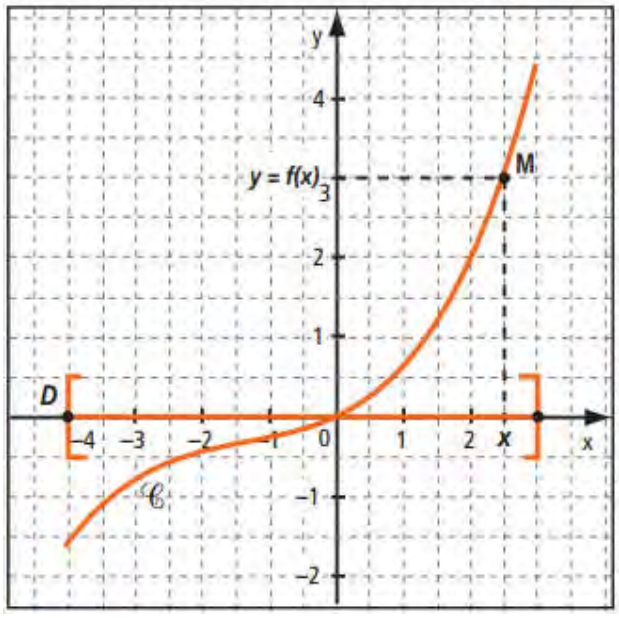
تطبيقات على مجموعة التعريف: التمرين 19 ، 20 الصفحة 74

مجموعة تعريف دالة معرفة بدستور هي مجموعة السوابق أي: هي العناصر الموجودة في مجموعة البدء والتي لأجلها يمكن حساب $f(x)$

- **دالة معرفة بجدول: نشاط رقم01 الصفحة 49 من الكتاب المدرسي**

التمثيل البياني لدالة: **تعريف:** (P) المستوي منسوب إلى معلم $(O;\vec{I},\vec{J})$. f دالة معرفة على جزء D من $\mathbb{R}$.

(C_f) التمثيل البياني (أو المنحني الممثل) للدالة في المعلم $(O;\vec{I},\vec{J})$ $(C_f)=\{M(x;y)\in(P)/x\in D \text{ و } y=f(x)\}$



ملاحظة

(C_f) هو مجموعة النقط $M(x;f(x))$

إصطلاح:

$y=f(x)$ هي معادلة (C_f)

طرق رسم المنحنى:

1. **باستعمال جدول لبعض قيم الدالة: باستعمال اليد**

مثال01: إليك الجدول التالي الذي يمثل تغير إرتفاع قذيفة بدلالة الزمن

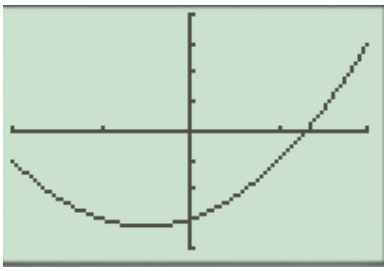
الزمن(t)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
الإرتفاع (h)	0	95	180	255	320	375	420	455	480	495	500	495

12	13	14	15	16	17	18	19	20
480	455	420	375	320	255	180	95	0

مثل هذا الجدول في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{I},\vec{J})$

تنبيه: إنّ إعطاء مجموعة من القيم لا يكفي للحصول على المنحني الممثل للدالة. هناك العديد من الكيفيات للمرور من نقطة إلى أخرى. فمن الضروري إذن أن تعطى معلومات أخرى حول سلوك الدالة

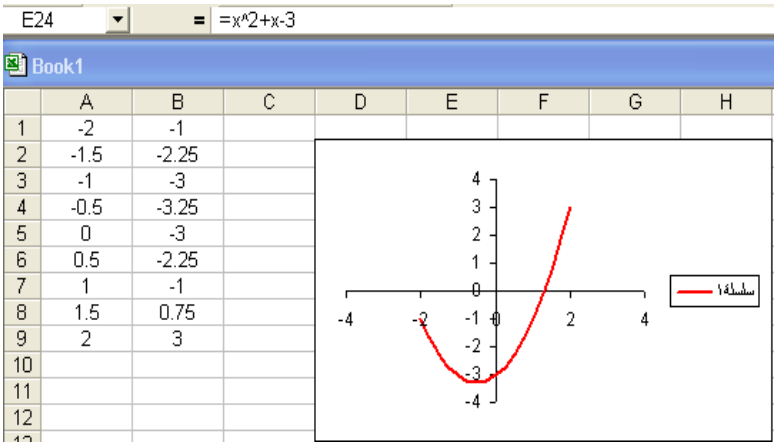
2. باستعمال حاسبة بيانية:



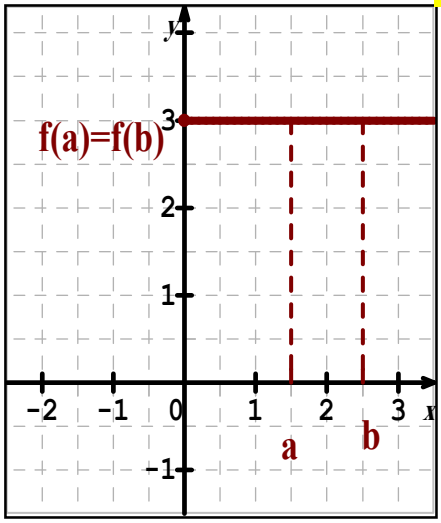
بعد حجز الدالة التي يراد تمثيلها باستعمال اللمسة Y= نختار النافذة تبعا للمجال الذي نرغب إظهار المنحني فيه باستعمال اللمسة WINDOW ونحصل على المنحني الممثل للدالة باستعمال اللمسة GRAPH.

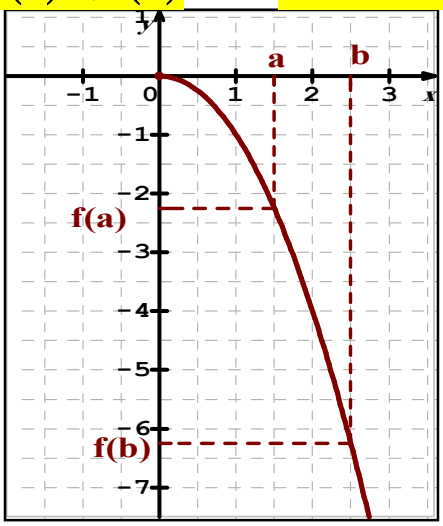
3. باستعمال مجدول:

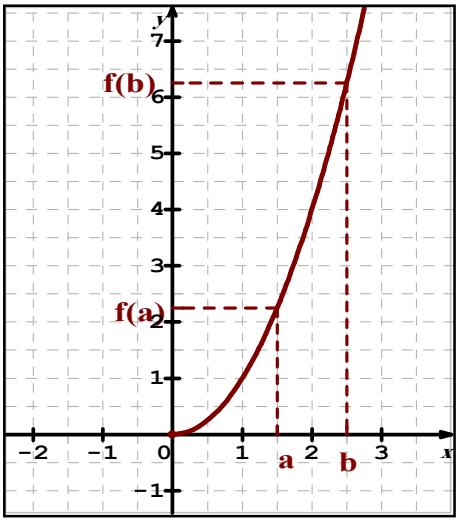
نشكّل جدولا لبعض قيم الدالة ثمّ نستعمل المساعد البياني للمجدول للحصول على المنحني الممثل للدالة.



- **تغيرات دالة معرفة على مجال:** **تعريف:** f دالة معرفة على مجال I من $\mathbb{R}$.
  - f متزايدة تماما على I يعني: من أجل كلّ a و b من I، إذا كان $a<b$ فإنّ $f(a)<f(b)$
  - f متناقصة تماما على I يعني: من أجل كلّ a و b من I، إذا كان $a<b$ فإنّ $f(a)>f(b)$
  - f ثابتة على I يعني: من أجل كلّ a و b متمايزان من I، $f(a)=f(b)$







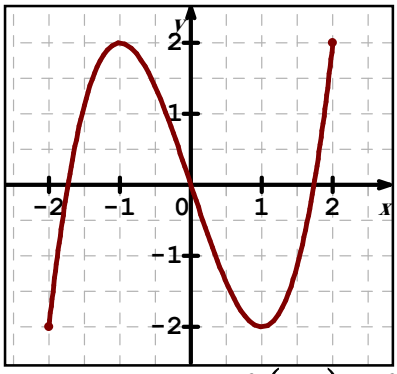
ملاحظة: نعرّف كذلك اتجاه تغيّر دالة كالآتي:

- f متزايدة على I يعني: من أجل كلّ a و b من I، إذا كان $a<b$ فإنّ $f(a)\leq f(b)$
- f متناقصة على I يعني: من أجل كلّ a و b من I، إذا كان $a<b$ فإنّ $f(a)\geq f(b)$

نتيجة مهمة: **الدالة المتزايدة تحافظ على الترتيب و الدالة المتناقصة تعكس الترتيب**

جدول تغيرات دالة: نعني بدراسة اتجاه تغيّر دالة، تعيين المجالات التي تكون فيها هذه الدالة متزايدة تماما أو متناقصة تماما أو ثابتة. تلخّص نتائج هذه الدراسة في جدول يسمّى جدول التغيرات.

مثال: إليك البيان التالي ضع جدول تغيراته



x	-2		-1		1		2
$f(x)$	-2	↗	2	↘	-2	↗	2

قارن بين $f(1,5)$ و $f(1,7)$ ثم بين $f(0)$ و $f(0,5)$

بما أن $1,7 > 1,5$ و الدالة متزايدة في $[1,5;1,7]$ "تحافظ على الترتيب" إذا $f(1,5) < f(1,7)$

بما أن $0,5 > 0$ و الدالة متزايدة في $[0;0,5]$ " تعكس على الترتيب" إذا $f(0) > f(0,5)$

القيم الحدية لدالة: **تعريف :** f دالة معرفة على مجال I من $\mathbb{R}$.

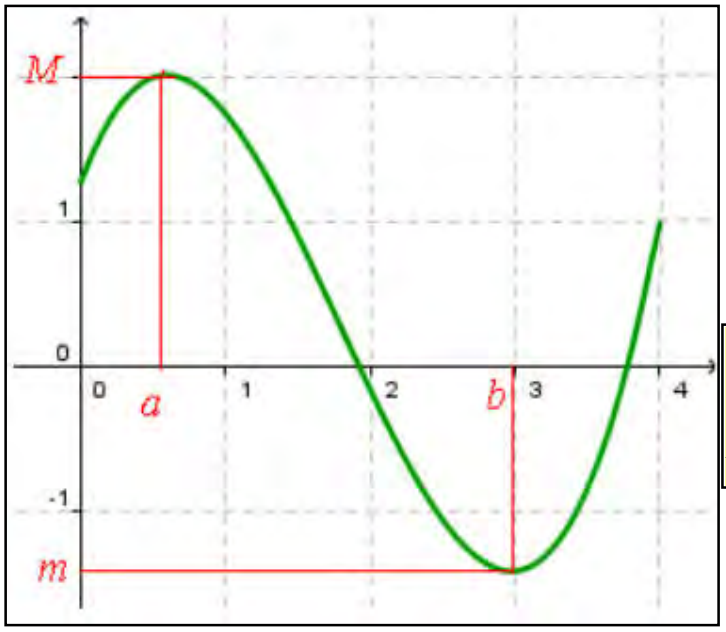
- القيمة الحدية **المحلية** العظمى للدالة f على I هي أكبر صورة $f(x)$ تبلغها f من أجل عدد a من I.

من أجل كلّ x من I، $f(x) \leq f(a)$ أو يوجد عدد حقيقي M حيث $f(x) \leq M$

- القيمة الحدية **المحلية** الصغرى للدالة f على I هي أصغر صورة $f(x)$ تبلغها f من أجل عدد b من I.

من أجل كلّ x من I، $f(x) \geq f(b)$ أو يوجد عدد حقيقي m حيث $f(x) \geq m$

مثال:



في التمثيل المقابل

1. f معرفة على $[0;4]$
2. تقبل قيمة حدية عظمى مطلقة $M = 2$ لما $a \cong 0,5$
3. تقبل قيمة حدية صغرى مطلقة $m \cong -1,5$ لما $a = 3$
4. نقول أن الدالة محدودة لأن:

$$m \cong -1,5 \leq f(x) \leq M = 2$$

تنبيه:

نسمي قيمة حدية مطلقة لما تكون على D_f كاملا

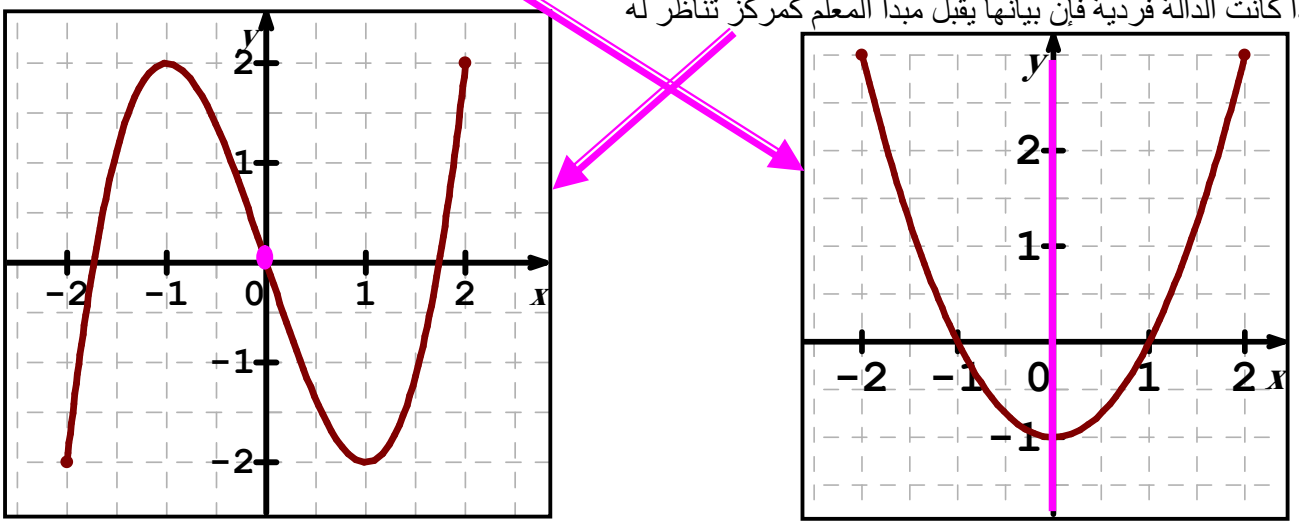
نسمي قيمة حدية محلية لما تكون على مجال جزئي $I \subset D_f$

شفعية دالة: **تعريف:** D جزء من $\mathbb{R}$، f دالة معرّفة على D.

- نقول إنّ f دالة زوجية إذا كان D متناظرا بالنسبة إلى 0 وكان لكلّ x من D، $f(-x)=f(x)$
- نقول إنّ f دالة فردية إذا كان D متناظرا بالنسبة إلى 0 وكان لكلّ x من D، $f(-x)=-f(x)$.

بيانا :

- إذا كانت الدالة زوجية فإن بيانها يقبل حامل محور التراتيب كمحور تناظر له
- إذا كانت الدالة فردية فإن بيانها يقبل مبدأ المعلم كمركز تناظر له



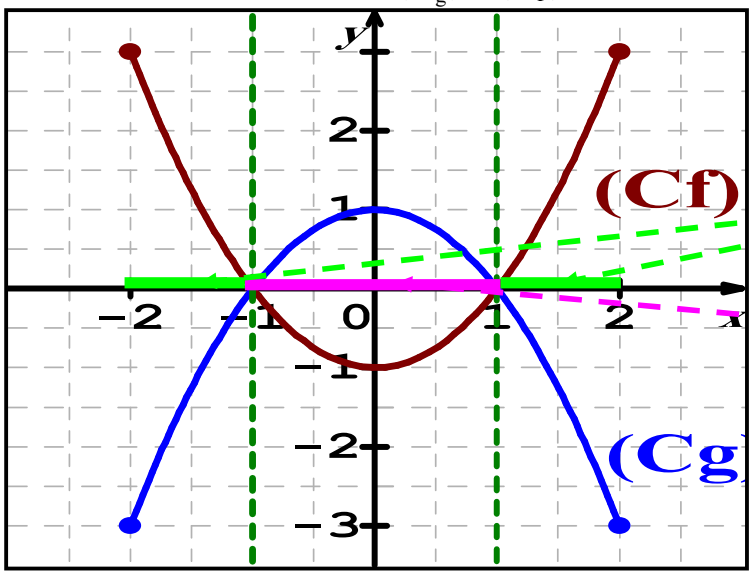
أمثلة:

مثال01: نعتبر الدالة f معرفة على $[-2;4[$ بـ: $f(x)=x^4+x^2$

مثال02: نعتبر الدالة f معرفة على $[-4;4[$ بـ: $f(x)=x^4+x^2$

مثال03: نعتبر الدالة f معرفة على $[-2;0[\cup]0;2]$ بـ: $f(x)=\dfrac{|x|}{x^3+x}$

حلّ معادلات ومتراجحات بيانيا: f و g دالتان معرفتان على مجموعة D، (C_f) و (C_g) منحنياهما في معلم للمستوي.



في البيان المقابل نلاحظ أن:

1. حل المتراجحة $f(x)>g(x)$ تعني البحث عن المجال الذي يكون فيه (C_f) فوق (C_g)

إذا $S=[-2;-1[\cup]1;2[$

2. حل المتراجحة $f(x)<g(x)$ تعني البحث عن المجال الذي يكون فيه (C_f) تحت (C_g)

إذا $S=]-1;1[$

حلّ المعادلة $f(x)=m$: معناه إيجاد فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y=m$

في المثال السابق : حلول المعادلة $f(x)=0$ هي : $S=\{-1;1\}$

الدالة التآلفية :

نشاط: في مادة إشهارية لسيارة من نوع محدد بالجزائر كتب مايلي: **هذه السيارة تستهلك** $6,5l$ **من الوقود لكل** $100km$

1. أحسب استهلاك السيارة لـ: $200km$ ، $500km$ ، $150km$ ، $70km$
2. إذا جرت هذه السيارة xkm عبر بدلالة x عن عدد اللترات الوقود التي تستهلكها
3. مثل بيانيا عدد اللترات الوقود التي تستهلكها بدلالة x

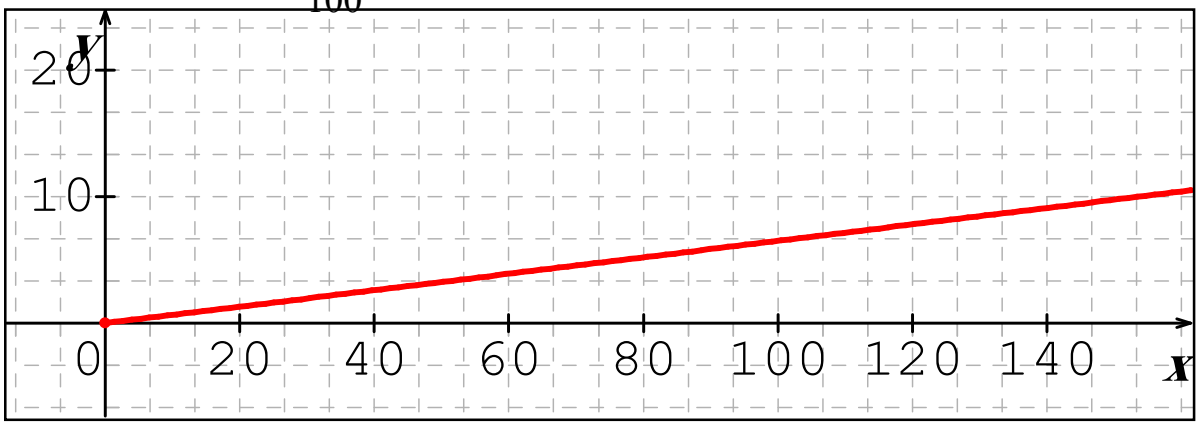
الوحدة: $1cm$ لكل $20km$ على محور الفواصل و $1cm$ لكل $10l$ على محور التراتيب

4. خزان السيارة سعته $45l$ ماهي المسافة التي يمكن أن تقطعها السيارة بهذه السعة

حل النشاط:

xkm عدد الكيلومترات	200	500	150	70
عدد اللترات	13	32.5	9.75	4.55

2. نرمز لعدد اللترات الوقود التي تستهلكها بـ: $V(x)$ و منه : $V(x)=\frac{6,5}{100}x=0,065x$ دالة خطية



3. لما $45=0,065x$ ومنه $x=692,3km$

تعريف : نسمّي دالة تآلفية كلّ دالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل $f(x)=ax+b$ حيث a و b عددان حقيقيان مفروضان.

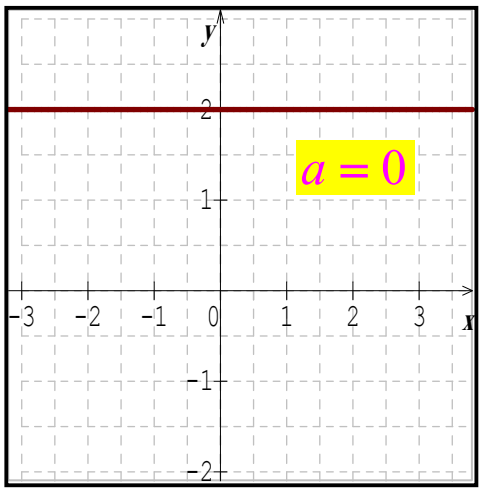
أمثلة:

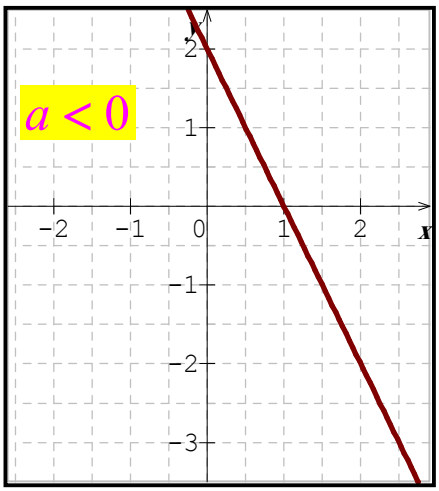
- الدالة $f:x\mapsto 2x-3$ هي دالة تآلفية حيث $a=2$ هو المعامل الذي يُضرب فيه x و $b=-3$ هو صورة 0 بالدالة f ، بمعنى $f(0)=-3$.
- في حالة $b=0$ ، الدالة $x\mapsto ax$ هي دالة خطية ذات معامل التناسبية a . $g:x\mapsto\frac{1}{2}x$ دالة خطية حيث $a=\frac{1}{2}$.
- في حالة $a=0$ ، $x\mapsto b$ هي دالة ثابتة.

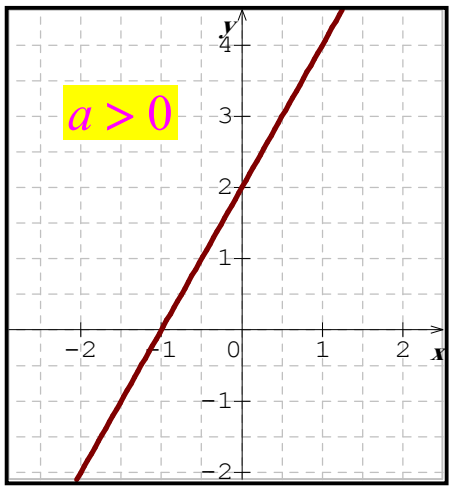
الخاصية المميزة للدوال التآلفية

مبرهنة : تكون الدالة f تآلفية، إذا وفقط إذا كان، من أجل كلّ عددين حقيقيين مختلفين x و x' :النسبة $\frac{f(x)-f(x')}{x-x'}$ ثابتة (بمعنى أنّ تزايد الصورة متناسب مع تزايد المتغير).

التمثيل البياني لدالة تآلفية: هو مستقيم معادلته $y=ax+b$ معامل توجيهه a ونسمي b الترتيبة إلى المبدأ



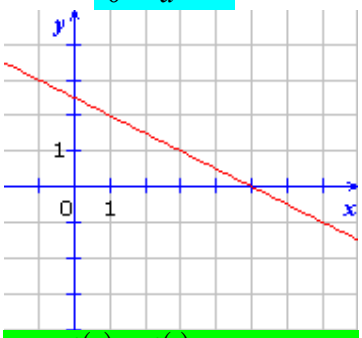




القراءة البيانية لمعامل توجيه دالة تآلفية:

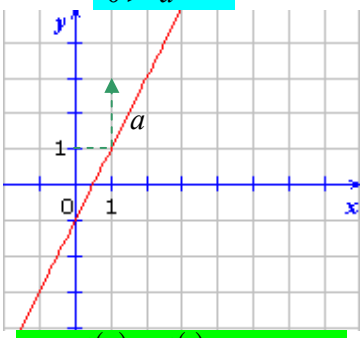
أمثلة

• حالة $a<0$



$$a=\frac{f(3)-f(1)}{3-1}=\frac{1-2}{2}=-\frac{1}{2}$$

• حالة $a>0$



$$a=\frac{f(2)-f(1)}{2-1}=\frac{3-1}{1}=2$$

اتجاه تغيّر دالة تآلفية:

مبرهنة : f دالة تآلفية معرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل $f(x)=ax+b$.

- إذا كان $a<0$ ، فإنّ f متناقصة تماما.
- إذا كان $a>0$ ، فإنّ f متزايدة تماما.

جدول تغيّرات دالة تآلفية:

• $a<0$

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		↘	

• $a>0$

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		↗	

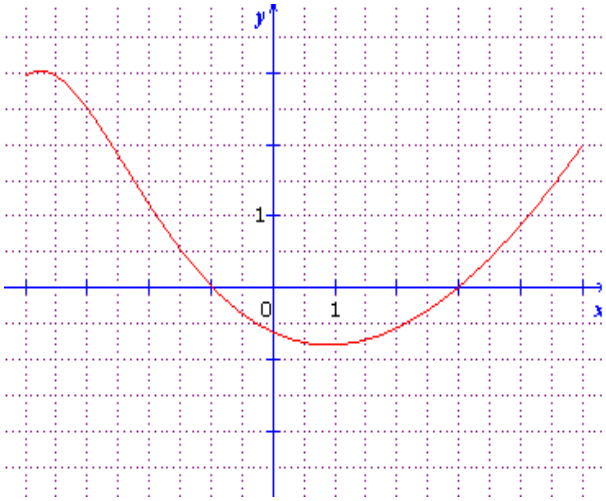
ملاحظة: في الحالة $a=0$ ، تكون الدالة ثابتة.

أمثلة 1. الدالة $g:x\mapsto -2x+1$ متناقصة تماما على $\mathbb{R}$ ، لأنّ -2 سالب.

2. الدالة $f:x\mapsto 3x+2$ متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ ، لأنّ 3 موجب.

التمثيل البياني وإشارة دالة : خواص: f دالة معرفة على مجال I من $\mathbb{R}$.

- تكون دالة f موجبة تماما على I إذا وفقط إذا كان تمثيلها البياني على I يقع فوق محور الفواصل.
- تكون دالة f سالبة تماما على I إذا وفقط إذا كان تمثيلها البياني على I يقع تحت محور الفواصل.
- تنعدم f من أجل x_0 من I إذا وفقط إذا كان تمثيلها البياني يقطع محور الفواصل عند x_0 .



مثال: نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[-4;5]$ والتي تمثيلها البياني معطى كما في الشكل المقابل.

يقع التمثيل البياني فوق محور الفواصل على المجالين $[-4;-1[$ و $]3;5]$ ؛ هو تحت محور الفواصل على المجال $]-1;3[$ ويقطع محور الفواصل عند -1 و 3 .

منه، الدالة f :

- موجبة تماما على $[-4;-1[$ و $]3;5]$.
- سالبة تماما على $]-1;3[$.
- تنعدم عند -1 و 3 .

ونلخص ذلك في الجدول التالي:

x	-4		-1		3		5
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

- **إشارة $ax+b$ $(a\neq 0)$**

نعلم أنّ التمثيل البياني للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة $f(x)=ax+b$ حيث $a\neq 0$ هو مستقيم معادلته $y=ax+b$.

من جهة أخرى، لدينا $f(x)=0$ يكافئ $ax+b=0$ أي $x=-\frac{b}{a}$.

هذا يعني أنّ المستقيم الممثل للدالة f يقطع محور الفواصل عند $-\frac{b}{a}$.

لدراسة إشارة $ax+b$، نحلّ المتراجحة $ax+b>0$.

نميّز عندئذ حالتين:

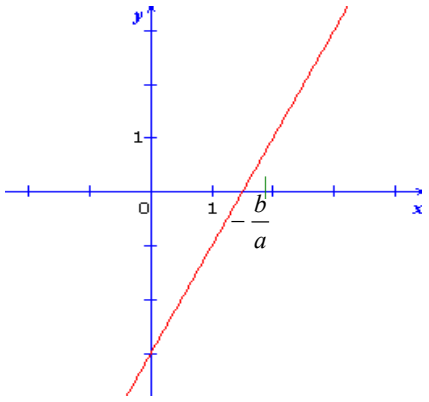
▪ $a>0$

$ax+b>0$ تكافئ $x>-\frac{b}{a}$

المستقيم الذي معادلته $y=ax+b$ يقع فوق محور الفواصل من أجل $x>-\frac{b}{a}$.

منه جدول إشارة $ax+b$:

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
إشارة $ax+b$	-	0	+



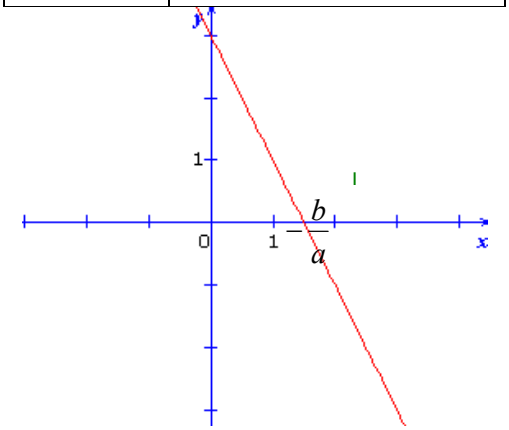
▪ $a<0$

$ax+b>0$ تكافئ $x<-\frac{b}{a}$

المستقيم الذي معادلته $y=ax+b$ يقع فوق محور الفواصل من أجل $x<-\frac{b}{a}$.

منه جدول إشارة $ax+b$:

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
إشارة $ax+b$	+	0	-



- **إشارة جداء أو حاصل قسمة: خاصية:**

جداء و حاصل قسمة عددين غير معدومين ومن نفس الإشارة هو عدد موجب تمام.

جداء و حاصل قسمة عددين غير معدومين ومن إشارتين متعاكستين هو عدد سالب تمام.

مثال:

لندرس إشارة $f(x)=(2x+3)(1-x)$ على $\mathbb{R}$.

إنّ $2x+3$ هي عبارة دالة تآلفية، تمثيلها البياني مستقيم معادلته $y=2x+3$ ومعامل التوجيه له 2 موجب تماما.

ولدينا كذلك $2x+3=0$ يكافئ $x=-\frac{3}{2}$.

كما أنّ $1-x$ هي عبارة دالة تآلفية، تمثيلها البياني مستقيم معادلته $y=-x+1$ ومعامل التوجيه له -1 سالب تماما. ولدينا كذلك $1-x=0$ يكافئ $x=1$. و منه:

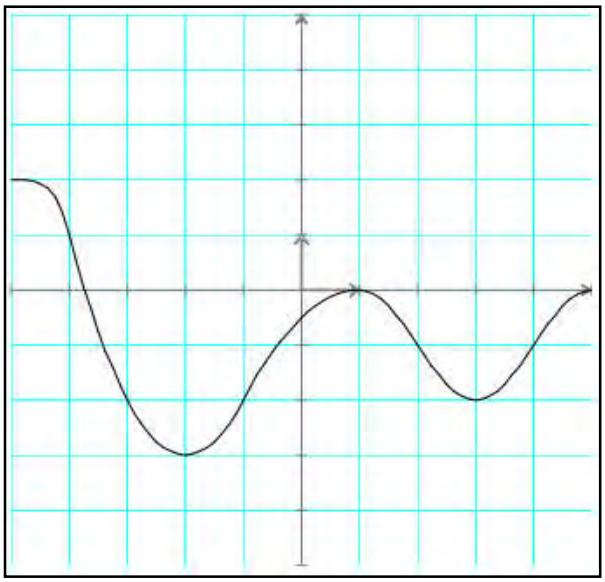
x	$+\infty$		1		$-\frac{3}{2}$	$-\infty$
$2x+3$		-	0	+		+
$1-x$		+		+	0	-
$(2x+3)(1-x)$		-	0	+	0	-

باب الفروض المحروسة و المنزلية

*****BEYMATHS***** | **المدة** : ساعتان

الفرض المحروس رقم ③ للثلاثي الأول

التمرين01 (7نقاط) دالة f معرفة بتمثيلها البياني التالي:



1. عين مجموعة تعريفها D_f
2. عين القيمة الحدية العظمى للدالة f والقيمة الحدية الصغرى محددا فواصل هذه النقط الحدية
3. ضع جدول تغيرات الدالة f
4. **بقراءة بيانية:**
   - عين صور الأعداد 2 ، -3 ، -4
   - عين سوابق العدد -2
5. باستعمال البيان حل المتراجحة: $f(x) \geq -1$
6. باستعمال البيان حل المعادلة $f(x) = -3$

التمرين02 (6 نقاط)

دالة f معرفة بجدول تغيراتها كمايلي :

x	-2		1		5		$+\infty$
$f(x)$	$\|\|^{+\infty}$	↘	-2	↗	4	↘	0

1. أذكر إن كانت الجمل التالية صحيحة أم خاطئة أم **لا يمكنك الحكم** عليها **مع التبرير**

① $f(0) \geq -3$ ② $f(4) > f(2)$ ③ $f(3) = 1$ ④ $f(0) \leq f(6)$

⑤ العدد 2 له 3 سوابق ⑥ العدد 4 هو قيمة حدية عظمى ⑦ إذا كان $a < b < 5$ فإن $f(a) < f(b)$

2. أرسم تمثيلا مناسبا لهذا الجدول

التمرين03 (7نقاط) لتكن f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \dfrac{6x+6}{x^2+3}$

1. أحسب $f(1)$ ، $f(\sqrt{3})$ ، $f(-3)$
2. عين حسابيا سوابق العددين 0 ، 2
3. أكمل الجدول التالي بإعطاء قيم مقربة

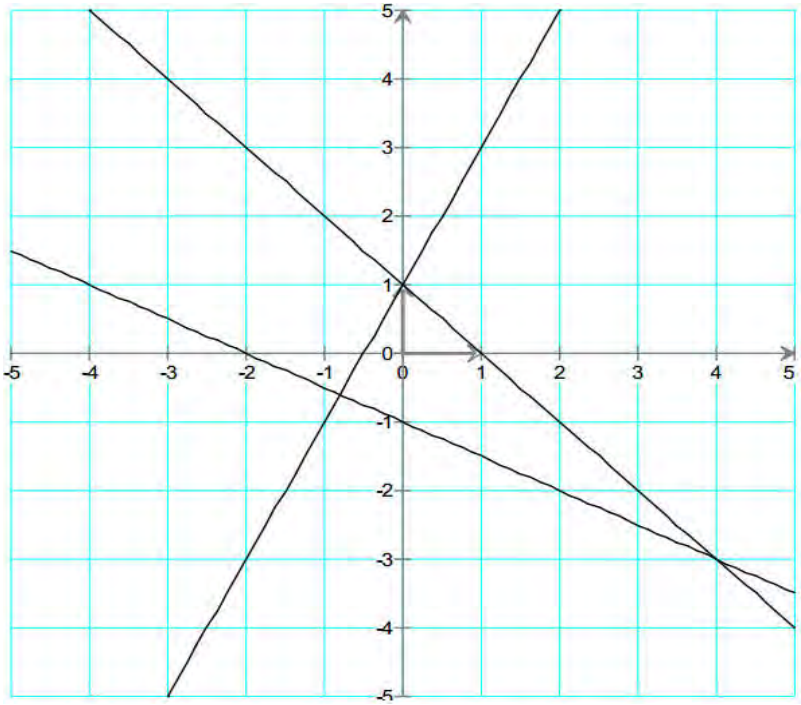
x	-7	-5	-3	-2	-1	0	1	2	3	5	7
$f(x)$											

4. مثل هذا الجدول في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ الوحدة $2cm$
5. استعمل البيان لحل المعادلة $\dfrac{6x+6}{x^2+3} = 1$

يراعى تنظيم الإجابة و وضوحها

الألة الحاسبة مسموح بها

الفرض المحروس رقم ③ للثلاثي الأول



التمرين01: (8 نقاط)

1. في الشكل المقابل رسمنا ثلاث مستقيمات ولتكن لدينا الدوال التالية المعرفة كمايلي:

$h(x)=-x+1$ ، $k(x)=2x-1$

$l(x)=-\frac{2}{3}x+1$ ، $m(x)=-\frac{1}{2}x-1$

$n(x)=x+1$ ، $p(x)=2x+1$

عين الدالة المقابلة لكل مستقيم مع التبرير

2. أرسم التمثيل البياني (C_f) للدالة f المعرفة كمايلي: $f(x)=-2x+3$

في نفس المعلم السابق

3. نسمي g دالة تألفية معرفة بـ:

$g(2)=5$ و $g(8)=17$

عين عبارة $g(x)$

التمرين02: (12 نقطة)

لتكن f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=|x+3|-|2x-4|$

1. أحسب $f(0)$ ، $f(2)$ ، $f(-7)$ ، $f(\sqrt{3})$

2. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$

3. بين أن لكل عدد حقيقي x فإن:

$$\begin{cases} f(x)=x-7 & / x\le -3 \\ f(x)=3x-1 & / -3<x<2 \\ f(x)=-x+7 & / x\ge 2 \end{cases}$$

" **كتابة** $f(x)$ **بدون قيمة مطلقة**"

4. ضع جدول تغيرات الدالة f ثم هل تقبل قيم حدية

5. أرسم التمثيل البياني (C_f) للدالة f

6. حل جبريا المعادلة $f(x)=1$

7. حل بيانيا المترجحة $f(x)\ge 1$

8. حل بيانيا المترجحة $|f(x)|\le 1$

يراعى تنظيم الإجابة و وضوحها

الألة الحاسبة مسموح بها

الباب الرابع

الدوال المرجعية

الكفاءات المستهدفة:

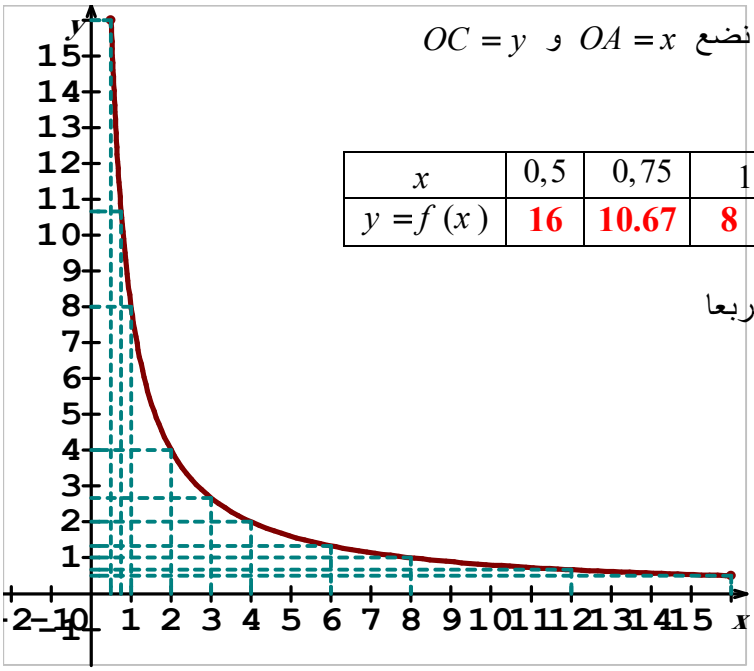
- تحديد اتجاه التغير و التمثيل البياني لكل من الدوال : $x \mapsto \sqrt{x}$ ، $x \mapsto \frac{1}{x}$ ، $x \mapsto x^2$
- استعمال الدوال المرجعية لمقارنة أعداد أو لحصرها.
- توظيف الدوال المرجعية لدراسة بعض الدوال الآخرى.
- استعمال الدوال المرجعية في حل المشكلات.
- معرفة تحويل الدرجة إلى الرديان و الرديان إلى الدرجة .
- تعليم نقطة على الدائرة المثلثية.
- معرفة العددان $\cos x$ و $\sin x$.
- تحديد اتجاه تغير الدالة "جيب تمام" و الدالة "جيب" على مجال معطى.
- تمثيل الدّالة "جيب تمام" و الدالة "جيب" على مجال معطى.

من بداية الأسبوع االرابع من نوفمبر إلى نهاية الأسبوع الثاني من ديسمبر

المدة: 5أسابيع **المدة الزمنية : 25ساعة**

الأسبوع الرابع من نوفمبر هو فترة اختبارات

لد لمرجعية



نشاط01: ليكن لدينا مستطيل $OABC$ مساحته $8cm^2$ نضع $OA=x$ و $OC=y$

1. عبر عن y بدلالة x
2. إملأ الجدول التالي :

x	0,5	0,75	1	2	3	4	6	8	12	16
$y=f(x)$	16	10.67	8	4	2.67	2	1.33	1	0.66	0.5

3. أرسم تمثيلا بيانا لهذا الجدول
4. ماهي قيمة x حتى يصبح المستطيل $OABC$ مربعا

الجواب: 1. لدينا $xy=8 \Leftrightarrow y=f(x)=\frac{8}{x}$

" نسمي $h:x\to h(x)=\frac{1}{x}$ **الدالة مقلوب**"

حتى يصبح مربع معناه $y=x$

ومنه $x^2=8 \Leftrightarrow \frac{8}{x}=x$ ومنه $\boxed{x=2\sqrt{2}\cong 2,8}$

الدرس:

① **الدالة مربع:** **تعريف:** هي دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^2$

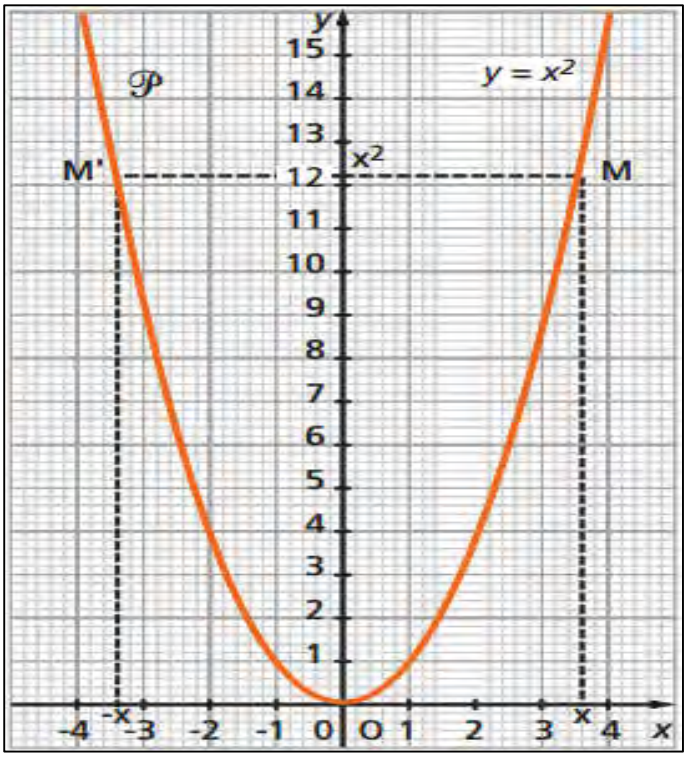
خواص: هي متزايدة على المجال $[0;+\infty[$ ومتناقصة على $]-\infty;0]$ و هي دالة زوجية

جدول تغيراتها:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$		↘	0	↗	

تمثيلها البياني:

x	-4	-3	-2	-1	-0,5	0	0,5	1	2	3	4
$f(x)=x^2$	16	9	4	1	0,25	0	0,25	1	4	9	16



إسم البيان: قطع مكافئ

تطبيقات:

التمرين01: قارن بين $(2,182)^2$ و $(2,1819)^2$

و بين $(-1,0001)^2$ و $(-0,9999)^2$

التمرين02: أعطي حصرا لـ: x^2 في كل حالة :

- $1<x<5$
- $-2<x<-0,5$
- $-\sqrt{2}\le x\le 2$ **استعمل البيان**

التمرين03:

1. بين أن: $x^2-6x+8=(x-2)(x-4)$
2. استنتج إشارة x^2-6x+8 في المجال $]2;4[$
3. بين أن النقطتان $A(2;4)$ و $B(4;16)$ من القطع المكافئ (P) ذو المعادلة $y=x^2$
4. هل القطعة المستقيمة $[AB]$ تقطع (P)

②الدالة مقلوب:

تعريف: هي دالة معرفة على $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[=\mathbb{R}^*$ بـ: $g(x)=\frac{1}{x}$

خواص: هي متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $]-\infty;0[$

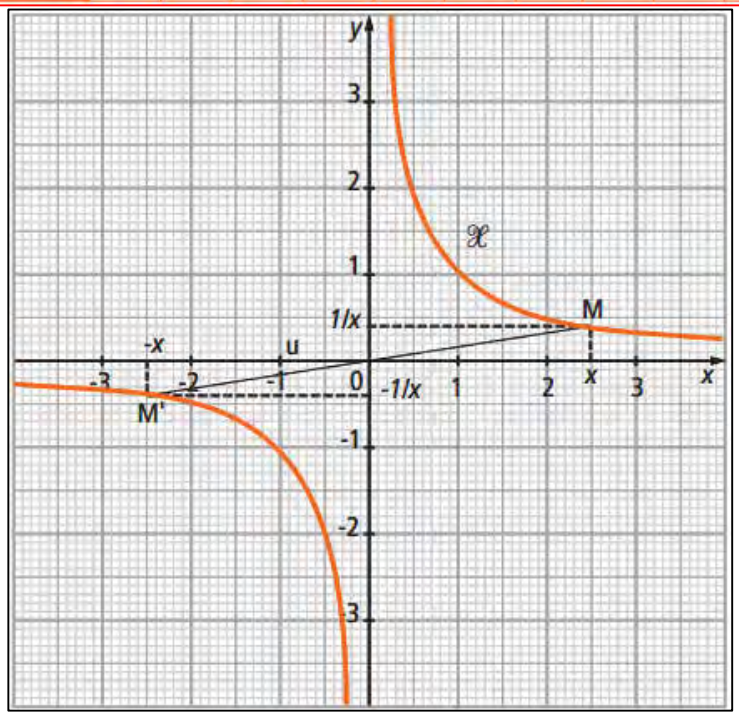
و هي دالة فردية

جدول تغيراتها:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g(x)=\frac{1}{x}$		↘	‖	↘	

تمثيلها البياني:

x	-4	-3	-2	-1	$-0,5$	$-0,25$	$0,25$	$0,5$	1	2	3	4
$g(x)=\frac{1}{x}$	$-0,25$	$-\frac{1}{3}$	$-0,5$	-1	-2	-4	4	2	1	$0,5$	$\frac{1}{3}$	$0,25$



إسم البيان: قطع زائد

تطبيقات:

التمرين01: قارن بين $\frac{1}{-0,0011}$ و $\frac{1}{-0,0099}$ ثم بين $\frac{1}{\pi-2}$ و $\frac{1}{1,15}$

التمرين02: أعطي حصرا لـ: $\frac{1}{x}$ في كل حالة :

- $1<x<5$
- $-2<x<-0,5$
- $0\le x\le 2$ **استعمل البيان**
- $x>2$
- $x<-3$

التمرين03: باستعمال البيان للدالة مقلوب عين مجال x في كل حالة:

- $1\le\frac{1}{x}\le 5$
- $-4\le\frac{1}{x}\le-\frac{1}{3}$
- $-\frac{1}{2}\le x\le 4$

طرائق و تمارين محلولة: **الصفحة 92 ، 93**

الإختبار الأول للثلاثي الأول

التمرين01: (3 نقاط)

1. إختزل الكتابات التالية

$A=\frac{3}{4}+\frac{7}{8}$ ، $B=\frac{5\times10^{3}}{7-2^{5}}$ ، $C=\frac{1+\sqrt{5}}{2}-\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{2}$ ، $D=(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})$

2. **عين** أصغر مجموعة تنتمي إليها الأعداد السابقة

التمرين02: (5 نقاط)

لتكن $m=3$ و $n=2$

1. أحسب $a=m^2+n^2$ ، $b=m^2-n^2$ ، $c=2mn$
2. أنشئ المثلث ذو الأضلاع a ، b ، c مع شرح طريقة الإنشاء
3. هل المثلث قائم علل إجابتك
4. بين أن لكل m و n الطبيعيين فإن : $\left(m^2-n^2\right)^2+\left(2mn\right)^2=\left(m^2+n^2\right)^2$
5. استنتج أبعاد مثلثين قائمين آخرين

التمرين03: (4 نقاط)

1. عين إتحاد و تقاطع المجالين التاليين: $I=[-2;+\infty[$ و $J=]-\infty;5[$
2. نعتبر جملة المتراجحات التالية: $\begin{cases}2(x-3)<x-1\\2-3x\leq 6-x\end{cases}$
   - حل هذه المتراجحة
   - أعطي النتيجة على شكل مجال

التمرين04: (8 نقاط)

لتكن f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^2-4x+3$

1. هل للدالة f شفعية
2. بين هل الجمل التالية **صحيحة** أم **خاطئة** " المطلوب الإجابة بدقة و عناية"
   - العدد 3 هو سابقة العدد 0
   - صورة العدد 2 هو العدد -1
   - إذا كان $x\geq 0$ فإن $f(x)\geq 0$
3. بين أن لكل عدد حقيقي x فإن: $f(x)=(x-1)(x-3)$ و أن : $f(x)=(x-2)^2-1$
4. حل في مجموعة الأعداد الحقيقية المعادلة $f(x)=0$
5. أدر اتجاه تغير الدالة f على المجال $[2;+\infty[$ ثم المجال $]-\infty;2]$
6. ضع جدول تغيرات الدالة f ثم أرسم البيان (C_f) في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$
7. نعتبر الدالة g معرفة على $\mathbb{R}^*=]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=\frac{1-x}{x}$
   - أوجد عدد حقيقي a بحيث لكل $x\neq 0$ فإن: $g(x)=\frac{1}{x}-a$
   - استنتج رسم للبيان (C_g) باستعمال بيان الدالة مقلوب
8. عين بيانيا حلول المعادلة $f(x)=g(x)$

BEYMATHS

المدة : ساعتان

القسم: 1 ج م ع ت

الإختبار الأول للثلاثي الأول

التمرين01: (3 نقاط)

❶ يعطى العددان الحقيقيان a و b الغير المعدومان و العدد : $E = \dfrac{(a^{-1})^2 b}{(a^{-3}b^{-2})^3}$

1. بسط العبارة E
2. نضع $a = \sqrt{5}-2$ و $b = \sqrt{5}+2$ بين أنهما مقلوبان لبعضهما ثم أحسب E

❷ ليكن العددان الحقيقيان x و y حيث : $x \in [-5;-2]$ و $y \in [1;3]$

1. أعطي حصرا لمايلي: $2x-1$ ، $2x-y$ و $1-y$
2. إختزل العبارة $A = \sqrt{4x^2-4x+1} - \sqrt{(2x-y)^2} + \sqrt{(1-y)^2}$

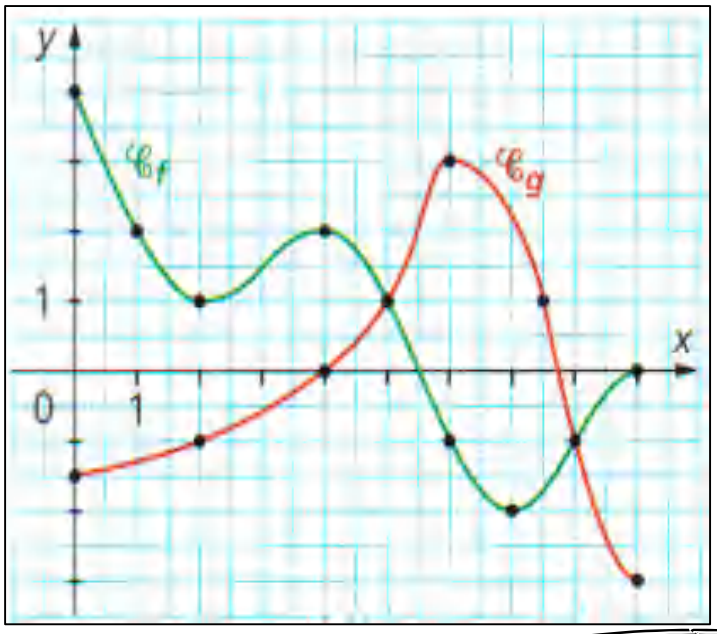
التمرين02: (5 نقاط) هل الجمل التالية صحية أم خاطئة مع التبرير

1. $-\dfrac{7}{3} \in \mathbb{Z}$
2. $[0;4] \cap]2;5] =]2;4]$
3. $\mathbb{Z} \cap \mathbb{N} = \mathbb{N}$
4. $]1;3] \cup [4;7] =]1;7]$
5. $[0;1] \subset \mathbb{N}$
6. $[0;1] \cap \mathbb{N} = \varnothing$

التمرين03: (4 نقاط) أنقل ثمّ أكمل الجدول التالي مع التوضيح .

الحصر	المجال	المسافة	القيمة
$-2 < x < 3$			
	$x \in]2\,;\,4[$		
		$d(x\,;2) \leq 3$	
			$\lvert x+2 \rvert < 4$

التمرين04: (8 نقاط)

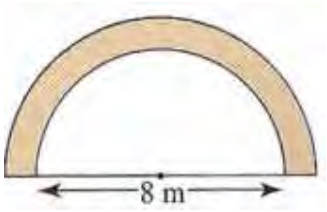


لتكن f و g دالتين معرفتان على $\mathbb{R}$ بالتمثيلين التاليين:

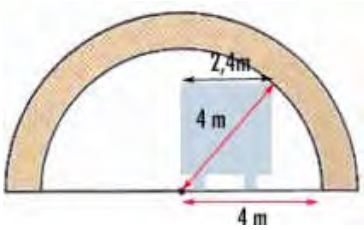
1. عين مجموعة تعريف الدالتين f و g
2. عين بيانيا صورة العدد 1 بواسطة الدالة f
3. عين بيانيا سابقة العدد 3 بواسطة الدالة f
4. عين بيانيا $g(0)$
5. حل بيانيا المعادلة $g(x) = 1$
6. حل بيانيا المتراجحة $g(x) > -1$
7. ضع جدول إشارة للدالة f
8. ضع جدول تغيرات للدالة f
9. حل بيانيا المعادلة $f(x) = g(x)$
10. حل بيانيا المتراجحة $f(x) < g(x)$
11. عين بيانيا قيمة حدية عظمى للدالة g محددا فاصلتها
12. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) \times g(x) = 0$

يراعى تنظيم الإجابة و وضوحها
الألة الحاسبة مسموح بها

③الدالةجذر تربيعي:



نشاط: الصورة التالية تمثل صورة نفق على شكل نصف دائرة قطرها $8m$
شاحنة عرضها $2,4m$ ماهوالحد الأعلى للإرتفاع للشاحنة حتى تمر من النفق

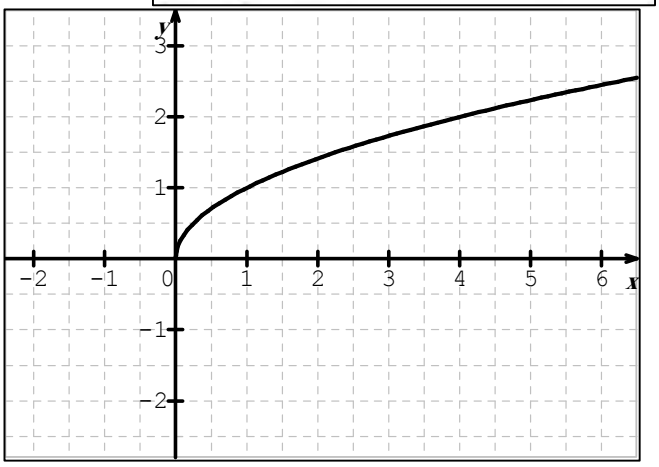


الجواب: نسمي x ارتفاع الشاحنة
ومنه : حسب مبرهنة فيثاغورث فإن: $x^2+(2,4)^2=4^2$
ومنه: $x=\sqrt{10,24}\cong 3,2$

تعريف: هي دالة معرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $g(x)=\sqrt{x}$
خواص: هي متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ وليس لها شفعية
جدول تغيراتها:

x	0	$+\infty$
$f(x)$	0	↗

تمثيلها البياني:



تطبيق: (C) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على $[-2;+\infty[$ بـ: $f(x)=1+\sqrt{x+2}$
و (H) هو التمثيل البياني لدالة الجذر التربيعي.

أ) أدرس تغيرات الدالة f و شكّل جدول تغيراتها
ب) بين أنّه يمكن استنتاج (C) انطلاقا (H) بانسحاب يطلب تعيين شعاعه. أنشئ (C)

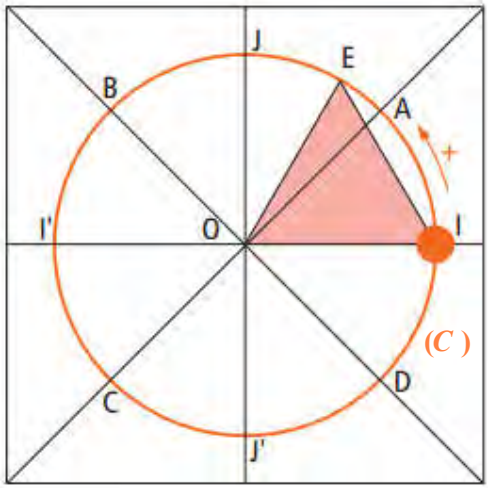
④الدالتان جيب و جيب التمام لعدد حقيقي:

نشاط01: الهدف: "طول قوس من دائرة"

لاحظ الشكل المقابل الذي يمثل معلم متعامد و متجانس $(O;I;J)$

ودائرة (C) مركزها O ونصف قطرها 1 ومنصفات الزوايا $I\hat{O}J$ و $J\hat{O}I'$ تقطع (C) في A ، B ، C و D

كرية حمراء تتحرك على (C) باتجاه السهم كما هو مبين في الشكل



1. ماهو الطول الذي تقطعه الكرية للرجوع إلى I
2. ماهو الطول الذي تقطعه الكرية للوصول إلى I' ثم إلى J'
3. ماهو الطول الذي تقطعه الكرية للوصول إلى A ثم إلى B ثم إلى C ثم إلى D ثم إلى E بحيث المثلث IOE متقايس الأضلاع
4. أين تتوقف الكرية لما تقطع مسافة تساوي 6π ثم 9π ثم $\frac{5\pi}{2}$

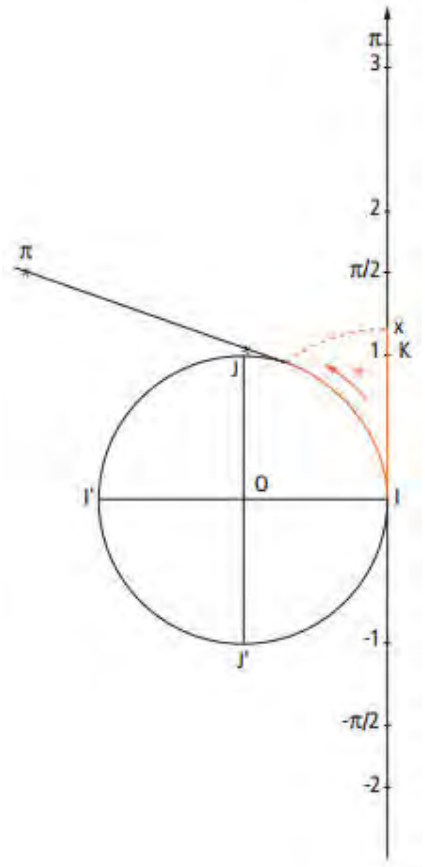
نشاط02: الهدف: " لف المستقيم العددي على الدائرة دائرة"

لاحظ الشكل المقابل الذي يمثل معلم متعامد و متجانس $(O;I;J)$

ودائرة (C) مركزها O ونصف قطرها 1 و $K(1;1)$ و المماس للدائرة و المار من K ومدرج بمثل $\mathbb{R}$

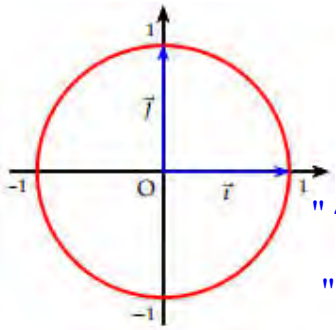
نقوم بلف هذا المستقيم حول الدائرة (C) بحيث النقطة المشتركة I تبقى ثابتة

و لكل عدد حقيقي x تقابله نقطة وحيدة M من الدائرة (C)



1. اشرح لماذا J تقابل العدد $\frac{\pi}{2}$
2. ماهي النقطة التي تقابل $-\frac{\pi}{2}$
3. اشرح لماذا الأعداد تقابل 0 ، 2π و -2π تقابل نفس النقطة من الدائرة (C)
4. أعطي ثلاث أعداد حقيقية تقابل النقطة I'
5. ضع النقطة على الدائرة (C) تقابل العدد $\frac{2\pi}{3}$

🕮 الـــــــــــــــــــــــدروس* Cours:



- **الدائرة المثلثية** : نسمي دائرة مثلثية كل دائرة نصف قطرها 1 ومرفقة بمعلم متعامد و متجانس وموجهة بتوجيه مباشر " عكس عقارب الساعة"
- **تدريج دائرة :**

1. **الدرجة:** هو طول قوس من دائرة يساوي $\frac{1}{360}$ **" نقسم الدائرة إلى 360 تدريجة "**
2. **الغراد:** هو طول قوس من دائرة يساوي $\frac{1}{400}$ **" نقسم الدائرة إلى 400 تدريجة "**
3. **الراديان:** هو طول قوس من دائرة يساوي **نصف قطرها**

وبالتالي: إذا كان لدينا زاوية قيسها α درجة و β غراد و γ راديان فالعلاقة التناسبية التالية: $\frac{\alpha}{180}=\frac{\beta}{200}=\frac{\gamma}{\pi}$

تسمح بالتحول من وحدة إلى وحدة أخرى

مثال: أكمل الجدول

الأعداد بالدرجة	15	60			
الأعداد بالغراد				100	
الأعداد بالراديان			$\frac{\pi}{4}$		$\frac{3\pi}{4}$

- **المستقيم العددي والدّائرة المثلّثية:**

(C) دائرة مثلثية $(O;I;J)$ معلم متعامد و متجانس مرفق إلى الدائر ة المثلثية (C)

إذا تحركنا من I نحو J في الاتجاه الموجب نقول أن المعلم **مباشر** $K(1;1)$

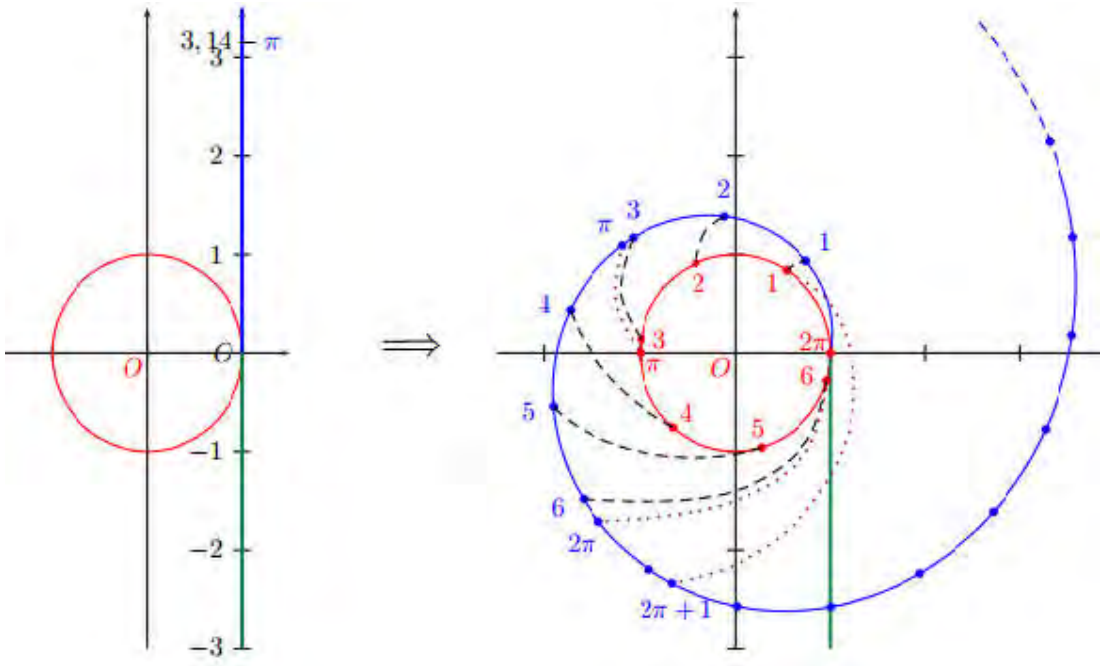
وليكن المعلم الخطي $(I;K)$ المرفق إلى المستقيم (IK) يمثل الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

لف المستقيم (IK) على الدائرة المثلثية (C)

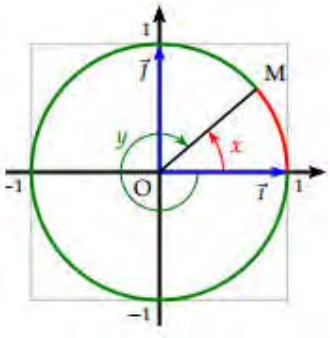
لكل نقطة من المستقيم (IK) يقابلها عدد حقيقي x والذي يقابل نقطة وحيدة M من الدائرة المثلثية (C)

لكل نقطة وحيدة M من الدائرة المثلثية (C) يقابلها مالا نهاية من الأعداد الحقيقية x ، $x+2\pi$ ، $x-2\pi$ ، $x+4\pi$ .....

مثال: الشكل المقابل يوضح أن النقطة M ذات الفاصلة $2,4$ و $2,4-2\pi=-3,88$



خاصية: العددان x و y يكونا قيسان لنفس الزاوية إذاكان و فقط إذا كان $\boxed{x-y=k\,2\pi\,/\,k\in\mathbb{Z}}$ أي: $\boxed{x=y+k\,2\pi\,/\,k\in\mathbb{Z}}$



مثال: بين أن العددان $x=\frac{\pi}{6}$ و $y=-\frac{51\pi}{6}$ قيسان لنفس الزاوية

الجواب: $x-y=\frac{\pi}{6}-(-\frac{51\pi}{6})=\frac{52\pi}{6}=26\pi=13\times 2\pi$

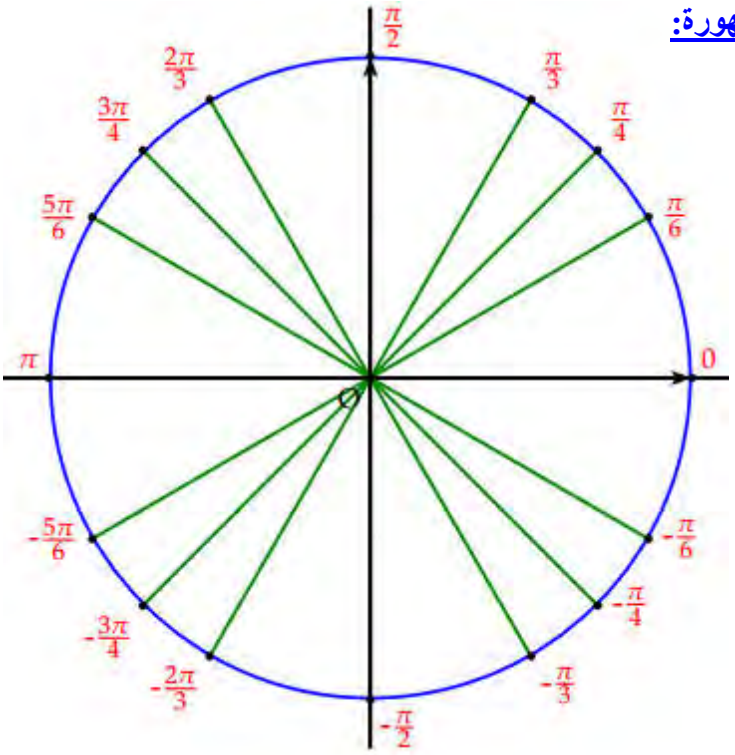
القيس الرئيسي: نسمي القيس الرئيسي هو كل قيس ينتمي إلى المجال $]-\pi;\pi]$

مثال: عين القيس الرئيسي للزاويا التي قيسها $x=\frac{17\pi}{4}$ ، $x=-\frac{31\pi}{6}$

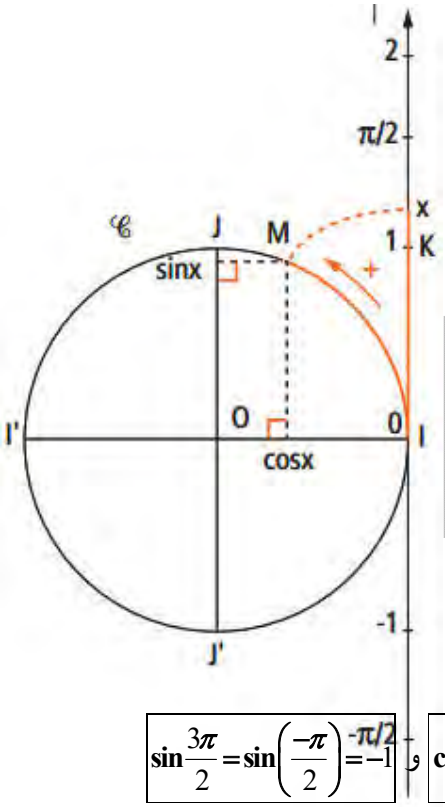
الجواب: $\frac{17\pi}{4}-k\,2\pi=\frac{\pi(17-8k)}{4}=\frac{\pi}{4}\,/\,k=2$

$-\frac{31\pi}{6}+k\,2\pi=\frac{\pi(-31+12k)}{6}=\frac{5\pi}{6}\,/\,k=3$

أقياس زوايا مشهورة:



تمرين: علم على دائرة مثلثية صور الأعداد التالية : $x=\frac{47\pi}{6}$ ، $x=-\frac{83\pi}{4}$



تعريف: $(O;I;J)$معلم متعامد و متجانس مباشر و (C) دائرة مثلثية

و لتكن M مرفقة إلى العدد الحقيقي x من الدائرة (C)

- جيب تمام العدد الحقيقي x، فاصلة النقطة M ونرمز إليه بالرّمز $\cos x$.
- جيب العدد الحقيقي x، ترتيب النقطة M ونرمز إليه بالرّمز $\sin x$

أمثلة:

1. العدد 0 يقابل النقطة $I(1,0)$ ومنه: $\boxed{\cos 0=1}$ و $\boxed{\sin 0=0}$
2. العدد $\frac{\pi}{2}$ يقابل النقطة $J(0,1)$ ومنه: $\boxed{\cos\frac{\pi}{2}=0}$ و $\boxed{\sin\frac{\pi}{2}=1}$
3. العدد π يقابل النقطة $I'(-1,0)$ ومنه: $\boxed{\cos\pi=-1}$ و $\boxed{\sin\pi=0}$
4. للعددين $-\frac{\pi}{2}$ و $\frac{3\pi}{2}$ نفس الصورة $J'(0,-1)$ إذن : $\boxed{\cos\frac{3\pi}{2}=\cos\left(\frac{-\pi}{2}\right)=0}$ و $\boxed{\sin\frac{3\pi}{2}=\sin\left(\frac{-\pi}{2}\right)=-1}$ $-\pi/2$

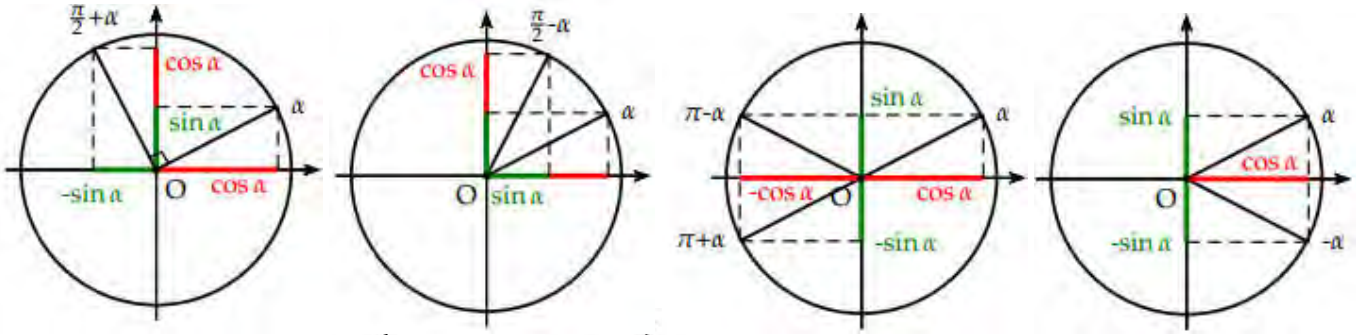
جدول جيب التمام وجيب أعداد حقيقية مألوفة:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

مبرهنة: من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ و $-1 \le \sin x \le 1$ و $-1 \le \cos x \le 1$

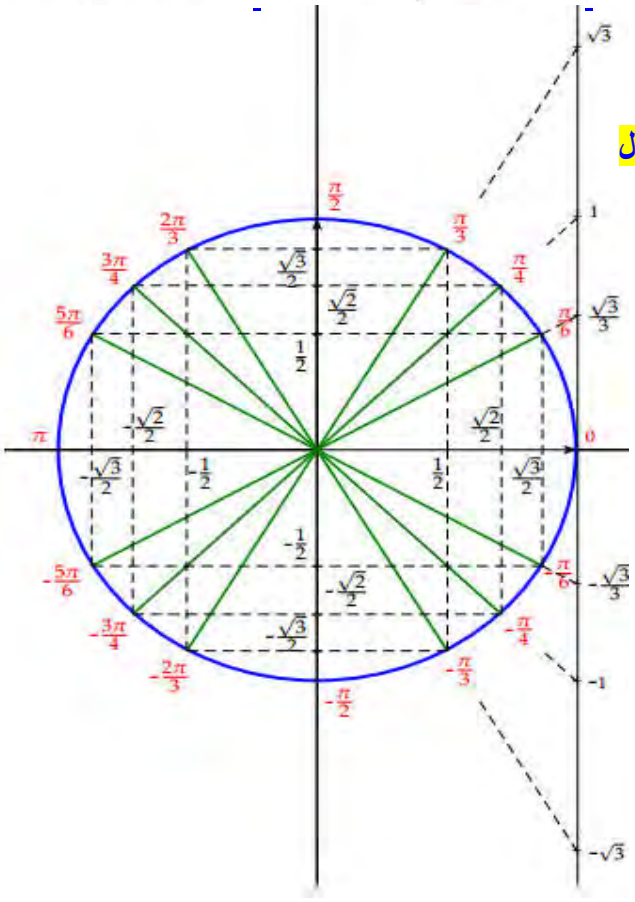
العلاقة بين زاويتين:

1. بين القيسين α و $-\alpha$: $\cos(-\alpha) = \cos\alpha$ دالة زوجية و $\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$ دالة فردية
2. بين القيسين α و $\pi - \alpha$: $\cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$ و $\sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha$
3. بين القيسين α و $\pi + \alpha$: $\cos(\pi + \alpha) = -\cos\alpha$ و $\sin(\pi + \alpha) = -\sin\alpha$
4. بين القيسين α و $\frac{\pi}{2} - \alpha$: $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin\alpha$ و $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha$
5. بين القيسين α و $\frac{\pi}{2} + \alpha$: $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin\alpha$ و $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos\alpha$



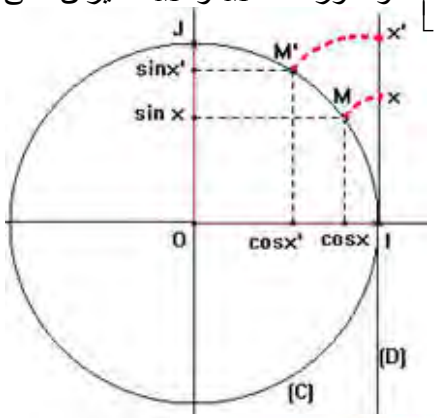
والآن جيب التمام وجيب أعداد حقيقية مألوفة:

باستخدام العلاقات السابقة ويترك للتلاميذ تكملته بعد شرح مثال



اتجاه تغيّر الدّالتين "جيب تمام" و "جيب" على المجال $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$

خاصية 1: في الشكل المقابل : العددان الحقيقيان x و x' ينتميان إلى المجال $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ وصورتاهما M و M' تتغيران على ربع الدائرة من I إلى J إذا كان $x < x'$ فإن $\sin x < \sin x'$ و $\cos x > \cos x'$. نستنتج أنّ:



- الدالة $\cos x$ متناقصة تماما على المجال $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$
- الدالة $\sin x$ متزايدة تماما على المجال $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$.

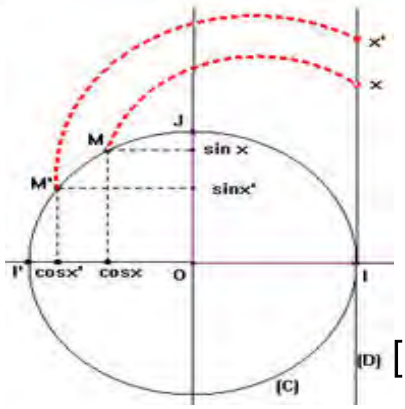
خاصية2

في الشكل المقابل:العددان الحقيقيان x و x' ينتميان إلى المجال $\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$

وصورتاهما M و M' تتغيران على ربع الدّائرة من J إلى I'

إذا كان $x < x'$ فإن $\sin x > \sin x'$ و $\cos x > \cos x'$

نستنتج :



- الدالة cos متناقصة تمام على المجال $\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$
- الدالة sin متناقصة تماما على المجال $\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$

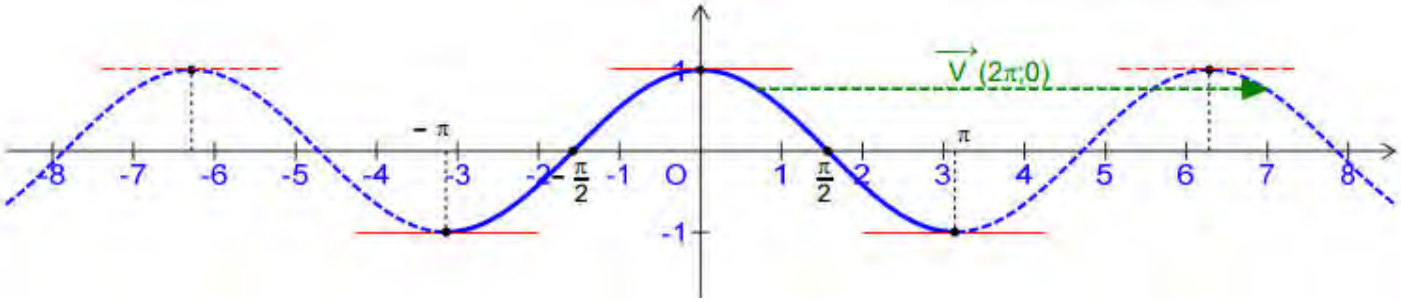
- جدول تغيّرات الدّالتين "جيب تمام" و "جيب" على المجال $[-\pi\ ;\ \pi]$

نستنتج من الخاص1 و من الخاصة2 :

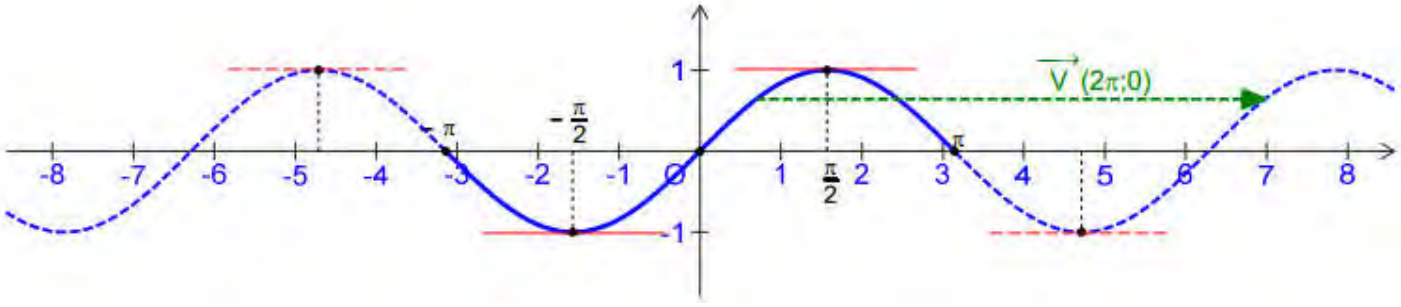
x	$-\pi$		0		π
cos		↗	1	↘	
	-1				-1

x	$-\pi$		$-\frac{\pi}{2}$		$\frac{\pi}{2}$		π
sin	0	↘		↘	1	↗	
			-1				0

بيان الدالة cos



بيان الدالة sin



الباب الخامس

الصيغ الجبرية و المعادلات المتراجحات

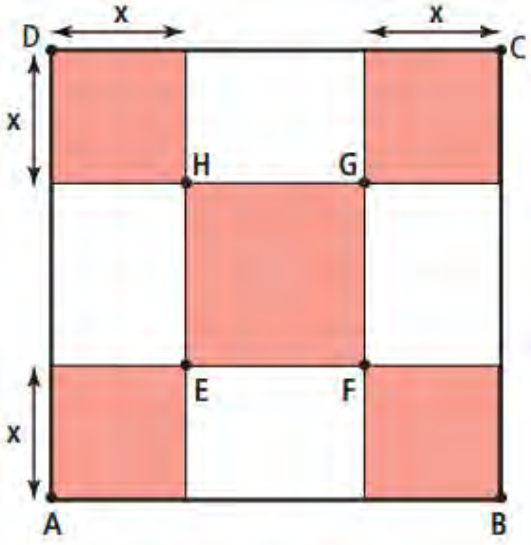
الكفاءات المستهدفة:

- التعرف على مختلف الصيغ لنفس العبارة الجبرية (صيغة مختصرة، صيغة محللة، .....).
- تحويل كتابة عبارة (نشرها، تحليلها، اختصارها) و اختيار الصيغة المناسبة تبعا للهدف المنشود.
- كتابة العبارة ax^2+bx+c على الشكل النموذجي$(a\neq 0)$.
- تحليل العبارة ax^2+bx+c $(a\neq 0)$.
- استعمال المميّز لحلّ المعادلة: $ax^2+bx+c=0, a\neq 0$
- توظيف المعادلات والمتراجحات من الدرجة الأولى و المعادلات من الدرجة الثانية لحلّ مشكلات.
- استعمال جدول الإشارات لحلّ متراجحة.
- حلّ،جبريا، معادلات ومتراجحات من الشكل: $f(x)=g(x)$ ، $f(x)=k$ ، $f(x)<g(x)$ ، $f(x)<k$

من بداية الأسبوع الأول من جانفي إلى نهاية الأسبوع الثاني من جانفي

المدة: 2أسابيع **المدة الزمنية :** 10ساعة

الصيغ الجبرية و المعادلات و المتراجحات



نشاط01: الشكل المقابل يمثل مربع طول ضلعه 5 نرسم بداخله مربعات طول ضلعها x ونهتم بـ: $S(x)$ مجموع المساحة الملونة للمربعات الخمسة

1. بين ببرهان هندسي أن : $S(x)=4x^2+(5-2x)^2$ و $S(x)=25-4x(5-2x)$
2. بين أن : $S(x)=8x^2-20x+25$
3. باستعمال العبارة المناسبة أحسب: $S(2,5)$ و $S(\sqrt{3})$
4. بين أن : $S(x)=8\left(x-\frac{5}{4}\right)^2+12,5$
5. استنتج أن المساحة $S(x)$ تكون أدنى ما يمكن لما $x=\frac{5}{4}$ أعطي قيمتها
6. بين أن: $S(x)=(2x-1)(4x-8)+17$
7. عين قيمة x بحيث : $S(x)=17$

الجواب:

1. المساحة $S(x)$ هي مجموع مساحات أربع مربعات تساوي $4x^2$ ومساحة المربع $EFGH$ التي تساوي $(5-2x)^2$
ومنه : $S(x)=4x^2+(5-2x)^2 \rightarrow$ (*)

من جهة ثانية: المساحة $S(x)$ هي المساحة الكلية للمربع $ABCD$ والتي تساوي 25 نحذف منها المساحات البيضاء
حيث: المساحة البيضاء الواحدة عرضها x و طولها $5-2x$ ومنه مساحتها تساوي $x(5-2x)$
وعليه : $S(x)=25-4x(5-2x) \rightarrow$ (**)

2. بعد النشر نجد: $S(x)=8x^2-20x+25 \rightarrow$ (***)
3. $S(2,5)=25$ باستخدام العبارة (*) و $S(\sqrt{3})=49-20\sqrt{3}$ باستخدام العبارة (***)
4. بعد النشر نجد: $S(x)=8\left(x-\frac{5}{4}\right)^2+12,5=8x^2-20x+25$
5. لدينا : لكل $x \neq \frac{5}{4}$: $8\left(x-\frac{5}{4}\right)^2>0$ ومنه: $S(x)>12,5$ ومنه: $S(x)>S(\frac{5}{4})$
وعليه نستنتج أن المساحة $S(x)$ تكون أدنى ما يمكن لما $x=\frac{5}{4}$ و قيمتها هي: 12,5
6. بعد النشر نجد: $S(x)=(2x-1)(4x-8)+17=8x^2-20x+2$
7. $S(x)=17$ تكافئ $(2x-1)(4x-8)=0$ ومنه: $(2x-1)(4x-8)+17=17 \Leftrightarrow S=\left\{\frac{1}{2};2\right\}$

ملاحظات :
$$\begin{cases} S(x)=4x^2+(5-2x)^2 \\ S(x)=25-4x(5-2x) \\ S(x)=(2x-1)(4x-8)+17 \\ S(x)=8x^2-20x+25 \end{cases}$$
تمثل مختلف صيغ الجبرية للمساحة

$S(x)=8x^2-20x+25$ الصيغة المنشورة لها

$(2x-1)(4x-8)+17=17$ تسمى معادلة واخترنا هذه الصيغة من العبارات المختلفة لـ: $S(x)$
لأنها تحتوي على العدد17 يساعد على الإختزال

📖 الـــــــ

● **متطابقات الشهيرة:**

مبرهنة 1: A ، B عبارتان جبريتان.

$\boxed{(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2}$ ، $\boxed{(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2}$ ، $\boxed{(A+B)(A-B) = A^2 - B^2}$

أمثلة:

$$(2x+1)^2 = (2x)^2 + 2\times 2x \times 1 + 1^2 = 4x^2 + 4x + 1$$

$$(x-3)^2 = x^2 - 2\times x \times 3 + 3^2 = x^2 - 6x + 9$$

$$\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{3}-1\right) = \left(\sqrt{3}\right)^2 - 1 = 3 - 1 = 2$$

● **ترابط الدوال:**

الدوال المرجعية:

هي الدوال التألفية ، الدالة مربع ، الدالة مكعب ، الدالة مقلوب ، الدالة جذر تربيعي ، الدالتان جيب التمام و الجيب

ترابط الدوال: يعني إعطاء السلسلة التي تمكننا من الوصول إلى العبارة $f(x)$ باستخدام الدوال المرجعية

مثال01: $f(x) = 3x^2$ حيث : $U(x) = x^2$ و $V(x^2) = x^2$

$$\boxed{x \xrightarrow[U]{} x^2 \longrightarrow 3x^2 \quad (X \xrightarrow{V} 3X)}$$

تلاحظ للوصول إلى $f(x)$ نربع ثم نضرب النتيجة في 3 أي للمرور من : x إلى $f(x)$ نجري ترابط لدالتين مرجعيتين أولا الدالة مربع ثم دالة تألفية لاحظ المخطط

مثال02: $f(x) = 4(x-1)^2 + 5$

$$\boxed{x \xrightarrow[U]{} (x-1) \longrightarrow (x-1)^2 \xrightarrow{k} 4(x-1)^2 + 5 \quad (X \xrightarrow{V} X^2)}$$

$$\boxed{t \rightarrow 4t + 5}$$

للمرور من : x إلى $f(x)$ نجري ترابط ثلاث دوال مرجعية أولا الدالة دالة تألفية $U : x \longrightarrow (x-1)$

ثانيا: دالة مربع $V : X \longrightarrow X^2$ ثم دالة تألفية : $k : t \longrightarrow 4t + 5$ لاحظ المخطط

● **تحويل العبارات الجبرية:**

1. **تبسيط مجموع:** يعني جمع الحدود التي لها نفس الدرجة

مثال: بسط مايلي: $f(x) = 4x^2 + 6x - 5 + 2x^3 - 2x^2 - 3x + 4$

الجواب: $f(x) = 2x^3 + 2x^2 + 3x - 1$ **مبسطة و مرتبة**

2. **نشر عبارة:** يعني تحويلها إلى مجموع

مثال: $f(x) = (x-5)(2x+3) - 4x(x+2)$

الجواب: $f(x) = (x-5)(2x+3) - 4x(x+2) = \boxed{-2x^2 - 15x - 15}$

3. **نشر عبارة:** يعني تحويلها إلى جداء باستخدام العامل المشترك أو المتطابقات الشهيرة

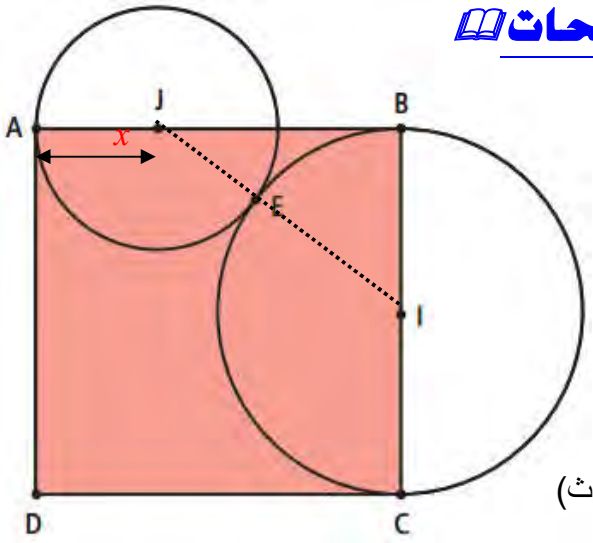
مثال: 1. حلل إلى جداء مايلي $f(x) = (x-5)(2x+3) - 4x(2x-10) + (x^2 - 10x + 25)$

2. نعلم أن: $20^2 = 400$ أحسب ذهنيا 21^2 بطريقتين مختلفتين: **1.** $(20+1)^2$ **2.** $21^2 - 20^2$

3. أحسب $(10n+5)^2$ ثم استنتج طريقة ذهنية لحساب مربع عدد رقم أحاده 5 ثم جرب $25^2; 45^2; 105^2$

4. لتكن g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = \dfrac{x^2-4}{x^2+4}$ بين أن: $g(x) = 1 - \dfrac{8}{x^2+4} = \dfrac{2x^2}{x^2+4} - 1$

🕮المعادلات و المتراجحات🕮



نشاط01: الشكل المقابل يمثل مربع طول ضلعه 4 و I منتصف $[BC]$
لتكن J نقطة كيفية من $[AB]$ نضع : $AJ=x$ و لتكن (C)دائرة مركزها J و تمر من A ولتكن (Γ) الدائرة التي قطرها $[BC]$

الهدف من النشاط:
هوإيجاد موضع للنقطة J حتى تكون الدائرتان متماستان في E

1. عبر عن JI^2 بدلالة x ثم تحقق من أن : تكون الدائرتان متماستان إذا كان: $(x+2)^2=(4-x)^2+2^2$

2. حل المعادلة السابقة

3. استنتج وضعية النقطة J حتى تكون الدائرتان متماستان

الجواب: 1. المثلث JBI قائم في B ومنه: $JI^2=JB^2+BI^2$ (فيثاغورث)
ولدينا : $JB=4-x$ و $BI=2$ ومنه: $JI^2=(4-x)^2+2^2$
تكون الدائرتان متماستان إذاكان: $JI=JE+EI$ ومنه $JI=x+2$ وعليه من العلاقتين ينتج $(x+2)^2=(4-x)^2+2^2$

2. حل المعادلة: $(x+2)^2=(4-x)^2+2^2$ تكافئ بعد النشر $12x-16=0$ ومنه : $x=\frac{4}{3}$

3. حسب حل المعادلة فإن J تقع على ثلث القطعة $[AB]$ ابتداءا من A

🕮 الـــــــــــــــــدروس* Cours:

1. المعادلات المتكافئة: نقول عن معادلتان أنهما متكافئتان إذا كان لهما نفس مجموعة الحلول

مثال: $(x+2)^2=(4-x)^2+2^2$ تكافئ $12x-16=0$ **نستطيع استبدال كلمة تكافئ بالرمز ⇔ ونكتب**

$$\boxed{12x-16=0} \Leftrightarrow \boxed{(x+2)^2=(4-x)^2+2^2}$$

2. خواص:

- **قاعدة الجداء المعدوم:** يكون الجداء معدوم إذا كان و فقط إذا كان أحدهما معدوم

$$\boxed{A(x)\times B(x)=0} \Leftrightarrow \boxed{A(x)=0} \text{ أو } \boxed{B(x)=0}$$

نتيجة: $\boxed{(A(x))^n=0} \Leftrightarrow \boxed{A(x)=0}$

مثال: حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية **1.** $3-7x-(1-x)=2(x+1)$ **2.** $(2x+3)^2=(x-5)^2$ **3.** $(2x+3)^5=0$

- **المعادلات الناطقة:** $\boxed{\frac{A(x)}{B(x)}=0 \Leftrightarrow \begin{cases} A(x)=0 \\ B(x)\neq 0 \end{cases}}$ نسمي الشرط $\boxed{B(x)\neq 0}$ بحيز الصحة

مثال: حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية **1.** $\frac{(x^2-1)^2}{x+1}=0$ **2.** $\frac{2}{x}=\frac{3}{x+5}$

تمارين تطبيقية:

التمرين01: أوجد 5 أعداد طبيعية متتابعة بحيث مجموع مربعات العددين الأكبرين لهما يساوي مجموع الأعداد الباقية

التمرين02: ما هو العدد الذي نضيفه لبسط و مقام الكسر $\frac{3}{7}$ للحصول على ضعف الكسر السابق

2. المتراجحات المختلفة:

- **متراجحة جداء:** $\boxed{A(x)\times B(x)>0} \Leftrightarrow$ $A(x)$ و $B(x)$ من الإشارة

مثال: حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية **1.** $(3x-6)(4-x)=0$ **2.** $(5-x)(2x-1)-(5-x)^2\leq 0$

- **متراجحة حاصل قسمة:** $\boxed{\frac{A(x)}{B(x)}<0 \Leftrightarrow \begin{cases} A(x)\times B(x)<0 \\ B(x)\neq 0 \end{cases}}$ نسمي الشرط $\boxed{B(x)\neq 0}$ بحيز الصحة

مثال: حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية **1.** $\frac{x-3}{x+2}<0$ **2.** $\frac{5-3x}{x}+\frac{3x}{x+1}\geq 0$

🕮المعادلات من الدرجة الثانية🕮

1. **المعادلات من الدرجة الثانية: تعريف:** هي كل معادلة من الشكل $ax^2+bx+c=0 \quad / \quad a\neq 0$

2. **الشكل النموذجي للعبارة $ax^2+bx+c=0$:** من أجل كلّ عدد حقيقي x و a عدد حقيقي غير معدوم،

لدينا: $ax^2+bx+c=a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right)$ لكن $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}$

ومنه $ax^2+bx+c=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}\right]$

نضع $\Delta=b^2-4ac$، عندئذ $ax^2+bx+c=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}\right]$

3. **تعريف:** العدد $\Delta=b^2-4ac$ هو مُميّز العبارة $ax^2+bx+c=0 \quad / \quad a\neq 0$ ونرمز إليه بالرمز Δ (نقرأ " دلتا").

$a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}\right]$ هو الشّكل النموذجي للعبارة $ax^2+bx+c=0 \quad / \quad a\neq 0$

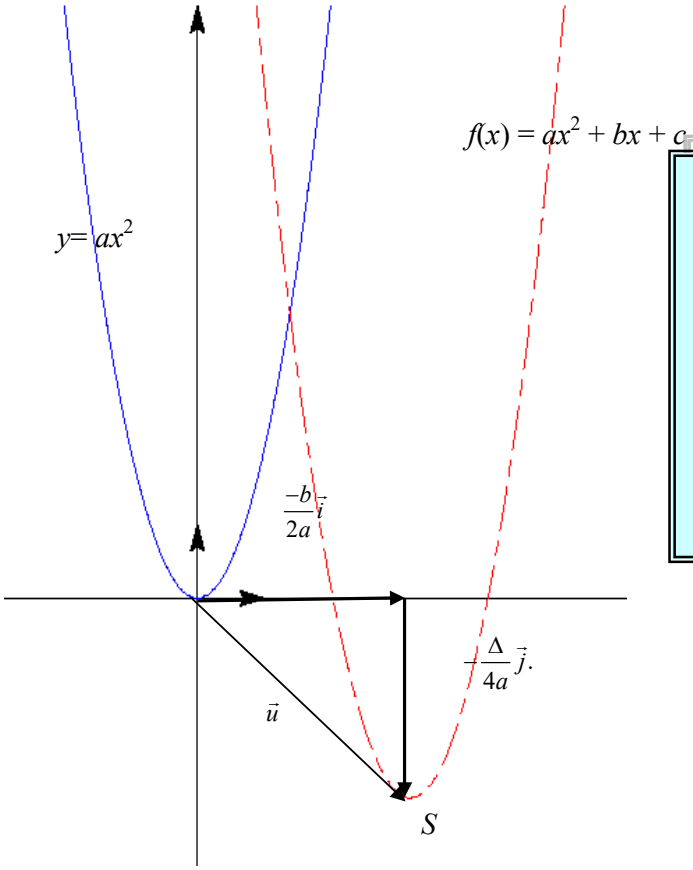
تطبيق: أعطي الشكل النموذجي لمايلي: **1.** $3x^2-6x+4$ **2.** $-2x^2+x-4$ **3.** x^2+6x+9

مبرهنة: لتكن المعادلة $f(x)=ax^2+bx+c=0$ مع $(a\neq 0)$، Δ مميّزها:

- إذا كان $\Delta>0$ فإنّ المعادلة تقبل حلّين x_1، x_2: $x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ ، $x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ و ينتج $f(x)=a(x-x_1)(x-x_2)$
- إذا كان $\Delta=0$ فإنّ المعادلة تقبل حلاّ مضاعفا x_0: $x_0=\frac{-b}{2a}$ و ينتج $f(x)=a(x-x_0)^2$
- إذا كان $\Delta<0$ فإنّ المعادلة لا تقبل حلولا و العبارة ax^2+bx+c لا تقبل التحليّل.

تطبيق: حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية: **1.** $2x^2+5x-1=0$ **2.** $3x^2-2x-4=0$

3. $2x^2+(10\sqrt{2})x+25=0$ **4.** $(2x+4)^2+(x^2+5x+6)^2=0$

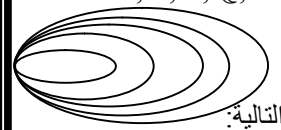


بيانيا:

1. حسب الشكل النموذجي البيان (C_f) هو صورة بيان الدالة مربع بإنسحاب شعاعه $\vec{u}=\frac{-b}{2}\vec{i}-\frac{\Delta}{4}\vec{j}.$ في حالة $a=1$
2. البيان (C_f) هو صورة بيان الدالة $g:x\to g(x)=ax^2$ بإنسحاب شعاعه $\vec{u}=\frac{-b}{2a}\vec{i}-\frac{\Delta}{4a}\vec{j}.$ في حالة $a\neq 1$
3. حلول المعادلة $ax^2+bx+c=0$ هي فواصل نقط تقاطع البيان (C_f) مع حامل محور الفواصل

سلسلة تمارين حول الحساب العددي للسنة الأولى علمي

التمرين الأول: أنقل وسمي المجموعات التالية : $\mathbb{N};\mathbb{Z};\mathbb{D};\mathbb{Q};\mathbb{R}$



1. في الرسم ضع الأعداد التالية:

$$0,5\ ;\ -2\ ;\ -\sqrt{2}\ ;\ -\frac{2}{3}\ ;\ \frac{8}{4}\ ;\ -\sqrt{2}-3\ ;\ 155$$

2. عين أصغر مجموعة تنتمي إليها الأعداد التالية:

$$\pi-3,14\ ;\ -\frac{2}{\sqrt{2}}\ ;\ -(\sqrt{2})^2+5\ ;\ \frac{2}{3}+\frac{4}{12}\ ;\ \frac{9}{4}\ ;\ \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}}\ ;\ 5^{-1}$$

التمرين الثاني: يوجد $0,004mg$ من الذهب في $1m^3$ من ماء البحر

كم يوجد من الذهب في $1,4\times10^9 km^3$ من ماءالمحيط قدر النتيجة $tonnes\,(t)$

التمرين الثالث: إختزل مايلي:

$$A=\frac{(-a)^3(-b^3)^{-2}}{(a^{-1}b)^2}\times\frac{(-a^{-1}b)^3}{(-a^3b)^2}$$

$$C=\sqrt{125}-\sqrt{45}+3\sqrt{80}\quad ;\quad B=\frac{3-\dfrac{a-2}{a+2}}{2-\dfrac{a}{a+2}}../\ a\neq-2;a\neq-4$$

التمرين الرابع: من بين الكتابات التالية أيهما تمثل عدد و أيهما لا تمثل عدد

$$\frac{6\times6-6}{6+6+6}\ ;\ 6-\frac{6-6}{6}\ ;\ \frac{6\times6\times6\times6}{(6-6)+6}\ ;\ \frac{6\times(6-6)}{6\times6-6}\ ;\ \frac{6\times6\times6}{36-4\times6}$$

التمرين الخامس: إليك السلسلتين التاليتين:

السلسلة01: $\frac{2}{3}\ ;\ \frac{5}{7}\ ;\ \frac{7}{16}\ ;\ \frac{34}{325}\ ;\ \frac{117}{70}$

السلسلة02: $1,67143\ ;\ 0,2272\ ;\ 0,437\ ;\ 0,71428\ ;\ 0,66666$

1. عين الأعداد من السلسلة الأولى المساوية لأعداد السلسلة الثانية
2. أعطي طبيعة هذه الأعداد

التمرين السادس: عين الجواب الصحيح:

السؤال	A	B	C
$(\sqrt{11}-7)(\sqrt{11}+7)=$	-4	18	4
$\sqrt{(-3)^{30}}=$	3^{15}	9^{15}	$(-3)^{15}$
$\frac{9^2\times16}{27\times8}=$	9	6	$\frac{1}{6}$
$\left[(-\pi)^4\right]^3=$	$-\pi^{12}$	π^{12}	π^7
$(x-3)^{2015}[-2(x+3)+6+2x]$	$(x-3)^{2016}$	0	$12(x-3)^{2015}$

التمرين السابع:

الجزء1: 1. أحسب $(1-\sqrt{6})^2$

2. بسط الكتابة: $E=\sqrt{(2-\sqrt{3})^2-2\sqrt{3}(\sqrt{2}-2)}$

الجزء2: 1. يعطى العدد $a=\sqrt{5-2\sqrt{6}}$ و $b=\sqrt{5+2\sqrt{6}}$

بين أنهما مقلوبان لبعضهما

2. لتكن $E=\frac{(-a^{-1}b^2)^3b^{-6}}{(-a^{-1}b)^2b^{-3}}$ بين أن : $E=-1$

التمرين الثامن: يعطى $A=2\sqrt{27}-2\sqrt{12}-\sqrt{3}$ و $B=\frac{\sqrt{35}\times\sqrt{24}}{\sqrt{21}\times\sqrt{10}}$

$$C=\frac{1}{2+\sqrt{3}}\quad و\quad D=\frac{1}{1-\sqrt{3}}$$

1. تحقق من أن: $A=\sqrt{3}$ و $B=2$
2. أ) أحسب $(B+A)(B-A)$ ب) بين أن: $C+D$ عدد طبيعي
3. أحسب $C\times D$ ماذا تستنتج

التمرين التاسع: نضع $x=\frac{2}{\sqrt{5}+1}$ ، $y=\frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}-1}$

1. أكتب x و y على شكل كسر مقامه ناطق
2. أحسب x^2 و y^2 ثم تحقق أن: $x^2+x-1=0$ و $2y^2-2y-1=0$
3. استنتج أن: $x^2+2y=2y^2-x$

التمرين العاشر: 1. عين الأعداد الأولية من بين الأعداد التالية :

$$10780\ ;\ 437\ ;\ 307\ ;\ 1323$$

2. حلل العددين 3430 ; 4116 إلى جداء عوامل أولية
3. أكتب الكسر $A=\frac{4116}{3430}$ إلى جداء عوامل أولية
4. **عين** $PPCM\ (4116;3430)$ ثم أكتب العدد $B=\frac{1}{3430}-\frac{1}{4116}$

التمرين الحادي عشر: تنطلق سيارتان A و B للسباق من نقطة بداية على الساعة التاسعة صباحا في مسلك دائري

*السيارة A تنهي المسلك في مدة $30mn$ للدورة الواحدة

*السيارة B تنهي المسلك في مدة $36mn$ للدورة الواحدة

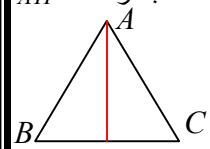
1. في أي ساعة يمران على نقطة البداية معا
2. كم دورة تقطعها كل سيارة عندئذ

التمرين الثاني عشر: نعتبر العدد $A=2^3\times5^2\times7$

1. تحقق من أن A لديه 24 قاسم وعين مجموعة هذه القواسم
2. أوجد أصغر عدد طبيعي k حتى يكون kA مربع عدد طبيعي
3. أوجد أصغر عدد طبيعي m حتى يكون mA مكعب عدد طبيعي

التمرين الثالث عشر:

1. ABC مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه $2cm$ أحسب ارتفاعه AH
2. أرسم مستقيم مدرج و علم باستعمال المدور فقط النقط ذات الفواصل التالية:

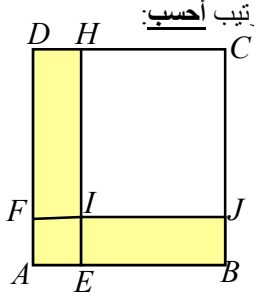


$$M(\sqrt{3})\ ;\ N(4+\sqrt{3})\ ;\ P(-2\sqrt{3})\ ;\ Q(-2-\sqrt{3})$$

التمرين الرابع عشر: علما بأن : $35=7\times5$

1. أوجد عددان طبيعيان a و b بحيث: $35=(a+b)(a-b)$
2. استنتج طريقة هندية لإنشاء العدد الأصم : $\sqrt{35}$

التمرين الخامس عشر: في الشكل المقابل $ABCD$ و $CHIJ$ مربعان طول ضلعيهما $5\sqrt{3}-1$ و $\sqrt{27}$ على الترتيب **أحسب:**



1. مساحة $ABCD$
2. مساحة $CHIJ$
3. طول AE
4. محيط $CDFJ$
5. المساحة الملونة
6. محيط المساحة الملونة

التمرين السادس عشر:

1. تحقق من أن: $2^2+2=3^2-3$ ثم $7^2+7=8^2-8$

ثم $19^2+19=20^2-20$

2. من نتائج السؤال السابق أعطي تخمينا لما يلي: $n^2+n=.....$
3. برهن على صحة تخمينك

التمرين السابع عشر:

1. أعطي الكتاب العشرية الغير المحدودة للكسور التالية:

$$\frac{124}{9}\ ;\ \frac{71}{9}\ ;\ \frac{486}{99}\ ;\ \frac{3578}{999}$$

2. أعطي الكتابة الكسرية العشرية الغير المحدودة التالية:

$a=6,\overline{8}$; $b=12,\overline{14}$; $c=5,583\overline{}$; $d=7,090\overline{}$

إياك وأن تتردد في مثل هذا الحال
بل عليك أن تجرب
إن الصيد في الماء العكر
خير من الوقوف على الساحل

سلسلة تمارين حول الحصر-المجالات –القيمة المطلقة-

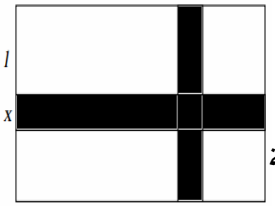
التمرين الأول: إذا علمت أن: $1 < x < 4$ أعطي حصرا لمايلي:

$$-2x^2-3 \quad ، \quad \frac{\sqrt{x}+5}{2} \quad ، \quad \frac{-2}{1+x^2}$$

التمرين الثاني: إذا علمت أن: $1 \le x \le 2$ و $3 \le y \le 5$

أعطي حصرا لمايلي: $\frac{1-3x}{4}$ ، $\frac{y}{x}$ ، $\sqrt{x+y}$

التمرين الثالث: حقل مستطيل الشكل عرضه l يساوي $30\,m$ إلى $10\,cm$ بالتقريب (بالزيادة و بالنقصان) وطوله L يساوي $30\,m$ إلى $10\,cm$ بالتقريب



1. أعطي حصرا للطول و العرض والمساحة
2. قمنا بشق طريق "أنظر الشكل"
3. بين أن مساحة هذا الطريق هي: $xl+xL-x^2$

أعطي حصرا لهذه المساحة إذاعلمت أن: عرض الطريق x يساوي $1\,m$ إلى $10\,cm$

التمرين الرابع: ليكن $E=\sqrt{4-2\sqrt{3}}-\sqrt{4+2\sqrt{3}}$

1. قارن بين $4-2\sqrt{3}$ و $4+2\sqrt{3}$
2. أحسب E^2 ثم استنتج E

التمرين الخامس: أين الخطأ في البرهان التالي:

$3>3$ ومنه $\pi>9$ ومنه $3\pi-\pi^2>9-\pi^2$

نحلل الطرفين: $\pi(3-\pi)>(3-\pi)(3+\pi)$

نختزل الطرفين: $\pi>3+\pi$ ومنه !!!!!!!!!! $0>3$

التمرين السادس: نعتبر مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه a و قرص نصف قطره r و مربع طول ضلعه b ونعلم أن محيط كلو واحد منهم يساوي 60π رتب مساحاتهم ترتيبا تصاعديا

التمرين السابع: n عدد طبيعي وليكن: $A=\frac{3n+24}{5n+40}$ و $B=\frac{3}{5}$

1. قارن بين A و B في حالة $n=0$ ، $n=1$ ، $n=2$ ، $n=101$
2. بين أن النتيجة السابقة صحيحة دوما "

يمكنك حساب A-B ودراسة إشارته

التمرين الثامن: نريد المقارنة بين العددين A و B

حيث: $A=13\times8^{100}\times(25)^{50}\times(21)^{15}$

$B=11\times4^{100}\times10^{100}\times(63)^{7}\times(49)^{4}$

①باستعمال إشارة الفرق:

1. حلل العددين إلى جداء عوامل أولية
2. أحسب : A-B ثم استنتج إشارته
3. قارن بين A و B

② باستعمال حاصل القسمة بينهما:

1. باستعمال السؤال الأول أعطي الكسر الغير قابل للإختزال $\frac{A}{B}$
2. قارن بين $\frac{A}{B}$ و العدد 1
3. استنتج مقارنة بين: A و B

التمرين التاسع: أكمل الجدول

I	J	$I\cap J$	$I\cup J$
$]-5;+\infty[$	$]-\infty;6]$		
$[3;7]$	$]2;6]$		
$]-\infty;6]$	$[3;7]$		
$\mathbb{Z}^*$	$[-2;1]$		

التمرين العاشر: أكمل الجدول

المجال	الحصر	المسافة	القيمة المطلقة	مركز المجال	طول المجال
$]-5;7[$					
	$2\le x\le6$				
		$d(x;-1)<5$			
				-3	4

التمرين الحادي عشر: ليكن O مبدأ معلم الخطي مثل عليه مجموعة الأعداد الحقيقية المعرفة بـ:

1. $d(x;-1)>2$
2. $d(x;-1)=4$
3. $d(x;7)<3$
4. $|x-0.5|\le2$
5. $d(x;2)+d(x;6)=4$

التمرين الثاني عشر: أكمل الجدول

الحلول	التمثيل على مستقيم عددي	المسافة	المعادلة
			$\lvert x\rvert=3$
			$\lvert x-2\rvert=3$
			$\lvert -x+1\rvert=3$
			$\lvert x+1\rvert\le3$
			$\lvert x+5\rvert>1$

التمرين الثالث عشر: حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $|x+2|-|x+5|=0$

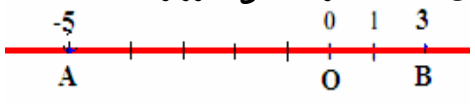
بطريقتين (جبريا و هندسيا)

التمرين الرابع عشر: حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $|x+2|+|x-5|=11$

جبريا : بتفكيك القيمة المطلقة

هندسيا : باعتبار النقط $A(-2);B(5);M(x)$

التمرين الخامس عشر: لتكن النقط : A و B على محور و M نقطة متحركة فاصلتها x



1. عبر عن AM و BM بدلالة x في كل حالة :
   - $M\in[AB]$
   - $x\ge3$
   - $x\le-5$
2. عبر بدلالة x عن $BM+2AM$
3. نضع $f(x)=|x-3|+2|x+5|$ أكتب $f(x)$ بدون قيمة مطلقة
4. أرسم (C_f) بيان f في مستوي م م م $(O;\vec{i};\vec{j})$
5. عين قيمة x فاصلة النقطة M حتى تكون $BM+2AM$ أدنى مايمكن

إياك وأن تتردد في مثل هذا الحال
بل عليك أن تجرب
إن الصيد في الماء العكر
خير من الوقوف على الساحل

11 تعرف على طبيعة الأعداد التالية:

$5\sqrt{49}-10\sqrt{25}$ ، $\frac{-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$ ، $\sqrt{4^2+3^2}$ ، $\frac{\pi-1}{\pi+1}$ ، $\frac{3}{4}-\frac{21}{4}$

18 انقل ثم أكمل الجدول التالي

الكتابةالعشرية	الكتابةالعلمية	رتبة مقدار
0,00452		
	$2,011\times10^3$	
80,25		
	$5,6\times10^3$	
4344444		

10 1)جد الكتابة العلمية للعدد C ثم جد رتبة مقداره حيث $C=3\times10^7\times4\times10^2-12\times10^8$

2)أعط الكتابة العلمية للعدد $E=\frac{4\times10^{-4}+0,0000005}{29\times10^{-6}-20\times10^{-7}}$

ثم أوجد رتبة مقدار العدد 18E.

10 1)حلل كلا من الأعداد A ،B وCإلى جداء عوامل أولية حيث: $A=520$ ، $B=360$ و $C=2000$

2)هل الأعداد $\frac{14}{520}$ ، $\frac{63}{360}$ ، $\frac{1}{2000}$ هي عشرية أم لا

05 A ، B ، C أعداد حقيقية حيث:

$A=\frac{6\sqrt{288}\times\sqrt{75}}{\sqrt{90}\times\sqrt{20}}$ ، $B=\frac{(-3^2)\times9^6\times75^2}{3^8\times5^4}$ ،$C=\frac{\frac{3}{2}-\frac{2}{3}+\frac{1}{6}}{\frac{2}{3}+\frac{3}{2}-1}$

كتب كلا من A،B،Cعلى شكل كسرغير قابل للإختزال ثم بيّن العدد 7Cعددا طبيعيا

06 ليكن العددان الطبيعيان a و b حيث:

$a=\frac{4^2\times7^2\times112\times(2^3)^2}{7^3\times5^{-3}\times64}$ ، $b=\frac{(10^{-2})^2\times10^7\times5^{-3}\times(1,2)^2}{10^{-4}\times8}$

1)بسط كلا من a و b.

2)أوجد الكتابة العلمية ورتبة مقدار للعددين a و b.

13 بين فيما يلي إذا كانت الأعداد الطبيعية 151 ; 407، 259 هي أعداد أولية أم لا

14 1)حلل إلى جداء عوامل أولية كلا من 540، 1500

2) أحسب PGCD(540;1500)

اجعل الكسر $\frac{540}{1500}$ كسرا غير قابل للاختزال

3)جد PPCM(540;1500) ثم أحسب $\frac{3}{1500}-\frac{1}{540}$

15 عين الكتابة الكسرية إنطلاقا من الكتابة العشرية الدورية لكل من الأعداد التالية:

$a=0,14..$ ، $b=5,245245..$ ، $c=16.4\underline{212}212..$

11 1) حلّل إلى جداء عوامل أولية كلا من 156 و84

2) أحسب PGCD و PPCM لـ 156 و84.

3) أختزل الكسر $\frac{156}{84}$، ثم أحسب الفرق $\frac{5}{156}-\frac{13}{84}$

4)عين أصغر عدد طبيعي n بحيث يكون$n84$ مربعا تاما.

11 اختر الجواب الصحيح في كل حالة من الحالات

1)العدد $\sqrt{150}-2\sqrt{24}$ يساوي: 4 ، $\sqrt{6}$ ، $-\sqrt{6}$

2)العدد $1^3+2^3+3^3$ ايساوي : 6^3 ، $(1+2+3)^2$ ، $(1+2+3)^3$

3)التحليل المناسب للعدد184هو :

$2\times3\times5$ ، $2^3\times3^2\times5$ ، $2^2\times3^2\times5$

4)رتبة مقدار العدد $-4,589\times10^3$ هي:

-4×10^3 ، -5×10^3 ، -3×10^3

18 لتكن العبارة : $f(x)=x^3+3^x-2$

1)احسب كلا من : $f(0)$ ، $f(1)$ ، $f(-1)$ ، $f(2)$

2) احسب $f(4)$. هل العدد 143 أولي؟

3) احسب بالآلة الحاسبة العدد : $K=\frac{f(4)}{7}$.

أ-عين المدور إلى 10^{-1} و 10^{-2} للعدد K .

ب- احسب رتبة مقدار العدد K .

10 a ، b عددان حيث.

$a=\sqrt{98}+\sqrt{32}+\sqrt{8}$; $b=\sqrt{162}+\sqrt{72}+\sqrt{18}$

1) بسط كتابة كل من a ، b. 2)احسب $a-b$ ، $\sqrt{ab}$

10 x،y عددان حقيقيان حيث: $x=\sqrt{2-\sqrt{3}}$; $y=\sqrt{2+\sqrt{3}}$

1)أحسب كلا من x^2+y^2 و $x.y$ ، ثم استنتج قيمة $x-y$

2)أجعل مقام النسبة $\frac{x}{y}$ عددا ناطقا.

11 a وb عددان حقيقيان حيث $a\succ b$ يحققان مايلي:

$a+b=\sqrt{5}$ و $ab=1$

1)احسب $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ ثم $\sqrt{a}-\sqrt{b}$.

2)أستنتج $a-b$ ثم العددين a وb ثم أنشئ العددين a وb

12 1)بين أن العدد 441 أوليا

2)عين العددين الطبيعيين a و b بحيث: $a^2-b^2=401$

13 ليكن العدد الحقيقي A حيث : $A=\frac{x+y}{1+x.y}$

حيث x و y عددان حقيقيان يختلفان عن 1 و 1-

1) أحسب A من أجل : $x=\frac{1}{3}$ ، $y=-\frac{2}{5}$

2)نفرض في كل مايلي: $x=\sqrt{5-2\sqrt{6}}$ ، $y=\sqrt{5+2\sqrt{6}}$

أ) أحسب : x^2+y^2 و $x\times y$ ، ثم استنتج قيمة : $x+y$

ب) استنتج مما سبق أن : $A=\sqrt{3}$.

14 ليكن العددين $A=\frac{(-6)^2\times10^3}{22\times15^2\times4}$ ، $B=1,8\underline{1}...$.

1)اكتبAعلى شكل أبسط ممكن،هلA عدد عشري؟

2) اكتب B على شكل كسر غير قابل للإختزال.

3)أحسب الجداء $A\times B$ ، ثم أستنتج أن $\frac{1}{B}$ عدد عشري

15 ليكن العدد الحقيقي $A=0,038\times10^{-2}\times32,95$

1) أكتب العدد A على الشكل العلمي

2) أوجد رتبة المقدار للعدد A

81 1)حلل إلى جداء عوامل أولية كلامن198،264

2)أكتب $\frac{264}{198}$ على شكل كسرغير قابل للإختزال

3)عين كسرا $\frac{p}{q}$ يكافئ الكسر $\frac{264}{198}$ بحيث: $3p-2q=66$

81 A و B عددان حقيقيان حيث:

A=76,442 ، B=175,54

أ) اكتب A و B على الشكل العلمي.

ب)أوجد رتبة مقدار كلا من: $A\times B$ ، $\frac{A}{B}$

88 1-أ) بين أن العدد 223 أولي.

ب)حلل 2447 إلى جداء عوا مل أولية.

2)جدأصغرعدد طبيعي xبحيث يكون 2007x مربعا تاما

3) حلّل العدد الطبيعي 2524 إلى جداء عوامل أولية ، ثم عين قواسم العدد 2524 بحيث يكون حاصل قسمة 2524 عليها مربعا تاما.

80 ليكن العددان الطبيعيان: A=315 ، B=350

1)عين Dالقاسم المشترك الأكبر للعددين A و B.

2)تحقق من ان العددين $\frac{A}{D}$ ، $\frac{B}{D}$ اوليان فيما بينهما

3)عين Mالمضاعف المشترك الأصغر للعددين A و B.

تحقق أن : $A\times B=D\times M$

80 1) احسب كلا من: PGCD(1950,3094,3146)

2)بقسمة كل عدد من الأعداد التالية

1963,3109,3171على n نتحصل على البواقي 25 ، 15 و 13 على الترتيب .

عين أكبر قيمة للعدد الطبيعي n .

81 1) أحسب $(4-\sqrt{5})^2$

2) x ، y عددان حقيقيان حيث:

$x=\sqrt{5-\sqrt{4+8\sqrt{5}}}$; $y=\sqrt{5+\sqrt{4+8\sqrt{5}}}$

أ) أحسب كلا من x^2+y^2 و x.y

ب)أستنتج قيمة مبسطة للعدد $(x+y)^2$.

82 1)ABCمثلث متقايس الاضلاع طول ضلعه2

أ)عين ارتفاع هذ المثلث.

ب)أنشئ على مستقيم مدرج(الوحدة 5cm)النقطة $M(\sqrt{3})$

2)بملاحظة أن :3×7=21،أوجد عددين طبيعيين a و b بحيث :21=(a-b)(a+b) ، استنتج طريقة لإنشاء $\sqrt{21}$.

83 نعتبرالعبارة: $p(n)=n^2+n+41$ حيث $n\in N$

1) أحسب P(0) ، P(1) ، p(2) ، P(3) ، p(4)

2)بين أن الأعداد الناتجة أولية.

3)هل العبارة تعطي دائما أعداد أولية.

84 1) احسب : $S=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}$

2) نعتبر العبارة $A=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$ حيث $n\in N$

أ) أحسب A من أجل قيم n التالية: 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5

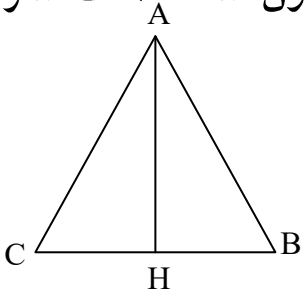
ب)استنتج طريقة لحسابS ،ثم جد قيمتها المعينة في 1)

ABC مثلث متقايس الأضلاع ارتفاعهAH

85 هو مبين في الشكل حيث: AB = 4cm و AH=x

1) أوجد S(x) مساحة المثلث ABC بدلالة x

2) عين x حتى تكون مساحة المثلث تساوي $14\ cm^2$



01 قارن بين العددين A ، B في كل حالة

1) $A=3+2\sqrt{3}$ ، $B=\sqrt{17+12\sqrt{2}}$

2) $A=\sqrt{13-4\sqrt{3}}$ ، $B=1-2\sqrt{3}$

02 1)بسط العبارتين A و B حيث :

$A=(\sqrt{8}-\sqrt{18})(\sqrt{50}-\sqrt{72}+3\sqrt{32})$

$B=(\sqrt{28}+\sqrt{7}-2\sqrt{32})(3\sqrt{63}-4\sqrt{8})$

a وb عدد حقيقيان موجبان .

2)بين أن: $\frac{\sqrt{a+b}+\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\times\frac{\sqrt{a+b}-\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=1$

استنتج مقلوب العدد $\frac{\sqrt{6}-2}{\sqrt{2}}$

03 احسب مايلي:

1) $|2-2\sqrt{2}|$ ، 2) $|4-2\sqrt{2}|$ ، 3) $\sqrt{9-4\sqrt{2}}$

4) $\sqrt{(\sqrt{5}-4)^2}$ ، 5) $\sqrt{(2x-3)^2}$ حسب قيم x

04 1) أكمل العبارات التالية :

$x\geq 3$ معناه ... $2x+1\geq$ ، $-x\geq -5$ معناه ... $\leq 1+x$

$-2\leq x<3$ معناه ... $<x<$ .... $\leq 1+$

05 x عدد حقيقي حيث: $x\leq -2$

1) أثبت أن : $\frac{5}{7-3x^2}\geq -1$

2) قارن بين العددين $(x+3)^2$ ، $(x+3)$

06 x عدد حقيقي غير معدوم

نعتبر العددين الحقيقيين : $A=x+\frac{1}{x}$ ، $B=\frac{1}{x}-x$

1) قارن حسب قيم x بين العددين A و 2.

2) قارن حسب قيم x بين العددين B و A.

07 عدد حقيقي موجب تماما حيث $x\neq\sqrt{3}$

تبعا لقيم العدد الحقيقي x

1) قارن بين الأعداد : x ، $\frac{3}{x}$ ، $\sqrt{3}$

2) قارن بين العددين : $\frac{1}{2}(\frac{3}{x}+x)$ ، $\sqrt{3}$

08 نعتبر الأعداد الحقيقية A ، B ، x حيث:

$A=(x-2)^2$ و $B=(x-3)^2$ علما أن : $x\geq 3$

1) حلّل الفرق $A-B$

2)استنتج إشارة $A-B$ ، ثم قارن بين A ، B .

09 1) اكمل الجدول التالي

المجال	[-3 ، 2]	[-0,1 ، 0,5]	$[\pi-1\,،\pi+1]$
م. المجال			
ط.المجال			

2)أكمل الجدول التالي

$I\cup J$	$I\cap J$	J	I
		$[-1;+\infty[$	$]-\infty;1]$
		]-5 ، 5[	]-1 ، 3]
		]-3 ،5]	$]-\infty$ ،-2[

10 (Δ) مستقيم مزود بالمعلم $(O\,;\vec{i})$

عين موضع النقطة M(x) في كل حالة .

أ) $|x+1|=5$ ، ب) $|x-3|<7$ ، جـ) $|x-3|=|x+1|$

11 1) ليكن a و b عددان حقيقيان حيث:

$a=1-\sqrt{5}$ ، $b=6-2\sqrt{5}$

1) قارن بين a و b.

2) عين إشارة a ، ثم احسب a^2 .

3) تحقق أن: $b-a=a(a-1)$.

12 يعطى العدد : $A=(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-2)(\sqrt{\sqrt{3}+2})$

1) ما هي إشارة العدد A ؟

2)أحسب A^2 ثم إستنتج قيمة مبسطة للعدد A

13 1)ليكن العددان : $a=\frac{1-\sqrt{3}}{2}$ و $b=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

1) أحسب a^2 ، b^2 ، a^2-b^2 ، $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$

2) قارن بين $a+\sqrt{3}$ و b

3)أذكر أصغر مجموعة ينتمي إليها كل من الأعداد

التالية: $a+b$ ، $a^2\times b^2$ ، a^2-b^2

14 أكمل الجدول

الحصر	المجال	المسافة	ق. المطلقة
$-6\leq x\leq -2$			
	$x\in]-5;1[$		
		$d(x,3)\geq 7$	
			$\lvert x+5\rvert\geq 3$

15 A وB مجالين حيث: $A=[-5;1]$ و $B=]-\infty;-1[\cup]3;+\infty[$

1) عين مركز ونصف قطر المجال A.

2) عين كلا من $A\cup B$ و $A\cap B$.

16 لتكن المجموعتان A وB حيث :

$A=\{x\in\mathbb{R};|x+1|\leq 5\}$ ، $B=\{x\in\mathbb{R};d(x;2)\prec 4\}$

أ)اكتب كل من A وB على شكل مجال في $\mathbb{R}$.

ب)عين المجموعتين : $A\cup B$ ، $A\cap B$.

17 a وb عددان حقيقيان

حيث: $2\prec a\prec 1$ و $-3\prec b\prec -5$

أعط حصرا لكل من الأعداد التالية:

$a+b$ ، $a-b$ ، $-2a+3b$ ، ab ، $\frac{a}{b}$ و $\frac{\sqrt{a-1}}{b^2}$

18 بئر على شكل اسطوانة دائرية ،قاعدته دائرة (C) نصف قطرها R وارتفاعه H حيث:

$4,3\leq R\leq 4,4$ و $3,1\leq\pi\leq 3,2$ ، $50,8\leq H\leq 50,9$

1)عين حصر لمساحة قاعدة البئر.ثم عين حصرا لحجمه

2)ملأنا ثلاثة $\frac{3}{4}$ من حجم البئر ماء.عين حصر الحجم الماء

19 لتكن المجموعة $I=\{x\in\mathbb{R};|x+2|\leq 3\}$

1) اكتب المجموعة I على شكل مجال في $\mathbb{R}$

2)أكتب I على شكل مسافة.

3) علما أن $-5\leq x\leq 1$ و $2,23\leq\sqrt{5}\leq 2,24$

عين حصر العدد $\frac{3-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-x}$ (تدور النتائج إلى 10^{-2})

20 (Δ) مستقيم مزود بالمعلم $(O\ ;\ \vec{i})$

1)علم النقطتين A وB ذات الفاصلتين 3- و 5 على الترتيب والنقطة G منتصف القطعة [A B] و M نقطة متحركة فاصلتها x.

2) عين في كل حالة العدد الحقيقي x.

أ)$|x|=4$ ،ب) $|x-5|=|x+3|$ ،جـ) $|x-5|>|x+3|$

21 x و y عددان حقيقيان بحيث:

$|x+3,14|\leq 10^{-3}$ و $|2y+1|\leq 2$

1)جد قيمة مقربة لـ x بالزيادة إلى 10^{-3} و حصرا لـ y

2)اعط قيمة مقربة للعدد $A=2x-3y$

22 نعتبر العددين الحقيقيين $x=\frac{\sqrt{7}}{2-\sqrt{7}}$ ، $y=5-\sqrt{7}$

1) أكتب العدد x على شكل كسر مقامه عدد ناطق.

2) علما أن: $2,64\leq\sqrt{7}\leq 2,65$ فأوجد حصر لكل من العددين الحقيقيين x ، y أستنتج حصرا للعدد $x\times y$

23 ABC مثلث حيث :

$AC=\sqrt{6}+2$ و $AB=\sqrt{6}-2$ و $BC=x$

1(عين x حتى يكون المثلث ABC قائم في A.

2)نفرض أن: $x=2\sqrt{5}$ ،أ) بين أن ABC قائم في A.

ب)أحسب محيط ومساحة المثلث ABC.

24 x عدد حقيقي حيث: $x=\sqrt{6-2\sqrt{5}}-\sqrt{6+2\sqrt{5}}$

1)أجعل مقام النسبة $\frac{1}{x}$ عددا ناطقـا.

2) بين أن x عدد حقيقي سالب تماما.

3) أحسب x^2 ، ثم إستنتج قيمة مبسطة للعدد x.

25 x ، y عددان حقيقيان حيث:

$x=\sqrt{3+2\sqrt{2}}$ و $y=\sqrt{3-2\sqrt{2}}$

1) قارن بين: x ، y

2)أحسب كلا من x^2+y^2 ، $x.y$.

أستنتج كلا من $x-y$ ، $x+y$

3)أجعل مقام النسبة $\frac{y}{x}$ عددا ناطقـا.

26 أكمل فرغات الجدول التالي

المجال	م. المجال	ن. القطر	الحصر	قالطلقة	المسافة
			$-3\leq x\leq 5$		
				$\lvert x\rvert\geq 2$	
					$d(x,3)\leq 7$
	5	2			

27 (Δ) مستقيم مزود بالمعلم $(O\ ;\ \vec{i})$

1)علم على (Δ) النقط A ،B ،C ذات الفواصل 2- ، 5 ، 2 على الترتيب.

M نقطة متحركة على (Δ) فاصلتها x.

2)عين موضع (أو مواضع) النقطة M في كل حالة

أ) $|x+2|=5$ ، ب) $|x+2|=|x-2|$

جـ) $|x+2|\leq|x-5|$ ، د) $|x+2|+|x-5|=8$

51 ادرس إشارة $f(x)$ في كل حالة من الحالات التالية

$f(x)=2x-4$ ، $f(x)=(x-1)(2x+6)$ ، $f(x)=x^2-4$

$f(x)=-x^2+3x$ ، $f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$ ، $f(x)=\dfrac{x^2-9}{x-1}$

58 ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال D في كل حالة

$f(x)=3(x-1)^2+4$ على المجال $D=]1;+\infty[$

$f(x)=-2(-x+1)^2-1$ على المجال $D=]-\infty;1[$

$f(x)=2(x-1)^2-3$ على المجال $D=]1;+\infty[$

$f(x)=\dfrac{2}{x-2}+4$ على المجال $D=]2;+\infty[$

$f(x)=2\sqrt{(x+1)}-1$ على المجال $D=]-1;+\infty[$

50 f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^2-4x$ و (C_f)

منحناها البياني في مستوي مزود م.م.م $(O:\vec{i};\vec{j})$

1- أ) بين أن من أجل كل: $f(x)=(x-2)^2-4$

ب)أدرس اتجاه تغير f على كل من $[2:+\infty]$ و $]-\infty;2]$

ج) سجل جدول تغيرات f.

2-أ)جد $f(-2)$ و $f(4)$ استنتج حصر الـ f على المجال $[-2;4]$

ب)حل في $\mathbb{R}$ المعادلة التالية: $f(x)=0$ ثم أحسب $f(0)$

استنتج نقط تقاطع (C_f) مع حامل محوري الإحداثيات

ج)باستخدام منحنى الدالة "مربع"أنشئ (C_f) على $[-2;4]$

50 f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ $f(x)=\dfrac{3x-2}{x-1}$

وليكن (C) تمثيلها البياني في معلم $(o:\vec{i};\vec{j})$

1)بين أن من أجل كل $x\in\mathbb{R}-\{1\}$: $f(x)=a+\dfrac{b}{x-1}$

حيث a و b عددان حقيقيان يطلب تعيينهما

2) نفرض أن : $a=3$ و $b=1$

أ) حدد اتجاه تغير الدالة f على المجال $]1;+\infty[$

ب)بين ان من أجل كل $x\in\mathbb{R}-\{1\}$: $f(x)=6-f(2-x)$

ج)احسب $f(0)$ ، $f(-3)$ ثم استنتج $f(2)$ ، $f(5)$

د)باستخدام منحنى الدالة " مقلوب" أنشئ (C_f).

50 f دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=-1+\sqrt{x+1}$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة f، ثم ارسم جدول تغيراتها

2- أ) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $f(x)=0$، ثم فسر بيانيا النتيجة

ب) إنشئ (C_f) إنطلاقا من منحنى الدالة $x\to\sqrt{x}$.

50 f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=ax^2+bx+c$

1)عين الأعداد a ، b ، c علما أن النقط $A(0;-5)$

$B(1;0)$ و $C(-5;0)$ تنتمي للمنحنى (C_f) الممثل للدالة f

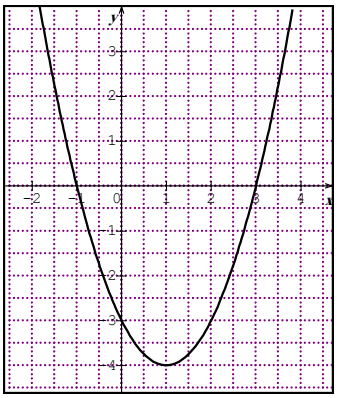
2-أ)تحقق أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $f(x)=(x+2)^2-9$

ب)بين أن: $f(x)-f(-2)\geq 0$ ماذا تستنتج؟

ج)ادرس تغيرات f ثم شكل جدول تغيراتها

د) اعتمادا على التمثيل البياني للدالة "مربع" بين كيفية رسم المنحنى (C_f) ، ثم أرسم (C_f).

50 التمثيل البياني (P) في الشكل ادناه يمثل دالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=ax^2+bx+c$



1)أ ستعمل البيان(P) لتكملة الجدول التالي :

x	-1		1	
f(x)		-3		0

2)عين a ، b ، c ثم تحقق أن: $f(x)=(x-1)^2-4$

3) ارسم جدول تغيرات الدالة f على المجال [4 ، 2-].

4)عين الشعاع $\vec{v}$ الذي يحول منحنى الدالة "مربع"إلى (P)

52 ليكن ABCD شبه منحرف قائم في A قاعدتاه [AB] و [DC] حيث : $AB=6$ ، $DC=2$ و $AD=4$

M نقطة متحركة على قطعة المستقيم [AB] ،

المستقيم الذي يشمل النقطة M ويوازي المستقيم (BC) يقطع قطعة المستقيم [AD] في النقطة N

والمستقيم الذي يشمل النقطة N ويوازي المستقيم (AB) يقطع قطعة المستقيم [BC]

في النقطة P ، نضع $AM=x$. نعتبر الدالة f التي ترفق بكل عدد x مساحة الرباعي MNPB .

1) عين القيم الممكنة للعدد x .

2)بين أن : $f(x)=-x^2+6x$

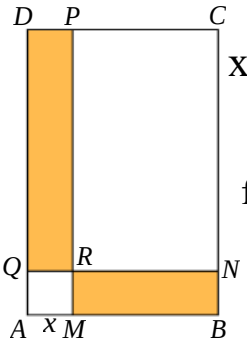
3) عين موضعي النقطة M حتى تكون مساحة الرباعي MNPB تساوي نصف مساحة شبه المنحرف ABCD.

4) تحقق أنه يمكن كتابة f(x) على الشكل التالي :
$f(x)=-(x-3)^2+9$.

5) أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

6) باستعمال التمثيل البياني للدالة $x\mapsto -x^2$ ، أنشئ التمثيل البياني للدالة f .

52 اليك الشكل التالي حيث: $AB=8$ و $BC=12$



1) في أي مجال يتغيّر العدد x ؟

2-أ) أثبت أن المساحة الملونة بدلالة x هي: $f(x)=-2x^2+20x$

ب) بين أن $f(x)=-2(x-5)^2+50$

ج) أدرس اتجاه تغير الدالة f على كلا من المجالين $[0;5]$ و $[5;8]$ ثم سجل جدول تغيرات f

د) عيّن قيمة x حتى تكون المساحة f(x) أكبر ما يمكن

15 1) علم على الدائرة المثلثية النقط A ، B ، C ، D ، E صور $a=20\pi$ ، $b=\frac{-326\pi}{3}$ ، $c=\frac{2019\pi}{4}$ ، $d=\frac{81\pi}{6}$ ، $e=\frac{-1440\pi}{2}$

2) عين cos و sin كلا من : a ، b ، c ، d و e

11 1) جد cosx ، tanx حيث: $\sin x=-\frac{1}{5}$ و $x\in\left[\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right]$

2) جد cosx ، sinx حيث: $\tan x=-\frac{3}{4}$ و $x\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$

18 عين قيم العدد الحقيقي x في كل حالة

1) $\sin x=1$ و $x\in[0;\pi]$ 2) $2\sin x=1$ و $x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$

3) $\cos x=0$ و $x\in[-\pi;0]$ 4) $2\cos x=\sqrt{3}$ و $x\in[-\pi;0]$

10 أحسب كلا من المجاميع التالية:

$A=\cos(\frac{\pi}{2}-x)+\cos(\frac{\pi}{2}+x)+\sin(\pi+x)+\sin(\pi-x)$

$B=\sin(\frac{3\pi}{2}-x)+\sin(5\pi+x)+\cos(\frac{\pi}{2}-x)$

$C=\sin(\frac{5\pi}{2}-x)-2\cos(\frac{21\pi}{2}-x)-3\cos(\pi-3x)+\sin(\frac{3\pi}{2}+x)$

10 1-أ) عين القيم المضبوطة لكل من sinx ، tanx علما أن: $\cos(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ و $0\le x\le\frac{\pi}{2}$

ب) استنتج قيمة العدد الحقيقي x بالراديان.

2) لتكن العبارة A(x) ذات المتغير الحقيقي x حيث:
$A(x)=\sin(3\pi+x)+\sin(\pi-x)$

أ) أحسب كل من : A(0) ، A(2019π) ، $A(-\frac{\pi}{4})$

ب) أثبت أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $A(x)+2\sin(\frac{85\pi}{6})=1$

10 ليكن x من $\mathbb{R}$ بحيث: $\cos x-\sin x=\sqrt{2}$

1) أحسب $(\cos x-\sin x)^2$ ثم بين أن: $\sin x\times\cos x=-\frac{1}{2}$

2) أحسب: $\cos^2 x-\sin^2 x$

10 لتكن العبارة $B(x)=1-\cos 2x+\sin x$

1) احسب B(0) ، B(π) ، $B(\frac{\pi}{6})$ ، $B(-\frac{3\pi}{4})$

2-أ) إذا علمت أن: $\cos 2x=\cos^2 x-\sin^2 x$

بين أن $B(x)=2\sin^2 x+\sin x$

ب) حلّل B(x) إلى جداء عاملين.

استنتج حلول المعادلة B(x)=0 في المجال $[-\pi;\pi]$

ج) مثّل صور الحلول على الدائرة المثلثية

10 1) ضع على الدائرة المثلثية النقط A ، B و C التي صورها $-\frac{23\pi}{4}$ ، $\frac{131\pi}{6}$ و $\frac{52\pi}{3}$ على الترتيب.

2) دون استعمال الآلة الحاسبة أحسب كلا من :
$\cos\left(\frac{23\pi}{4}\right)$ ، $\sin\left(\frac{52\pi}{3}\right)$ و $\cos\left(\frac{131\pi}{6}\right)$.

3) من أجل $x\in\left]0;\frac{\pi}{2}\right[$ نضع : $\cos(x)=+\frac{3}{5}$.

أ) أنشئ على الدائرة المثلثية صورة العدد x.

ب) أوجد القيم الممكنة للعدد sin(x) .

ج) عيّن كلا من: $\sin(\pi+x)$ ، $\cos(\pi-x)$ و $\cos(4\pi-x)$

12 1) بين أن $(x-1)(2x-\sqrt{3})=2x^2-(\sqrt{3}+2)x+\sqrt{3}$

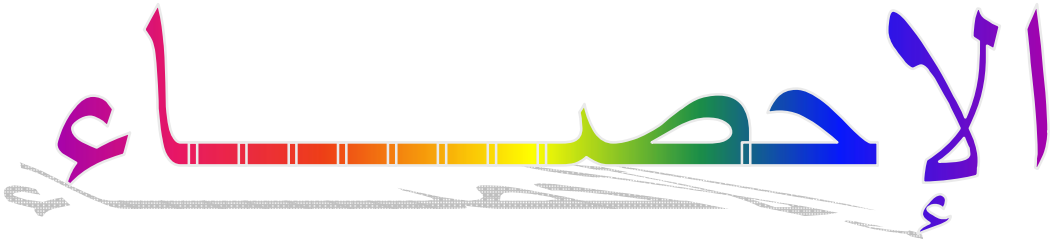
2) لتكن العبارة f(x) للمتغير الحقيقي x حيث:
$f(x)=2\sin^2 x-(\sqrt{3}+2)\sin x+\sqrt{3}$

أ) أحسب f(0) ، $f(\frac{\pi}{2})$ ، $f(\frac{5\pi}{6})$ ، f(2019π)

ب) حل في المجال [0 ، π] المعادلة f(x)=0

ج) عين النقط الصور الحلول على الدائرة المثلثية.

الباب السادس



الكفاءات المستهدفة

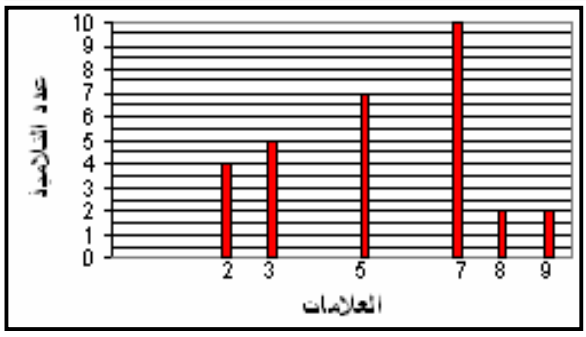
- التّمييز بين الميزتين الإحصائيتين المتقطّعة والمستمرة
- تلخيص سلسلة إحصائيّة بواسطة مؤشّر موقع
- خواص الوسط الحسابي واستعمالها
- إنشاء تمثيلات بيانية لسلسلة ذات ميزة منفصلة أو مستمرة
- محاكاة تجربة
- تذبذب عيّنات
- استقرار التّواترات

من بداية الأسبوع الثالث من جانفي إلى نهاية الأسبوع الرابع من جانفي

المدة: 2أسابيع **المدة الزمنية :** 10ساعة

الإحصـــــــــــــاء

نشاط01الصفحة142:



حل النشاط:

1. 2 ;2 ;2 ;2 ;3 ;3 ;3 ;3 ;3 ;3 5;5;5;5;5;5;557;7;7;7;7;7;7;7;7;78;8;9;
2.

العلامات	2	3	5	7	8	9
عدد التّلاميذ	4	5	7	10	2	2

3. عدد التلاميذ: 30
النسبة المئوية للتلاميذ الذين الذين تحصلوا على 3 هي : 16.67 %
4. العلامة التي تكررت أكثر هي : 7
5. معدل القسم: $\boxed{5,4} = \frac{2\times4+3\times5+5\times7+7\times10+8\times2+9\times2}{4+5+7+10+2+2} = \bar{X}$
6. العلامة الت تنصف هي: 5

العلامة n	2	3	5	7	8	9
عدد التّلاميذ الذين تحصلوا على علامة أصغر أو تساوي n	4	9	16	26	28	30
عدد التّلاميذ الذين تحصلوا على علامة أكبر أو تساوي n	30	28	18	11	6	2

الـدّرس Cours :

1. تعاريف و مصطلحات :

- **المجتمع ، الفرد والعينة:**

المجتمع بمثابة المجموعة الشاملة و الفرد هو كل عنصر من المجموعة و العينة هي المجموعة الجزئية

مثال: لقياس الطول المتوسط لتلاميذ السنوات الأولى أخذنا قسم السنة أولى علوم و تكنولوجيا1

المجتمع: تلاميذ السنوات الأولى **الفرد:** كل تلميذ **العينة**: قسم السنة أولى علوم و تكنولوجيا1

- **الميزة –الطبع- الإحصائية و أنواعها:** هي الخاصة التي لأجلها ندرس العينة و هي تنقسم إلى نوعين :
  1. **ميزة كمية:** وهي التي يمكن التعبير عنها بعدد **مثل:** السرعة ، العمر ، الطول .....
  2. **ميزة نوعية:** و هي التي لا يمكن التعبير عنها بعدد **مثل**: اللون ، الإحساس ،.....
- **المتغير الإحصائي:** هو لما الميزة تأخذ قيما متغيرة وهو نوعان
  1. **المتغير المنقطع:** هو لما الميزة تأخذ قيما معزولة مثل: $x_1 , x_2 ; .....x_n$
  2. **المتغير المستمر:** هو لما الميزة تأخذ قيما على شكل مجالات $[a,b[$ تسمى فئات

مركز الفئة $[a,b[$ هو العدد $\frac{a+b}{2}$ و طولها العدد الموجب $b-a$ الحد الأدنى للفئة هو: a و الحد الأعلى لها هو: b

التّوزيعات التّكرارية

- **تكرار** قيمة للطّبع الإحصائي هو عدد الأفراد الموافقة لهذه القيمة.
- **تواتر** قيمة للطبع الإحصائي هو حاصل قسمة تكرارها على عدد أفراد المجتمع (أي **التّكرار الكلي**).
- نسمي **سلسلة إحصائية** مجموعة القيم التّي جُمعت.غالبا ما نمثل سلسلة إحصائية بجدول يشمل كل قيمة و تكرارها

مثال : السّلسلة الإحصائيّة الآتية تمثل علامات 30 تلميذا .

10	15	12	17	8	7	15	8	10	10	13	17	10	7	17
12	13	7	13	15	8	10	8	13	15	10	13	10	13	15

وهي سلسلة إحصائيّة طبعها كمي متقطع. تكرارها الكلّي هو 30.

العلامات(قيم الطّبع الإحصائي)	7	8	10	12	13	15	17
التّكرارات	3	4	7	2	6	5	3
التّواترات	$\frac{3}{30}$	$\frac{4}{30}$	$\frac{7}{30}$	$\frac{2}{30}$	$\frac{6}{30}$	$\frac{5}{30}$	$\frac{3}{30}$

● **التّوزيعات التّكرارية المجمّعة:**

نفرض أن قيم الميزة مرتبة ترتيبا تصاعديا.
- **التّكرار المجمّع الصّاعد** لقيمة (أو لفئة) هو مجموع تكرار هذه القيمة (أوالفئة) وتكرارات القيم (أو الفئات) الأصغر منها.
- **التّكرار المجمّع النّازل** لقيمة (أو لفئة) هو مجموع تكرار هذه القيمة وتكرارات القيم (أو الفئات) الأكبر منها.
- **التّواتر المجمّع الصّاعد** لقيمة (أو لفئة) هو مجموع تواتر هذه القيمة (أوالفئة) و تواترات القيم (أو الفئات) الأصغر منها.
- **التّواتر المجمّع النّازل** لقيمة (أو لفئة) هو مجموع توتر هذه القيمة (أوالفئة) وتوترات القيم (أو الفئات) الأكبر منها.

لدينا سلسلة إحصائيّة تتعلق بأطوال وديان بالكيلومتر.(الطّبع الإحصائي هنا مستمر).

الأطوال	$[80,100[$	$[100,120[$	$[120,140[$	$[140,160[$
التّكرار	12	10	12	6
التّكرار المجمّع الصّاعد	12	22	34	40
التّكرار المجمّع النّازل	40	28	18	6
التّواتر	$\frac{12}{40}$	$\frac{10}{40}$	$\frac{12}{40}$	$\frac{6}{40}$
التّواتر المجمّع الصّاعد	$\frac{12}{40}$	$\frac{22}{40}$	$\frac{34}{40}$	1
التّواتر المجمّع النّازل	1	$\frac{28}{40}$	$\frac{18}{40}$	$\frac{6}{40}$

1. مؤشّرات سلسلة إحصائيّة

● **المنوال – الفئة المنوالية:** **تعريف01:**

- نسمي **منوالا** لسلسلة ذات متغير إحصائي متقطع،كل قيمة موافقة لأكبر تكرار و نرمزله Mod .
- نسمي **فئة منوالية** لسلسلة ذات متغير إحصائي مستمر، كل فئة موافقة لأكبر تكرار.

مثال : السّلسلة الآتية لها منوالان : 10و12.

القيم (علامات التّلاميذ)	7	10	12	13	15
التّكرار(عدد التّلاميذ)	5	8	8	7	2

● **الوسيط:** **تعريف 02:**

لتكن سلسلة إحصائية ذات متغير متقطع قيمه مرتّبة ترتيبا تصاعديا أو تنازليا، وتكرارها الكلي N .
نسمي الوسيط لهذه السلسلة العدد الذي نرمز له بالرمز Med، والمعرف كالآتي:
- إذا كان N فرديا أي $N=2p+1$: Med يكون القيمة التّي رتبتها $p+1$.
- إذا كان N زوجيا أي $N=2p$: Med يكون نصف مجموع القيمتين اللتين رتبتاهما p و $p+1$

مثال: للسلسلتين $3,3,7,8,9$ و $4,5,6,8,18,20$ نفس الوسيط: $Med=7$.

خاصية:

الوسيط يجزئ سلسلة إحصائية مرتبة ترتيبا تصاعديا أو ترتيبا تنازليا إلى جزئين لهما نفس **التّكرار**.

ملاحظة: الوسيط لا يتأثر بالقيم الشاذة مثلا : للسلسلتين 7،7، 8، 9 ، 11، 12، 13 وَ 1، 8،1، 9 ، 11، 18،20 نفس الوسيط 9

● **الوسط الحسابي: تعريف :**

الوسط الحسابي للقيم $x_1, x_2, x_3 \ldots, x_k$ التّي تكراراتها هي، على التّرتيب، $n_1, n_2, n_3, \ldots, n_k$ هو العدد $\bar{x}$ حيث

$$\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + n_3x_3 + \ldots\ldots\ldots + n_kx_k}{n_1 + n_2 + n_3 + \ldots\ldots\ldots + n_k}$$

مثال: الوسط الحسابي للسلسلة $4,5,6,8,18,19$ هو 10 .

ملاحظة : الوسط الحسابي يتأثر بالقيم الشاذة ، مثلا الوسط الحسابي للسلسلة 15،14،12،10 هو $2,75$

الوسط الحسابي للسلسلة 1 ، 10، 12 ، 14 هو $9,25$.

حول الرّمز $\sum$

- المجموع $a_1 + a_2 + \ldots + a_k$ يكتب $\sum_{i=1}^{i=k} a_i$ ونقرأ : " مجموع الأعداد a_i من $i = 1$ إلى $i = k$ ".
- يمكن كتابة الوسط الحسابي $\bar{x}$ على الشكل $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{i=k} n_i x_i}{\sum_{i=1}^{i=k} n_i}$.

خواص الوسط الحسابي

خاصية 1 :

لتكن سلسلة إحصائية تأخذ القيم $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_k$ بالتّوترات $f_1, f_2, f_3, \ldots, f_k$ ، على التّرتيب.

الوسط الحسابي لهذه السلسلة هو العدد $\bar{x}$ حيث $\bar{x} = f_1x_1 + f_2x_2 + f_3x_3 + \ldots + f_kx_k$.

برهان: نمثل السّلسلة في الجدول الآتي:

x_i القيم	x_1	x_2	x_3	.....	x_k
n_i التّكرارات	n_1	n_2	n_3	.....	n_k
f_i التّواترات	f_1	f_2	f_3	.....	f_k

تواتر كلّ قيمة x_i هو $f_i = \dfrac{n_i}{N}$ حيث $N = n_1 + n_2 + n_3 + \ldots + n_k$ و بمأن :

$\bar{x} = \dfrac{n_1x_1 + n_2x_2 + n_3x_3 + \ldots + n_kx_k}{N}$ فإن $\bar{x} = \dfrac{n_1}{N}x_1 + \dfrac{n_2}{N}x_2 + \dfrac{n_3}{N}x_3 + \ldots + \dfrac{n_k}{N}x_k$ أي $\bar{x} = f_1x_1 + f_2x_2 + f_3x_3 + \ldots + f_kx_k$.

مثال: 50%من تلاميذ قسم تحصلوا على العلامة 12 و 30 % تحصلوا على العلامة 10 و 20 % تحصلوا على العلامة 13 .

ما هو معدّل هذا القسم ؟

لدينا

القيم (العلامات)	10	12	13
التّواترات	$0,3$	$0,5$	$0,2$

الوسط الحسابي (معدّل القسم) هو : $\bar{x} = 0,3 \times 10 + 0,5 \times 12 + 0,2 \times 13 = 11,6$

خاصية 2:

- عندما نضيف نفس العدد a لكل قيمة من قيم الطّبع الإحصائي: يزداد الوسط الحسابي بالمقدار a أي $\overline{x+a} = \bar{x} + a$.
- عندما نضرب في نفس العدد a كل قيمة من قيم الطّبع الإحصائي : الوسط الحسابي يضرب في العدد a أي $\overline{a \times x} = a \times \bar{x}$.

مثال: معدّل علامات تلاميذ قسم هو 9. عندما نضيف نقطتين لكل علامة،
يصبح معدّل هذا القسم 11 وعندما نضرب كلّ علامة في 2 يصير المعدّل 18.

● **المدى:** **تعريف 4:** **مدى** سلسلة إحصائية هو الفرق بين أكبر قيمة للمتغير الإحصائي وأصغر قيمة له.

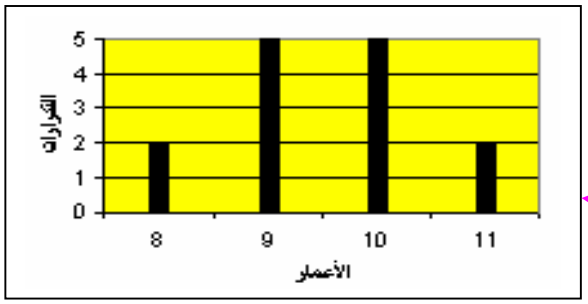
مثال: علامات عمر هي : 5 ، 11 ، 17 و علامات أحمد هي : 9،10،14.
مدى علامات عمر : 5-17 أي 12 ؛ مدى علامات أحمد : 9-14 أي 5
للتلميذين نفس المعدّل، ولكن علامات عمر أكثر " تشتت" بالنّسبة إلى علامات أحمد.
ملاحظة: يُسمّى كلّ من المنوال والوسيط والوسط الحسابي **مؤشّرات الموقع**، بينما يُسمّى المدى **مؤشّر التّشتت**.

2. التّمثيلات البيانية:

رغم ما توفّره الجداول الإحصائيّة من معلومات عن الظّاهرة محلّ الدّراسة إلاّ أنّها لا تزودنا بسرعة بفكرة واضحة ومختصرة وشاملة عن هذه الظّاهرة، لذلك غالبا ما نلجأ إلى تمثيل هذه الجداول تمثيلا بيانيا.
التّمثيلات البيانية التّي نستعملها عادة هي: المخطّط بالأعمدة، المدرج التّكراري، المخطّط الدائري، مضلّع التّكرارات، مضلّع التّواترات.

مثال1: يعبّر الجدول الآتي عن توزيع أعمار 12 طفلا:

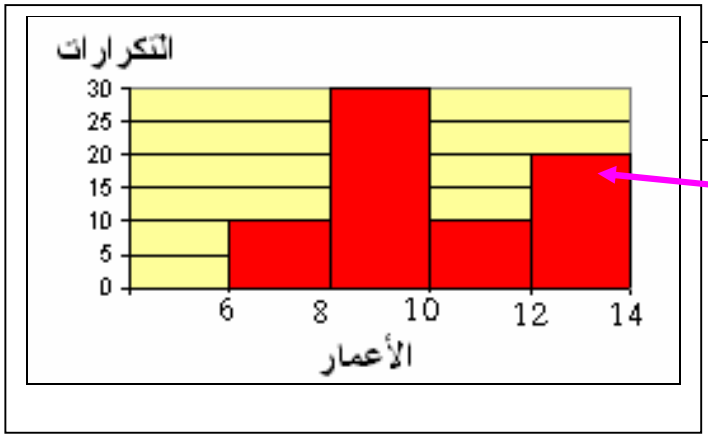
الأعمار بالسّنوات	8	9	10	11
التّكرار	2	5	3	2



المخطّط بالأعمدة المتعلق بهذه السّلسلة الإحصائيّة هو:

مثال 2 : أعمار 70 طفل موزعة كالآتي:

الأعمار بالسّنوات	$[6;8[$	$[8;10[$	$[10;12[$	$[12;14[$
التّكرار	10	30	10	20



المدرج التّكراري المتعلق بهذه السّلسلة الإحصائيّة هو:

ملاحظة هامة: مساحات المستطيلات (الملونة بالأحمر في الشكل) متناسبة مع التّكرارات.

4. تذبذب العيينات والمحاكاة:

- **عيّنة إحصائيّة:** لتكن سلسلة إحصائية تتكون من نتائج تجربة أجريت n مرة. هذه السلسلة تشكل عيّنة. إحصائية

مثال :

- **التّجربة** : رمي قطعة نقدية غير مزيّفة.
- **النتائج الممكنة** : ظهر أو وجه.
- **التّرميز** : نرمز بالرّقم **1** للوجه و بالرّقم **2** للظهر.
- **العيّنة**:عندما نرمي هذه القطعة 10 مرّات نتحصل على عيّنة مقاسها 10 .نتحصل مثلا عل العيّنة:**1-1-1-2-1-2-2-2-2-2**.

سجّلنا تواتر كلّ نتيجة من النّتيجتين وتحصّلنا على الجدول الآتي:

جدول توزيع التّواترات

النتيجة	**1**	**2**
التّواتر	*0,4*	*0,6*

مثلا: *0,6* هو تواتر النتيجة **2** .

- **تذبذب العيّنات:**

عندما ننجز تجربة n مرة، نتحصل على عينة مقاسها n ، وعندما نعيد نفس التّجربة n مرة في نفس الظروف نجد عينة أخرى **مقاسها** n ليست بالضرورة مطابقة للأولى. تسمى هذه الظاهرة **تذبذب العينات**.

مثال: التّجربة: رمي زهر نرد غير مزيّف.

النتائج الممكنة: الوجه1 ،الوجه2 ، الوجه3 ، الوجه4 ، الوجه 5، الوجه6.

التّرميز: نرمز لكل وجه بعدد النقط الذي يحمله ؛ مثلا الوجه هو 6 .

رمى محمد زهر النّرد 50 مرّة فتحصل على عيّنة A، وأنجز سعيد نفس العملية بنفس النّرد فتحصل على عيّنة B .

لكل عيّنة تحصلنا على توزيع التّواترات حسب الجدول الآتي:

النتيجة	1	2	3	4	5	6
تواتر A	*0,12*	*0,18*	*0,12*	*0,14*	*0,18*	*0,26*
تواتر B	*0,14*	*0,2*	*0,16*	*0,15*	*0,24*	*0,11*

نلاحظ أنّ توزيع التوترات في العينتين ليس نفسه، أي هناك تذبذب في نتائج كلّ من سعيد ومحمد، هذه الظاهرة تعرف بتذبذب العينات.

- **تجربة عشوائية:** عندما نرمي زهر نرد غير مزيّف ، ونهتم بالرّقم الظّاهر على الوجهه العلوي، من المؤكّد أنّنا لا نستطيع توقّع هذه النتيجة مسبقا؛ إنّ هذه التّجربة تسمى **تجربة عشوائية** .
- **المحاكاة:** محاكاة تجربة عشوائية يعني اختيار نموذج لهذه **التّجربة**

مثال:

- التّجربة العشوائية: ميلاد بنت أو ولد في 10 عائلات.
- نموذج لهذه التّجربة: حظوظ ميلاد بنت تساوي حظوظ ميلاد ولد.
- تنفيذ محاكاة توزيع الجنس في 10 عائلات : يمكن محاكاة هذه التّجربة بعدة طرق، نقترح هنا طريقتين مألوفتين هما:

طريقة1:

برمي قطعة نقديّة غير مزيّفة **10** مرّات حيث نرفق الوجه بالنتيجة "بنت" و الظهر بالنتيجة "ولد" .

مثلا : العيّنة وجه – ظهر - وجه – وجه – ظهر - ظهر- وجه- وجه – وجه – ظهر تعبّر عن 6 بنات و 4 أولاد في العائلات العشرة. (يمكن ان نرمز F لـ : وجه و P لـ : ظهر).

طريقة2:

برمي زهر نرد غير مزيّف **10** مرّات. نرفق الوجوه 2 ، 4 ، 6 بالنتيجة "بنت" و الوجوه 1 ، 3 ، 5 بالنتيجة "ولد" .

مثلا: العيّنة 2-4-1-3-1-5-6-2-3-1 تعبّر عن 4 بنات و 6 أولاد في العائلات العشرة.

ملاحظات:

- السّند المادّي في الطّريقة الأولى هو قطعة نقديّة غير مزيّفة.
- السّند المادّي في الطّريقة الثانية هو زهر نرد غير مزيّف.

التطبيقات : التمرين 65 الصفحة 181

حصة إعلام ألي لإستخدام المجدول *excel*

الباب السابع

الحساب الشعاعي و الهندسة التحليلية

الكفاءات المستهدفة

- التّعرف على تساوي شعاعين.
- التّعرف على مجموع شعاعي وإنشاؤه.
- التّعرف على جداء شعاع بعدد حقيقي.
- التّعليم على مستقيم، وفي المستوي.
- التّعرف على استقامية ثلاث نقط.
- التّعبير عن توازي شعاعين واستقامية ثلاث نقط في معلم.
- التّعرف على معامل توجيه مستقيم.
- إنشاء مستقيم عُلِمت معادلة له.
- إيجاد معادلة لمستقيم.
- حل جملة معادلتين خطيتين لمجهولين.
- حل مسائل تؤدي إلى استخدام جملة معادلتين خطيتين لمجهولين.

من بداية الأسبوع الأول من فبراير إلى نهاية الأسبوع الثالث من فبراير

المدة: 3أسابيع المدة الزمنية : 15ساعة

الحساب الشعاعي والهندسة التحليلية

نشاط01: A، B، C و D أربعة نقط ممثلة على المستقيم الوزود بالمعلم الخطي $(O;\vec{i})$

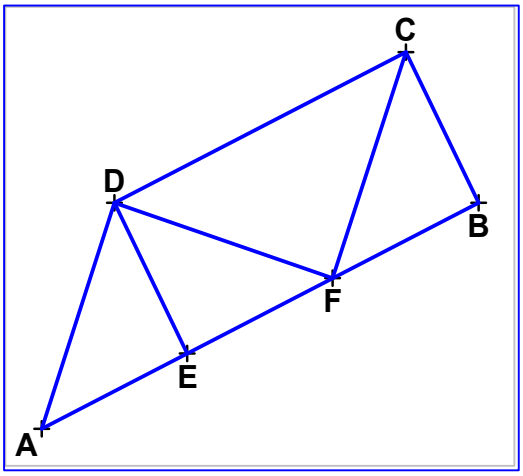
1. **من خلال هذا التمثيل أكمل المساوات الشعاعية التالية:**

$\overrightarrow{AC} = ...\overrightarrow{BD}$; $\overrightarrow{AD} = ...\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{AD} = ...\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{CA} = ...\overrightarrow{DA}$;$\overrightarrow{BC} = ...\overrightarrow{AB}$

2. **أرسم المستقيم المزود بالمعلم الخطي $(A;\overrightarrow{AB})$ الوحدة $1cm$ و ضع النقط M، N، P، Q، R حيث:**

$\overrightarrow{AR} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AM}$; $\overrightarrow{AP} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AM}$; $\overrightarrow{BN} = \frac{2}{5}\overrightarrow{BM}$; $\overrightarrow{AM} = -4\overrightarrow{AB}$

نشاط 02: 1. **أكمل باستعمال أحد الرموز: $=$ أو $\neq$**



$\overrightarrow{AE}$.....$\overrightarrow{FB}$; $\overrightarrow{AD}$.....$\overrightarrow{FD}$

$\overrightarrow{CD}$.....$\overrightarrow{AF}$; $\overrightarrow{AB}$.....$\overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{CF}$.....$\overrightarrow{DA}$; $\overrightarrow{ED}$.....$\overrightarrow{EF}$

2. **عين شعاع :**

أ) يساوي $\overrightarrow{AE}$ ب) يساوي $\overrightarrow{CF}$ ت) معاكس $\overrightarrow{AF}$

ث) معاكس $\overrightarrow{CB}$ ج) يساوي $\overrightarrow{EB}$

3. **عين شعاعان :**

أ) لهما نفس الاتجاه و غير متساويين

ب) لهما نفس الطول و هما غير متساويين

ج) لهما نفس المنحى و اتجاه معاكس و هما غير متعاكسان

نشاط 03: A، B، C و D أربعة نقط من المستوي

أنشئ M و N حيث: $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ قارن بين $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{BD}$

ليكن ABCD متوازي أضلاع مركزه O . أنشئ M حيث: $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ و أنشئ I حيث: $\overrightarrow{DI} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{BC}$

1. أثبت أن $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AO}$
2. أختصر المساوات: $\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{FA}$

نشاط 04: أرسم معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. علم النقط $A(-4;-2)$; $B(8;7)$; $C(2;-1)$; $D(6;2)$; $E(4;7)$; $F(-4;1)$
2. أرسم الأشعة: $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{EF}$
3. أحسب مركبات الأشعة $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{EF}$
4. بين أن الشعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ لهما مركبات متناسبة
5. عين معامل التناسبية k الذي يسمح بحساب مركبات $\overrightarrow{CD}$ من خلال مركبات $\overrightarrow{AB}$
6. أكتب $\overrightarrow{CD}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$ ماذا تستنتج؟

حل النشاطات في القسم

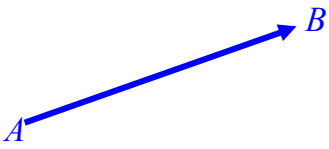
الـــدروس:

الأشعّة والحساب الشعاعي: مفهوم الشّعاع

تعريف01: شعاع غير معدوم يميز بـ: إتجاه ، منحى ، طول (**معيار** $\|\vec{u}\|$) و يرمز له بـ : $\vec{u}$ ، $\vec{v}$ ، $\vec{w}$ .....

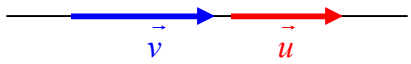
تعريف02: A ، B نقطتان متمايزتان من المستوي نقول أنّ الثنائية $(A;B)$ تعيّن شعاعا نرمز له بالرّمز $\overrightarrow{AB}$

- يسمّى طول قطعة المستقيم $[AB]$ **طويلة** الشعاع $\overrightarrow{AB}$ ، ونكتب: $\|\overrightarrow{AB}\| = AB$



- إذا كان $\overrightarrow{AB}$ شعاعا غير معدوم فإنّ **منحى** الشعاع $\overrightarrow{AB}$ هو منحى المستقيم (AB)

أمثلة:



$\vec{u}$ و $\vec{v}$ لهما نفس الاتجاه ونفس المنحى $\vec{u}$ و $\vec{v}$ لهما اتجاهان متعاكسان ونفس المنحى

ملاحظات: **1.** نقول أن النقطة B هي صورة A بانسحاب شعاعه $\overrightarrow{AB}$

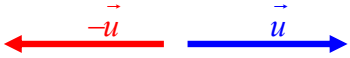
2. يمكن أن نكتب $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ في هذه الحالة نقول أن $\vec{u}$ ممثل بالشعاع $\overrightarrow{AB}$ مبدؤه A و نهايته B

① الأشعة الخاصة:

1. الشعاع المعدوم: عندما تنطبق النقطة A على B يصبح الشعاع معدوم : $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \vec{0}$

ملاحظة: ليس للشعاع المعدوم منحى أو إتجاه و طوله معدوم

2. الشعاع المعكوس: معكوس الشعاع الغير المعدوم $\vec{u}$ هو الشعاع الذى له نفس المنحى و نفس الطول و لكن إتجاه معاكس

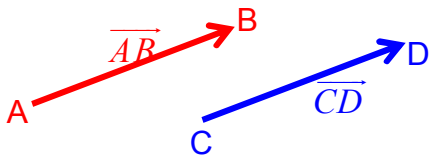


ملاحظة: معكوس الشعاع $\overrightarrow{AB}$ هو الشعاع $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$

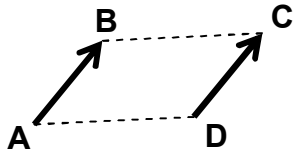
② الأشعة المتساوية:

تعريف: نقول عن شعاعين أنّهما متساويان إذا كان لهما نفس المنحى، ونفس الاتجاه، ونفس الطويلة

مثال: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$



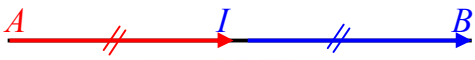
1. الأشعة المتساوية و متوازي الأضلاع:



خاصية: من أجل كلّ أربع نقط متمايزة A ، B ، C ، D من المستوي لدينا:
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ إذا و فقط إذا كان : $ABCD$ متوازي أضلاع

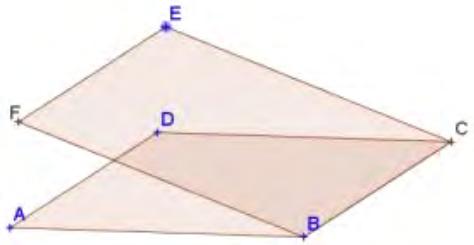
ملاحظة: لدينا كذالك $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$ ، $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ ، $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}$

2. الأشعة المتساوية و منتصف قطعة:



خاصية: I منتصف القطعة $[AB]$ إذا و فقط إذا كان : $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$

ملاحظة: لدينا كذالك $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BI}$



تطبيقات:

تمرين01: ليكن متوازي أضلاع $ABCD$ و $BCEF$

1. بين أن: $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{FE}$

2. استنتج أن : $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{DE}$

تمرين02: أكمل الجدول التالي :

التعبير اللغوي	التعبير الشعاعي
E هي صورة .....بواسطة.....	$\overrightarrow{IE} = \overrightarrow{SA}$
D هي صورة A بواسطة انسحاب شعاعه $\overrightarrow{BC}$	.....
$ASTI$ متوازي أضلاع	$\overrightarrow{TI} = ...$
..... متوازي أضلاع	$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CA}$
A منتصف القطعة $[BC]$	.....
J هو منتصف	$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{JA}$

تمرين03: ليكن ABC مثلث

1. أ) أنشئ D بحيث $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$

ب) عين صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BA}$

2. أ) أنشئ E نظيرة D بالنسبة إلى أنشئ A

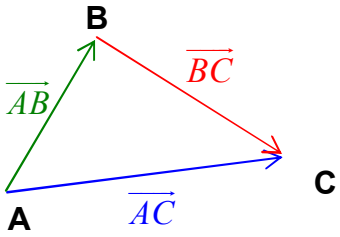
ب) بين أن: $\overrightarrow{EA}=\overrightarrow{BC}$

ت) استنتج أن B هي صورة E بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$

③ العمليات على الأشعة:

1. مجموع شعاعين:

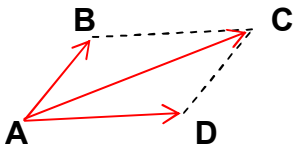
● **علاقة شال:** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$



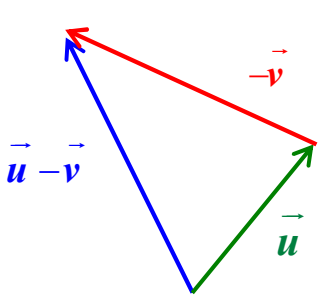
لاحظ

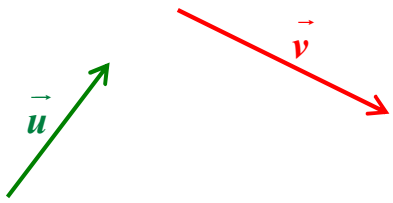
● **المحصلة:** في متوازي أضلاع القطران هما مجموع شعاعان

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$



● **الفرق بين شعاعان:** نسمي الفرق بين الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ هو الشعاع $\boxed{\vec{u}-\vec{v}=\vec{u}+(-\vec{v})}$





تطبيقات:

تمرين01: بسط الكتابات التالية :

a) $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MN}$ b) $\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{AM}$ c) $\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{KO}+\overrightarrow{NK}$

d) $\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NM}$ e) $\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{OP}$ f) $\overrightarrow{KN}-\overrightarrow{ON}+\overrightarrow{OK}$

الجواب:

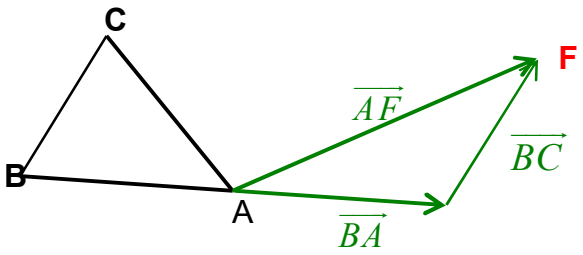
a) $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AN}$ **b)** $\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MP}=\overrightarrow{AP}$ **c)** $\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{KO}+\overrightarrow{NK}=\overrightarrow{KO}+\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{NK}=\overrightarrow{NK}+\overrightarrow{KP}=\overrightarrow{NP}$

d) $\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NM}=\overrightarrow{MM}=\vec{0}$ **e)** $\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{PM}=\overrightarrow{MM}=\vec{0}$

f) $\overrightarrow{KN}-\overrightarrow{ON}+\overrightarrow{OK}=\overrightarrow{NO}+\overrightarrow{OK}+\overrightarrow{KN}=\overrightarrow{KK}=\vec{0}$

تمرين02: ليكن ABC مثلث أنشئ F بحيث $\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$

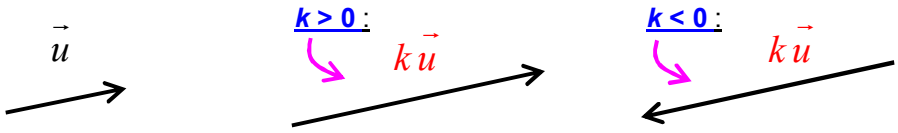
الجواب:



④ جداء شعاع بعدد حقيقي:

تعريف: $\vec{u}$ شعاع غير معدوم و k عدد غير معدوم. جداء الشّعاع $\vec{u}$ بالعدد k هو الشّعاع الذي نرمز له بالرّمز $k\vec{u}$ والمعرّف كما يأتي:

- $\vec{u}$ و $k\vec{u}$ لهما نفس المنحي ونفس الاتجاه إذا كان $k>0$
- $\vec{u}$ و $k\vec{u}$ لهما نفس المنحي واتجاهان متعاكسان إذا كان $k<0$.
- طويلة الشّعاع $k\vec{u}$ هي: $\|k\vec{u}\|=|k|\|\vec{u}\|$



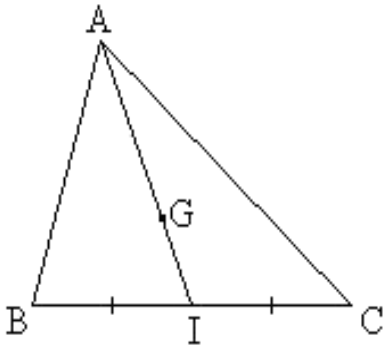
ملاحظة: عندما يكون $\vec{u}=\vec{0}$ أو $k=0$ فإن: $k\vec{u}=\vec{0}$

خواص: نقبل الخواص الآتية: مهما يكن الشعاعان $\vec{u}$ و $\vec{v}$ و مهما يكن العددان الحقيقيان α و β فإن:

1. $\alpha(\vec{u}+\vec{v})=\alpha\vec{u}+\alpha\vec{v}$
2. $(\alpha+\beta)\vec{u}=\alpha\vec{u}+\beta\vec{u}$
3. $1\vec{u}=\vec{u}$
4. $(\alpha.\beta)\vec{u}=\alpha(\beta\vec{u})$

أمثلة: 1. **مركز ثقل مثلث:** مركز ثقل مثلث ABC هو النقطة G

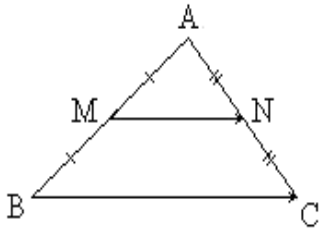
بحيث: $\boxed{\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AI}}$ أو $\boxed{\overrightarrow{GA}=-2\overrightarrow{GI}}$ و I منتصف $[BC]$



معناه : (AI) هو المتوسط المتعلق بالضلع $[BC]$

ترجمات أخرى: $\boxed{\overrightarrow{IG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{IA}}$ أو $\boxed{\overrightarrow{GI}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{GA}}$

2. **مبرهنة المنتصفات:** ليكن ABC مثلث و M منتصف $[AB]$ و N منتصف $[AC]$



وعليه: $\boxed{\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}}$

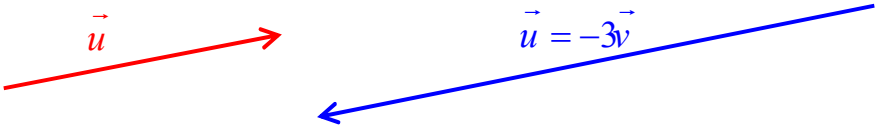
البرهان: $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC})=\frac{1}{2}(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC})=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

⑤توازي شعاعين:

تعريف: نقول عن شعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ أنّهما مرتبطان خطيا إذا وجد عدد حقيقي k حيث $\vec{u}=k\vec{v}$ أو $\vec{v}=k\vec{u}$

ملاحظة: الشّعاع المعدوم مرتبط خطيا مع أي شعاع. لأن: من أجل كلّ شعاع $\vec{u}$ لدينا: $\vec{0}=0\times\vec{u}$

نتيجة : يكون الشّعاعان غير المعدومين مرتبطين خطيا إذا وفقط إذا كان لهما نفس المنحى.

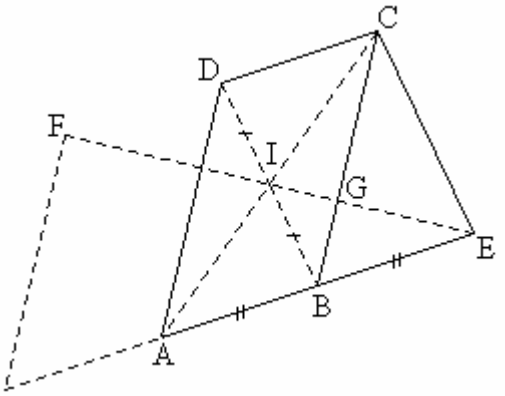


- **التوازي والاستقامية:**

مبرهنة1: $(AB)//(CD)\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}//\overrightarrow{CD}$ **معناه** يوجد عدد حقيقي k حيث: $\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{CD}$

مبرهنة2: تكون النّقط A ، B ، C في استقامية إذا وفقط إذا كان الشّعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BC}$ مرتبطين خطيا

تطبيق01: في الشكل المقبل $ABCD$ متوازي أضلاع مركزه I و B منتصف $[AE]$ و G مركز ثقل المثلث ACE



$\overrightarrow{BF}=2\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}$ أوجد علاقة بين :

1. $\overrightarrow{AE}$ و $\overrightarrow{CD}$
2. $\overrightarrow{CG}$ و $\overrightarrow{CB}$
3. $\overrightarrow{EG}$ و $\overrightarrow{EI}$

أحسب $\overrightarrow{IE}+\overrightarrow{IF}$ ثم بين أن: E ، G و F في استقامية

الجواب: 1. لدينا: $\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{BA}$ **لأن:** و B منتصف $[AE]$

ومنه: $\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{DC}=\boxed{-2\overrightarrow{CD}}$

2. و لدينا: $\boxed{\overrightarrow{CG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CB}}$ **لأن:** G مركز ثقل المثلث ACE

3. ولدينا: $\boxed{\overrightarrow{EG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{EI}}$ **لأن:** G مركز ثقل المثلث ACE ومنه: $\boxed{\overrightarrow{EI}=\frac{3}{2}\overrightarrow{EG}}$

$\overrightarrow{IE}+\overrightarrow{IF}=\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{BF}=2\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{BF}$

ومنه: لأن: $\overrightarrow{BF}=2\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{IE}+\overrightarrow{IF}=2\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{BE}+2\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}$

ومنه: لأن: $\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AB}$ و B منتصف $[AE]$

$\overrightarrow{IE}+\overrightarrow{IF}=2(\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{BA})+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$

ومنه: لأن: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$ $ABCD$ متوازي أضلاع

$\overrightarrow{IE}+\overrightarrow{IF}=2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AC}$

وبما أن: $2\overrightarrow{IA}=\overrightarrow{CA}$ لأن: I منتصف $[AC]$ ينتج:

$\overrightarrow{IE}+\overrightarrow{IF}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AC}=\vec{0}$

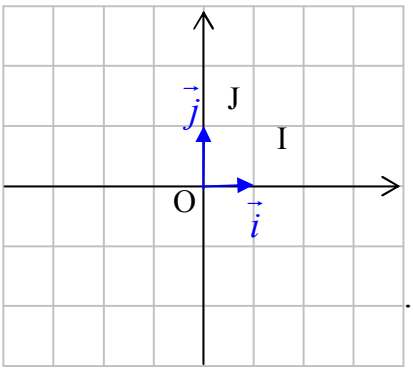
ومنه : I منتصف $[EF]$

وعليه : $\overrightarrow{EF}=2\overrightarrow{EI}$ ولدينا : $\overrightarrow{EI}=\frac{3}{2}\overrightarrow{EG}$ ومنه: $\overrightarrow{EF}=3\overrightarrow{EG}$ ومنه E ، G و F في استقامية

تطبيق02: ليكن ABC مثلث و النقطتان I و J بحيث: $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AJ}=3\overrightarrow{AC}$

1. عبر عن $\overrightarrow{IC}$ و $\overrightarrow{BJ}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$
2. استنتج أن المستقيمان (IC) و (BJ) متوازيان

الجواب: لدينا: $\overrightarrow{IC}=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AC}=\boxed{-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}}$ و $\overrightarrow{BJ}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AJ}=\boxed{-\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AC}}$



و حسب العلاقات السابقة نستنتج أن: $\boxed{\overrightarrow{BJ}=3\overrightarrow{IC}}$ ومنه $\overrightarrow{IC}$ و $\overrightarrow{BJ}$ مرتبطان خطيا

وعليه: المستقيمان (IC) و (BJ) متوازيان

⑥ **المعلم للمستوي:** O ، I ، J ثلاث نقط متمايزة من المستوي وليست في استقامية.

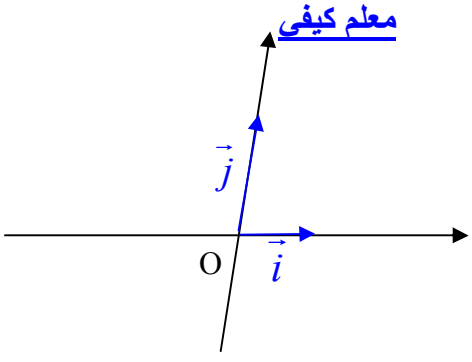
نقول إنّ النّقط $(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j}\ )$ بهذا التّرتيب تعيّن معلما للمستوي **مبدؤه** النّقطة O.

نضع $\overrightarrow{OI}=\vec{i}$ ، $\overrightarrow{OJ}=\vec{j}$. إنّ الشّعاعين $\vec{i}$ و $\vec{j}$ غير مرتبطين خطيا نسمّيهما أشعة **الأساس** ،

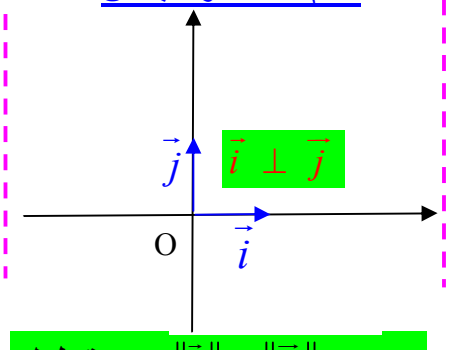
ونرمز للمعلم بالرّمز $(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j}\ )$ ونسمّي **(OI)** محور الفواصل، و **(OJ)** محور التّراتيب.

ملاحظة: توجد ثلاثة أنواع من المعالم للمستوي

معلم كيفي

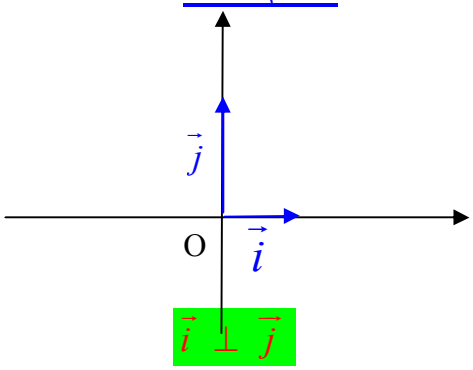


معلم متعامد ومتجانس



$\vec{i}\perp\vec{j}$ و $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=1$ (وحدة طول)

معلم متعامد



$\vec{i}\perp\vec{j}$

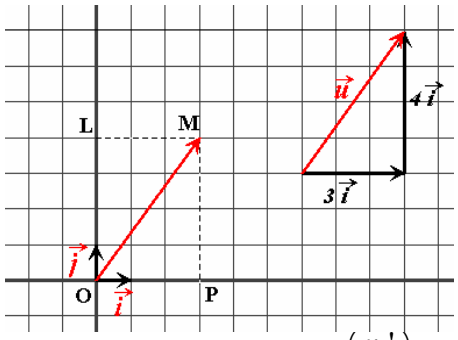
- **إحداثيا نقطة – مركبتا شعاع:**

مبرهنة: ليكن $(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j}\ )$ معلما للمستوي .

1)من أجل كلّ نقطة M من المستوي،توجد ثنائية وحيدة من الأعداد الحقيقيّة (x ;y) بحيث: $\overrightarrow{OM}=x\vec{i}+y\vec{j}$ ونكتب: $\boxed{M(x\ ;y)}$

2)من أجل كلّ شعاع $\vec{U}$ توجد ثنائية وحيدة من الأعداد الحقيقيّة (x ;y) بحيث: $\vec{U}=x\vec{i}+y\vec{j}$ ونكتب: $\boxed{\vec{U}(x\ ;y)\Leftrightarrow\vec{U}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}}$

مثال: في الشكل المقابل $M(3;4)$ و $\vec{U}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$

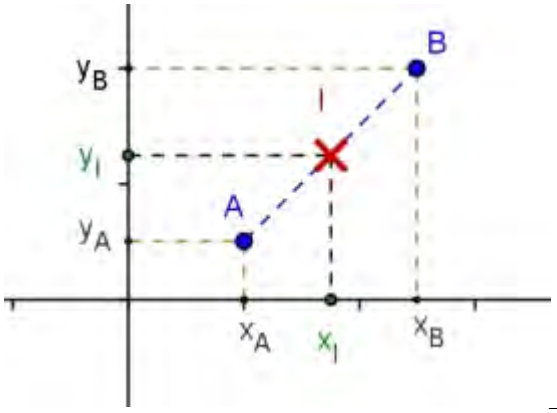


نتائج: ليكن $(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j}\ )$ معلما للمستوي، وليكن $\vec{U}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ و $\vec{V}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ و k عدد حقيقي

1. $\vec{U}=\vec{V}\Leftrightarrow\begin{cases}x=x'\\y=y'\end{cases}$ ، 2. $(\vec{U}+\vec{V})\begin{pmatrix}x+x'\\y+y'\end{pmatrix}$ ، 3. $k\vec{u}\begin{pmatrix}kx\\ky\end{pmatrix}$

مثال: لتكن الأشعة التالية: $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ ، $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-1\\5\end{pmatrix}$ ، $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ أحسب: $\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{CD}-2\overrightarrow{EF}$

- **حساب مركبتي شعاع و إحداثيتي منتصف قطعة مستقيم:**



مبرهنة: لتكن $A(x_A\ ;y_A)$ ، $B(x_B\ ;y_B)$ في معلم $(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j}\ )$

1) مركبتا الشّعاع $\overrightarrow{AB}$ هما $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$

2) إحداثيات I منتصف $[AB]$ هما $I\begin{pmatrix}\dfrac{x_A+x_B}{2}\\[2mm]\dfrac{y_A+y_B}{2}\end{pmatrix}$

- **شرط الارتباط الخطي لشعاعين:**

مبرهنة: ليكن $(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j}\ )$ معلما للمستوي، وليكن $\vec{U}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ و $\vec{V}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$

يكون الشعاعان $\vec{U}$ و $\vec{V}$ مرتبطان خطيا إذا و فقط إذا $\boxed{xy'-x'y=0}$

مثال: $\vec{u}\begin{pmatrix}4\\-7\end{pmatrix}$ و $\vec{v}\begin{pmatrix}-12\\21\end{pmatrix}$ مرتبطان خطيا لأن: $\boxed{4(21)-(-12)(-7)=84-84=0}$

ملاحظة:

تسمّى المساواة $xy'-x'y=0$ شرط الارتباط الخطي لشعاعين و تسمى كذالك بمحدد الشعاعين:

ويمكن أن تكتب $\boxed{\begin{vmatrix}x & x'\\y & y'\end{vmatrix}=xy'-x'y=0}$

في المثال السابق: يمكن الكتابة : $\begin{vmatrix}4 & -12\\-7 & 21\end{vmatrix}=4(21)-(-12)(-7)=84-84=0$

• المسافة بين نقطتين:

مبرهنة: ليكن $A(x_A\,;y_A)$ ، $B(x_B\,;y_B)$ في معلم متعامد ومتجانس $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,)$

المسافة بين النّقطتين A و B تساوي $\left\|\overrightarrow{AB}\right\| = AB = \sqrt{\left(x_B - x_A\right)^2 + \left(y_B - y_A\right)^2}$

ملاحظة: إذا كان: $\vec{U}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ فإن: طول الشعاع $\vec{U}$ هو $\left\|\vec{U}\right\| = \sqrt{x^2+y^2}$

مثال: $A(3;2)$ و $B(2;-2)$ فإن: $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 2-3 \\ -2-2 \end{pmatrix}$ ومنه: $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix}$ وعليه: $AB = \sqrt{(2-3)^2+(-2-2)^2} = \sqrt{17}$

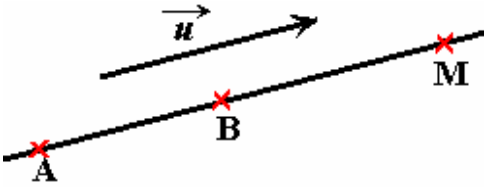
معادلة مستقيم: في كلّ ما سيأتي نعتبر المستوي مزوّد بمعلم $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,)$

• شعاع توجيه مستقيم :

تعريف: هو كل شعاع يوازي مستقيم

كلّ نقطتين A و B متمايزتين تعينان مستقيم (AB) ، ومن أجل كلّ نقطة M من (AB) فإنّ $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AM}$ مرتبطان خطيا.

نقول أنّ $\overrightarrow{AB}$ هو شعاع توجيه للمستقيم (AB).

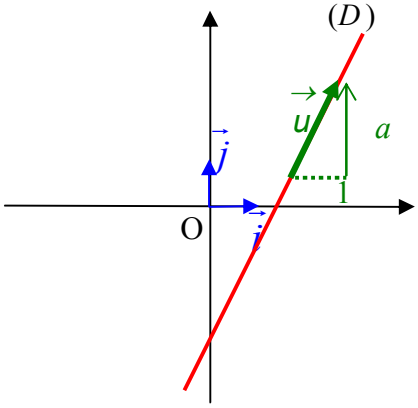


ملاحظة:

إذا كان $\overrightarrow{AB}$ شعاع توجيه للمستقيم (D) فكلّ شعاع غير معدوم ومرتبط خطيا بالشعاع $\overrightarrow{AB}$ هو أيضا شعاع توجيه للمستقيم (D)

تعريف: معامل توجيه مستقيم هو المركبة الثانية لشعاع توجيه لهذا المستقيم مركبته الأولى تساوي واحد. $\vec{u}\begin{pmatrix} 1 \\ a \end{pmatrix}$

في الشّكل السابق معامل توجيه (D) هو العدد a

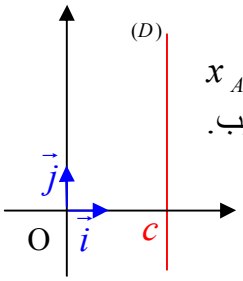


• معادلة مستقيم يوازي محور التّراتيب:

A و B نقطتان لهما نفس الفاصلة c أي: $x_A = x_B = c$

كلّ نقطة M من المستقي (AB) فاصلتها $x_M = c$. إنّ المستقي (AB) يوازي محور التّراتيب.

الشّعاع $\vec{u}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ هو شعاع توجيه للمستقيم (AB) معادلته : $\boxed{x = c}$

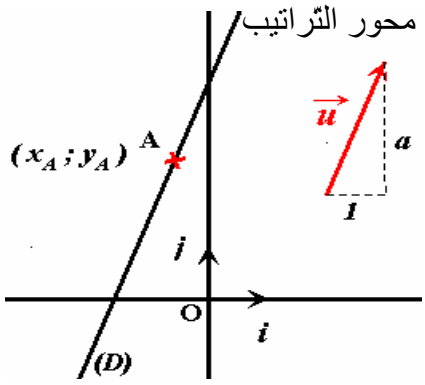


• معادلة مستقيم لا يوازي محور التّراتيب:

إذا كان للنّقطتين A و B فاصلتان مختلفتان أي $x_A \neq x_B$ فإنّ المستقيم (AB) لا يوازي محور التّراتيب

ومعادلته من الشكل: $\boxed{y = ax + b}$

الشّعاع $\vec{u}\begin{pmatrix} 1 \\ a \end{pmatrix}$ هو شعاع توجيه للمستقيم (D) ، والعدد a هو معامل توجيهه.



مثال: المعادلة $4x + 3y = 12$ تكتب على الشّكل $y = \frac{-4}{3}x + 4$ ، فهي معادلة مستقيم (D) معامل توجيهه هو $\frac{-4}{3}$

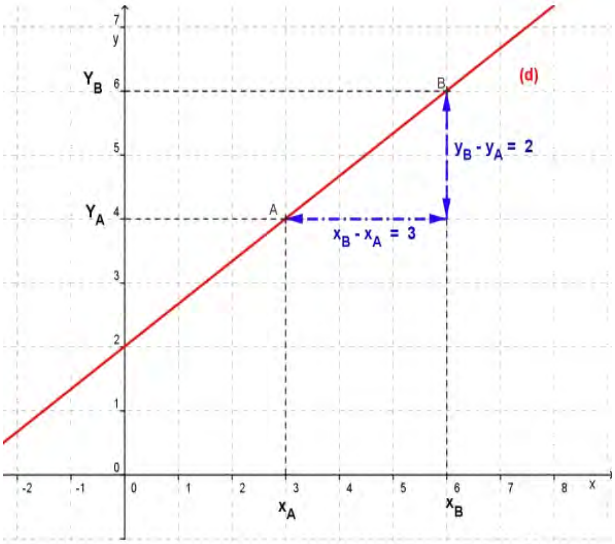
كلّ من (4; 0) و(0; 3) تحقق المعادلة: $4x + 3y = 12$ ، ومنه النّقطتين A(4; 0) ، B(0; 3) تنتميان إلى (D) .

- **حساب معامل توجيه مستقيم:**

مبرهنة: من أجل كلّ نقطتين $A(x_A ; y_A)$ ، $B(x_B ; y_B)$ في معلم $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ حيث $x_A \neq x_B$

معامل توجيه المستقيم (AB) يساوي $\boxed{\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}}$.

مثال: معامل توجيه المستقيم (AB) في الشّكل المقابل يساوي



$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{6-4}{6-3} = \frac{2}{3}$$

(AB) له معادلة من الشّكل $y = \frac{2}{3}x + b$ (يمكن حساب b بسهولة)

إما بتعويض نقطة أوهي الترتيبة إلى المبدأ و تساوي 2

ومنه: المعادلة تصبح $y = \frac{2}{3}x + 2$

الأوضاع النسبية بين مستقيمين:

- **شرط توازي مستقيمين:**

مبرهنة: ليكن $(D): y = ax + b$ ، $(D'): y = a'x + b'$ ومنه: $\boxed{a = a'} \Leftrightarrow (D) // (D')$ البرهان ن في الكتاب

- **جملة معادلتين خطيتين:**

تعريف: نسمّي جملة معادلتين خطيتين لمجهولين كلّ جملة $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ حيث a، b، c، a'، b'، c' أعداد معلومة.

ونعني بحل جملة معادلتين خطيتين لمجهولين إيجاد الثنائيات (x ;y) التّي تحقّق المعادلتين في آن واحد

- **التفسير البياني لحل جملة معادلتين خطيتين لمجهولين:**

لتكن جملة المعادلتين $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$.

المعادلة $ax + by = c$:

- تكتب على الشّكل $x = \frac{c}{a}$ من أجل $b = 0$
- تكتب على الشّكل $y = \frac{-a}{b}x + \frac{c}{b}$ من أجل $b \neq 0$

فهي في الحالتين معادلة مستقيم (D) ، وكذلك بالنّسبة إلى $a'x + b'y = c'$ هي معادلة مستقيم (D').

(x ;y) حل لجملة المعادلتين معناه أن النّقطة M(x ;y) تنتمي إلى كلّ من المستقيمين (D) و(D')، وهذان المستقيمان هما إمّا متقاطعان ، وإمّا متوازيان تماما ، وإمّا متطابقان. وبالتّالي:

• عدد حلول جملة معادلتين خطيتين لمجهولين: طريقة المحدد:

مبرهنة : لتكن جملة المعادلتين (S) : $\begin{cases} a\,x + b\,y + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$.

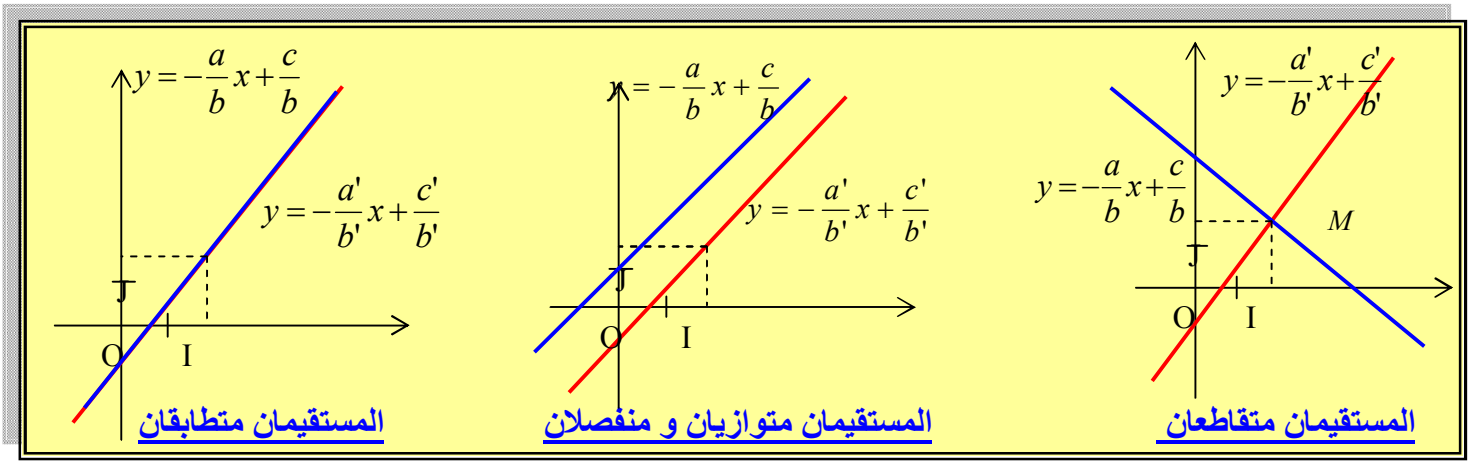
- إذا كان المستقيمان غير متوازيان أي: $-\frac{a}{b} \neq -\frac{a'}{b'}$ و منه $ab' \neq a'b$ أو $ab'-a'b \neq 0 \Leftrightarrow \boxed{d = \begin{vmatrix} a & a' \\ b & b' \end{vmatrix}} \neq 0$

فإنّ الجملة (S) تقبل حلا وحيدا هو: $\boxed{x = \frac{\begin{vmatrix} b & c \\ b' & c' \end{vmatrix}}{d}}$ و $\boxed{y = \frac{\begin{vmatrix} c & a \\ c' & a' \end{vmatrix}}{d}}$

- إذا كان المستقيمان متوازيان أي: $-\frac{a}{b} = -\frac{a'}{b'}$ و منه $ab' = a'b$ أو $ab'-a'b = 0 \Leftrightarrow \boxed{d = \begin{vmatrix} a & a' \\ b & b' \end{vmatrix}} = 0$

فالجملة (S) إمّا ليس لها حل (المستقيمان متوازيان و منفصلان) ، وإمّا لها ما لانهاية من الحلول (المستقيمان متطابقان).

تفسير المبرهنة هندسيا:



تطبيقات:

التمرين01: حل جمل المعادلات التالية: $\begin{cases} 3x-2y=-17 \\ -x+y=6 \end{cases}$ ، $\begin{cases} 3x-2y=5 \\ 5x+3y=2 \end{cases}$ ، $\begin{cases} -3x+y=1 \\ 6x-2y=6 \end{cases}$ $\begin{cases} -6x-3y=-6 \\ 2x+y=2 \end{cases}$

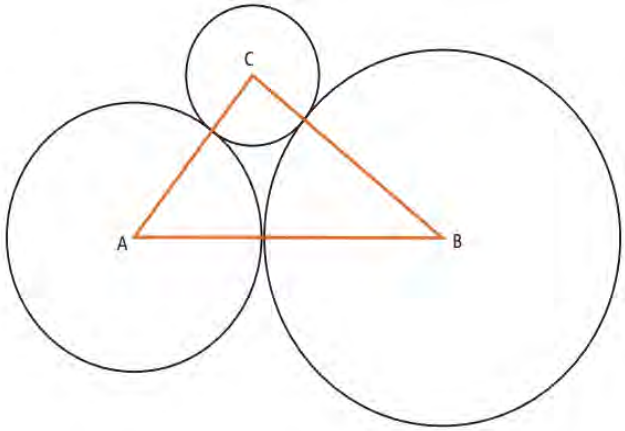
التمرين02: حل جمل المعادلات: $\begin{cases} 3x^2-2y^2=-17 \\ -x^2+y^2=6 \end{cases}$ ، $\begin{cases} \frac{3}{x}-\frac{2}{y}=5 \\ \frac{5}{x}+\frac{3}{y}=2 \end{cases}$

التمرين03: باع جزار أرنب و دجاج إذا حسبت الرؤوس وجدت 40 و إذا حسبت الأرجل وجدت 130
كم باع من الدجاج و من الأرانب

التمرين04: ABC مثلث حيث : AB= AC . محيطه 36 Cm وطول ارتفاعه AH هو: 12 Cm .
احسب أطوال أضلاع هذا المثلث

التمرين05: m وسيط حقيقي ناقش حسب قيم الوسيط m حلول الجملة : $\begin{cases} (m-1)x+3y+3=0 \\ mx+my+4=0 \end{cases}$

التمرين06: عين أنصاف أقطا ر الدوائر التالية علما بأن: $AB=24$ ، $AC=15$ ، $BC=19$ " جملة 3 معادلات"



التمرين07: ABC مثلث حيث $C(6;0)$; $B(2;0)$; $A(3;5)$ في معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

نرسم من A المستقيم (Δ_1) الذي يوازي (BC) و نرسم من B المستقيم (Δ_2) الذي يوازي (AC)

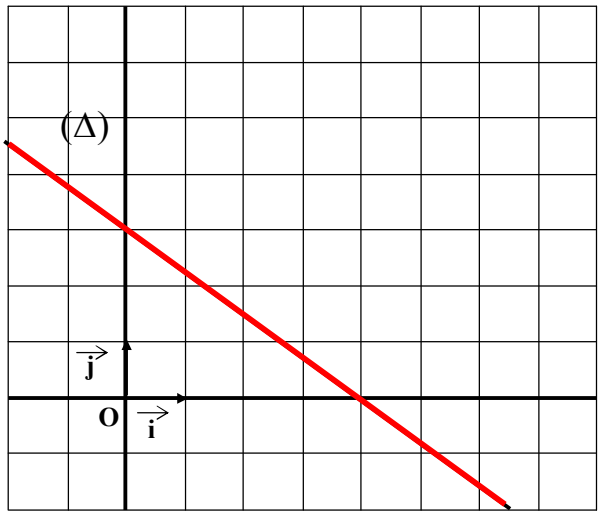
و نرسم من C المستقيم (Δ_3) الذي يوازي (AB).

1. اكتب معادلات كل من : (Δ_3) , (Δ_2) , (Δ_1) .
2. (Δ_1) و (Δ_2) متقاطعان في C' ؛ (Δ_1) و (Δ_2) يتقاطعان في B' ؛

(Δ_3)و(Δ_2) يتقاطعان في A' .

- احسب إحداثيات A' , B' , C' .
- بين أن A منصف $[B'C']$, B منتصف $[A'C']$ ، C منتصف $[A'B']$.
- بين أن المثلثين ABC و $A'B'C'$ لهما نفس مركز الثقل .

التمرين08:



1. اكتب معادلة (Δ) .
2. اكتب معادلة المستقيم (Δ_1) نظير (Δ) بالنسبة إلى $(O;\vec{i})$.
3. اكتب معادلة المستقيم (Δ_2) نظير (Δ) بالنسبة إلى $(O;\vec{j})$.
4. اكتب معادلة المستقيم (Δ_3) نظير (Δ) بالنسبة إلى O .

الباب الثامن

الهندسة في الفضاء

الكفاءات المستهدفة

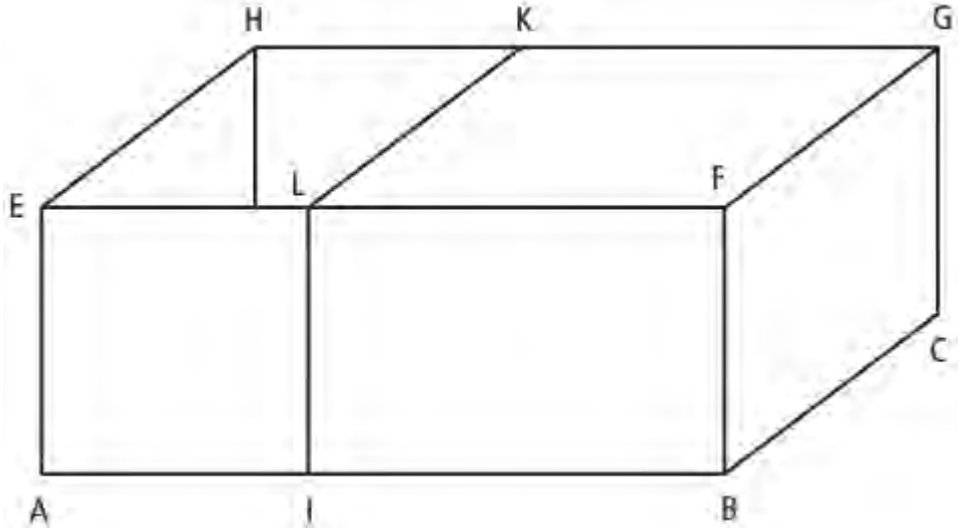
- التعامل مع المجسمات(تجسيدها يدويا وتمثيلها).
- حساب الأطوال والمساحات والحجوم.
- التّعرف على الأوضاع النسبية لمستقيمين.
- التّعرف على الأوضاع النسبية لمستقيم ومستو.
- التّعرف على الأوضاع النسبية لمستويين.

من بداية الأسبوع الثالث من فبراير إلى نهاية الأسبوع الثاني من مارس

المدة: 3أسابيع **المدة الزمنية :** 15ساعة

الهندسة في الفضاء

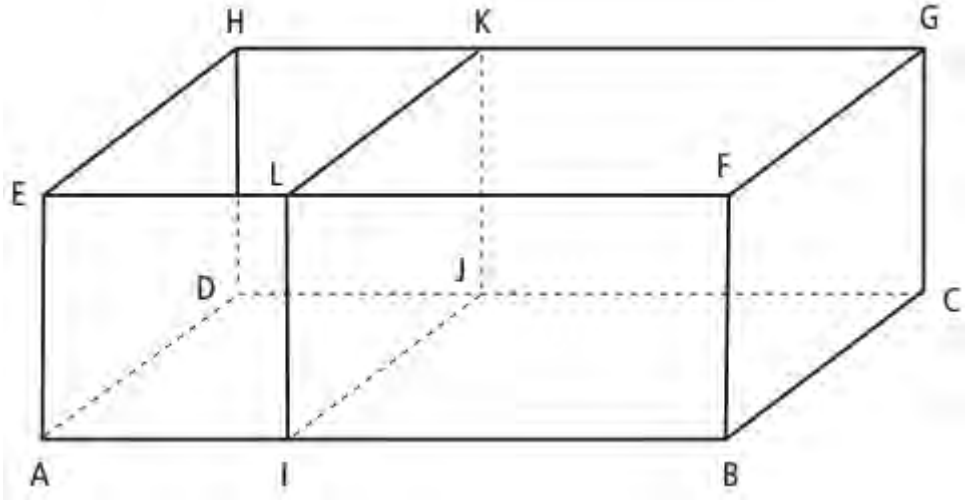
نشاط01: نعتبر متوازي المستطيلات التالي الذي يشبه علبة الكبريت :



1. اكتشف الأخطاء الموجودة في الرسم
2. أنجز رسم مماثل بطريقة صحيحة
3. هل النقط التالية من نفس المستوي أجب بـ: **نعم** أو **لا**

EFG	$ELIB$	$LFGC$	$AEGC$	$GCEH$	$GCHK$	$AIKG$

4. والآن لاحظ متوازي المستطيلات التالي:



- لماذا هذا الفرق بين الرسمين لنفس الشكل
- ماهو عدد النقط المشتركة بين : 1. المستقيمان (EF) و (KL) 2. المستقيمان (EL) و (BI)
  3. المستقيمان (AI) و (IB) 4. المستقيمان (EF) و (GC)
- ماهو عدد النقط المشتركة بين : 1. المستقيم (AC) والمستوي (ABD) 2. المستقيم (AB) والمستوي (EFG)
  3. المستقيم (AC) والمستوي (BCH) 4. المستقيم (AC) والمستوي (BDF)
- ماذا يحدث لو أن مستقيم ومستوي اشتركا في نقطتين
- ماهو عدد النقط المشتركة بين 1. المستويين (EFB) و (CGE) 2. المستويين (EFB) و (AIL)
  3. المستويين (EFB) و (AIL) 4. المستويين (EFB) و (KGC)
- تخيل فتح العلبة أنجز تصميم لذالك

حل النشاطات في القسم

الـــدروس Cours :

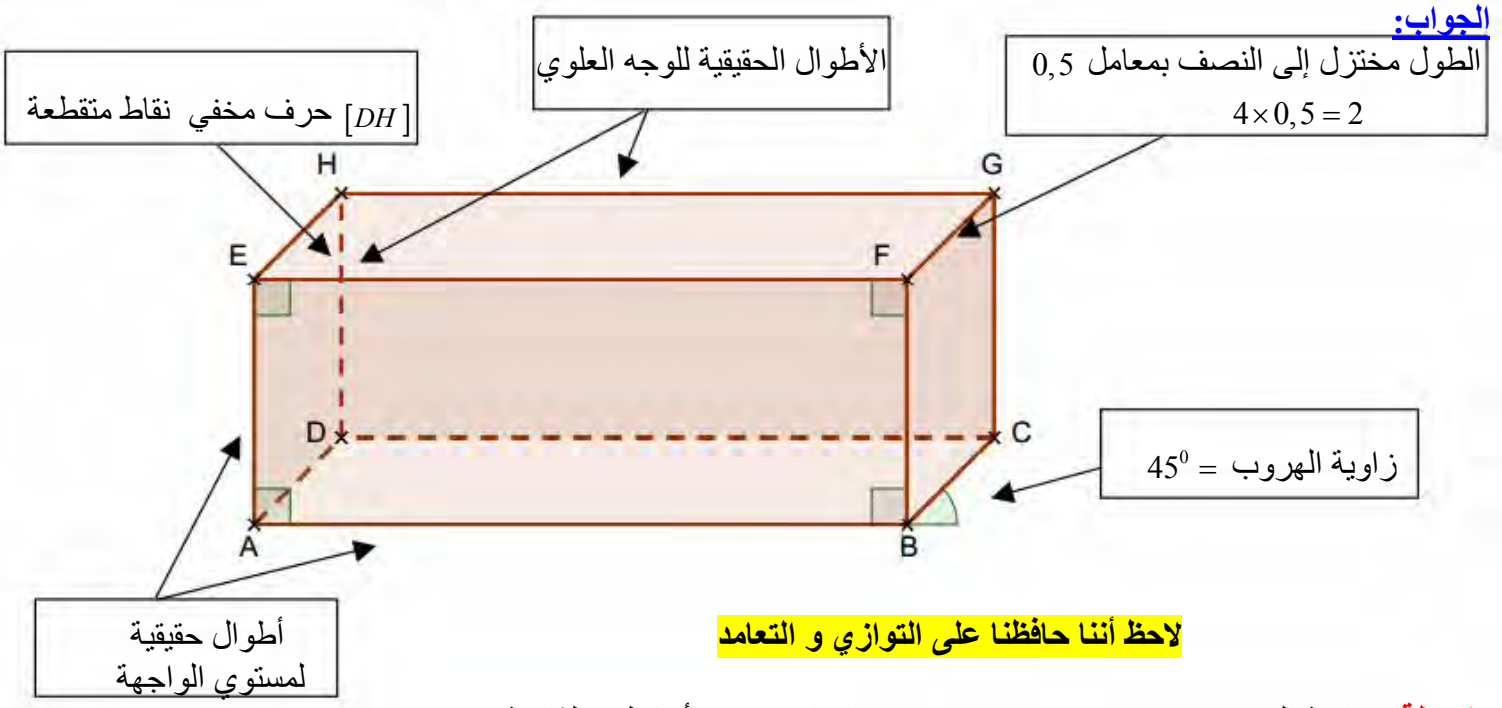
① تمثيل المجسمات من الفضاء:

1. التمثيل بالمنظور التساوي القياس: هو طريقة لرسم المجسمات من الفضاء على مستوي" الورقة" وفق القواعد التالية:

- الأحرف التي لا تظهر ترسم بنقاط متقطعة
- الأحرف المتوازية في الحقيقة متوازية في التمثيل
- المحافظة على الإستقامية و التعامد و المسافات أو النسب بين المسافات
- في مستوي الواجهة نحافظ على المسافات

مثال: مثل بطريقة المنظور التساوي القياس $ABCDEFGH$ حيث: $AB = 8cm$ و $BF = 4cm$ و $EH = 3cm$

الجواب:



لاحظ أننا حافظنا على التوازي و التعامد

ملاحظة: زاوية الهروب " angle de fuite " ورمزها عادة : α وتأخذ القيم الشائعة 45^0 ، 30^0 ، 60^0

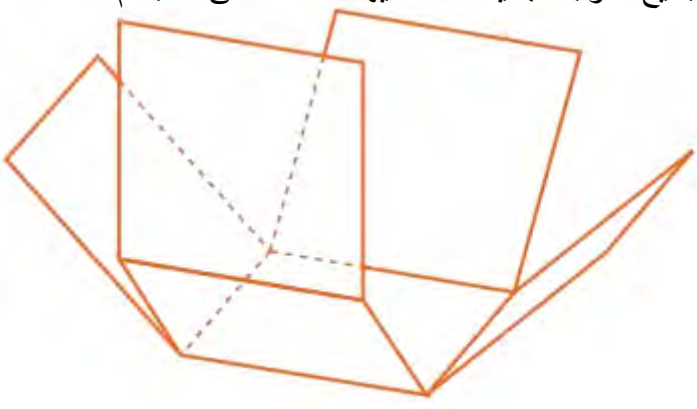
معامل الإختزال " coefficient de réduction " ورمزه : r ويأخذ أي $r < 1$

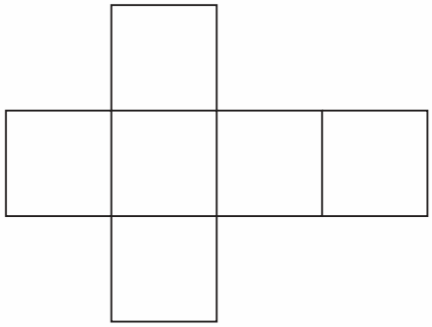
ينصح دائما العمل بالثنائيات التالية: $(\frac{1}{2};30^0)$ أو $(\frac{1}{2};45^0)$ أو $(\frac{1}{2};60^0)$ أوالتي استعملناها في الرسم $(\frac{\sqrt{2}}{2};45^0)$

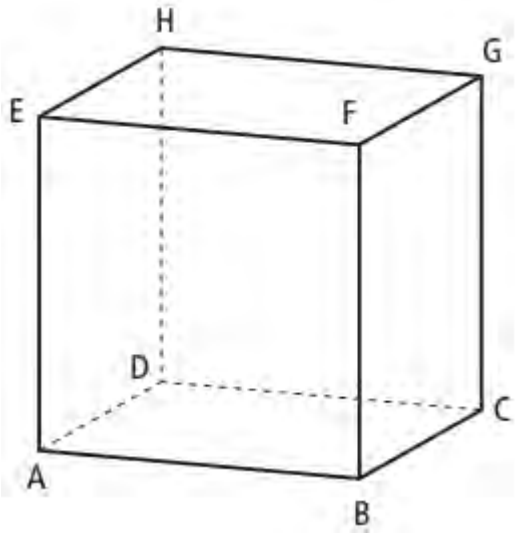
إذا $FG = BC \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \cos(45^0) = 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 4 \times 0,5 = 2$ وهذه هي القاعدة

2. تصميم مجسم من الفضاء: هو شكل من المستوي يمثل جميع الأوجه بحيث عند طيها نحصل على المجسم

مثال: تصميم مكعب

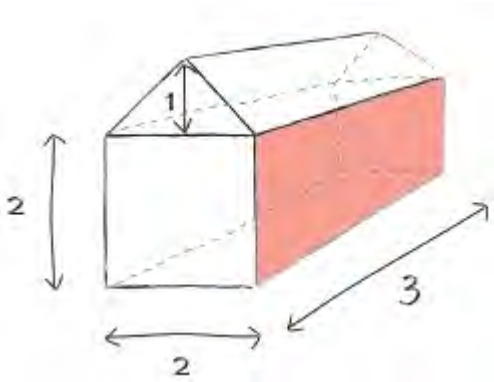




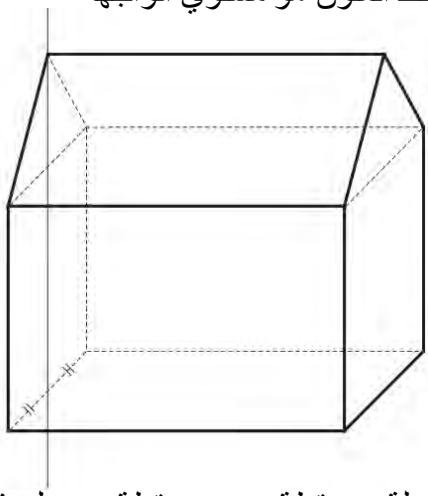


تمرين01: أرسم المنزل التالي بطريقة المنظور المتساوي القياس وفق المقياس التالي $(\frac{1}{2};45^0)$

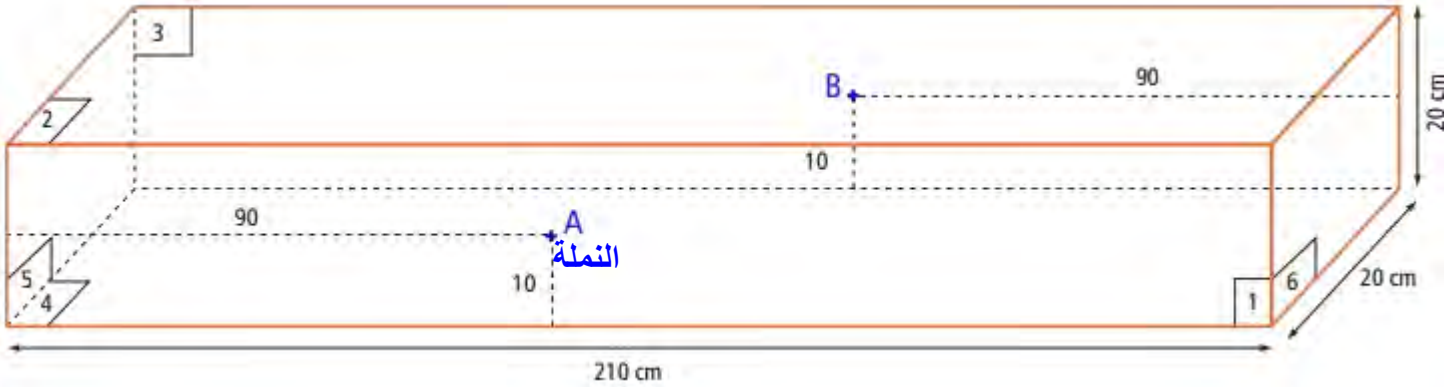
ونعتبرالحائط الملون هو مستوي الواجهة



الجواب:



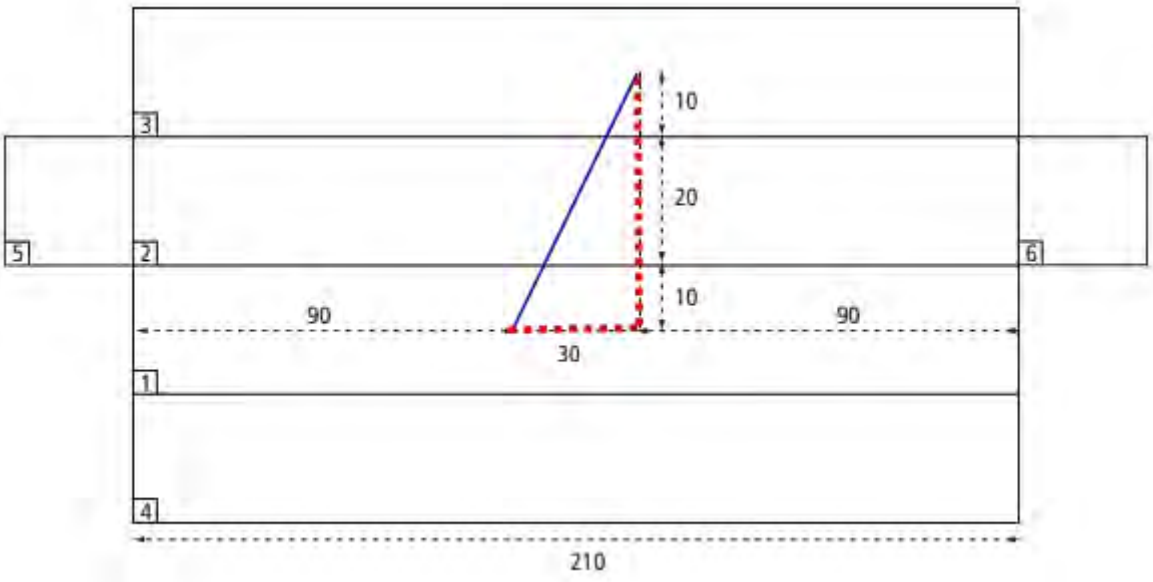
تمرين02: تتحرك نملة من نقطة A نحو نقطة B على قطعة خشبية على شكل متوازي مستطيلات **أنظر الشكل**



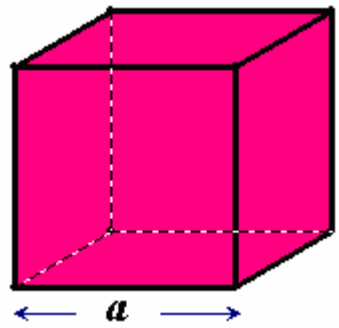
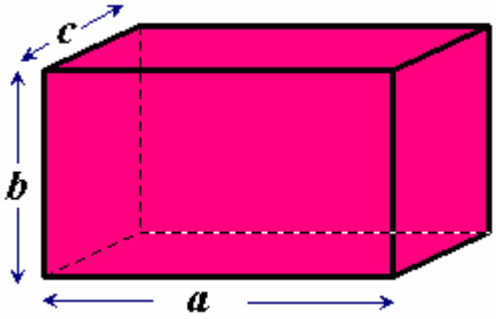
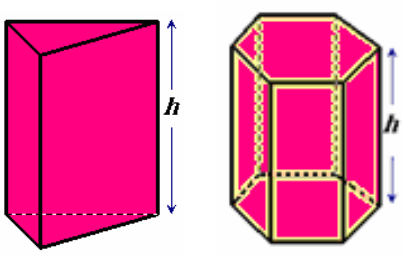
ماهي أقصر مسافة يمكن للنملة أن تسلكها

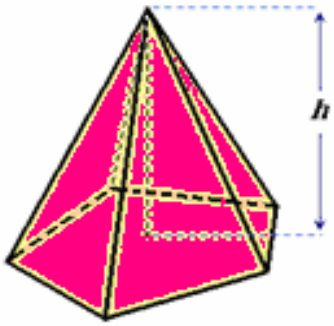
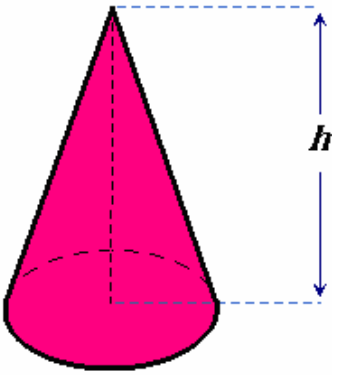
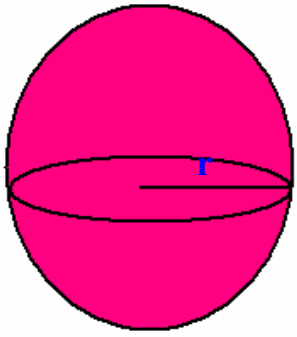
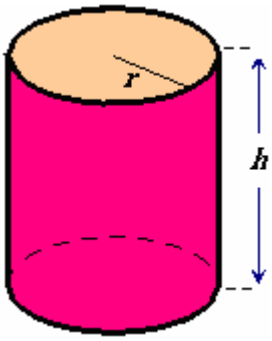
الجواب: باستعمال التصميم لهذا المجسم نجد أن أقصر مسافة هي وتر مثلث قائم و حسب فيثاغورث

$$d = \sqrt{30^2 + 40^2} = \sqrt{2500} = \boxed{50cm}$$



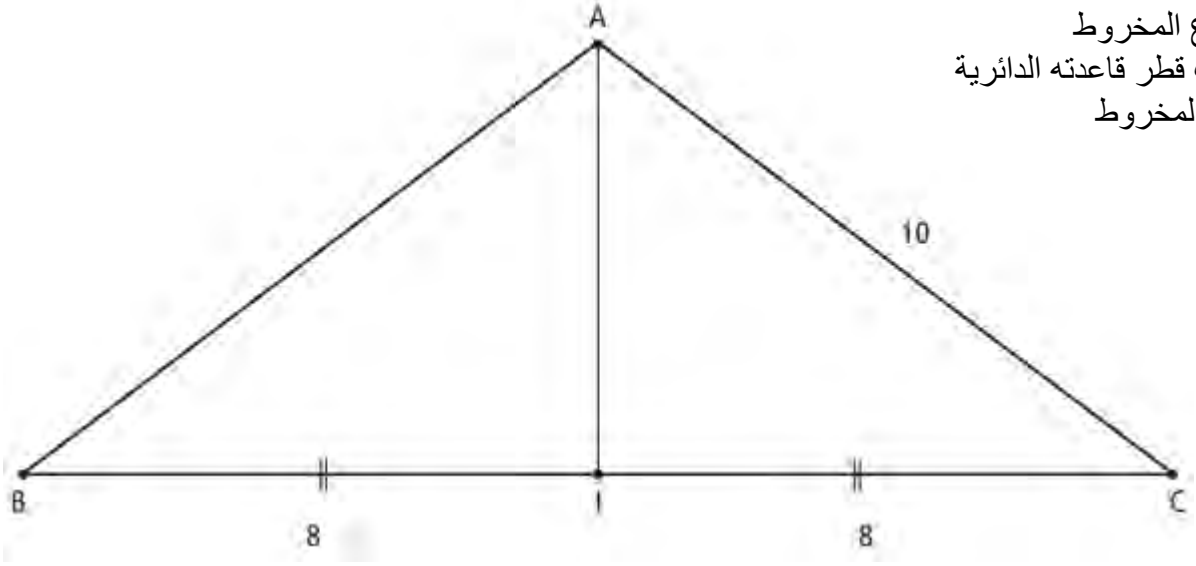
الحجوم (تذكير):

مكعّب	متوازي مستطيلات	موشور قائم
		
$V = a^3$	$V = abc$	$V = \beta h$ حيث β مساحة القاعدة

هرم	مخروط	السطح الكروي –الجلة-	اسطوانة دوران
			
$V = \frac{1}{3}\beta h$ حيث β مساحة القاعدة		$V = \frac{4}{3}\pi r^2$	$V = \pi r^2 h$

تطبيق: نصنع مخروط باستعمال المثلث التالي وذالك بلصق الوترين $[AB]$ و $[AC]$ مع بعض

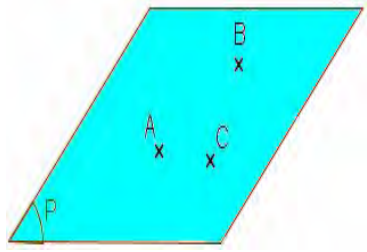
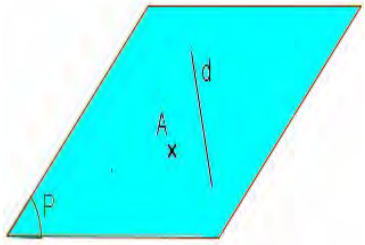
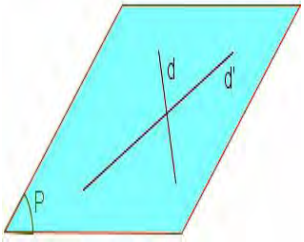
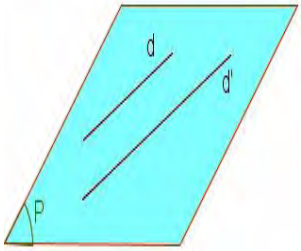
1. أحسب ارتفاع المخروط
2. أحسب نصف قطر قاعدته الدائرية
3. أحسب حجم المخروط



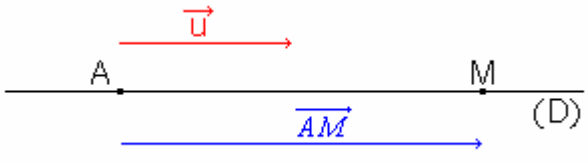
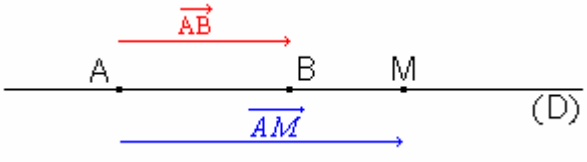
الجواب:

1. **ارتفاع المخروط هو:** $h = AI = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = \boxed{6}$
2. **نصف قطر قاعدته الدائرية:** محيط الدائرة هو $2\pi r = 16 \Leftrightarrow r = \boxed{\frac{8}{\pi} \simeq 2,55}$
3. **حجم المخروط:** $V = \frac{1}{3}\beta h = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{\pi}{3}\left(\frac{8}{\pi}\right)^2 = \boxed{\frac{128}{\pi} \simeq 122,23}$

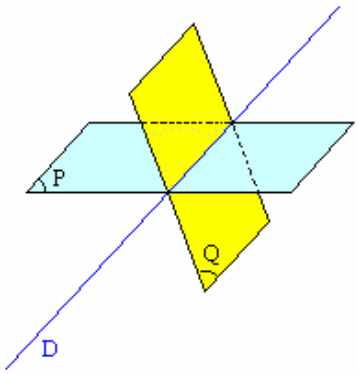
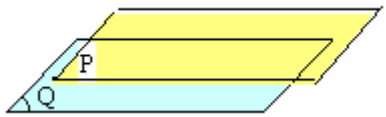
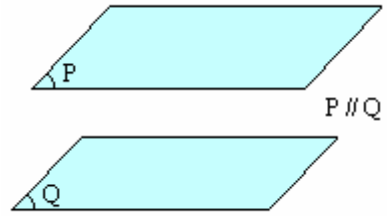
1. المستوى في الفضاء: يعين مستوي بإحدى الحالات التالية:

ثلاث نقط ليست على استقامة	مستقيم و نقطة لا تنتمي إليه	مستقيمان متقاطعان	مستقيمان متوازيان
			

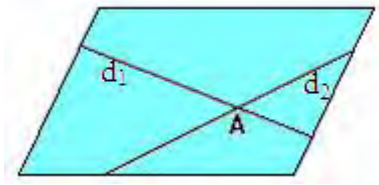
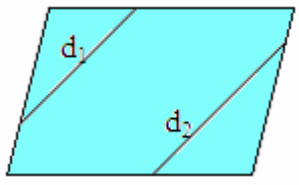
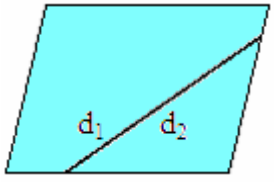
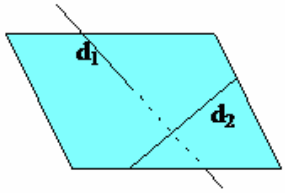
2. المستقيم في الفضاء: يعين مستقيم بإحدى الحالات التالية:

بنقطة و شعاع توجيه	بنقطتين
	

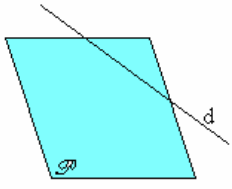
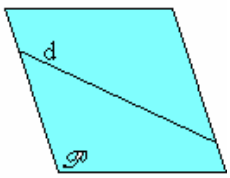
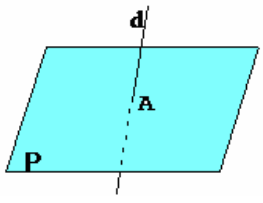
3. الأوضاع النسبية بين مستويين:

متقاطعان وفق مستقيم	متطابقان	متوازيان ومنفصلان
		
$(P) \cap (Q) = \{(D)\}$	$(P) = (Q)$	$(P) \cap (Q) = \phi$

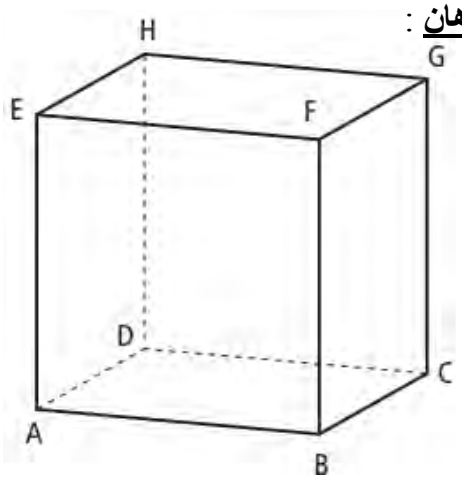
4. الأوضاع النسبية بين مستقيمين:

في نفس المستوي			ليسوا من نفس المستوي
			
متقاطعان في نقطة	متوازيان ومنفصلان	متطابقان	ليسوا من نفس المستوي

5. الأوضاع النسبية بين مستوى و مستقيم:

متوازيان		متقاطعان
		
تقاطعهم خالي	المستقيم ينتمي إلى المستوي	متقاطعان في نقطة

تطبيق: ليكن $ABCDEFGH$ مكعب لاحظ و أعطي الأوضاع النسبية التالية **بدون برهان** :



1. (ABC) و (AFG)
2. (ABC) و (BCG)
3. (AB) و (AFG)
4. (AC) و (EFG)
5. (AG) و (DFG)
6. (AC) و (EFG)
7. (AB) و (FG)
8. (AB) و (EF)

التوازي و التعامد في الفضاء :

① التوازي في الفضاء:

- **المستقيمات المتوازية في الفضاء:**

تعريف: نقول عن مستقيمان أنهما متوازيان في الفضاء إذا حققا الشرطان معا:
1. يكونا نفس المستوي
2. هما مستقيمان متطابقان، أو غير متقاطعين.

خواص:
1. يوجد مستقيم وحيد يشمل نقطة معلومة ويوازي مستقيما معلوما.
2. إذا قطع مستو أحد مستقيمين متوازيين فإنّه يقطع الآخر.
3. المستقيمان الموازيان لثالث متوازيان.

مثال: في المكعب السابق لدينا : (AB) يوازي (EF) وكذالك (AC) يوازي (EG)

- **المستويات المتوازية:**

تعريف: المستويان المتوازيين هما مستويان متطابقان أو منفصلان

مثال: في المكعب السابق لدينا : نلاحظ فيه أنّ: المستويين (BCIF) و(ADHE) متوازيان، والمستويين و المستويين: (ABFE) و(DCIH) متوازيان وكذلك (ABCD) و(EFIH).

خواص:
1. يوجد مستوٍ وحيد يشمل نقطة معلومة ويوازي مستويا معلوما.
2. إذا قطع مستقيم أحد مستويين متوازيين فإنّه يقطع الآخر.
3. إذا قطع مستوي أحد مستويين متوازيين فإنّه يقطع الآخر، ويكون مستقيما التقاطع متوازيان.
4. المستويان الموازيان لثالث متوازيان.

المستقيمات والمستويات المتوازية:

تعريف: يكون مستقيم ومستو متوازيين إذا كانا منفصلين أو كان المستوي محتويا هذا المستقيم.

مثال: في المكعّب، نلاحظ فيه أنّ: المستقيم (AC) يوازي كلاً من المستويين(EFGH) و (ABCD)، وكذلك المستقيم (BF) يوازي كلاً من المستويات (BFGC) و(BFEA) و(AEHD) و(HDCG).

خواص:
1. يكون مستقيم مواز لمستو إذا وفقط إذا كان موازيا لمستقيم من هذا المستوي.
2. إذا كان مستقيم يوازي أحد مستويين متوازيين فإنه يوازي المستوي الآخر.
3. إذا كان مستقيم يوازي مستويين متقاطعين فإنه يوازي مستقيم تقاطعهما.
4. يتوازى مستويان إذا وفقط إذا احتوى أحدهما على مستقيمين متقاطعين كلّ منهما يوازي المستوي الآخر.
5. المستويان الموازيان لثالث متوازيان.

② التّعامد في الفضاء:

● تعامد المستقيمات في الفضاء:

تعريف: نقول عن مستقيمين أنّهما متعامدان إذا كان موازياهما المرسومان من نفس النّقطة متعامدين.

مثال: في المكعّب، نلاحظ فيه أنّ: المستقيمين (DC) و (FG) متعامدان، لآن : (DC) و (BC) متعامدان و (BC) و(FG) متوازيان و(DC) يوازي نفسه.

خواص: 1. المستقيم العمودي على أحد مستقيمين متوازيين عمودي على الآخر.
2. المستقيمان الموازيان لمستقيمين متعامدين متعامدان.

● تعامد المستقيمات والمستويات:

تعريف: نقول عن مستقيم أنه عمودي على مستو إذا كان هذا المستقيم عموديا على كلّ مستقيمات هذا المستوي.

مثال: في المكعّب لدينا:المستقيم (AD)عمودي على كلّ من المستقيمين (DC) و(DH) فهو عمودي على مستوييهما (DCGH).

مبرهنة: إذا كان مستقيم عموديا على مستقيمين متقاطعين من مستو فإنّه عمودي على كلّ مستقيمات هذا المستوي.

خواص:
1. يوجد مستقيم وحيد يشمل نقطة معلومة ويعامد مستوٍ معلوما
2. المستويان العموديان على نفس المستقيم متوازيان
3. المستقيمان العموديان على نفس المستوي متوازيان.
4. المستقيم العمودي على أحد مستويين متوازيين عمودي على الآخر.
5. المستوي العمودي على أحد مستقيمين متوازيين عمودي على الآخر.

● تعامد المستويات:

تعريف: نقول عن مستويين أنّهما متعامدان إذا شمل أحدهما مستقيما عموديا على الآخر

مثال: في المكعّب لدينا: كلاّ من المستويات (ABCD) و(CIFB) و (EHIF) و(ADHE) عمودي على المستوي (DCIH).

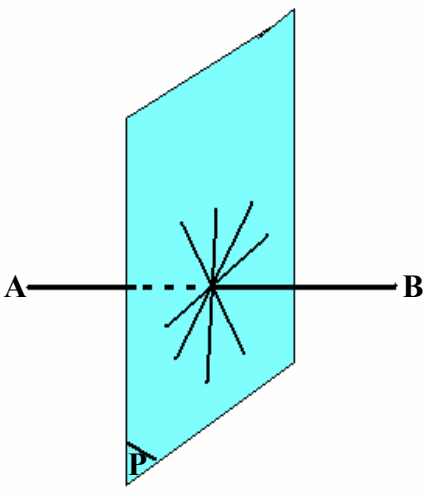
خواص:
1. المستوي العمودي على أحد مستويين متوازيين عمودي على الآخر.
2. إذا كان (P) و(P') مستوين متقاطعين وكان كلّ منهما عموديا على مستو ثالث (Q) فإنّ مستقيم تقاطع المستويين (P) و(P') عمودي على المستوي (Q).

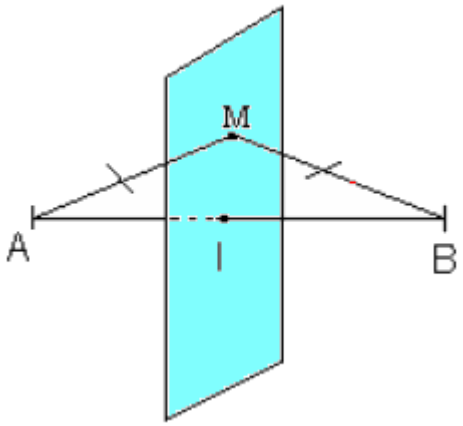
● المستوي المحوري لقطعة مستقيم:

تعريف: A ، B نقطتان متمايزتان، **المستوي المحوري** للقطعة [AB] هو المستوي العمودي على (AB) الذّي يشمل منتصف [AB].

ملاحظات:
1. إذا كان (P) مستويا محوريا لقطعة المستقيم [AB]فكلّ مستقيم من المستوي(P) يشمل منتصف [AB] محور للقطعة [AB].
2. إذا كان (P) مستويا محوريا لقطعة المستقيم [AB]، فكلّ محور للقطعة [AB] محتوى في المستوي (P).

مبرهنة:مجموعة نقط الفضاء المتساوية المسافة عن نقطتين متمايزتين A ، B هي المستوي المحوري لقطعة المستقيم [AB].



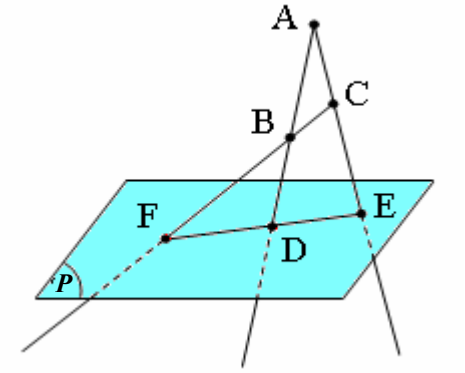


تطبيقات:

التمرين01: (P) مستو في الفضاء . A , B , C ثلاثة نقط ليست على استقامة واحدة و لا تنتمي إلى المستوي (P).

المستقيم (AB) يقطع (P) في D والمستقيم (AC) يقطع (P) في E و المستقيم (BC) يقطع (P) في F .

- بين أن النقط D , E , F على استقامة واحدة .



الجواب: * لدينا $E \in (AC)$ و $(AC) \subset (ABC)$ ومنه : $E \in (ABC)$.

* لدينا $D \in (AB)$ و $(AB) \subset (ABC)$ ومنه : $D \in (ABC)$.

* لدينا $F \in (BC)$ و $(BC) \subset (ABC)$ ومنه : $F \in (ABC)$.

وعليه : النقط D , E , F تنتمي إلى مستويين مختلفين هما (P) و (ABC)

ومنه فهي تنتمي إلى مستقيم تقاطعهما ، **إذن D , E , F على استقامة واحدة** .

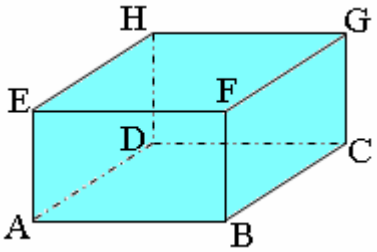
التمرين02: ABCDHEFG متوازي المستطيلات . أذكر الإجابات الصحيحة من بين الإجابات المقترحة التالية مع التبرير.

1) المستقيم (EA) يوازي :

a – المستوي (HFB) **b** – المستقيم (HB) **c** – المستقيم (CG)

2) المستقيم (HG) عمودي على :

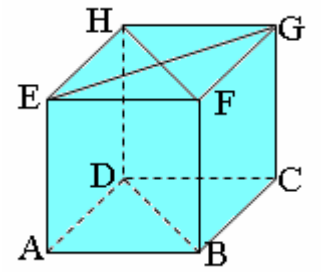
a – المستوي (FGC) **b** – المستوي (EAD) **c** – المستقيم (AE)



الجواب: 1) **a , c** 2) **a , b , c** **التبريرات بسيطة**

التمرين03: ABCDHEFG مكعب . أثبت أن المستقيم (EG) عمودي على المستوي (DBF) .

الجواب: القطعتان [EG] و [FH] هما قطرا المربع EFGH .ومنه (EG) و (FH) متعامدان .



لدينا (BF) عمودي على المستوى (FGH)

وبالتالي فإن (BF) عمودي على كل مستقيم من هذا المستوي

وبالتالي فإن (BF) عمودي على (EG)

وعليه المستقيم (EG) عمودي على كل من المستقيمين المتقاطعين (FH) و (BF)

المحتويان في المستوي (DBF) ومنه (EG) عمودي على (DBF) .

التمرين 04: ABCD رباعي فيه (CD) // (AB) . - أثبت أن جميع أضلاع ABCD تقع في نفس المستوى .

الجواب: بما أن : (CD) // (AB) فإنه يوجد مستوي (π) يشمل (AB) و (CD)

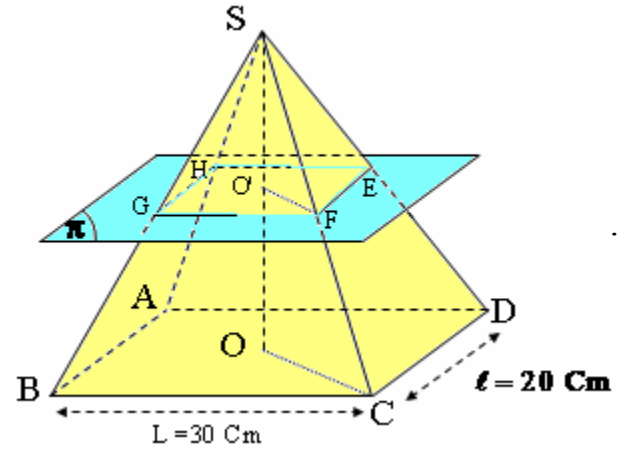
لدينا : $A \in (\pi)$ لأن $(AB) \subset (\pi)$ لدينا : $D \in (\pi)$ لأن $(CD) \subset (\pi)$

ومنه : $(AD) \subset (\pi)$ و بنفس الطريقة : $B \in (\pi)$ لأن $AB \subset (\pi)$

و كذلك : $C \in (\pi)$ لأن $(CD) \subset (\pi)$ ومنه : $(BC) \subset (\pi)$

ومنه (π) يشمل أيضا (AD) و (BC)

التمرين05: SABCD هرم . قاعدته على شكل مستطيل طوله $L = 30\ Cm$ وعرضه $\ell = 20\ Cm$. ارتفاع الهرم $H = 50\ Cm$



E نقطة من (SD) بحيث : $\frac{SE}{SD} = \frac{1}{2}$.

ليكن (π) المستوي الذي يشمل E ويوازي قاعدة الهرم .

(π) يقطع (S C) , (S B) , (S A) في النقطة H , G , F على الترتيب .

1) ما هي طبيعة الشكل SEFGH ؟ احسب حجمه .

2) احسب حجم الهرم SABCD .

3) احسب حجم الجزء المحصور بين الهرمين .

الجواب: بما أن النقط E , F , G , H تنتمي إلى المستوي (π) الذي يوازي قاعدة الهرم SABCD فإن : SEFGH هو هرم أيضا

لحساب حجم هذا الهرم فإننا نحسب : FE , GF . في المثلث SCD لدينا : $\frac{SE}{SD} = \frac{SF}{SC} = \frac{FE}{CD}$

وعليه : $\frac{1}{2} = \frac{SF}{SC} = \frac{FE}{20}$ ومنه : $FE = \frac{20 \times 1}{2} = 10\ Cm$ في المثلث SBC لدينا : $\frac{SG}{SB} = \frac{GF}{BC} = \frac{SF}{SC}$

وعليه $\frac{SG}{SB} = \frac{GF}{30} = \frac{1}{2}$ ومنه: $GF = \frac{30 \times 1}{2} = 15\ Cm$ ليكن : SO ارتفاع الهرم SABCD وَ SO' ارتفاع الهرم SEFGH

لدينا في المثلث SOC : $\frac{SO'}{SO} = \frac{SF}{SC}$ وعليه : $\frac{SO'}{SO} = \frac{1}{2}$ ومنه : $SO' = 25\ Cm$

حجم الهرم SEFGH : لدينا : $V_1 = \frac{1}{3} \times 15 \times 10 \times 25$ أي : $V_1 = 1250\ Cm^3$ حجم الهرم SABCD :

لدينا : $V_2 = \frac{1}{3} \times 30 \times 20 \times 50$ أي: $V_2 = 10\,000\ Cm^3$ حجم الجزء المحصور بين الهرمين : $V_3 = V_2 - V_1 = 8750\ Cm^3$

الباب التاسع

الهندسة في المستوي

الكفاءات المستهدفة

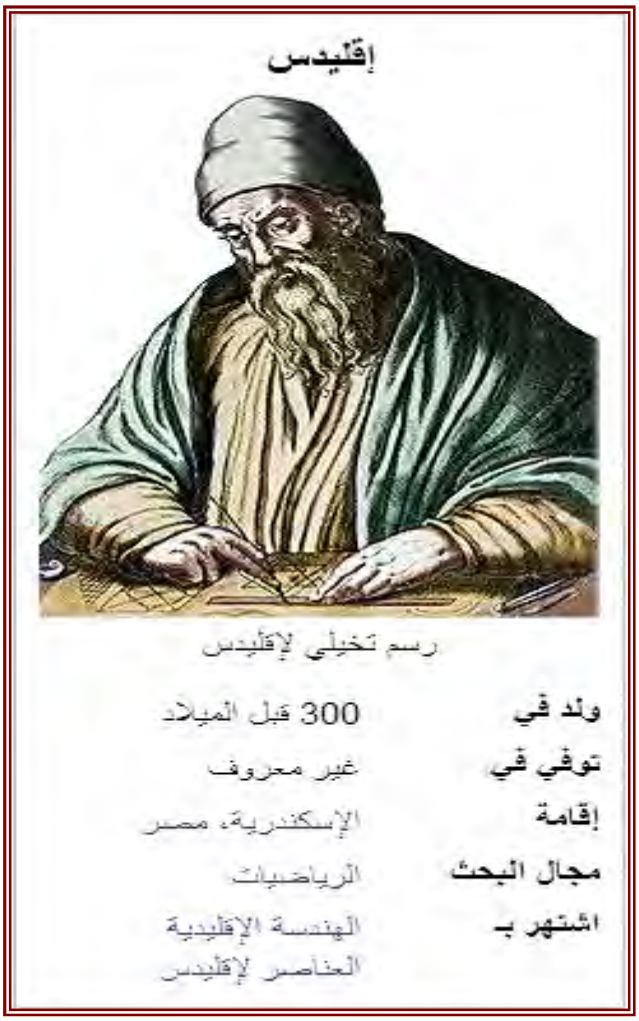
- متوازي الأضلاع، ومتوازيات الأضلاع الخاصية: المستطيل، المربّع، المعيّن.
- المثلّثات الخاصية، والمستقيمات الخاصية في مثلّث.
- الزّوايا والدائرة.
- نظريتي طالس وفيثاغورث وعكس كلّ منهما، وتوظيفها في حلّ مسائل هندسيّة.
- النّسب المثلثية.
- المثلثات المقايسة والمثلثات المتشابهة.
- التحويلات النقطية.

من بداية الأسبوع الثاني من أفريل إلى نهاية الأسبوع الأول من ماي

المدة: 3أسابيع المدة الزمنية : 15ساعة

أقليدس بن نوقطرس بن برنيقس الإسكندر(إغريقية Εὐκλείδης)

ولد 300 قبل الميلاد، عالم رياضيات يوناني، بلقب **بأبي الهندسة** مشوار إقليدس العلمي كان في الإسكندرية في أيام حكم بطليموس الأول(283–323) قبل الميلاد. اشتهر إقليدس بكتابه العناصر وهو الكتاب الأكثر تأثيرا في تاريخ الرياضيات، وقد استخدم هذا الكتاب في تدريس الرياضيات (وخصوصا الهندسة (منذ بدايات نشره قديما حتى نهاية القرن ال19 وبداية القرن ال20 بين ثنايا هذا الكتاب مبادئ ما يعرف اليوم باسم الهندسة الإقليدية والذي تتكون من مجموعة من البديهيات .أنشئ إقليدس بعض المصنفات أيضا في حقول عديدة؛ كالمنظور، القطع المخروطي، الهندسة الكروية، ونظرية الأعداد وغيرها.



هو أول من أعطى مبدأ البرهان الرياضي الذي مازلنا نعتمد عليه إلى الأن و هي الألية التالية :

- **نعلم أن : معطيات المسألة ، تعريف،.....**
- **بما أن: خاصية ، مبرهنة .....**
- **إذا: ما نريد أن نبرهنه**

مثال: ليكن المثلث ABC قائم في A بين أن الزاويتان $\hat{B}$ و $\hat{C}$ متتامتان

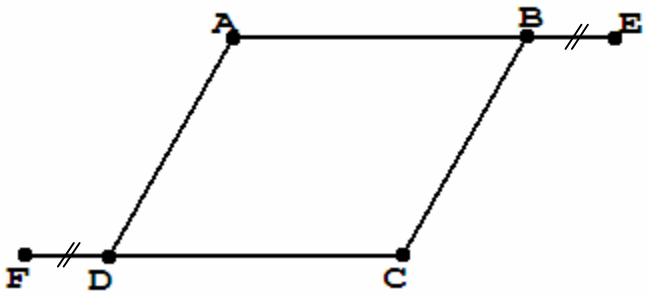
الجواب: نعلم أن: حسب المعطيات المثلث ABC قائم في A أي: $\hat{A}=90^o$

و بما أن: مجموع الزوايا الداخلية لمثلث يساوي 180^o "**مبرهنة**"

إذا: $\hat{B}+\hat{C}=90^o$ الزاويتان $\hat{B}$ و $\hat{C}$ متتامتان

الهندسة في المستوي

نشاط01: ABCD متوازي أضلاع في الشكل المقابل



النقط A ، B ، E في استقامية

وكذالك النقط C ، D ، F في استقامية بحيث: BE=DF

بين أن: الرباعي AECF متوازي أضلاع

الجواب:

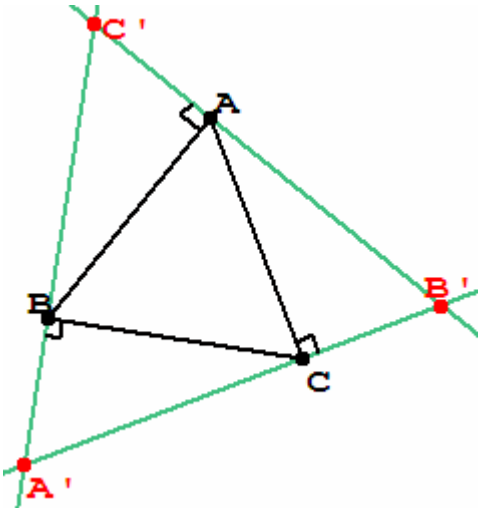
لدينا : ABCD متوازي أضلاع ومنه (AB)//(CD) و AB=CD

ولدينا E تنتمي إلى (AB) و F تنتمي تنتمي إلى (CD)

ومنه: $\boxed{(AE)//(CF)}$

ولدينا: AE=AB+BE=CD+DF=CF

إذا : الرباعي AECF متوازي أضلاع لأنه غير محدب و له ضلعان متوازيان [AE] و [CF] ولهما نفس الطول



نشاط02: ليكن المثلث ABC المتقايس الأضلاع ننشئ المستقيمات

العمودية على (AB) عند A و على (BC) عند B و على (AC) عند C

المستقيمات تتقاطع عند A′ ، B′ و C′

بين أن المثلث A′B′C′ متقايس الأضلاع

الجواب: في المثلث ABC لدينا : $\hat{A}=\hat{B}=\hat{C}=60^\circ$

ولدينا : $\widehat{C'AB}+\widehat{BAC}+\widehat{CAB'}=180^\circ$ ومنه: $90^\circ+60^\circ+\widehat{CAB'}=180^\circ$

ومنه: $\widehat{CAB'}=30^\circ$

المثلث CAB′ القائم C إذا : $\widehat{CAB'}+\widehat{AB'C}=90^\circ$ ومنه: $30^\circ+\widehat{AB'C}=90^\circ$

ينتج: $\widehat{AB'C}=60^\circ$ معناه $\boxed{\widehat{B'}=60^\circ}$

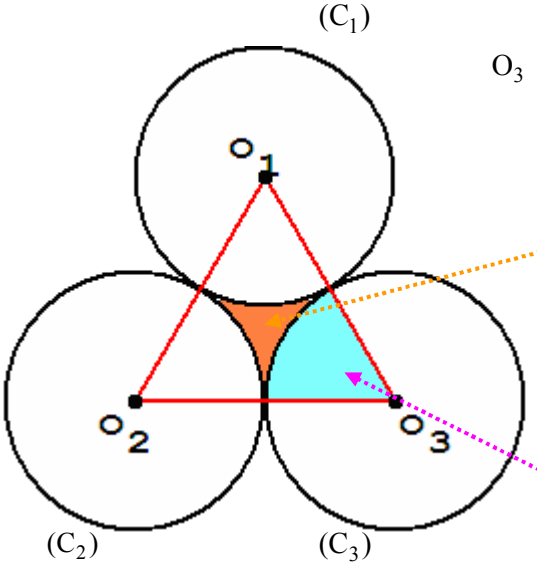
بالمثل نجد أن: $\boxed{\widehat{A'}=60^\circ}$ وبما أن مجموع الزوايا الداخلية لمثلث يساوي 180^o ينتج كذالك $\boxed{\widehat{C'}=60^\circ}$

إذا المثلث A′B′C′ متقايس الأضلاع لأن: $\boxed{\widehat{A'}=\widehat{B'}=\widehat{C'}=60^\circ}$

نشاط03: (C_1) ، (C_2) و (C_3) ثلاث دوائر مراكزها على الترتيب O_1 ، O_2 و O_3

و متماسة مثنى مثنى من الخارج و لها نفس نصف القطر R

أحسب بدلالة R المساحة الملونة باللون البني



الجواب: لدينا المثلث $O_1O_2O_3$ متقايس الأضلاع لأن كل ضلع يساوي 2R

ومنه ارتفاعه: $h=\sqrt{4R^2-R^2}=R\sqrt{3}$

ومنه: مساحة المثلث $O_1O_2O_3$ تساوي : $S=\dfrac{2R\times R\sqrt{3}}{2}=\boxed{R^2\sqrt{3}}$

بما المثلث $O_1O_2O_3$ متقايس الأضلاع معناه : $\widehat{O_1}=\widehat{O_2}=\widehat{O_3}=60^\circ=\dfrac{\pi}{3}$

و الدائرة مساحتها تساوي : πR^2 ومنه مساحة كل جزء تساوي $\boxed{\dfrac{\pi R^2}{6}}$

المساحة الملونة تساوي $S'=R^2\sqrt{3}-3\left(\dfrac{\pi R^2}{6}\right)=\boxed{\dfrac{2R^2\sqrt{3}-\pi R^2}{2}}$

الـــدروس Cours :

1. **عناصر المستوى:** المستوي الإقليدي غير منتهي و له بعدان وليس به معلم " **عندما يرفق بمعلم يسمى مستوي ديكارتي**"

- **النقطة:** هي عنصر من المستوي غير قابلة للتجزئة يرمز لها بأحرف لاتينية كبيرة مثل: A ، B ، C .....وإذا أردنا التعبير عن نقطة متغيرة نرمز بـ: M ، N ،.....
- **المستقيم:** يعرف بنقطتان و هو غير منتهي من الجهتين ونرمز بـ: (AB) في حالة نقطتان أو (Δ) ، (D) ، (d) ....

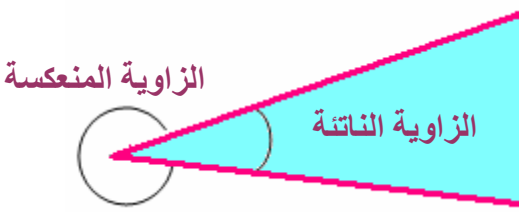
- **نصف مستقيم:** هو مستقيم غير منتهي من جهة واحدة ومنتهي من الأخرى

- **القطعة:** هي مستقيم منتهي من الجهتين نرمز لها بـ: [AB]
- **الزاوية:** هي حيز من المستوي محدد بنصفي مستقيمين وعليه يوجد نوعان من الزوايا:

1. **الزاوية المنعكسة:** هي محصورة مابين 180° و 360°
2. **الزاوية الناتئة:** وتسمى الزاوية الهندسية ورمزها $\widehat{ABC}$ أو $\hat{B}$ وهي محصورة مابين 0° و 180°

ومن أنواعها:

أ) **الزاوية الحادة:** هي محصورة مابين 0° و 90°
ب) **الزاوية القائمة:** هي التي تساوي 90°
ت) **الزاوية المنفرجة:** هي محصورة مابين 90° و 180°
ث) **الزاوية المستقيمة:** هي التي تساوي 180°



ملاحظة: $\alpha+\beta=90^\circ$ معناه α و β متتامتان

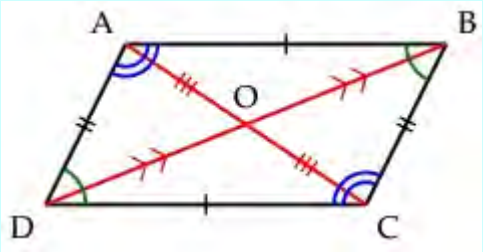
$\alpha+\beta=180^\circ$ معناه α و β متكاملتان

الرباعيات

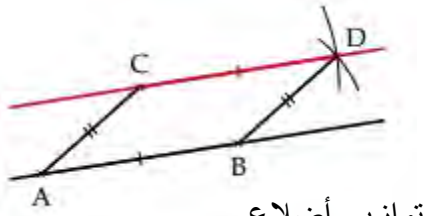
1. متوازي الأضلاع:

يوجد له ستة تعريفات كلها متكافئة : متوازي الأضلاع هو رباعي له:

1. كل ضلعان متقابلان حواملهما متوازية
2. كل ضلعان متقابلان متقايسان
3. ضلعان متقابلان متقايسان وحواملهما متوازية
4. القطران متناصفان(يقبلان مركز تناظر)
5. كل زاويتان متجاورتان متكاملتان
6. كل زاويتان متقابلتان مقايستان

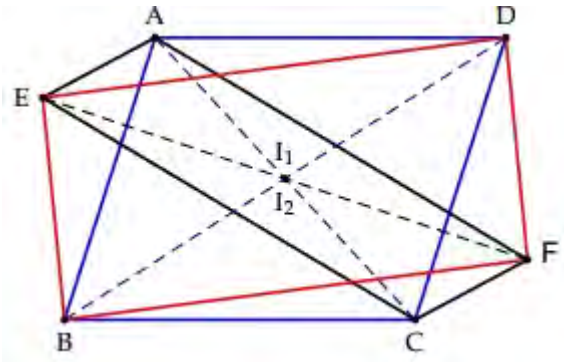


لرسم متوازي أضلاع نستعمل التعريف 3.
يمكن رسم الموازي للمستقيم (AB) و المار من C
ثم نرسم النقطة C باستعمال المدور

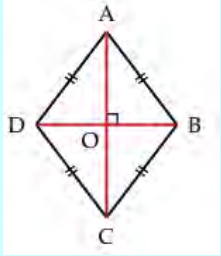


تمرين: لتكن النقط A ، B ، C ، D ، E ، F بحيث : ABCD و AECF متوازيي أضلاع
بين أن : EBFD متوازي أضلاع

الجواب: بما أن ABCD متوازي أضلاع إذا I_1 نقطة تقاطع أقطاره
ومنه I_1 منتصف [AC] و [BD] و بما أن: AECF متوازي أضلاع
فإن: I_2 منتصف [AC] و [EF] **ومنه:** $I_1=I_2$
وعليه [BD] و [EF] لهما نفس المنتصف
ومنه: EBFD متوازي أضلاع حسب التعريف 4.



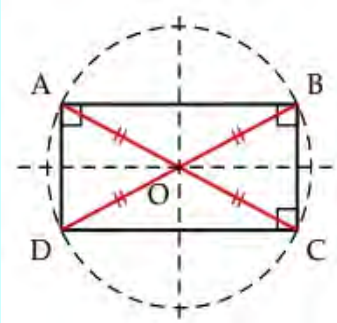
2. المعين:



يوجد له أربعة تعريفات كلها متكافئة : المعين

1. هو رباعي كل أضلاعه متقايسة
2. هو رباعي قطراه متناصفة و متعامدة
3. هو متوازي أضلاع به كل ضلعان متواليان متقايسان
4. هو متوازي أضلاع قطراه متعامدان

3. المستطيل:

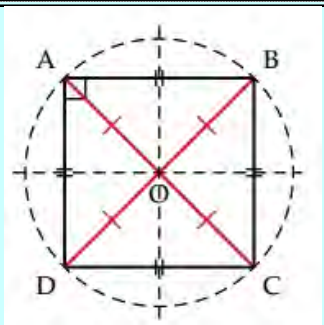


يوجد له أربعة تعريفات كلها متكافئة : المستطيل

1. هو رباعي له ثلاث زوايا قائمة
2. هو رباعي قطراه متناصفة و متقايسة
3. هو متوازي أضلاع له زاوية قائمة
4. هو متوازي أضلاع قطراه متقايسة

نقطة تقاطع الأقطار هي مركز الدائرة المحيطة به

4. المربع:



يوجد له ثلاثة تعريفات كلها متكافئة : المربع

1. هو معين هو مستطيل
2. هو رباعي أضلاعه متقايسة وزاوية قائمة
3. هو رباعي أقطاره متقايسة و متناصفة و متعامدة

المربع هو رباعي منتظم

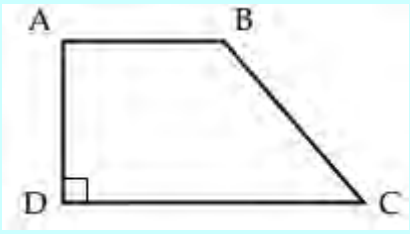
نقطة تقاطع الأقطار هي مركز الدائرة المحيطة به

5. شبه المنحرف:

هو رباعي ضلعان متقابلان حواملهما متوازية
تسمى القاعدتان " الصغرى و الكبرى"

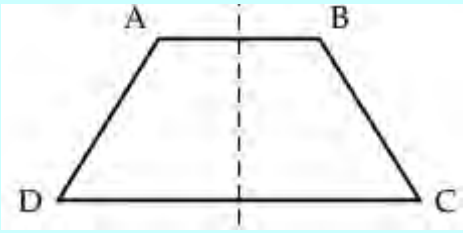
الشبه المنحرفات الخاصة

الشبه المنحرف القائم



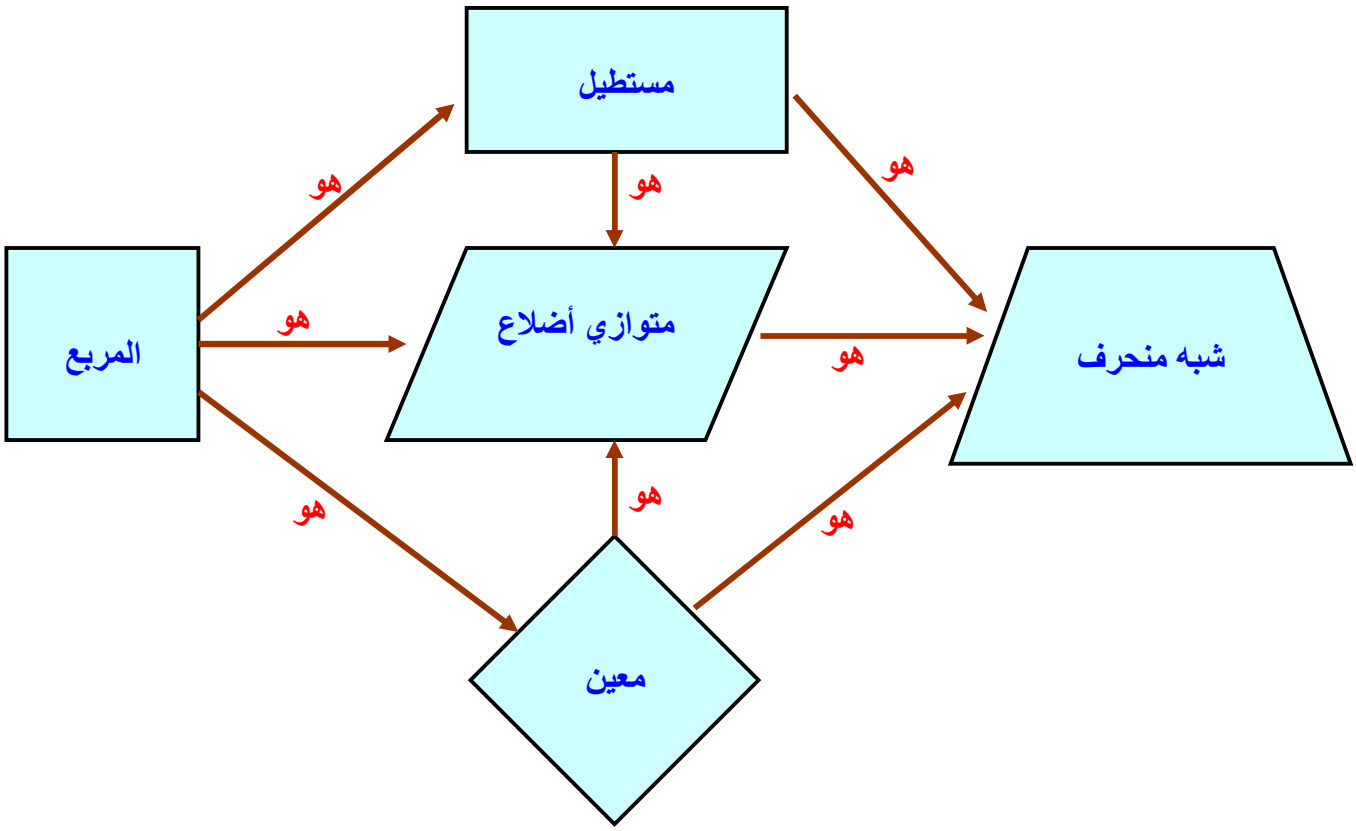
له زاوية قائمة

الشبه المنحرف المتقايس الضلعين



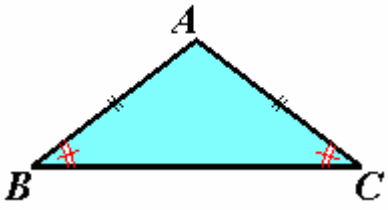
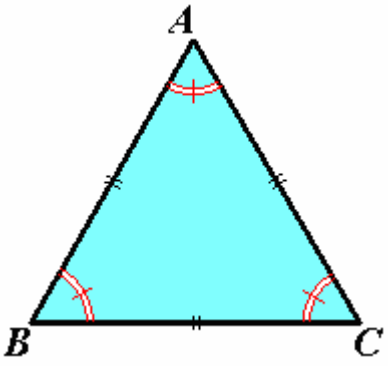
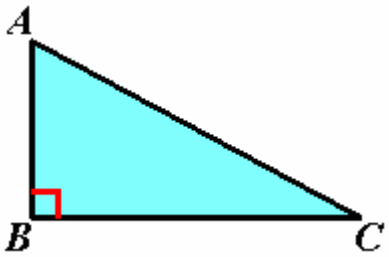
القاعدتان لهما نفس المحور

العلاقة بين الرباعيات



المثلثات

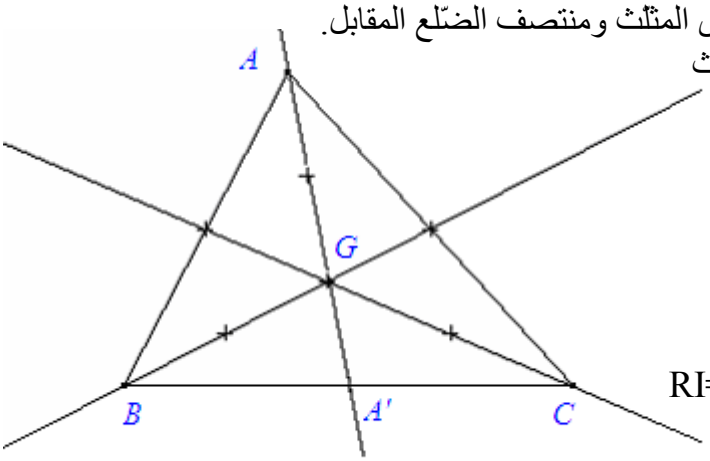
- **المثلث:** هو كل ثلاث نقط ليست في استقامية ومن حالاته
- **المثلثات الخاصية:**

المثلّث متساوي السّاقين	المثلّث متقايس الأضلاع	المثلّث قائم الزاوية
		
• فيه ضلعان متقايسان • ABC = ACB	• أضلاعه متقايسة • ABC = ACB = BAC= 60°	• فيه زاوية قائمة • ABC = 90°

● المستقيمات الخاصية في مثلث:

1. المتوسط: المتوسط في مثلث هو المستقيم الذي يشمل أحد رؤوس المثلث ومنتصف الضّلع المقابل.

متوسطات مثلث متقاطعة في نقطة واحدة.هي مركز ثقل هذا المثلث



ومنه: $\boxed{GA'=\frac{1}{3}AA'}$ و $\boxed{AG=2GA'}$

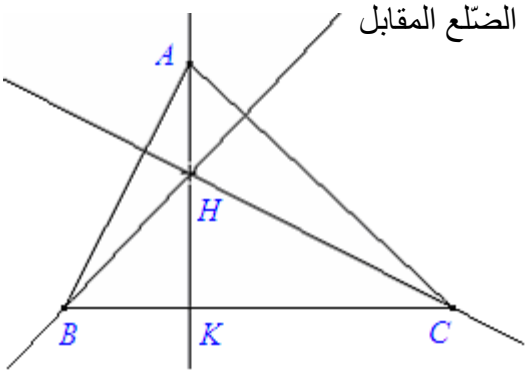
تمرين:

1. أنشئ مثلث ABC قاعدته AB=6cm و مركز ثقله G
حيث: AG=4cm و CG=4cm برر الإنشاء

2. أنشئ دون تبرير مثلث TRI بحيث طول المتوسط المار من T يساوي 6cm و المار من R يساوي 4,8cm و طول الضلع RI=7cm

2. الإرتفاع: الارتفاع في مثلث هو المستقيم الذي يشمل أحد رؤوس المثلث ويعامد الضّلع المقابل

ارتفاعات مثلث متقاطعة في نقطة واحدة.



مساحة المثلث: $\boxed{S=\frac{BC\times AK}{2}}$ و بالمثل مع الارتفاعات الأخرى

تمرين:

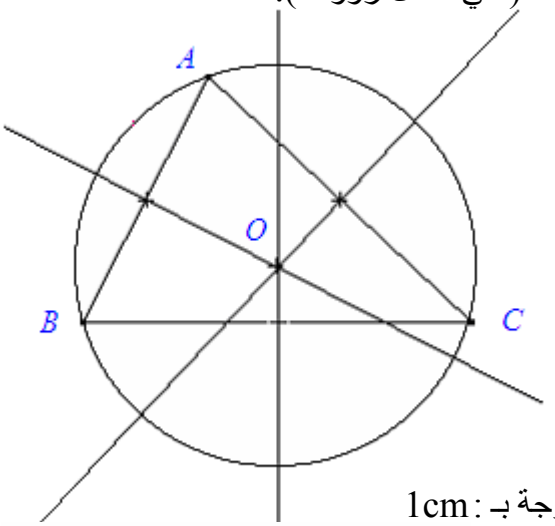
1. أنشئ مثلث ABC بحيث $\widehat{A}=70^\circ$ ونقطة تقاطع الارتفاعات H
تبعد بـ: 1,5cm عن المستقيم (AB) و بـ: 2cm عن المستقيم (AC)

2. أنشئ دون تبرير مثلث ABC بحيث BC=6cm
و K المسقط العمودي للرأس A على (BC) تحقق BK=2cm ونقطة تقاطع الارتفاعات H تبعد بـ: 1,5cm عن المستقيم (AB)

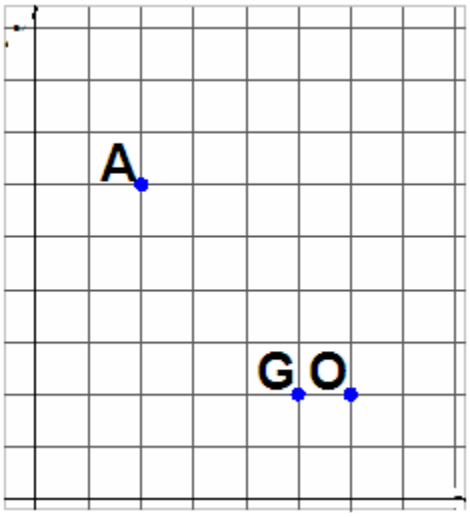
3. المحور: المحور في مثلث هو محور أحد أضلاعه.

محاور مثلث متقاطعة في نقطة واحدة O هي مركز الدّائرة المحيطة بهذا المثلث (التي تشمل رؤوسه).

لدينا OA = OB = OC ومنه الدائرة وحيدة



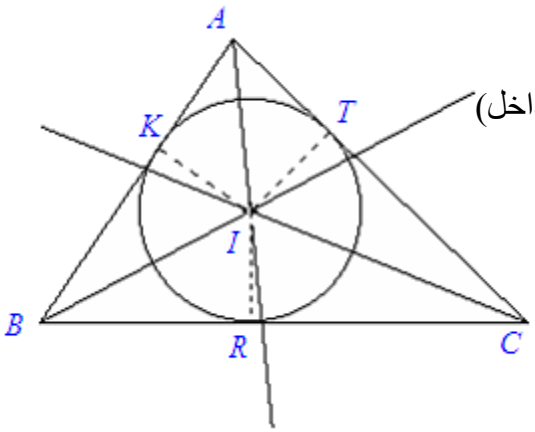
تمرين: إليك الرسم التالي يطلب إعادة تعيين النقط A ، G ، O في ورقة مدرجة بـ: 1cm



1. أنشئ مثلث ABC بحيث G هي مركز ثقله و O هي نقطة تقاطع المحاور

2. ليكن ABC مثلث و (C) الدائرة المحيطة به أنشئ بطريقة أسهل و أسرع هذه الوضعية

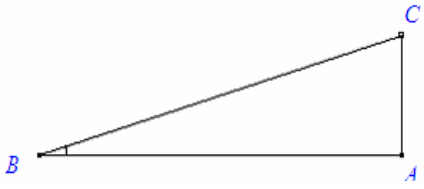
4. المنصف: المنصف في مثلّث هو منصّف إحدى زواياه.
المنصّفات الدّاخلية في مثلّث متقاطعة في نقطة واحدة.
هي مركز الدّائرة المرسومة داخل هذا المثلّث(أي التّي تمسّ أضلاع المثلّث من الداخل)



● مبرهنة فيثاغورس - النّسب المثلّثية:

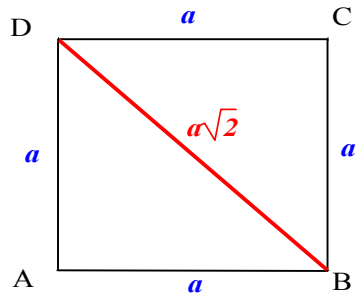
1. مبرهنة فيثاغورس وعكسها:

مبرهنة فيثاغورس
إذا كان ABC مثلّثا قائما في A
فإنّ: $BC^2=AB^2+AC^2$

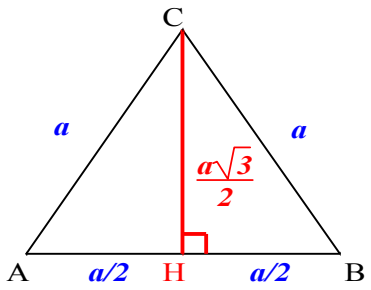


عكس مبرهنة فيثاغورس
إذا كان في مثلّث ABC و $BC^2=AB^2+AC^2$
فإنّ المثلّث ABC قائم في A.

نتائج مهمة:



قطر مربع طول ضلعه a يساوي $a\sqrt{2}$



ارتفاع مثلث متقايس الأضلاع هو $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

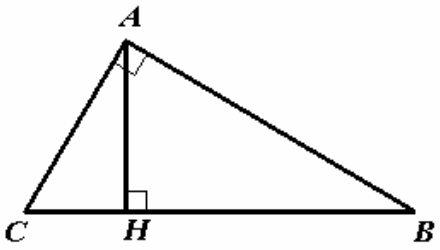
نتائج: إذا كان ABC مثلّثا قائما في A، و(AH) الارتفاع المتعلّق بالضّلع [BC] فإنّ:

أ) $AB\times AC = AH\times BC$

ب) $AB^2 = BH\times BC$

ج) $AC^2 = CH\times CB$

د) $AH^2 = HC\times HB$



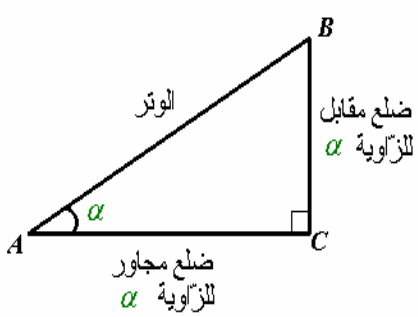
التمرين رقم 53 الصفحة 241 من الكتاب المدرسي

● النّسب المثلّثية في مثلّث قائم:

تعريف:

ABC مثلث قائم في C،

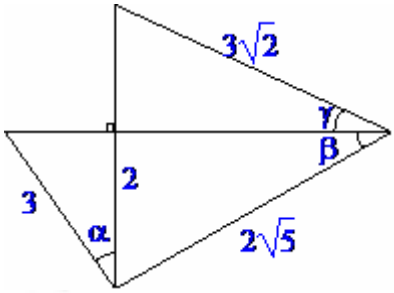
- جيب الزّاوية α: $\sin\alpha = \frac{\text{طول الضلع المقابل لـ } \alpha}{\text{طول الوتر}} = \frac{BC}{AB}$
- جيب تمام الزّاوية α: $\cos\alpha = \frac{\text{طول الضلع المجاور لـ } \alpha}{\text{طول الوتر}} = \frac{AC}{AB}$
- ظل الزّاوية α: $\tan\alpha = \frac{\text{طول الضلع المقابل لـ } \alpha}{\text{طول الضلع المجاور لـ } \alpha} = \frac{BC}{AC}$



خواص: أ) من التّعريف نجد أنّ: $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$.

ب) باستعمال مبرهنة فيثاغورس يمكن أن نبيّن أنّ: $(\sin\alpha)^2+(\cos\alpha)^2=1$

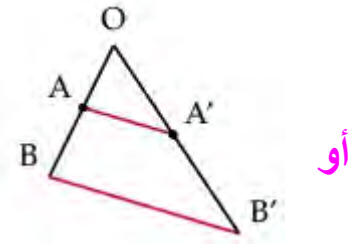
تمرين: باستعمال الألة الحاسبة " $\cos^{-1}$ و $\sin^{-1}$ "
عين قيمة مدورة إلى الوحدة لأقياس الزوايا α ، β و γ للشكل المقابل



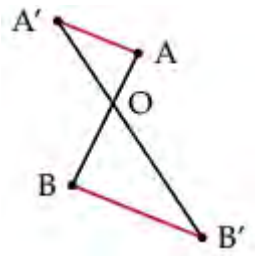
● مبرهنة طاليس:

ليكن المستقيمان (AB) و (A′B′) متقاطعان في O

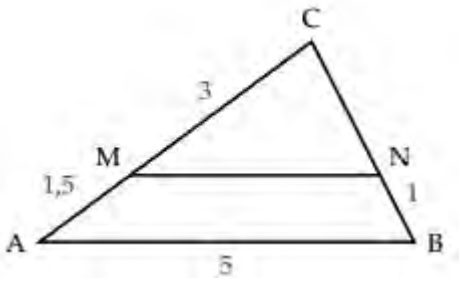
إذا كان (AB)//(A′B′) فإن: $\frac{OA}{OB}=\frac{OA'}{OB'}=\frac{AB}{A'B'}$



أو



تمرين: في الشكل المقابل (MN)//(AB) و المعطيات على الشكل
أحسب CN و MN



الجواب: نضع $CN=x$ ومنه: $\frac{3}{4,5}=\frac{x}{x+1}\Leftrightarrow \boxed{x=2}$

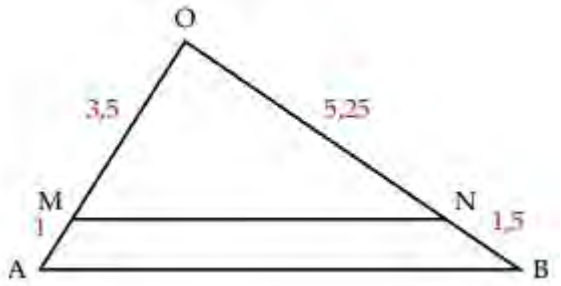
وبالمثل $\frac{3}{4,5}=\frac{MN}{5}\Leftrightarrow \boxed{MN=\frac{10}{3}}$

● عكس مبرهنة طاليس:

لتكن O ، A و B على استقامية من جهة
و O ، A′ و B′ على استقامية من جهة أخرى

إذا كان $\frac{OA}{OB}=\frac{OA'}{OB'}$ فإن: (AB)//(A′B′)

تمرين: في الشكل المقابل بين أن: (MN)//(AB)

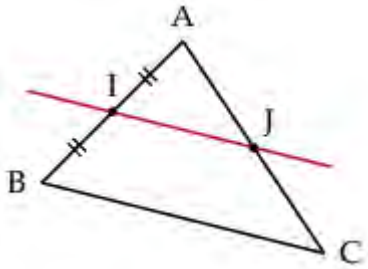


الجواب: $\frac{OM}{OA}=\frac{ON}{OB}=\frac{3,5}{4,5}=\frac{5,25}{6,75}=\frac{7}{9}$ ومنه (MN)//(AB)

● مبرهنة مستقيم المنتصفين:

في مثلث المستقيم المار من منتصف ضلع و الموازي للضلع الأخر
فإنه يقطع الضلع الثالث في المنتصف

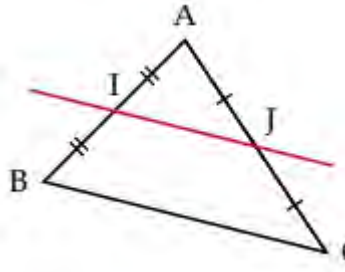
إذا كان I منتصف [AB] و (IJ)//(BC) فإن: J منتصف [AC] و $IJ=\frac{1}{2}BC$



● عكس مبرهنة مستقيم المنتصفين:

في مثلث المستقيم المار من منتصفي الضلعين فإنه يكون موازي للضلع الأخر

إذا كان I منتصف [AB] و J منتصف [AC] فإن: (IJ)//(BC) و $IJ=\frac{1}{2}BC$

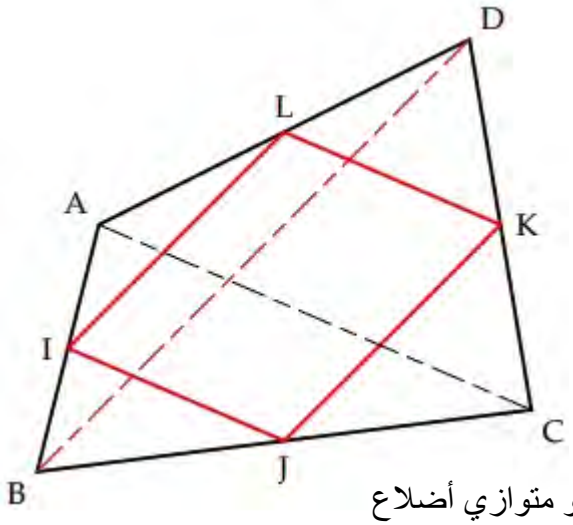


تمرين: **quadrilatère de Varignon(1654-1722)**

ليكن ABCD رباعي كيفي و لتكن I ، J ، K و L منتصفات الأضلاع [AB] ،[BC] ، [CD] و [DA] على الترتيب

1. ما طبيعة الرباعي IJKL
2. ماهو الشرط على ABCD حتى يكون IJKL

أ) معين ب) مستطيل جـ) مربع



الجواب: 1. لدينا في المثلث ABD :

I منتصف [AB] و L منتصف [AD] وحسب عكس المبرهنة السابقة

فإن: $(IL)//(BD)$ و $IL=\frac{1}{2}BD$ .....①

لدينا في المثلث BDC :

J منتصف [BC] و K منتصف [CD] وحسب عكس المبرهنة السابقة

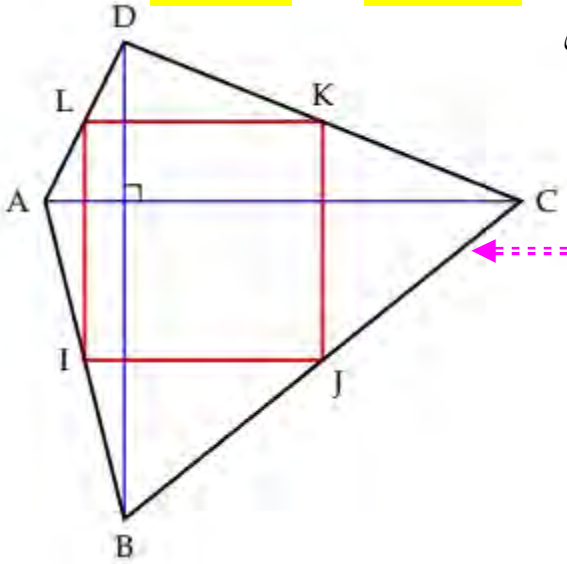
فإن: $(JK)//(BD)$ و $JK=\frac{1}{2}BD$ .....②

ومن ① و ② ينتج $(IL)//(JK)$ و $IL=JK$ وعليه الرباعي IJKL هو متوازي أضلاع

2. الشرط على ABCD حتى يكون IJKL

أ) **معين:** يجب $(\otimes) \rightarrow \boxed{IL=IJ}$ و لدينا في المثلث ABC :

I منتصف [AB] و J منتصف [BC] وحسب عكس المبرهنة السابقة فإن: $(IJ)//(AC)$ و $IJ=\frac{1}{2}AC$ ....③



ومنه: حسب ① و③ و ⊗ فإن: $\boxed{AC=BD}$ أي يجب أن يتقايس القطران

ب) **مستطيل:** يجب $(IL) \perp (IJ)$

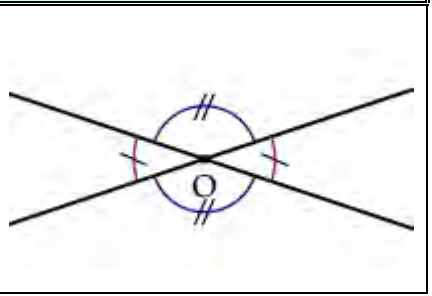
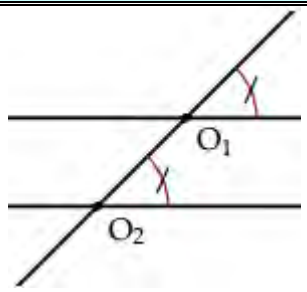
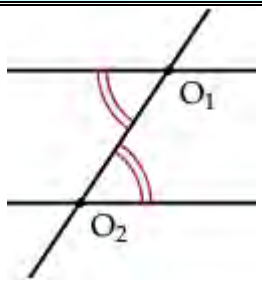
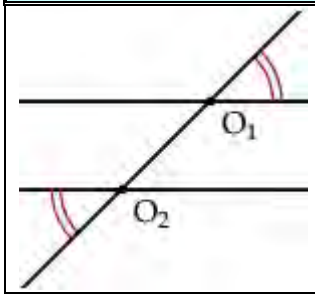
و حسب ① و③ و ⊗ يعني $\boxed{(AC) \perp (BD)}$ الأقطار متعامدة

جـ) **مربع:** يجب أن يكون معين و مستطيل معناه :

الأقطار متقايسة و متعامدة الشكل المقابل

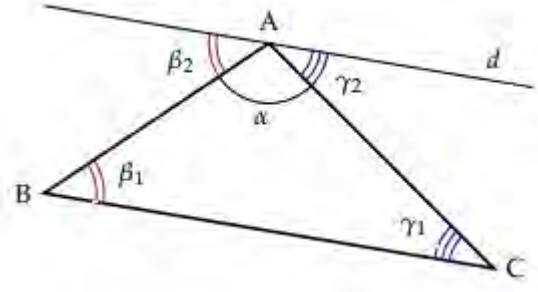
● **الزّوايا والدّائرة:**

1. **تقايس زاويتين:**

متقابلتان بالرأس	متماثلتان	متبادلتان داخليا	متبادلتان خارجيا
			

تطبيق: بين أن مجموع الزوايا الداخلية لمثلث يساوي 180°

الجواب: ننجز الشكل التالي

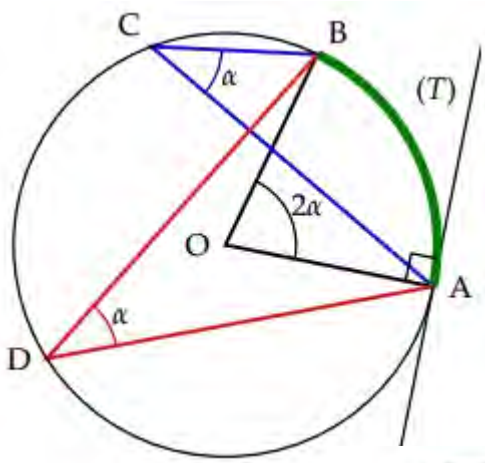


$\beta_1 = \beta_2$ متبادلتان داخليا

$\gamma_1 = \gamma_2$ متبادلتان داخليا

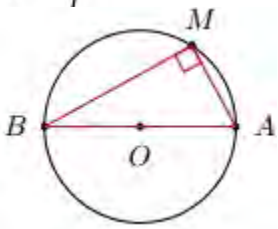
ومنه: $\alpha + \beta_1 + \gamma_1 = \alpha + \beta_2 + \gamma_2 = 180^\circ$

● الزّوايا والدّائرة:

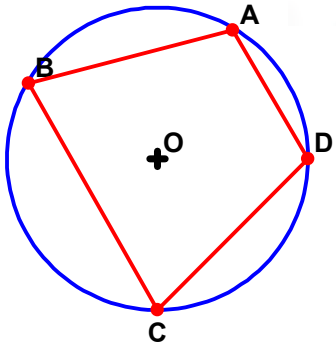


مبرهنة: الزاوية المحيطية ، المركزية ، المماس لدائرة

1. في دائرة قيس الزاوية المركزية ضعف قيس الزاوية المحيطية $\widehat{AOB} = 2\widehat{ADB}$
2. زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس فهما متقايستان $\widehat{ACB} = 2\widehat{ADB}$
3. في دائرة المماس عند نقطة منها يكون عمودي على نصف القطر $(OA) \perp (T)$



ملاحظة: 1. عندما تكون نقطتان A ، B من دائرة متقابلتين قطريا، و M نقطة من نفس الدّائرة وتختلف عن A و B فإنّ المثلّث ABM قائم في M.

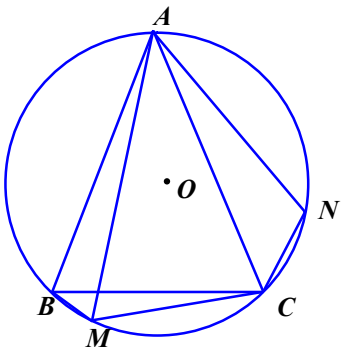


2. تكون رؤوس الرّباعي المحدّب ABCD من نفس الدّائرة إذا تحقّق أحد الشّرطين:

أ) $\widehat{DBC} = \widehat{DAC}$

ب) الزّاويتان $\widehat{BAD}$ و $\widehat{BCD}$ متكاملتان

عندئذ نقول أن الرباعي دائري



تطبيق: في الشكل المقابل أحسب أقياس الزوايا التالية:

$\widehat{ANC}$ ، $\widehat{AMC}$ ، $\widehat{AMB}$

● المثلّثات المتقايسة:

تعريف: نقول عن مثلثين إنهما متقايسان إذا كانا قابلين للتطابق.

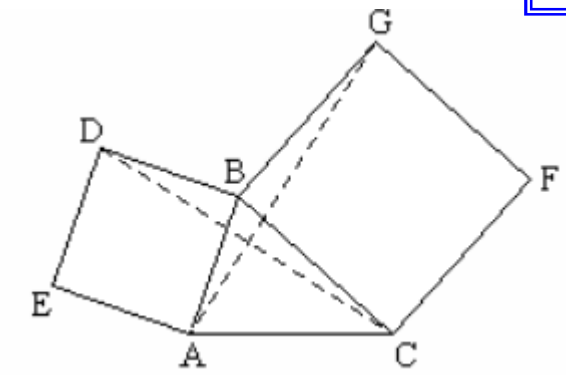
نتيجة: المثلثان المتقايسان أطوال أضلاعهما متساوية مثنى مثني، وزواياهما متقايسة مثنى مثنى

خواص (حالات تقايس مثلّثين):

خاصية (1): يتقايس مثلثان إذا كانت أطوال أضلاعهما متساوية مثنى مثني.

خاصية (2): يتقايس مثلثان إذا تقايست زاوية والضلعان اللذان يحصرانها من أحد المثلثين مع زاوية والضلعين اللذين يحصرانها من المثلث الآخر.

خاصية (3): يتقايس مثلثان إذا تقايس ضلع والزّاويتان المجاورتان له من أحد المثلثين مع ضلع والزّاويتين المجاورتين له من المثلث الآخر.



تطبيق: ABDE و BCFG مربعان مرسومان خارج المثلث ABC

بين أن: $AG = DC$

الجواب: لدينا: $\widehat{ABG} = \widehat{ABC} + 90^\circ$ و $\widehat{CBD} = \widehat{ABC} + 90^\circ$

ومنه $\widehat{ABG} = \widehat{CBD}$ ولدينا كذلك $BC = BG$ و $AB = BD$

ومنه: حسب خ2 فإن: المثلثان ABG و DBC متقايسان

وعليه : $AG = DC$

● المثلّثات المتشابهة:

تعريف: نقول عن مثلثين إنّهما متشابهان إذا كانت زوايا أحدهما تساوي زوايا الآخر

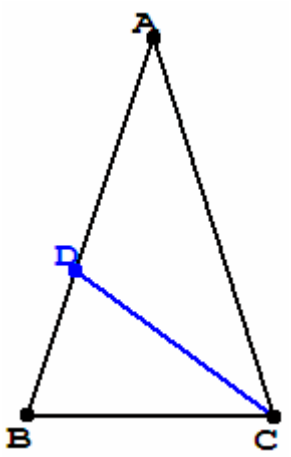
مبرهنة: المثلّثان المتشابهان أضلاعهما المتماثلة متناسبة

خواص (حالات تشابه مثلّثين)

خاصية (1): يتشابه مثلّثان إذا تقايست زاويتان من أحد المثلّثين مع زاويتين من المثلّث الآخر.

خاصية (2): يتشابه مثلّثان إذا تقايست زاوية من أحد المثلّثين مع زاوية من المثلّث الآخر، وكان طولا الضلعين الذين يحصران إحدى هاتين الزاويتين متناسبين مع طولي الضّلعين الذين يحصران الزّاوية الآخرى.

خاصية (3): يتشابه مثلّثان إذا كان أطوال الأضلاع المتماثلة فيهما متناسبة.



تطبيق01: ABC مثلث متقايس الضلعين عند A بحيث $\widehat{B} = 72^\circ$

منصف الزاوية $\widehat{C}$ يقطع $[AB]$ في D

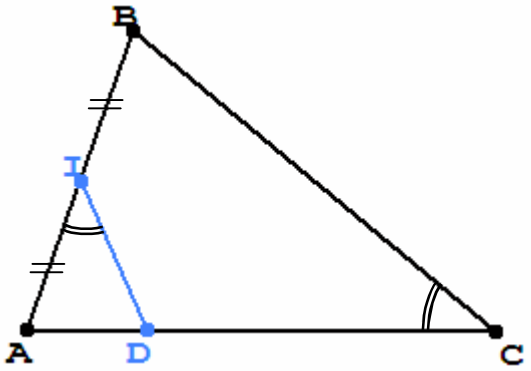
بين أن المثلثين ABC و BDC متشابهان

الجواب: في المثلث ABC لدينا : $\widehat{B} = 72^\circ = \widehat{C}$ لأنه متقايس الضلعين

وعليه: $\widehat{A} = 36^\circ$

في المثلث BDC لدينا : $\widehat{DBC}=72^\circ$ و $\widehat{BCD}=\frac{1}{2}\widehat{BCA}=36^\circ$

ومنه حسب خ1: المثلثين ABC و BDC متشابهان



تطبيق01: ABC مثلث بحيث $AB = 28mm$

$AC = 42mm$ ، $BC = 39mm$ و I منتصف الضلع $[AB]$

لتكن النقطة D من $[AC]$ بحيث $\widehat{AID}=\widehat{ACB}$

1. أحسب AD و ID
2. بين أن النسبة بين المساحتين $\frac{S_{AID}}{S_{ABC}} = \frac{1}{9}$

الجواب: 1. لدينا المثلثين ABC و AID لهما زاوية مشتركة $\widehat{BAC}$ وكذلك $\widehat{AID}=\widehat{ACB}$

ومنه: حسب خ1: المثلثين ABC و AID متشابهان

وعليه حسب خ3 : أطوال الأضلاع المتماثلة فيهما متناسبة. $\frac{AI}{AC} = \frac{ID}{BC} = \frac{AD}{AB}$

ومنه: $\frac{14}{42} = \frac{ID}{39} = \frac{AD}{28}$ و بعد الحساب $ID=13$ و $AD=\frac{28}{3}$

2. **نسبة تشابه المثلثين** يمثل معامل التكبير ويساوي $\frac{14}{42}=\frac{1}{3}$ وعليه المساحة تضرب في $\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$

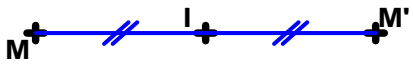
وعليه: $S_{AID} = \frac{1}{9}S_{ABC}$ ومنه $\frac{S_{AID}}{S_{ABC}} = \frac{1}{9}$

المثلّثات المتشابهة الخاصة:

1. كل المثلثات المتقايسة الأضلاع هي متشابهة
2. كل المثلثات القائمة و المتقايسة الضلعين هي متشابهة

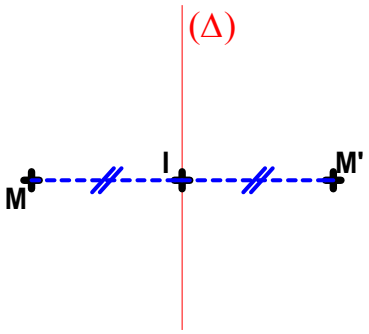
التّحويلات النّقطية

1. التناظر المركزي: هوتحويل يرفق بكل نقطة M إلى النقطة M' حيث : Iمنتصف$[MM']$وI نقطة ثابتة رمزه: S_I

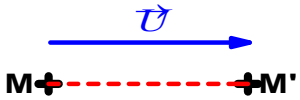


2. التناظر المحوري:هو تحويل يرفق بكل نقطة M إلى النقطة M' حيث : (Δ)محور $[MM']$

و (Δ) مستقيم ثابت معطى رمزه: $S_{(\Delta)}$

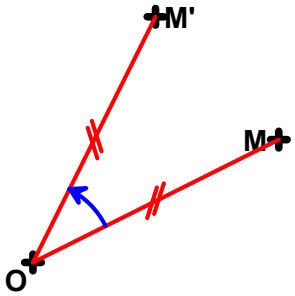


3.الإنسحاب: هو تحويل يرفق بكل نقطة M إلى النقطة M' حيث : $\overrightarrow{MM'} = \vec{U}$ و $\vec{U}$ شعاع ثابت رمزه: $T_{\vec{U}}$

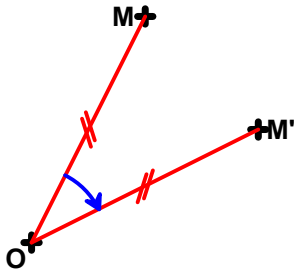


4.الدوران: هو تحويل يرفق بكل نقطة M إلى النقطة M' حيث : $\widehat{MOM'} = \theta + k2\pi \,/\, 0 \le \theta \le \pi$

توجيه مباشر



توجيه غير مباشر



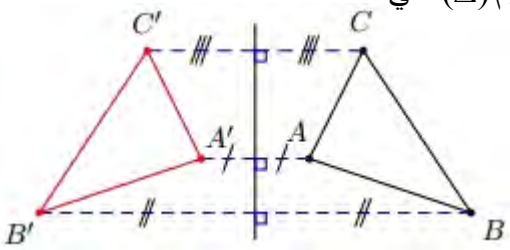
خواص التحويلات:هذه التحويلات تحافظ على:الإستقامية ،الأطوال، المسافات، المساحات ، قياسات الزوايا ، التعامد و التوازي

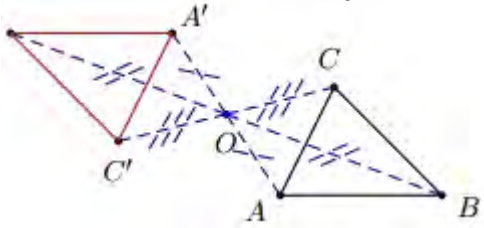
النقط الصامدة : هي النقط التي تنطبق على صورها مثل O مركز الدوران و I مركز التناظر المركزي

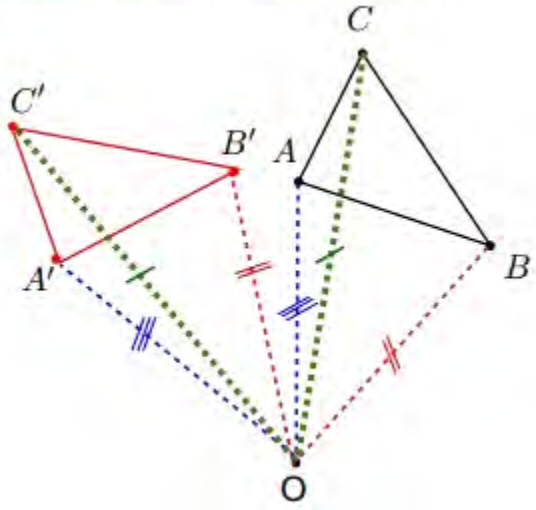
الانسحاب لا يقبل نقاط صامدة والتناظر المحوري كل نقاط المستقيم (Δ) هي صامدة

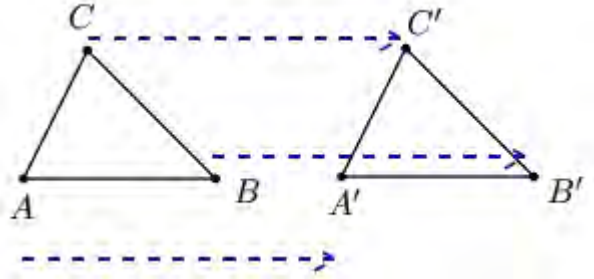
صور الأشكال الهندسية المألوفة: بواسطة هذه التحويلات

- صورة قطعة هي قطة تقايسها
- صورة مستقيم هو مستقيم يوازيه
- صورة دائرة هي دائرة تقايسها



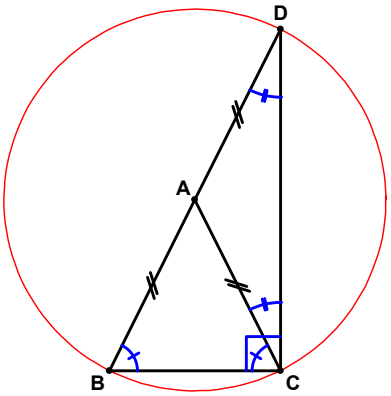






تطبيقات:

التمرين01: أرسم مثلث ABC متساوي الساقين رأسه A. أرسم D نظيرة B بالنسبة إلى A ما طبيعة المثلث BCD



الجواب: بما أن المثلث ABC متساوي الساقين رأسه A معناه (1) AB=AC

وبما أن: D نظيرة B بالنسبة إلى A معناه (2) AB=AD

ومن (1) و (2) ينتج AB=AC=AD

و عليه النقط B ; C ; D تنتمي إلى دائرة واحدة مركزها A و قطرها [BD] وتر المثلث

ومنه المثلث BCD قائم في C

التمرين02: أرسم مثلث ABC أرسم M على الضلع [BC] أنشئ النقطة N نظيرة M بالنسبة إلى الضلع (AB)

أنشئ النقطة P نظيرة M بالنسبة إلى الضلع (AC)

بين أن مساحة الخماسي APCBN تساوي ضعف مساحة ABC لما النقطة تمسح الضلع [BC]

الجواب:

لدينا النقطة N نظيرة M بالنسبة إلى الضلع (AB) معناه N صورة M بالنسبة إلى التناظر المحوري الذي محوره (AB)

ومن خواص التناظر المحوري يحافظ على المساحات ومنه صورة المثلث ABM هي المثلث "ABN" صامدة "A ; B"

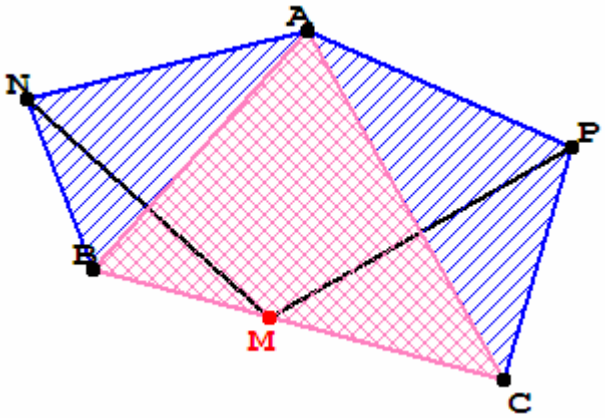
ومنه: $\boxed{S_{ABM}=S_{ABN}}$

بالمثل لدينا النقطة P نظيرة M بالنسبة إلى الضلع (AC) معناه P صورة M بالنسبة إلى التناظر المحوري الذي محوره (AC)

نجد $\boxed{S_{ACM}=S_{ACP}}$

ومنه: $S_{ABC}=S_{ABM}+S_{ACM}=S_{ABN}+S_{ACP}$

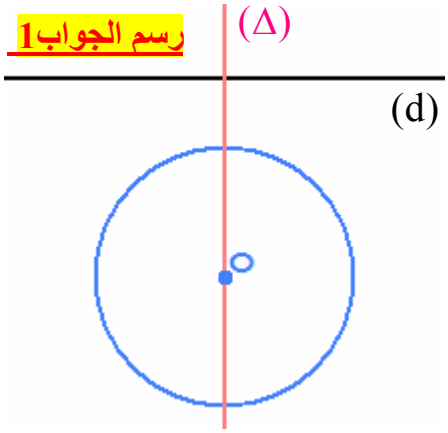
ومساحة الخماسي : $S_{APCBN}=S_{ABC}+(S_{ABN}+S_{ACP})=S_{ABC}+S_{ABC}=\boxed{2S_{ABC}}$



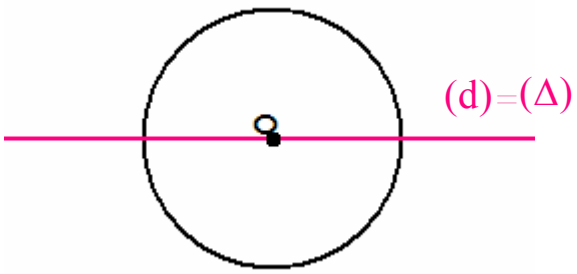
التمرين03: أرسم دائرة (C) مركزها O و مستقيم (d)

1. أرسم محور تناظر لهذا الشكل
2. هذا الشكل هل يقبل مركز تناظر إذا الجواب بـ: لا أرسم مرة أخرى شكلا أخر بحيث يقبل مركز تناظر

رسم الجواب1



رسم الجواب 2



01 $\vec{u}$ و $\vec{v}$ شعاعان من المستوي حيث:
$\vec{u} = 2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DC} + 2\overrightarrow{DA}$ ، $\vec{v} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{CB}$
1-اثبت ان: $\vec{u} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA}$ و $\vec{v} = 2\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}$
2-استنتج ان: $\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{BC}$

02 ABC مثلث كيفي. 1-إنشئ النقطتين E و F حيث:
1-إنشئ النقطتين E و F حيث:
$\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{BF}$ و $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ ثم تحقق أن: $2\overrightarrow{EB} = \overrightarrow{EC}$
2-أثبت أن : (EA) يوازي (CF)

03 المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$
نعتبر النقط : $A(2,6)$, $B(-4,-2)$, $C(6,3)$
1. احسب AB , AC , BC ثم استنتج نوع المثلث ABC
2. عين احداثيات H مركز الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC واحسب نصف قطرها
3. تحقق ان النقطة K(2,-5) تنتمي الى الدائرة (C)
4. عين احداثيات النقطة D حتى يكون الرباعي ABCD متوازي أضلاع ثم اوجد احداثيات مركزه

04 المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$
نعتبر النقط $A(4,-2)$ ، $B(-4,-1)$ ، $C(2,8)$ و $H(-2,2)$
1) مثل النقط B ، C و H ثم بيّن أنها في استقامية.
2) جد الأطوال AH ، BH ، AB ثم عين نوع المثلث AHB
3) احسب مساحة المثلث ACB

05 ABCD متوازي أضلاع و M نقطة معرفة بالعلاقة الشعاعية : $3\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{MB} - 4\overrightarrow{MC} = \vec{0}$.
1-بيّن أن: $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{AC}$
2-جد العددين a و b حيث: $\overrightarrow{DM} = a\overrightarrow{DC} - b\overrightarrow{DB}$

06 1-إنشئ في مستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ المستقيمات (Δ_1) ، (Δ_2) و (Δ_3) حيث:
$(\Delta_1): y = -x+2$ ، $(\Delta_2): x-1=0$ ، $(\Delta_3): y = -x$
2-حل بيانيا الجمل التالية :
$\begin{cases} x+y=0 \\ y=-x+2 \end{cases}$ ، $\begin{cases} x=1 \\ y=-x+2 \end{cases}$ و $\begin{cases} x+y=0 \\ x-1=0 \end{cases}$

07 نريد حل جملة المعادلتين (S): $\begin{cases} -2z^2 + t^2 = 1 \\ 3z^2 + t^2 = 21 \end{cases}$
أ) بوضع $x = z^2$ و $y = t^2$
اكتب جملة المعادلتين (S') المكافئة للجملة (S) .
ب) حل جملة المعادلتين (S') واستنتج حل الجملة (S).

08 بمناسبة انتقاله إلى الثانوية نظّم رائد وليمة دعا إليها تلاميذ قسمه. لاحظ أنه لو يجلس كلّ 5 تلاميذ حول طاولة فإنّ 3 منهم لا يجد لهم أماكن للجلوس، ولو يجلس كلّ 6 تلاميذ حول طاولة فإنّ 4 أماكن تبقى شاغرة.
1) ما هو عدد التلاميذ الذين دعاهم رائد ؟
2) ما هو عدد الطاولات ؟

09 المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس نعتبر النقط $A(2,1)$ ، $B(2,-1)$ ، $C(0,-1)$.
1-عين إحداثيي النقطة D بحيث : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$
2-لتكن النقطتين M و N من المستوي حيث:
$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ و $\overrightarrow{AC} = -3\overrightarrow{CN}$
أ) أوجد إحداثيي النقطتين M و N
ب) أوجد إحداثيي الشعاعين $\overrightarrow{DM}$ و $\overrightarrow{DN}$ ، ثم استنتج أن النقط D ، N و M في استقامية.
4) أكتب المعادلة الديكارتية للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة B ويوازي (AC).
5) أكتب المعادلة الديكارتية للمستقيم (Δ') الذي يشمل C و D ثم ادرس تقاطع (Δ) و (Δ').
6) احسب أطوال أضلاع المثلث ACB ثم استنتج نوعه

10 المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$
نعتبر النقط $D(4,\alpha)$, $C(3,1)$, $B(2,-2)$, $A(1,0)$
1. جد α حتى تكون النقط D , B , A على استقامية
2. نضع $\alpha = -1$:
أ) أحسب DC , AC , AD ثم استنتج نوع المثلث ADC
ب) جد معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل C ويوازي $\overrightarrow{AB}$
ج) عين احداثيي نقطة تقاطع (Δ) مع محور الفواصل
د/ عين احداثيي النقطة F بحيث: $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + 2\vec{i} - \vec{j}$

11 المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$
لتكن النقط $A(1,0)$, $B(3,-2)$, $C(3;2)$ و $E(1;4)$

1) جد أطوال أضلاع المثلث ABC ، ثم استنتج نوعه

2)جد α حتى تكون A ،B و$D(\alpha,\alpha+1)$ في استقامية

3)بين أن الرباعي $ABCE$ مربع

4.أ)جد معادلة للمستقيم (Δ_1) الذي يشمل B ويوازي (AC)

ب)جد نقطتي تقاطع (Δ_1) ومحوري الاحداثيات

2) اكتب معادلة المستقيم (Δ_2) الذي يمر بالنقطة O ويوازي المستقيم ذو المعادلة $3x+2y+1=0$

3) جد احداثيات نقطة تقاطع المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2)

ثم ارسم المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) وتحقق من نقطة تقاطعهما

12 في المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ نعتبر النقط A,B,C بحيث :

$\overrightarrow{OA}=2\vec{i}+\vec{j}$ ، $\overrightarrow{AB}=-4\vec{i}-2\vec{j}$ ، $\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}-4\\4\end{pmatrix}$

1.جد احداثيات النقط A,B,C ثم علمها في المستوي

2.برهن ان النقط A,B,O على استقامة واحدة

3.جد احداثيي النقطة D حتى يكون الرباعي ABCD متوازي اضلاع ثم عين احداثيات مركزه I

4.جد معادلة للمستقيم (T) الذي يشمل النقطتين A و C

5.جد احداثيات M نقطة تقاطع (T) مع محور الفواصل

13 المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ نعتبر النقط A,B,C من المستوي بحيث : $A(3,-4)$ ، $B(\alpha,8)$ ، $C(1,3)$ مع α عدد حقيقي

1.عين قيمة α حتى تكون النقط A,B,O في استقامية

1. نعتبر $\alpha=2$

أ) عين احداثيات D حتى يكون ABCD متوازي اضلاع

ب)اكتب معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A و يوازي المستقيم (BC)

ج)جد احداثيي E نقطة تقاطع (Δ) مع المستقيم (Δ') ذو المعادلة $y=\frac{1}{3}x+2$

14 في المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ نعتبر النقط: $A(-1,2)$ ، $B(2,0)$ ، $C(\alpha^2+1,\alpha)$

1. عين قيمة α بحيث تكون النقط A,B,C على استقامية

2. اكتب معادلة المستقيم (AB)

3. اكتب معادلة المستقيم (Δ) الذي معامل توجيهه 2 يشمل النقطة I(1,5) وعين نقطة تقاطع (AB) و (Δ)

15 المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

نعتبر النقط: $A(\frac{3}{2},\frac{7}{2})$ ، $B(-1,-3)$ ، $C(-3,-1)$

1. بين ان المثلث ABC قائم

2. اوجد احداثيات E مركز الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC ثم حدد نصف قطرها

3. اكتب معادلة كل من المستقيم (AC) و المستقيم (D) الذي يشمل E و يوازي (AC)

4. اوجد احداثيات T بحيث EBCT متوازي اضلاع

16 المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

نعتبر النقط $A(2,-2)$ ، $\overrightarrow{OB}=-3\vec{i}-5\vec{j}$ ، $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-6\\2\end{pmatrix}$

1)عين أحداثيي النقطة C ، ثم علم النقط A ، B ، C

2) عين أحداثيي النقطة D بحيث يكون الرباعي ABDC متوازي أضلاع.

3) لتكن M منتصف القطعة [BC] والنقطة N التي تحقق العلاقة الشعاعية: $\overrightarrow{DM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{DN}$.

أ) استنتج أن النقط D ، M ، N في استقامية.

ب)عين احداثيي N،بين أنها مركز ثقل المثلث BCD

4)اكتب معادلة للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة B ويوازي المستقيم(AC).

5) لتكن النقطة $E(-2;-4)$. احسب اطوال أضلاع المثلث ACE ، ثم استنتج طبيعته.

17 المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

M وسيط حقيقي. (Δ_m) مجموعة النقط $M(x;y)$ حيث $(m+2)x+(m^2-4)y+1=0$.

1-اكتب معادلة (Δ_m) من أجل : $m=-2$.

2- بيّن أن (Δ_m) مستقيم من أجل $m\neq -2$.

3-أوجد قيم m بحيث: $A(2;1)\in(\Delta_m)$.

4-(Δ) المستقيم الذي يشمل A ومعامل توجيهه $(-\frac{1}{3})$

أ- أكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ).

ب- جد قيمة m بحيث يكون (Δ) يوازي (Δ_m).

قال عماد الأصفهاني:

رأيت انه لا يكتب إنسان كتابا في يومه إلا قال في غده لو غير هذا لكان أحسن ولو زيد كذا لكان يستحسن ولو قدم هذا لكان أفضل ولو ترك هذا لكان أجمل وهذا من أعظم العبر وهو دليل على استيلاء النقص على جملة البشر..

وأخيراَ بعد أن تقدمنا باليسير في هذا المجال الواسع

آملين أن ينال القبول ويلقى الاستحسان..

من إخواني الأساتذة و أخواتي الأستاذات

وصل اللهم وسلم على سيدنا وحبيبنا محمد وعلى آله وصحبه وسلم....

أخوكم فى الله الأستاذ : باي زواوي

أطلب منكم دعاءا في ظهر الغيب