

المعادلات والمتراجحات

[I]. المتطابقات الشهيرة (مراجعة)

(1) المتطابقات الشهيرة للنشر:

$$(a + b)^2 = (a)^2 + (b)^2 + 2(a)(b)$$

$$(a - b)^2 = (a)^2 + (b)^2 - 2(a)(b)$$

$$(a - b)(a + b) = (a)^2 - (b)^2$$

(2) المتطابقات الشهيرة للتحليل:

$$(a)^2 + (b)^2 + 2(a)(b) = (a + b)^2$$

$$(a)^2 + (b)^2 - 2(a)(b) = (a - b)^2$$

$$(a)^2 - (b)^2 = (a - b)(a + b)$$

[II]. ترابط الدوال المؤدية من x إلى $f(x)$ ننتقل من x إلى $f(x)$ بتطبيق دالتين على التوالي: الدالة التالفية ثم الدالة المرجعية المناسبةمثال 1:

$$f(x) = (2x - 1)^2$$

$$x \xrightarrow{u} 2x - 1 \xrightarrow{v} (2x - 1)^2$$

$$\text{إذن } \boxed{u(x) = 2x - 1} \text{ و } \boxed{v(x) = x^2}$$

$$\text{ومنه } f(x) = v[u(x)] = v(2x - 1) = (2x - 1)^2$$

مثال 2:

$$g(x) = 3(x + 5)^2 - 7$$

$$x \xrightarrow{u} x + 5 \xrightarrow{v} 3(x + 5)^2 - 7$$

$$\text{إذن } \boxed{u(x) = x + 5} \text{ و } \boxed{v(x) = 3x^2 - 7}$$

$$\text{ومنه } g(x) = v[u(x)] = v(x + 5) = 3(x + 5)^2 - 7$$

مثال 3:

$$h(x) = \frac{1}{x-4} + 6$$

$$x \xrightarrow{u} x - 4 \xrightarrow{v} \frac{1}{x-4} + 6$$

$$\text{إذن } \boxed{u(x) = x - 4} \text{ و } \boxed{v(x) = \frac{1}{x} + 6}$$

$$\text{ومنه } h(x) = v[u(x)] = v(x - 4) = \frac{1}{x-4} + 6$$

مثال 4:

$$g(x) = \sqrt{x + 3} - 2$$

$$x \xrightarrow{u} x + 3 \xrightarrow{v} \sqrt{x + 3} - 2$$

$$\text{إذن } \boxed{u(x) = x + 3} \text{ و } \boxed{v(x) = \sqrt{x} - 2}$$

$$\text{ومنه } g(x) = v[u(x)] = v(x + 3) = \sqrt{x + 3} - 2$$

Prof Mustapha

KdH-A-LD9

[III]. معادلات يؤول حلها إلى حل معادلات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد

- $A(x) \times B(x) = 0 \Rightarrow A(x) = 0$ أو $B(x) = 0$
- $[A(x)]^n = 0 \Rightarrow A(x) = 0$
- $\frac{A(x)}{B(x)} = 0 \Rightarrow \begin{cases} A(x) = 0 \\ B(x) \neq 0 \end{cases}$

[IV]. إشارة معادلة من الدرجة الأولى $ax + b$

| | | | |
|----------|---------------|----------------|-----------|
| x | $-\infty$ | $-\frac{b}{a}$ | $+\infty$ |
| $ax + b$ | عكس إشارة a | 0 | إشارة a |

- $A(x) \times B(x) \geq 0 \Rightarrow$ استنتاج الحل من جدول الإشارة
- $\frac{A(x)}{B(x)} \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} A(x) \times B(x) \geq 0 \\ B(x) \neq 0 \end{cases}$

[V]. المتطابقات الهامة

$$(a + b)^3 = (a)^3 + 3(a)^2(b) + 3(a)(b)^2 + (b)^3$$

$$(a - b)^3 = (a)^3 - 3(a)^2(b) + 3(a)(b)^2 - (b)^3$$

$$(a + b)^4 = (a)^4 + 4(a)^3(b) + 6(a)^2(b)^2 + 4(a)(b)^3 + (b)^4$$

$$(a - b)^4 = (a)^4 - 4(a)^3(b) + 6(a)^2(b)^2 - 4(a)(b)^3 + (b)^4$$

$$(a + b)^5 = (a)^5 + 5(a)^4(b) + 10(a)^3(b)^2 + 10(a)^2(b)^3 + 5(a)(b)^4 + (b)^5$$

$$(a - b)^5 = (a)^5 - 5(a)^4(b) + 10(a)^3(b)^2 - 10(a)^2(b)^3 + 5(a)(b)^4 - (b)^5$$

[VI]. حل معادلات و المتراجحات من الدرجة الثانية $ax^2 + bx + c$

① حساب المميز

Prof Mustapha

KdH-A-LD9

$$\Delta = (b)^2 - 4(a)(c)$$

② الشكل النموذجي

$$ax^2 + bx + c = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right]$$

③ ملخص حل وإشارة وتحليل معادلة من الدرجة الثانية من الشكل $E = ax^2 + bx + c$

| $\Delta = (b)^2 - 4(a)(c)$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|--|----------------|-----------------|-----------|-----------|-----|-------------|--|-----------------|-----------|---|-----|-----------|-------|-----------|-----|-------------|--|-----------|---|-----|-----------|-----------|-----|-----------|--|---------|
| $\Delta > 0$ | $\Delta = 0$ | $\Delta < 0$ | إذا كان | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| تقبل حلين متميزين $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$; $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ | تقبل حل مضاعف $x_0 = \frac{-b}{2a}$ | لا تقبل حلول | فإن المعادلة | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>x_1</td> <td>x_2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>E</td> <td colspan="2">إشارة a ○</td> <td>عكس إشارة a ○</td> <td>إشارة a</td> </tr> </table> | x | $-\infty$ | x_1 | x_2 | $+\infty$ | E | إشارة a ○ | | عكس إشارة a ○ | إشارة a | <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>x_0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>E</td> <td colspan="2">إشارة a ○</td> <td>إشارة a</td> </tr> </table> | x | $-\infty$ | x_0 | $+\infty$ | E | إشارة a ○ | | إشارة a | <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>E</td> <td colspan="2">إشارة a</td> </tr> </table> | x | $-\infty$ | $+\infty$ | E | إشارة a | | إشارتها |
| x | $-\infty$ | x_1 | x_2 | $+\infty$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| E | إشارة a ○ | | عكس إشارة a ○ | إشارة a | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| x | $-\infty$ | x_0 | $+\infty$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| E | إشارة a ○ | | إشارة a | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| x | $-\infty$ | $+\infty$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| E | إشارة a | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $E = a(x - x_1)(x - x_2)$ | $E = a(x - x_0)^2$ | لا تقبل تحليلا | تحليلها | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

④ المميز المختصر: (إذا كان b زوجي)

| $b' = \frac{b}{2}$ | | | |
|--|--|---------------|--------------|
| $\Delta' = (b')^2 - (a)(c)$ | | | |
| $\Delta' > 0$ | $\Delta' = 0$ | $\Delta' < 0$ | إذا كان |
| تقبل حلين متميزين $x_1 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a}$; $x_2 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a}$ | تقبل حل مضاعف $x_0 = \frac{-b'}{a}$ | لا تقبل حلول | فإن المعادلة |

ملاحظات

Prof Mustapha

KHACEDJ

• إذا كان $a + b + c = 0$ فإن:

$$x_1 = 1 \quad ; \quad x_2 = \frac{c}{a}$$

• إذا كان $a - b + c = 0$ فإن:

$$x_1 = -1 \quad ; \quad x_2 = -\frac{c}{a}$$

• جداء ومجموع حلي معادلة من الدرجة 2:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad ; \quad x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$$

Prof Mustapha

KdH-A-LD9

مركز تناظر

$$f(2a - x) + f(x) = 2b \Leftrightarrow \text{طريقة 1: } W(a; b) \text{ مركز تناظر} \checkmark$$

$$f(a + x) + f(a - x) = 2b \Leftrightarrow \text{طريقة 2: } W(a; b) \text{ مركز تناظر} \checkmark$$

طريقة 3: دستور تغيير معلم \checkmark

$$\begin{cases} x = a + X \\ y = b + Y \end{cases} \Leftrightarrow W(a; b) \text{ مركز تناظر}$$

(1) إيجاد معادلة الدالة في المعلم الجديد:

$$Y = f(a + X) - b$$

(2) إثبات أن Y دالة فردية.

محور تناظر

$$f(2a - x) = f(x) \Leftrightarrow \text{طريقة 1: } x = a \text{ محور تناظر} \checkmark$$

$$f(a + x) = f(a - x) \Leftrightarrow \text{طريقة 2: } x = a \text{ محور تناظر} \checkmark$$

طريقة 3: دستور تغيير معلم \checkmark

$$\begin{cases} x = a + X \\ y = Y \end{cases} \Leftrightarrow x = a \text{ محور تناظر}$$

(1) إيجاد معادلة الدالة في المعلم الجديد:

$$Y = f(a + X)$$

(2) إثبات أن Y دالة زوجية.