

# 5 min Maths

# 1<sup>as</sup>

أولى جذع مشترك علوم و تكنولوجيا

## عموميات على الدوال

◀ ملخص الدرس + تطبيقات ▶  
◀ تمارين مقترحة ▶



جمعها لكم الأستاذ شعبان أسامة



1 .

ملخص الدرس

+

أمثلة مرتبطة

$D$  جزء من مجموعة الأعداد الحقيقية  $\mathbb{R}$ .  
تعريف دالة  $f$  على  $D$  هو إرفاق بكل عدد حقيقي  $x$  من  $D$ ، عددا حقيقيا وحيدا يسمى صورة  $x$

## مصطلحات و ترميز

- ❖ يسمى الجزء  $D$  مجموعة تعريف الدالة  $f$ .
- ❖ نرمز إلى صورة عدد حقيقي  $x$  من  $D$  بالرمز  $f(x)$  و نقرأ "  $f$  لـ  $x$  "
- ❖ إذا كان  $y = f(x)$  نقول "  $x$  سابقة للعدد  $y$  بالدالة  $f$  "
- ❖ للتعبير عن الدالة  $f$  المعرفة على  $D$  يمكن أن نكتب:  $f: x \mapsto f(x)$

## أمثلة

## مثال 1

إذا أرفقنا بكل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $[-1; +\infty[$  العدد الحقيقي  $\sqrt{x+1}$  نكون قد عرفنا دالة  $f$  على المجال  $D = [-1; +\infty[$ .

و يمكن أن نعبر بإحدى الطريقتين:

$$\square \quad f \text{ هي الدالة المعرفة على } [-1; +\infty[ \text{ بـ: } f(x) = \sqrt{x+1}$$

$$\square \quad f: [-1; +\infty[ \rightarrow$$

$$x \mapsto \sqrt{x+1}$$

## مثال 2

نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = x^2 + 2x - 3$

$\square$  لدينا:  $g(2) = 2^2 + 2 \cdot 2 - 3 = 5$ . إذن صورة العدد 2 هي العدد 5.

$\square$  لدينا:  $g(-3) = 0$  و  $g(1) = 0$ . إذن -3 و 1 سابقتان للعدد 0.

**ملاحظة:** لكل عدد حقيقي من مجموعة التعريف صورة وحيدة بينما يمكن أن يكون لصورة عدة سوابق.

## 2. المنحنى الممثل لدالة

## تعريف

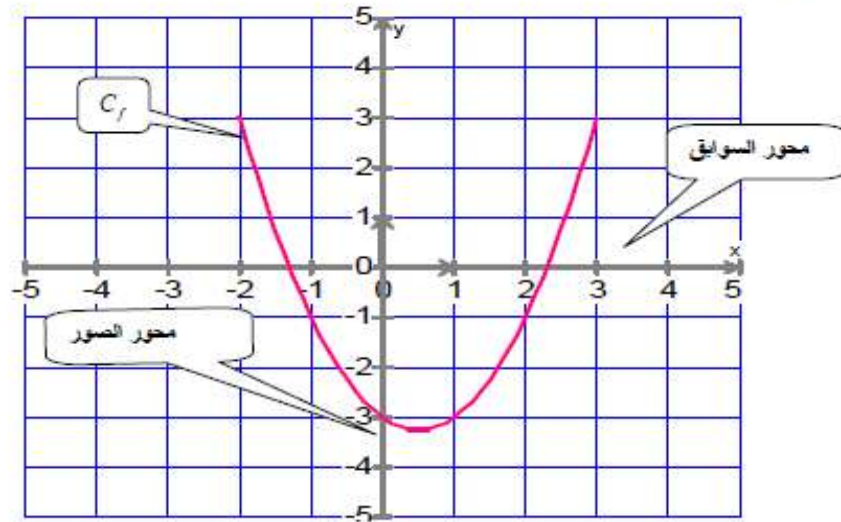
$f$  دالة معرفة على جزء  $D$  من  $\mathbb{R}$ .  
في معلم  $(O; I; J)$  للمستوي، المنحنى الممثل (أو التمثيل البياني)  $(C_f)$  للدالة  $f$  هو مجموعة النقط  $M(x; y)$  حيث:  $x \in D$  و  $y = f(x)$   
 $y = f(x)$  هي معادلة للمنحنى  $(C_f)$  في المعلم  $(O; I; J)$

$$y = f(x) \text{ و } x \in D \text{ يكافئ } M(x; y) \in (C_f)$$

$(C_f)$  المرسوم أدناه هو التمثيل البياني في، معلم  $(O;I;J)$ ، للدالة  $f$  المعرفة على المجال

$$[-2;3] \text{ كما يلي: } f(x) = x^2 - x - 3$$

$$\text{معادلة } (C_f) \text{ هي: } y = x^2 - x - 3$$



نقرأ مثلا أن صورة العدد 0 هي -3 و أن صورة العدد -1 هي -1 كما نقرأ أن للعدد 3 سابتان هما: -2 و 3 .

النقطة  $A(1;-3)$  تنتمي إلى المنحني  $(C_f)$  لأن العدد 1 ينتمي إلى المجال  $[-2;3]$

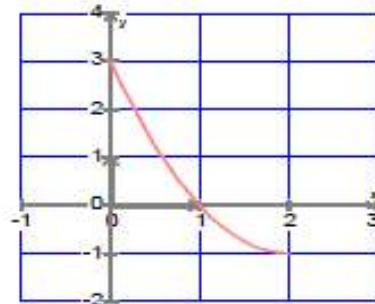
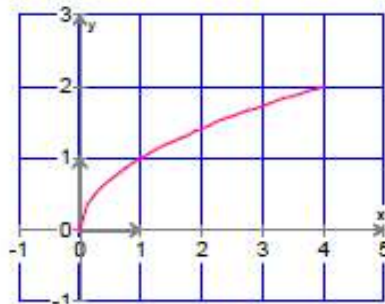
$$\text{و } f(1) = 1^2 - 1 - 3 = -3$$

**3. تميزات دالة على مجال**

☒ لتجاه تمييز دالة

تعريف

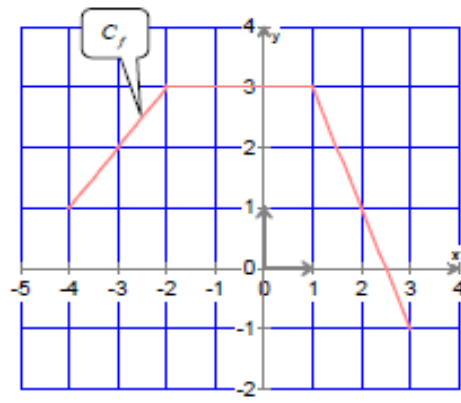
دالة معرفة على مجال  $I$  من  $(O;I;J)$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم  $(O;I;J)$   
 $f$  متزايدة تماما على  $I$  يعني أنه من أجل كل عددين حقيقيين  $x_1$  و  $x_2$  من  $I$ ،  
 إذا كان  $x_1 < x_2$  فإن  $f(x_1) < f(x_2)$   
 $f$  متناقصة تماما على  $I$  يعني أنه من أجل كل عددين حقيقيين  $x_1$  و  $x_2$  من  $I$ ،  
 إذا كان  $x_1 < x_2$  فإن  $f(x_1) > f(x_2)$   
 $f$  ثابتة على  $I$  يعني أنه من أجل كل عددين حقيقيين  $x_1$  و  $x_2$  من  $I$ ،  
 $f(x_1) = f(x_2)$



$f$  متزايدة تماما على  $[0; 4]$

$f$  متناقصة تماما على  $[0; 2]$

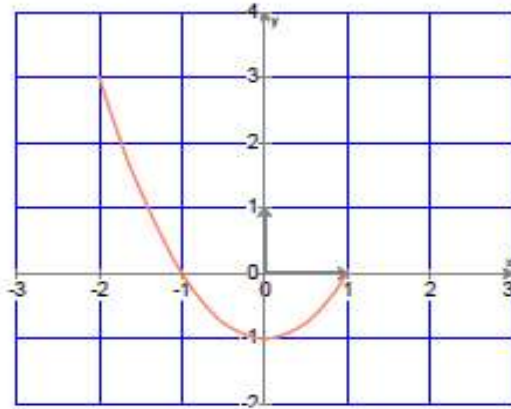
ملاحظة: الدالة المتزايدة تحافظ على الترتيب بينما الدالة المتناقصة تعكسه.



**مثال:** المنحني  $(C_f)$  المرسوم في الشكل المقابل هو التمثيل البياني لدالة  $f$  معرفة على المجال  $[-4; 3]$ . لدينا:  
 $f$  متزايدة تماما على المجال  $[-4; -2]$   
 $f$  ثابتة على المجال  $[-2; 1]$   
 $f$  متناقصة تماما على المجال  $[1; 3]$

### جدول التغيرات

دراسة تغيرات دالة  $f$  يعني تعيين أكبر المجالات التي تكون عليها  $f$  متزايدة، متناقصة أو ثابتة. تلخص هذه الخواص في جدول يسمى "جدول التغيرات"



### مثال

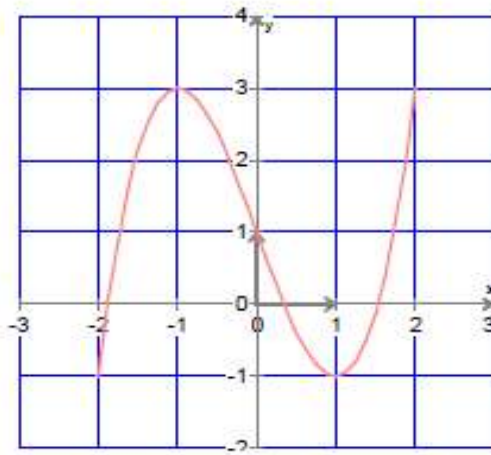
المنحني  $(C_f)$  المرسوم في الشكل المقابل هو التمثيل البياني لدالة  $f$  معرفة على المجال  $[-2; 1]$   
الدالة  $f$  متناقصة تماما على المجال  $[-2; 0]$   
و متزايدة تماما على المجال  $[0; 1]$ .  
جدول تغيرات  $f$  هو كالتالي:

$x$	-2	0	1
$f(x)$	3	-1	0

### القيم الحدية

#### تعريف

$f$  دالة معرفة على مجال  $I$  من  $\mathbb{R}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم  $(O; I; J)$ .  
 $a$  عنصر من المجال  $I$   
\* قول أن  $f(a)$  هي القيمة الحدية العظمى للدالة  $f$  على  $I$  يعني:  
من أجل كل عدد  $x$  من  $I$ ،  $f(x) \leq f(a)$   
\* قول أن  $f(a)$  هي القيمة الحدية الصغرى للدالة  $f$  على  $I$  يعني:  
من أجل كل عدد  $x$  من  $I$ ،  $f(a) \leq f(x)$



- المنحني ( $C_f$ ) المرسوم في الشكل المقابل هو التمثيل البياني لدالة  $f$  معرفة على المجال  $[-2; 2]$
- الدالة  $f$  تقبل عند  $-1$  قيمة حدية عظمى هي  $3 = f(-1)$  على المجال  $[-2; 0]$
- الدالة  $f$  تقبل عند  $1$  قيمة حدية صغرى هي  $-1 = f(1)$  على المجال  $[\frac{1}{2}; 2]$  . مثلاً .

## ملاحظات

- القيمة الحدية لدالة على مجال هي عدد حقيقي .  
يمكن أن تبلغ دالة قيمتها الحدية العظمى أو الصغرى على مجال عند أكثر من عنصر واحد من هذا المجال .

- الدالة  $f$  متناقصة على المجال  $[a; c]$  و متزايدة على المجال  $[c; b]$  و منه فهي تقبل قيمة حدية صغرى عند القيمة  $c$  .  
القيمة الحدية الصغرى هي  $f(c)$  .

$x$	$a$	$c$	$b$
$f(x)$	$f(a)$	$f(c)$	$f(b)$

- الدالة  $f$  متزايدة على المجال  $[a; c]$  و متناقصة على المجال  $[c; b]$  و منه فهي تقبل قيمة حدية عظمى عند القيمة  $c$  .  
القيمة الحدية العظمى هي  $f(c)$  .

$x$	$a$	$c$	$b$
$f(x)$	$f(a)$	$f(c)$	$f(b)$

- إذا كانت دالة  $f$  متزايدة تماماً على المجال  $[a; b]$  فإنها تبلغ قيمتها الحدية الصغرى عند  $a$  و تبلغ قيمتها الحدية العظمى عند  $b$  .
- إذا كانت دالة  $f$  متناقصة تماماً على المجال  $[a; b]$  فإنها تبلغ قيمتها الحدية الصغرى عند  $b$  و تبلغ قيمتها الحدية العظمى عند  $a$  .

## 4. شفعية دالة

## تعريف

$f$  دالة معرفة على جزء  $D$  من  $\mathbb{R}$  .

♦ نقول عن  $f$  أنها دالة زوجية إذا وفقط إذا تحقق ما يلي:  
من أجل كل  $x$  من  $D$  لدينا:  $-x \in D$  و  $f(-x) = f(x)$

♦ نقول عن  $f$  أنها دالة فردية إذا وفقط إذا تحقق ما يلي:  
من أجل كل  $x$  من  $D$  لدينا:  $-x \in D$  و  $f(-x) = -f(x)$

مثال 1 الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $[-3; 3]$  بي:  $f(x) = x^2 - 2$  دالة زوجية لأن:

من أجل كل  $x$  من  $[-3; 3]$  لدينا:  $-x \in [-3; 3]$  و  $f(-x) = f(x)$

$$(f(-x) = (-x)^2 - 2 = x^2 - 2 = f(x)) \text{ و } (-3 \leq -x \leq 3)$$

مثال 2 الدالة  $g$  المعرفة على المجال  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = -x^3 + 2x$  دالة فردية لأن:

من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  لدينا:  $g(-x) = -g(x)$  و  $-x \in \mathbb{R}$

$$(x \in \mathbb{R} \text{ يستلزم } -x \in \mathbb{R}) \text{ و } (g(-x) = -(-x)^3 + 2(-x) = x^3 - 2x = -(-x^3 + 2x) = -g(x))$$

مثال 3 الدالة  $h$  المعرفة على المجال  $[-5; +\infty[$  بـ:  $h(x) = x^2 + 1$  ليست زوجية و لا فردية لأن مثلا

$$6 \in [-5; +\infty[ \text{ بينما } -6 \notin [-5; +\infty[$$

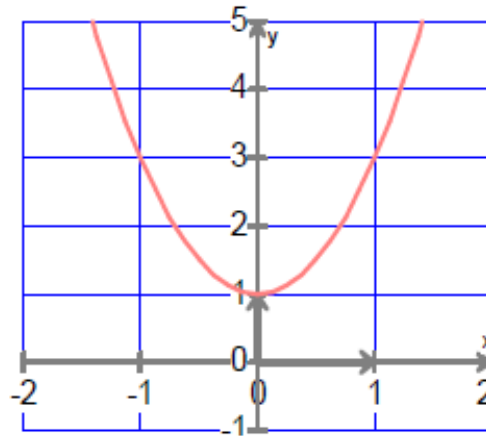
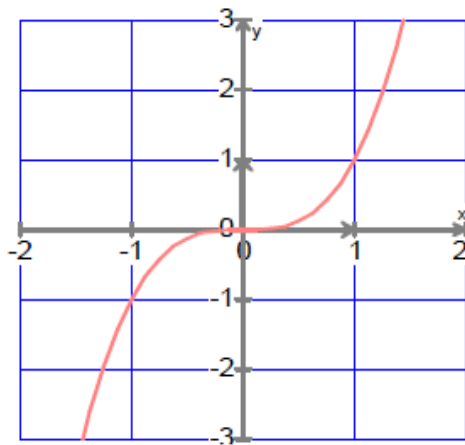
مثال 4 الدالة  $k$  المعرفة على المجال  $]-4; 4[$  بـ:  $k(x) = x^2 + x$  ليست زوجية و لا فردية لأن مثلا

$$(k(-1) = 0 \text{ و } k(1) = 2) \text{ و } (k(-1) = -k(1) \text{ و } k(-1) = k(1))$$

### ملاحظة

منحنى دالة زوجية في معلم متعامد يكون متناظرا بالنسبة إلى محور الترتيب.

منحنى دالة فردية في معلم كفي يكون متناظرا بالنسبة إلى مبدأ المعلم



تمرين محلول 1

حساب صورة عدد حقيقي بدالة معرفة بدستور

النص:

$f$  هي الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = x^2 + x + 2$   
احسب بواسطة الدالة  $f$  صورة كل من  $-3$  و  $\frac{3}{2}$

الحل:

$$f(-3) = (-3)^2 + (-3) + 2 = 9 - 3 + 2 = 8$$

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right) + 2 = \frac{9}{4} + \frac{3}{2} + 2 = \frac{23}{4}$$

طريقة

لحساب صورة عدد حقيقي  $a$  بواسطة دالة  $f$ ، نعوض  $x$  بالعدد الحقيقي  $a$  في عبارة  $f(x)$

تمرين محلول 2

حساب سوابق عدد حقيقي بدالة معرفة بدستور

النص:

$f$  هي الدالة المعرفة على  $[-1; 3]$  بـ:  $f(x) = x^2 - 3$   
أحسب بواسطة الدالة  $f$ ، في حالة وجودها، سوابق العدد الحقيقي 1.

الحل:

لنعين الأعداد الحقيقية  $x$  من  $[-1; 3]$  التي تحقق:  $f(x) - 1 = 0$

$$f(x) - 1 = 0 \text{ تكافئ } x^2 - 3 - 1 = 0 \text{ أي } x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 - 4 = 0 \text{ تكافئ } (x-2)(x+2) = 0 \text{ أي } x = 2 \text{ أو } x = -2$$

نلاحظ أن  $2 \in [-1; 3]$  بينما  $-2 \notin [-1; 3]$ .

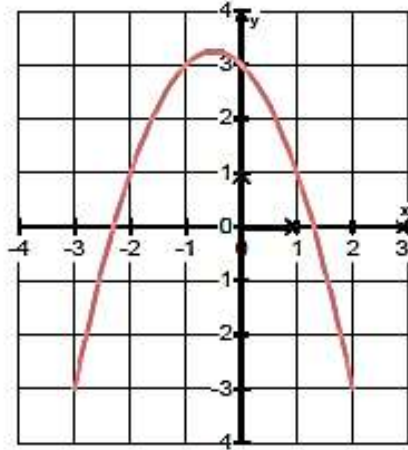
إن للعدد الحقيقي 1 سابقة وحيدة هي 2

طريقة

لحساب سوابق عدد حقيقي  $b$  بواسطة دالة  $f$  معرفة على جزء  $D$  من  $\mathbb{R}$  يكفي حل المعادلة، ذات المجهول  $x$ ،  $f(x) = b$  في  $D$ .

## قراءة صورة أو سوابق على تمثيل بياني

النص:

المنحني  $(C_f)$  المرسوم في الشكلالمقابل هو التمثيل البياني لدالة  $f$ . أجب عنالأسئلة التالية بالقراءة على المنحني  $(C_f)$ .

1. عين  $D$  مجموعة تعريف الدالة  $f$
2. ما هي صورة العدد  $-1$  بواسطة الدالة  $f$ ؟
3. عين العدد  $f(0)$
4. عين الأعداد التي صورها العدد  $-3$  بـ  $f$
5. حل بيانيا المعادلة  $f(x) = 1$
6. حل بيانيا المتراجحة  $f(x) \geq 1$

الحل:

1. مجموعة تعريف الدالة  $f$  هي:  $D = [-3; 2]$
2. ترتيب نقطة المنحني  $(C_f)$  التي فاصلتها  $-1$  هو  $3$ . إذن صورة  $-1$  هي  $3$
3.  $f(0) = 1$  لأن  $3$  هو ترتيب نقطة المنحني  $(C_f)$  التي فاصلتها  $0$
4. نقطتان من  $(C_f)$  ترتيبيهما  $-3$ . فاصلتا هاتين النقطتين هما  $-3$  و  $2$ . إذن يوجد عدداً صورتاهما  $-3$  هما  $-3$  و  $2$ .
5. نرسم في نفس المعلم السابق المستقيم ذو المعادلة:  $y = 1$ . نلاحظ وجود نقطتي تقاطع مع المنحني  $(C_f)$ ، نقرأ فاصلة كل من هاتين النقطتين. للمعادلة  $f(x) = 1$  حلان:  $-2$  و  $1$
- مجموعة الحلول هي إذن:  $S = \{-2; 1\}$
6. ننظر إلى نقط المنحني  $(C_f)$  التي ترتيبها أكبر من أو يساوي  $1$ . فواصل هذه النقط هي حلول المتراجحة  $f(x) \geq 1$ . نقرأ:  $-2 \leq x \leq 1$ . مجموعة الحلول هي إذن:  $S = [-2; 1]$

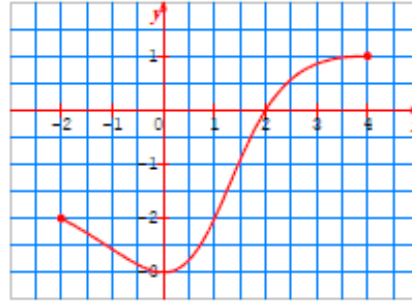
طريقة

تقرأ السوابق على محور الفواصل بينما تقرأ الصور على محور الترتيب

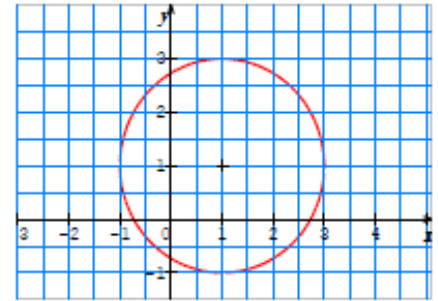
التعرف على منحن يمثل دالة

النص:

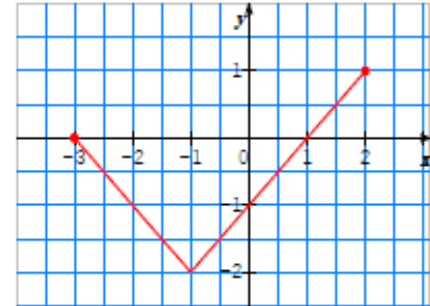
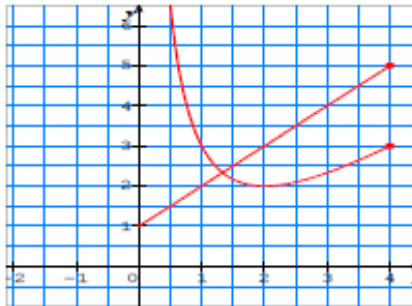
من بين المنحنيات التالية بين تلك التي تمثل دالةً عديدةً محددًا مجموعة تعريفها.



الشكل 2



الشكل 1



الحل:

1. المنحني المرسوم في الشكل 1 لا يمثل دالة و إلا فسوف يكون - مثلا - للعدد 1 صورتان و هذا يتناقض مع تعريف دالة عديدة. ( المستقيم ذو المعادلة  $x = 1$  يقطع المنحني في نقطتين ).
2. المنحني المرسوم في الشكل 2 يمثل دالة مجموعة تعريفها  $[-2, 4]$  لأن لكل عنصر  $\alpha$  من هذا المجال صورة وحيدة. ( المستقيم ذو المعادلة  $x = \alpha$  يقطع المنحني في نقطة وحيدة ترتيبها هي صورة  $\alpha$  ).
3. المنحني المرسوم في الشكل 3 يمثل دالة مجموعة تعريفها  $[-3, 2]$ .
4. المنحني المرسوم في الشكل 4 لا يمثل دالة.

تمرين محلول 5

رسم منحن متلائم مع جدول تغيرات

النص:

X	-3	-2	0	2
f(x)	-2	2	-1	3

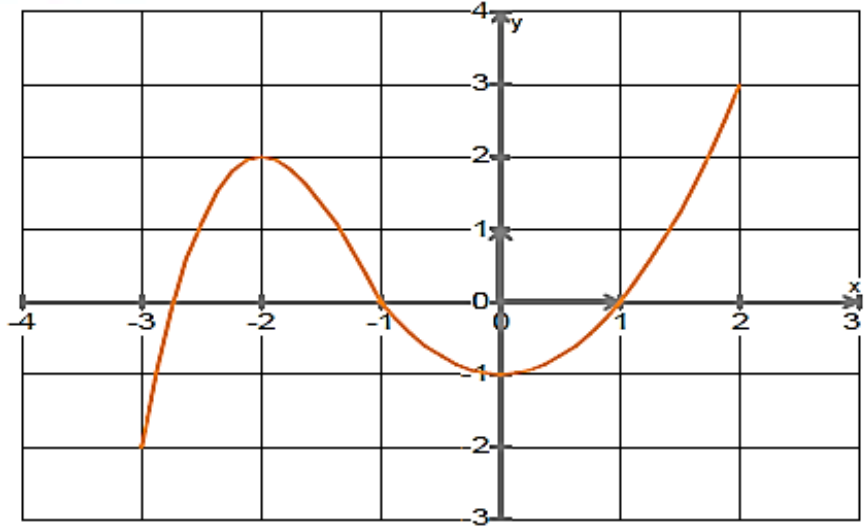
جدول التغيرات الموالي هو لدالة  $f$ .

1. ما هي مجموعة تعريف الدالة  $f$ ؟
2. حدد اتجاه تغير الدالة  $f$ .
3. ارسم منحن يمكن أن يكون التمثيل البياني للدالة  $f$ .

1. مجموعة التعريف  $D$  للدالة  $f$  نقرأ من السطر " $x$ " لجدول التغيرات و منه:  $D = [-3; 2]$
2. من خلال جدول التغيرات فإن الدالة  $f$  متزايدة تماماً على المجال  $[-2; -3]$ ، متناقصة تماماً على المجال  $[0; -2]$  و متزايدة تماماً على المجال  $[2; 0]$ .
3. المنحني المرسوم أعلاه هو تمثيل بياني ممكن للدالة  $f$ .

ملاحظة:

لا توجد طريقة وحيدة لرسم تمثيل بياني متلائم مع جدول تغيرات معطى.



تمرين محلول 6

دراسة اتجاه تغير دالة معرفة بدستور

النص:

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على كما يلي:

$$f(x) = x^2 + 4x - 5$$

1. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  لدينا:  $f(x) = (x+2)^2 - 9$
2. ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على كل من المجالين  $[-2, +\infty[$  و  $]-\infty, -2]$

الحل:

1. من أجل كل عدد حقيقي  $x$  لدينا:

$$\begin{aligned} (x+2)^2 - 9 &= (x^2 + 4x + 4) - 9 \\ &= x^2 + 4x + 4 - 9 \\ &= x^2 + 4x - 5 \\ &= f(x) \end{aligned}$$

و منه لدينا من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $f(x) = (x+2)^2 - 9$ 2. ليكن  $x_1$  و  $x_2$  عدنان حقيقيين□ نفرض  $x_1$  و  $x_2$  عنصرين من المجال  $[-2, +\infty[$  حيث:  $x_1 < x_2$ لدينا إن:  $-2 \leq x_1 < x_2$  ومنه  $0 \leq x_1 + 2 < x_2 + 2$ و بالتالي:  $(x_1 + 2)^2 < (x_2 + 2)^2$  ومنه  $(x_1 + 2)^2 - 9 < (x_2 + 2)^2 - 9$ وهكذا:  $f(x_1) < f(x_2)$

إن الدالة  $f$  متزايدة تماماً على المجال  $[-2, +\infty[$ .

□ نفرض  $x_1$  و  $x_2$  عنصرين من المجال  $]-\infty, -2]$  حيث:  $x_1 < x_2$

لدينا إذن:  $x_1 + 2 < x_2 + 2 \leq 0$  ومنه  $x_1 < x_2 \leq -2$

و بالتالي:  $(x_1 + 2)^2 > (x_2 + 2)^2$  ومنه  $(x_1 + 2)^2 - 9 > (x_2 + 2)^2 - 9$

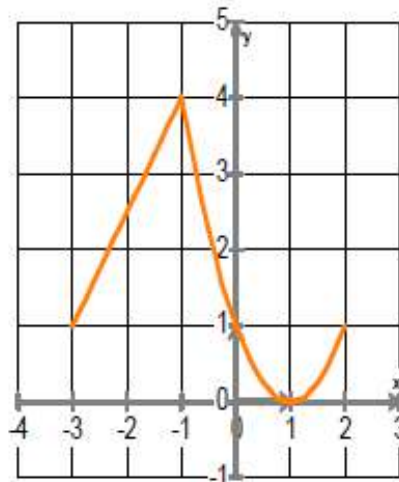
وهكذا:  $f(x_1) > f(x_2)$

إن الدالة  $f$  متناقصة تماماً على المجال  $]-2, +\infty[$ .

### تمرين مطول 7

القراءة على منحني للقيم الحدية للدالة على مجال

النص:



المنحني  $(C_f)$  المرسوم في الشكل المقابل هو التمثيل البياني لدالة  $f$  المعرفة على المجال  $[-3; 2]$ . أجب عن الأسئلة التالية بالقراءة على المنحني  $(C_f)$ .

- ما هما القيمتان الحديتان العظمى والصغرى للدالة  $f$  على المجال  $[-3; 2]$ . و من أجل أي قيم تبلغ الدالة  $f$  هاتين القيمتين.
- حدد اتجاه تغير الدالة  $f$ .
- شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

الحل:

1. من أجل كل  $x$  من  $[-3; 2]$ ،  $f(x) \leq 4$  و  $f(-1) = 4$ . إذن القيمة الحدية العظمى للدالة  $f$  هي 4 و يتم بلوغها من أجل  $x = -1$ .

من أجل كل  $x$  من  $[-3; 2]$ ،  $0 \leq f(x)$  و  $f(1) = 0$ . إذن القيمة الحدية الصغرى للدالة  $f$

هي 0 و يتم بلوغها من أجل  $x = 1$ .

2. الدالة  $f$  متزايدة تماماً على المجال  $[-3; -1]$ ، متناقصة تماماً على المجال  $[-1; 1]$  و متزايدة

تماماً على المجال  $[1; 2]$ .

3. جدول تغيرات الدالة  $f$  هو كالتالي:

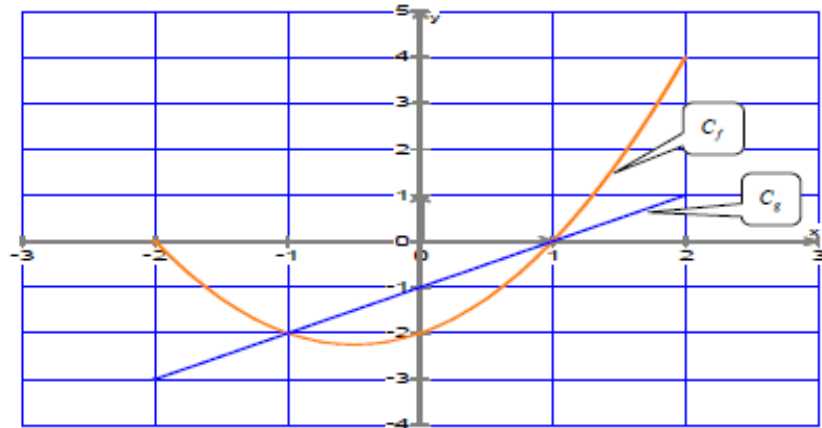
$x$	-3	-1	1	2
$f(x)$	1	4	0	1

الحل البياني لمعادلات من الشكل  $f(x) = g(x)$  و لمتراجحات من الشكل  $f(x) \geq g(x)$

نعتبر الدالتين  $f$  و  $g$  العرقتين على المجال  $[-2; 2]$  وليكن  $(C_f)$  و  $(C_g)$  منحنياهما في معلم  $(O; x; y)$ . (أنظر الشكل)

1 . حل في المجال  $[-2; 2]$  المعادلة  $f(x) = g(x)$

2 . حل في المجال  $[-2; 2]$  المتراجحة  $f(x) < g(x)$



الحل:

1. المنحنيان  $(C_f)$  و  $(C_g)$  يتقاطعان في نقطتين فاصلتاها  $-1$  و  $1$  على الترتيب. و بالتالي فمجموعة

حلول المعادلة  $f(x) = g(x)$  هي:  $S = \{-1; 1\}$

2. يقع المنحني  $(C_f)$  أسفل المنحني  $(C_g)$  لمل يكون  $x$  محصورا بين  $-1$  و  $1$ . و بالتالي فمجموعة

حلول المتراجحة  $f(x) < g(x)$  هي:  $S = ]-1; 1[$

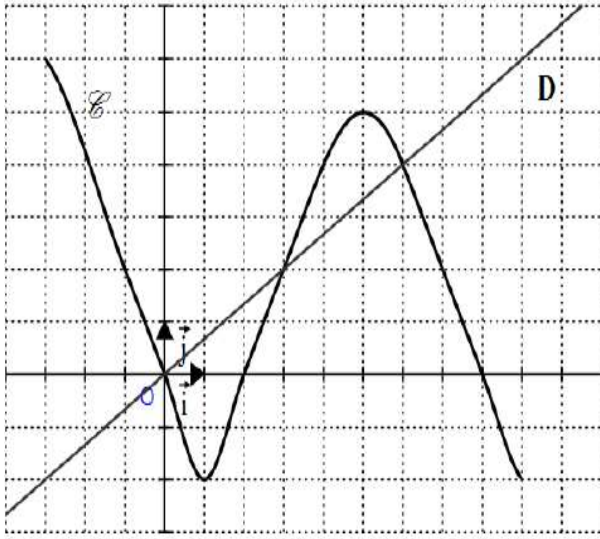
طريقة

لحل بيانيا متراجحة من الشكل  $f(x) \geq g(x)$ ، ننظر إلى وضعية المنحني الممثل للدالة  $f$  بالنسبة إلى المنحني الممثل للدالة  $g$

2.

سلسله

تعاريف



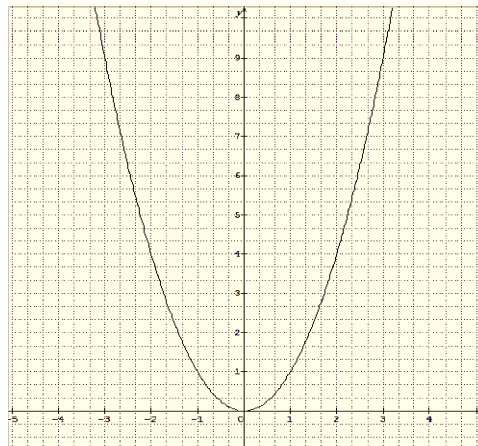
المنحني  $E$  يمثل الدالة  $f$  المستقيم  $D$  يمثل الدالة  $g$   
بقراءة بيانية أجب عن الأسئلة:

1. أوجد مجموعة تعريف الدالة  $f$ .
2. أوجد صور الأعداد  $-1$  ،  $4$  و  $8$  بالدالة  $f$ .
3. أوجد سابقتي العددين  $2$  و  $-2$  بالدالة  $f$ .
4. حل المعادلتين  $f(x) = 0$  و  $f(x) = 6$ .
5. حل المتراجحة:  $f(x) \leq 2$ .
6. حل المعادلة  $f(x) = g(x)$  ثم  $f(x) \leq g(x)$ .
7. شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .
8. حدد إشارة  $f(x)$  في المجال:  $[-3; 9]$ .
9. إذا علمت أن الدالة  $g$  دالة تآلفية . أوجد دستور الدالة  $g$ .

**الجزء الأول:**  $f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بالشكل:  $f(x) = x^2 - 2x - 3$ .

1. احسب صور الأعداد  $3$  ،  $-2$  ،  $-1$  و  $4$  بالدالة  $f$ .
  2. احسب سوابق العدد  $-3$  ثم استنتج مما سبق سوابق العدد  $5$  بالدالة  $f$ .
  3. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  فإن:  $f(x) = (x - 1)^2 - 4$ .
  4. أثبت أن الدالة  $f$  متزايدة تماما على المجال  $[1; +\infty[$  ومتناقصة تماما على المجال  $]-\infty; 1]$ .
- الجزء الثاني:** من أجل معرفة نقط تقاطع  $(C_f)$  فإننا نحل المعادلة  $f(x) = 0$  لكن سوف يكون الحل بيانيا. لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = x^2$  وليكن  $(C_g)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  الشكل موجود في الوثيقة المرفقة.

1. حدد من البيان شفعية الدالة  $g$  مع التبرير.
2. لتكن الدالة  $h$  الدالة التآلفية ذات معامل التوجيه  $2$  تمثيلها البياني  $(C_h)$  يشمل النقطة  $A(-1; 1)$  أكتب عبارة الدالة  $h$ .
3. تحقق أن من أن  $g(x) - h(x) = f(x)$ .
4. أنشئ  $(C_h)$  في الوثيقة المرفقة. ثم حل بيانيا المعادلة:  $g(x) = h(x)$ . ماذا تستنتج بالنسبة لـ  $(C_f)$ .
5. حدد من البيان الوضع النسبي لكل من  $(C_h)$  و  $(C_g)$  ماذا تستنتج.



$f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي:  $f(x) = 2x^2 + 7x$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

### الجزء الأول:

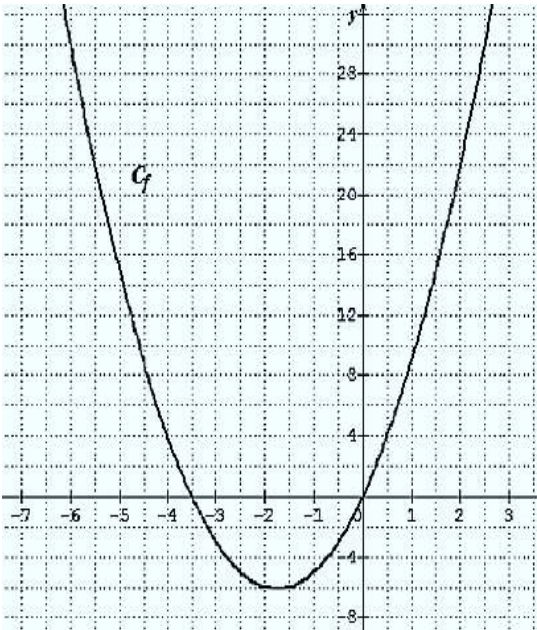
بقراءة بيانية أوجد ما يلي:

1. صورة كل من الأعداد 2،  $(-3, 5)$ ، 0.
2. هل للعدد 0 سوابق؟ حددها إذا كانت الإجابة بنعم.
3. حل بيانيا المعادلة  $2x^2 + 7x = 22$ . ثم المتراحة:  $f(x) < 0$ .
4. شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

### الجزء الثاني:

نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي:  $g(x) = -3x + 4$

1. ماهي صورة العدد  $(-3)$  بالدالة  $g$ .
2. حدد ان أمكن سابقة أو سوابق العدد 5 بالدالة  $g$ .
3. بين ان الدالة  $g$  متناقصة تماما على  $\mathbb{R}$ .



### التمرين الرابع:

$x$	-3	1	2	4
$g(x)$	3		2	0

Arrows indicate mappings: 3 maps to -4, -4 maps to 2, and 2 maps to 0.

$f$  دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}^*$  كما يلي:  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$

1. أدرس شفعية الدالة  $f$ .

2. أحسب  $f(-1)$ ,  $f(2)$ , ثم استنتج قيمتي  $f(1)$  و  $f(-2)$ .

3. حل في  $\mathbb{R}^*$  المعادلة:  $f(x) = 2x$

4. إذا كان جدول تغيرات الدالة  $g$  موضح كما يلي:

أذكر المجالات التي تقبل فيها الدالة  $g$  قيمة حدية وما هي؟

ب. حل المعادلة  $g(x) = 0$ ، ثم أنشئ المنحني  $(C_g)$  الممثل للدالة  $g$  في معلم متعامد متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

### التمرين الخامس:

لتكن  $f$  الدالة المعرفة بمنحنها البياني في

معلم  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  كما هو موضح في الشكل

المقابل.

باستعمال المعلومات الواردة في الشكل،

أجب على الأسئلة التالية:

1- عين مجموعة تعريف الدالة  $f$  ولتكن  $D_f$ .

2- ما هي صور  $(-2)$  و  $(0)$  و 5 بالدالة  $f$ ؟

3- ما هي السوابق الممكنة ل  $(-4)$  و 3 و 5 بالدالة  $f$ ؟

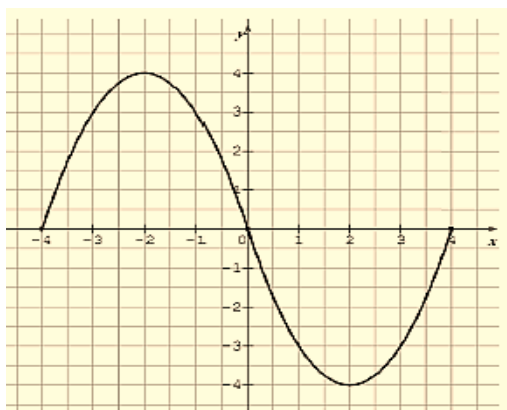
4- ما هي القيمة الحدية الصغرى للدالة

5- أعط جدول تغيرات  $f$ .

6- ماذا تلاحظ بالنسبة لشفعية الدالة  $f$  بزّر.

7- حلّ في المجموعة  $D_f$  المعادلتين  $f(x) = 0$  و  $f(x) = -5$

حلّ المجموعة  $D_f$  المتراحتين  $f(x) < 0$  و  $f(x) \geq -3$ .



**الجزء الأول:**

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $]-3;5[$  الممثلة بيانياً بالمنحنى  $(C_f)$  بقراءة بيانية: أوجد:

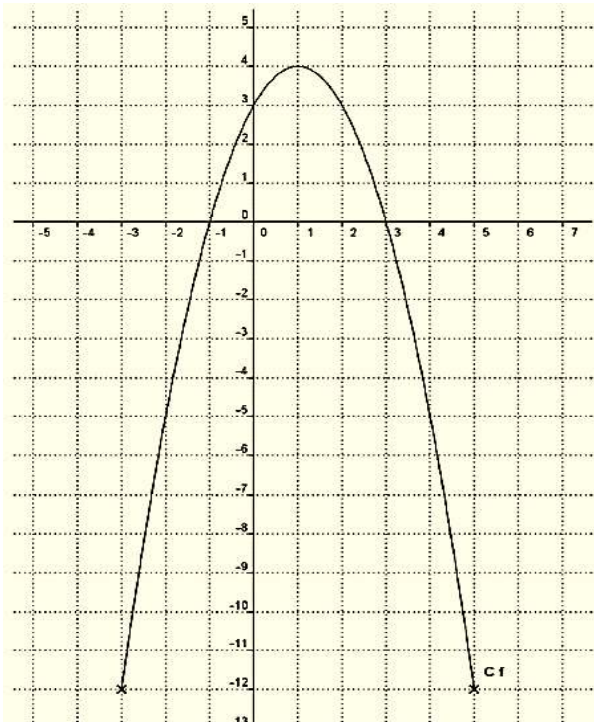
1. صور الأعداد 0 و 2 بالدالة  $f$ .
2. السوابق الممكنة للعددين 0 و -2 بالدالة  $f$ .
3. حلول المعادلة  $f(x) = 3$ .

4. لتكن الدالة  $g$  المعرفة بـ:  $g(x) = 2x + 1$ .  
أ / ارسم التمثيل البياني  $(C_g)$  للدالة  $g$  في الوثيقة المرفقة.  
ب / اوجد نقط تقاطع  $(C_f)$  و  $(C_g)$ .

**الجزء الثاني:**

يعطى دستور الدالة  $f$  كما يلي:  $f(x) = 4 - (x-1)^2$

1. انشر وبسط عبارة  $f(x)$ .
2. حل عبارة  $f(x)$  ثم بين أنه:  $f(x) = (x+1)(3-x)$ .
3. احسب  $f(2)$  و  $f(-\sqrt{3})$ .
4. استنتج مما سبق سوابق العدد 0 بالدالة  $f$ .

**الجزء الأول:**

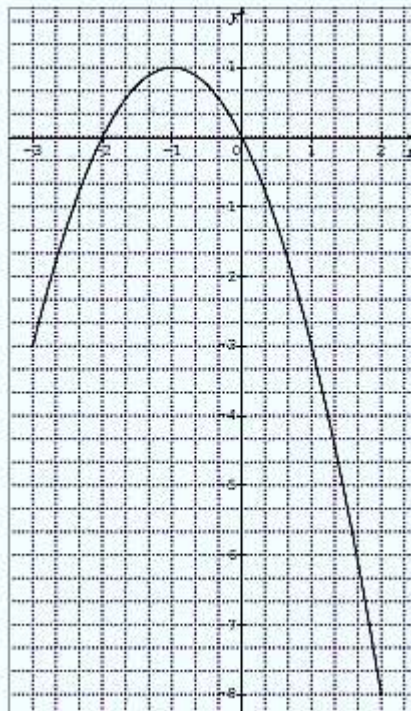
لتكن الدالة العددية  $f$  المعرفة بـ:  $f(x) = x^2 - 4x + 3$ .

1. أوجد أكبر مجموعة لتعريف للدالة  $f$ .
2. احسب صور الأعداد 3، -1، -2 بالدالة  $f$ .
3. أحسب السوابق الممكنة للعدد 3 بالدالة  $f$ .

**الجزء الثاني:**

لتكن الدالة  $g$  المعرفة بتمثيلها البياني (الشكل المقابل) بقراءة بيانية أوجد ما يلي:

1. مجموعة تعريف الدالة  $g$ .
2. صورة كل من الأعداد 2، (-1)، 0.
3. هل للعدد 0 سوابق؟ حددها إذا كانت الإجابة بنعم.
4. استنتج اتجاه تغير الدالة  $g$  على المجال  $[0; 2]$ .



لتكن الدالة  $f$  المعرفة كالتالي:  $f(x) = x^2 - 2x - 1$  و بجدول تغيراتها الموالي:

$x$	-1	1	$\frac{7}{2}$
$f(x)$	2	-2	4

أ- عين مجموعة تعريف الدالة  $f$ .

ب- احسب صورة كل من 0 و 2.

ج- احسب السوابق الممكنة للعدد -1 بالدالة  $f$ .

د- استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  على المجال  $\left[-1; \frac{7}{2}\right]$ :

هـ- ماذا يمثل العدد -2 في جدول تغيرات الدالة  $f$ ؟

## بالتوفيق للجميع

