

المقارنة، الترتيب، المجالات والحصص

1. المقارنة في \mathbb{R}

$$a > b \Rightarrow a - b > 0$$

$$a < b \Rightarrow a - b < 0$$

$$a = b \Rightarrow a - b = 0$$

$$\begin{cases} a \leq b \\ b \leq c \end{cases} \Rightarrow a \leq c$$

2. عمليات و قواعد على الترتيب

1 الجمع

$$a \leq b \Rightarrow a + c \leq b + c$$

$$\begin{cases} a \leq b \\ c \leq d \end{cases} \Rightarrow a + c \leq b + d$$

2 الضرب

$$a \leq b \Rightarrow a \times c \leq b \times c \quad \text{إذا كان } c > 0 \text{ فإن:}$$

$$a \leq b \Rightarrow a \times c \geq b \times c \quad \text{إذا كان } c < 0 \text{ فإن:}$$

$$\begin{cases} a \leq b \\ c \leq d \end{cases} \Rightarrow a \times c \leq b \times d \quad \text{إذا كان } \{a; b; c; d\} \in \mathbb{R}^+ \text{ فإن:}$$

$$\begin{cases} a \leq b \\ c \leq d \end{cases} \Rightarrow a \times c \geq b \times d \quad \text{إذا كان } \{a; b; c; d\} \in \mathbb{R}^- \text{ فإن:}$$

3 التربيع

$$a \leq b \Rightarrow a^2 \leq b^2 \quad \text{إذا كان } \{a; b\} \in \mathbb{R}^+ \text{ فإن:}$$

$$a \leq b \Rightarrow a^2 \geq b^2 \quad \text{إذا كان } \{a; b\} \in \mathbb{R}^- \text{ فإن:}$$

4 الجذر

$$a \leq b \Rightarrow \sqrt{a} \leq \sqrt{b} \quad \text{إذا كان } \{a; b\} \in \mathbb{R}^+ \text{ فإن:}$$

5 المقلوب

إذا كان a و b عدنان حقيقيان غير معدومين و من نفس الإشارة فإن:

$$a \leq b \Rightarrow \frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$$

6 القوة

$$a \geq 1 \Rightarrow a \leq a^2 \leq a^3$$

$$0 \leq a \leq 1 \Rightarrow a \geq a^2 \geq a^3$$

3. المجالات

1 رموز بعض المجالات

الرمز	المجال
\mathbb{R}^+	$[0; +\infty[$
\mathbb{R}^-	$] -\infty; 0]$
\mathbb{R}^*	$] -\infty; 0[\cup] 0; +\infty[$
\mathbb{R}^{*+}	$] 0; +\infty[$
\mathbb{R}^{*-}	$] -\infty; 0[$
$\mathbb{R} - \{a\}$	$] -\infty; a[\cup] a; +\infty[$
$\mathbb{R} - \{a; b\}$	$] -\infty; a[\cup] a; b[\cup] b; +\infty[$

② أنواع المجالات

التمثيل	الحصص	المجال
	$a \leq x \leq b$	$[a; b]$
	$a \leq x < b$	$[a; b[$
	$a < x \leq b$	$]a; b]$
	$a < x < b$	$]a; b[$
	$x \leq b$	$] -\infty; b]$
	$x < b$	$] -\infty; b[$
	$x \geq a$	$[a; +\infty[$
	$x > a$	$]a; +\infty[$

③ تقاطع و اتحاد مجالين

تقاطع مجالين $I \cap J$: هي مجموعة الأعداد التي تنتمي إلى I و J (أي العناصر المشتركة بينهما فقط)

اتحاد مجالين $I \cup J$: هي مجموعة الأعداد التي تنتمي إلى I أو J (أي العناصر المشتركة و الغير مشتركة)

4. الحصر *

$$c \leq y \leq d \quad ; \quad a \leq x \leq b$$

① المجموع:

$$a + c \leq x + y \leq b + d$$

② الجداء:

$$\{a; b; c; d; x; y\} \in \mathbb{R}^+ \quad \text{حيث} \quad a \times c \leq x \times y \leq b \times d$$

*ملاحظة: لا توجد قاعدة عامة لعملية الطرح والقسمة ما بين حصرين لذلك نقوم بما يلي:

③ الطرح: $x + (-y)$

(a) نضرب الحصر المراد طرحه في (-1) فيصبح: $-d \leq -y \leq -c$

(b) نجمع الحصرين طرفا لطرف: $a + (-d) \leq x + (-y) \leq b + (-c)$

④ القسمة: $x \times \left(\frac{1}{y}\right)$ إذا كان $\{c; d; y\} \in \mathbb{R}^{*+}$ و $\{a; b; x\} \in \mathbb{R}^+$

(a) نقوم بعملية المقلوب على الحصر المراد القسمة عليه فيصبح: $\frac{1}{d} \leq \frac{1}{y} \leq \frac{1}{c}$

(b) نضرب الحصرين طرفا لطرف: $a \times \left(\frac{1}{d}\right) \leq x \times \left(\frac{1}{y}\right) \leq b \times \left(\frac{1}{c}\right)$

تغير اتجاه المتباينة (المراجعة):

① عندما نضرب في عدد سالب

② عندما نقسم على عدد سالب

③ مقلوب طرفين من نفس الإشارة

④ مربع طرفين سالبين

⑤ القيمة المطلقة لطرفين سالبين

Prof Mustapha
KdHA-LDS