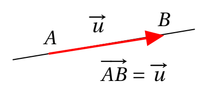
ملخص الحساب الشعاعي و معادلة مستقيم

تعريف شعاع :

A و B نقطتين من المستوي، الإنسحاب الذي يحول A إلى B يعرف شعاعا $\overrightarrow{AB}$ له ثلاث عناصر أساسية و هي :

✍ المنحى ✍ الطويلة ✍ الإتجاه



◄ إذا كانت A منطبقة على B فإن الشعاع $\overrightarrow{AB}$ يصبح معدوما و نكتب $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AA}=\vec{0}$

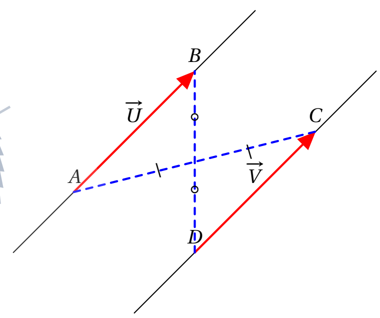
تساوي شعاعين :

$\vec{u}=\vec{v}$ معناه أن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ لهما نفس المنحى، نفس الإتجاه و نفس الطول

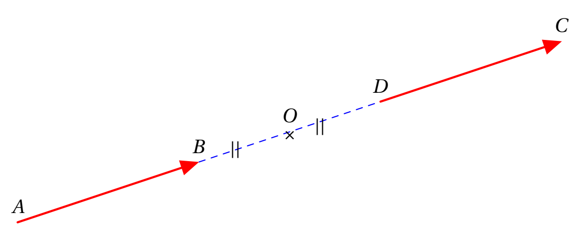
ملاحظة :

A، B، C و D أربع نقط من المستوي إذا كان $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ فإن $[AC]$ و $[BD]$ متناصفان أي $\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{OC}$ و $\overrightarrow{BO}=\overrightarrow{OD}$ و نميز حالتين :

◄ إذا كانت النقط A، B، C و D ليست في إستقامية فالرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع كما هو موضح في الشكل الموالي.



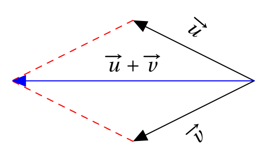
◄ إذا كانت النقط A، B، C و D في إستقامية نحصل على :



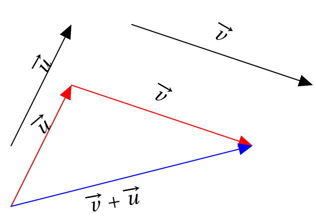
مجموع شعاعين :

مجموع شعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ هو الشعاع $\vec{u}+\vec{v}$ و المعرف كمايلي :

◄ إذا كان $\vec{u}$ و $\vec{v}$ لهما نفس المبدأ فإن :



◄إذا كانت نهاية $\vec{u}$ بداية $\vec{v}$ فإن :



الشعاعان المتعاكسان :

$\vec{u}$ و $\vec{v}$ متعاكسان معناه لهما نفس المنحي و نفس الطويلة لكن متعاكسان في الإتجاه و نكتب $\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{BA}$ حيث : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=\vec{0}$

جداء شعاع بعدد حقيقي :

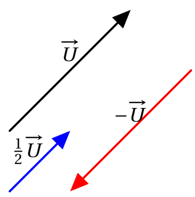
$\vec{u}$ شعاع من المستوي و k عدد حقيقي غير معدوم، جداء الشعاع $\vec{u}$ بعدد حقيقي هو الشعاع $k\vec{u}$ حيث :

- ⭐ $\vec{u}$ و $k\vec{u}$ لهما نفس الأتجاه إذا كان $k>0$
- ⭐ $\vec{u}$ و $k\vec{u}$ لهما متعاكسان الأتجاه إذا كان $k<0$
- ⭐ $\|k\vec{u}\|=|k|\|\vec{u}\|$

الإرتباط الخطي :

$\boxed{\vec{u} \text{ و } \vec{v} \text{ مرتبطان خطيا معناه } \vec{u}=k\vec{v}}$

◄ يكون شعاعان غير معدومان مرتبطان خطيا إذا كان لهما نفس المنحى.



التوازي و الإستقامية :

◄ يكون مستقيمان (AB) و (CD) متوازيان إذا و فقط إذا كان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ مرتبطان خطيا.

◄ تكون النقط A ، B و C على إستقامية إذا و فقط إذا كان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BC}$ مرتبطان خطيا.

مركبتا شعاع :

من أجل كل نقطتين من المستوي $A(x_A;y_A)$ و $B(x_B;y_B)$ فإن الشعاع

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\ y_B-y_A\end{pmatrix}$$

نتائج :

$(O;\vec{i};\vec{j})$ معلم لمستو $\vec{u}$ و $\vec{v}$ شعاعان حيث : $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ و $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$

$\vec{u}$ و $\vec{v}$ متساويان معناه $x=x'$ و $y=y'$

$\vec{u}$ و $\vec{v}$ مرتبطان خطيا معناه $xy'-yx'=0$

المسافة بين نقطتين :

$$\boxed{\|\overrightarrow{AB}\|=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}}$$

إحداثيتي منتصف قطعة :

$M(x;y)$ منتصف القطعة $[AB]$ فإحداثيتي النقطة M هي :

$$\boxed{M\left(\frac{x_a+x_b}{2};\frac{y_a+y_b}{2}\right)}$$

المستقيم في المستوي :

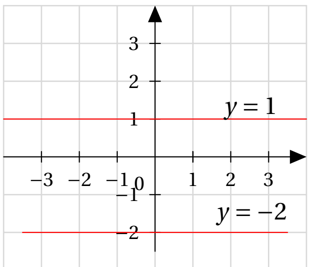
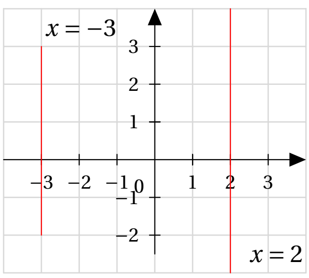
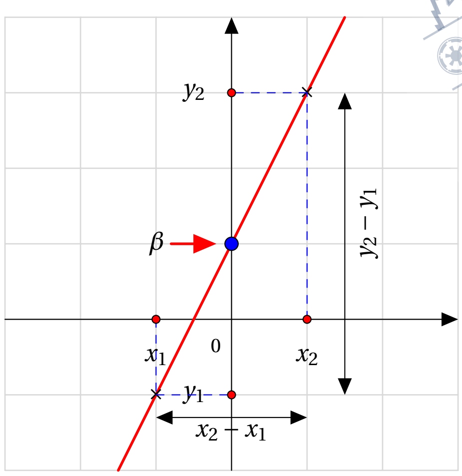
كل نقطتين متمايزتين من المستوي A و B تعينان مستقيما (AB) حيث من أجل كل نقطة M، الشعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AM}$ مرتبطان خطيا.

◄ يسمى كل شعاع له نفس منحى المستقيم (AB) شعاع توجيه المستقيم.

معادلة مستقيم :

كل مستقيم من المستوي له معادلة من الشكل : $ax+by+c=0$ تسمى المعادلة الديكارتية لمستقيم حيث الشعاع $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ هو شعاع توجيهه.

الحالات الممكنة لمعادلة مستقيم :

الحالة الأولى $a=0$ و $b\neq0$	المعادلة $ax+by+c=0$ تصبح $by+c=0$ اي $y=\underbrace{-\frac{c}{b}}_{m}$ حيث  كل معادلة من الشكل $y=m$ هي معادلة لمستقيم موازي لحامل محور الفواصل شعاع توجيهه هو : $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\0\end{pmatrix}$.
الحالة الثانية $a\neq0$ و $b=0$	المعادلة $ax+by+c=0$ تصبح $ax+c=0$ اي $x=\underbrace{-\frac{c}{a}}_{t}$ حيث .  كل معادلة من الشكل $x=t$ هي معادلة لمستقيم موازي لحامل محور التراتيب شعاع توجيهه هو : $\vec{u}\begin{pmatrix}0\\a\end{pmatrix}$.
الحالة الثالثة $a\neq0$ و $b\neq0$	المعادلة $ax+by+c=0$ تصبح $y=-\frac{a}{b}x\underbrace{-\frac{c}{b}}_{\beta}$ اي $y=\alpha x+\beta y$ حيث كل معادلة من الشكل $y=\alpha x+\beta y$ هي معادلة لمستقيم مائل .  ◄ تسمي $y=\alpha x+\beta y$ المعادلة المختصرة للمستقيم حيث α معامل توجيه المسقيم يحسب كالتالي : $\alpha=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ ◄ β هي ترتيب نقطة تقاطع المستقيم مع حامل محور التراتيب.

نعين معادلة مستقيم من المستوي بإعطاء نقطتين منه أو نقطة و شعاع توجيه

ملخص الحساب الشعاعي و معادلة مستقيم

شرط توازي مستقيمين :

◄ $(D) : ax+by+c=0$ و $(D') : a'x+b'y+c'=0$ ، $(D) \parallel (D')$ إذا و فقط إذا كان $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ و $\begin{pmatrix} -b' \\ a' \end{pmatrix}$ مرتبطان خطيا.

$$(D) \parallel (D') \text{ معناه } ab'-ba'=0$$

(يكون مستقيمان متوازيان إذا كان شعاعي توجيههما مرتبطان خطيا)

◄ $(D) : y=\alpha x+\beta$ و $(D) : y=\alpha' x+\beta'$

$$(D) \parallel (D') \text{ معناه } \alpha=\alpha'$$

(يكون مستقيمان متوازيان إذا كان لهما نفس معامل التوجيه)

جملة معادلتين خطيتين :

نسمي جملة معادلتين خطيتين لمجهولين كل جملة من الشكل $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ ◄ حل الجملة معناه إيجاد الثنائيات $(x;y)$ التي تحقق معادلتي الجملة في آن واحد.

طرق حل جملة معادلتين خطيتين :

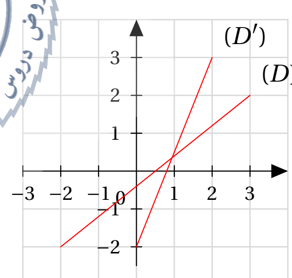
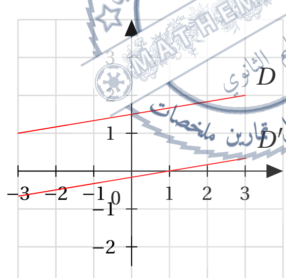
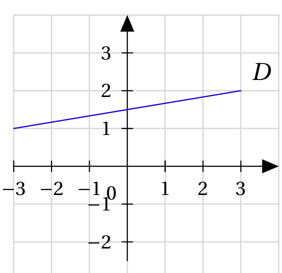
◄ طريقتي الجمع أو التعويض

◄ حساب المحدد $ab'-ba'$ حيث نميز حالتين :

◄ إذا كان $ab'-ba' \neq 0$ فالمعادلة تقبل حل وحيد.

◄ إذا كان $ab'-ba'=0$ فالمعادلة لا تقبل حل أو تقبل مالانهاية من الحلول .

حل جملة معادلتين :

الجملة	$(S) : \begin{cases} ax+by=c \cdots (1) \\ a'x+b'y=c' \cdots (2) \end{cases}$		
المحدد	$ab'-ba'$		
الحلول	$ab'-ba' \neq 0$	$ab'-ba'=0$	
		(1) و (2) غير متكافئتان	(1) و (2) متكافئتان
	(S) تقبل حلا وحيدا في $\mathbb{R}^2$	(S) لا تقبل حلول في $\mathbb{R}^2$	(S) تقبل مالا نهاية من الحلول في $\mathbb{R}^2$
التفسير البياني	المستقيمان (D) و (D') يتقاطعان في نقطة وحيدا 	المستقيمان (D) و (D') متوازيان 	المستقيمان (D) و (D') منطبقان 

الأستاذة نرجس مرواني للرياضيات
merouaninardjiss@gmail.com
profmerouani 0770349020