

ملخص

الربح في الوقت مع الصديق في الرياضيات

★ الأعداد والحساب




أقدم لإخواني الأساتذة وأبنائي الطلبة هذا العمل المتواضع والمتمثل في ملخص الربح في الوقت مع الصديق في الرياضيات في الأعداد والحساب.

★ للسنة أولى جذع مشترك علوم وتكنولوجيا ★

للتحضير الممتاز للرياضيات.

يتضمن هذه الملخص:

الأعداد والحساب. 

الترتيب - الحصر - المجالات - القيمة المطلقة والمسافة. 

حل معادلة أو متراجحة تتضمن القيمة المطلقة. 

لا تنسونا من صالح الدعاء للوالدين الكريمين ولي. محبتكم في الله الأستاذ: فراحتية المحفوظ



السنة الدراسية: 2022/2021

آخر تحديث: 2021/09/25

1 الأعداد والحساب

1

1.1 المجموعات الأساسية للأعداد:

① مجموعة الأعداد الطبيعية:

☞ 0 ؛ 1 ؛ 2 ؛ 3 ؛ أعداد طبيعية، ونرمز لها بـ: \mathbb{N} .
ونكتب $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$.

☞ 0 هو أصغر عدد طبيعي.

☞ المجموعة \mathbb{N} غير منتهية.

☞ \mathbb{N}^* هي \mathbb{N} ما عدا 0 ونكتب $\mathbb{N}^* = \mathbb{N} - \{0\}$.

② مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية:

☞ ... ؛ -3 ؛ -2 ؛ -1 ؛ 0 ؛ 1 ؛ 2 ؛ 3 ؛ ... أعداد

صحيحة نسبية (سالبة، معدومة أو موجبة)، ونرمز لها بـ: \mathbb{Z} .

ونكتب $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$.

③ مجموعة الأعداد العشرية:

☞ العدد العشري هو العدد الذي يمكن كتابته على الشكل

$\frac{p}{10^n}$ حيث p عدد صحيح نسبي و n عدد طبيعي، ونرمز الى

مجموعة الأعداد العشرية بالرمز \mathbb{D} .

☞ يمكن كتابة عدد عشري على شكل عدد بالفاصلة

يتكون من جزئين، جزء صحيح وجزء عشري منته.

④ مجموعة الأعداد الناطقة:

☞ العدد الناطق هو العدد الذي يمكن كتابته على الشكل $\frac{p}{q}$

حيث p عدد صحيح نسبي و q عدد صحيح نسبي غير معدوم،
ونرمز الى مجموعة الأعداد الناطقة بالرمز \mathbb{Q} .

☞ يتميز كل عدد ناطق بكتابة عشرية تتضمن دورا.

☞ كل عدد ناطق يقبل كتابة وحيدة على شكل كسر

غير قابل للاختزال $\frac{p}{q}$ ، مع p و q عددين صحيحين نسبيين

و ($q \neq 0$) أوليان فيما بينهما أي: $PGCD(p; q) = 1$.

⑤ مجموعة الأعداد الحقيقية:

☞ مجموعة الأعداد الحقيقية، \mathbb{R} ، هي مجموعة فواصل نقط

مستقيم مزود بمعلم $(O; I)$.

☞ العدد الحقيقي 0 هو فاصلة المبدأ O .

☞ والعدد الحقيقي 1 هو فاصلة النقطة I .

ملاحظات:

✓ كل عدد حقيقي غير ناطق هو عدد أصم.

✓ \mathbb{R} هي مجموعة الأعداد الناطقة مع مجموعة الأعداد الصماء.

✓ $\mathbb{R} =]-\infty; +\infty[$. حيث $-\infty$ و $+\infty$ ليسا بعددين

إنما رمزان يعبران عن اللانهاية.

✓ توجد مجموعات غير أساسية مثل: \mathbb{N}^* ، \mathbb{Z}^* ، \mathbb{Q}^* ، \mathbb{R}^* ،

\mathbb{N}^+ ، $]-\infty; 0]$.

✓ كل الأعداد التي نستعملها هي أعداد حقيقية لكن لمعرفة

طبيعة عدد بنسطة، ثم نبحث أصغر مجموعة ينتمي إليها.

❖ الانتقال من الكتابة العشرية الدورية لعدد ناطق

إلى الكتابة الأسرية له:

طريقة

☞ يمكن الانتقال من الكتابة العشرية الدورية لعدد ناطق

إلى الكتابة الكسرية له كما يلي:

☞ إذا كان الدور مباشرة بعد الفاصلة:

$$2.\underline{14} = 2 + \frac{14}{10^2 - 1} = \frac{212}{99}$$

☞ إذا كان الدور ليس مباشرة بعد الفاصلة:

$$\text{لدينا } 34.1456 = 10 \times 341.456$$

$$\text{ومنه } 341.456 = 341 + \frac{456}{10^3 - 1} = \frac{341115}{999}$$

$$\text{إذن } 34.1456 = \frac{341115}{999} \times \frac{1}{10} = \frac{341115}{9990}$$

☞ يمكن الانتقال من الكتابة الكسرية لعدد ناطق إلى

الكتابة العشرية الدورية له، باستعمال الحاسبة.

تعريف

هو نمط من أنماط البرهان، وهو برهنة أساسها إثبات صحة المطلوب بإبطال نقيضه أو فساد المطلوب بإثبات نقيضه.

مبدأه: للبرهنة على أن العبارة P صحيحة (في بعض الحالات)، نفرض أنها خاطئة وبإجراء مجموعة من العمليات نبين أن هذا الفرض يؤدي إلى تناقض، نستنتج عندئذ أن العبارة P صحيحة.

4.1 الأعداد الأولية:

تعريف

نسمي عددا أوليا كل عدد طبيعي يقبل، بالضبط، قاسمين مختلفين هما: 1 والعدد نفسه.

العدد 0 ليس أوليا لأنه لا يقسم نفسه، ويقبل عددا غير منته من القواسم (كل الأعداد الطبيعية قواسم لـ 0).
العدد 1 ليس أوليا لأنه يقبل قاسما واحدا فقط.

اختبار أولية عدد طبيعي:

طريقة

للتعرف على أولية عدد طبيعي ما تتبع الخطوات التالية:

- 1 نختبر قابلية قسمة العدد على كل من الأعداد الأولية حسب ترتيبها التصاعدي.
- 2 نتوقف عن عمليات القسمة عند أول باق معدوم، أو عندما نصادف أول حاصل قسمة أصغر من المقسوم عليه.
- 3 نستخلص: إذا صادفنا الباقي المعدوم يكون العدد غير أولي وإلا فهو أولي.

❖ معرفة إن كان عدد ناطق عددا عشريا

(خاصية المميزة للعدد العشري):

طريقة

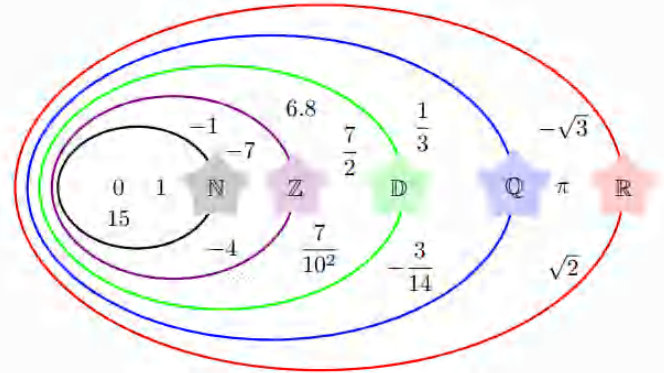
لمعرفة إن كان عدد ناطق عددا عشريا، نكتب العدد الناطق على شكله غير القابل للاختزال $\frac{p}{q}$.
ثم نحلل مقامه إلى جداء عوامل أولية. إذا كان هذا التحليل لا يشمل إلا قوى 2 أو 5، فالعدد عشري.
أي: إذا أمكن كتابة مقام هذا الكسر على الشكل $2^m \times 5^n$ فالعدد عشري وإن لم يكن فإنه ليس عشري.

2.1 مقارنة مجموعات الأعداد:

خاصية

تحقق المجموعات العددية الاحتمالات الآتية:

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$



⚠️ حذر: الرمز (\in) رمز الإنتماء، يربط بين عنصر ومجموعة. بينما الرمز (\subset) رمز الإحتواء، يربط بين مجموعتين.

3.1 البرهان بالخلف:

ولتسهيل العملية، يمكن استعمال جدول التالي:

17	13	11	7	5	3	2	هل يقبل العدد 277 القسمة على
16	21	25	39	55	92	138	حاصل القسمة
5	4	2	4	2	1	1	الباقى
لا	لا	لا	لا	لا	لا	لا	الإجابة

✓ بما أن $16 < 17$ (أول حاصل اقل من القاسم) والباقي غير معدوم فإن العدد 277 أولي.

❖ تحليل عدد طبيعي إلى جداء عوامل أولية:

تحليل عدد طبيعي إلى جداء عوامل أولية يعني كتابته على شكل جداء أعداد أولية. كل عدد طبيعي غير أولي وأكبر من 2 يكتب على شكل جداء عوامل أولية.

5.1 استعمال التحليل إلى جداء عوامل

أولية:

① لحساب القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين a و b :

طريقة

نحلل العددين a و b إلى جداء عوامل أولية. ثم نحسب جداء كل العوامل الأولية المشتركة مأخوذة مرة واحدة وبأصغر أس. ونرمز له بـ: $PGCD(a; b)$.

② لحساب المضاعف المشترك الأصغر لعددين طبيعيين a و b :

طريقة

نحلل العددين a و b إلى جداء عوامل أولية. ثم نحسب جداء كل العوامل الأولية المشتركة وغير المشتركة مأخوذة مرة واحدة وبأكبر أس. ونرمز له بـ: $PPCM(a; b)$.

③ لتعيين الشكل غير القابل للاختزال لكسر:

طريقة

نقوم بتحليل كل من بسطه ومقامه إلى جداء عوامل أولية ثم نطبق قواعد الحساب على القوى لاختزال الكسر (إختزال كل العوامل المشتركة).

④ تبسيط الجذور:

طريقة

وذلك بتحليل العدد الطبيعي الذي تحت الجذر إلى جداء عوامل أولية، وباستعمال الخاصية من أجل $a \geq 0$ فإن $\sqrt{a^2} = a$ نحصل على نتيجة.

طريقة

لتحليل عدد طبيعي إلى جداء عوامل أولية نتبع الخطوات التالية:

- ① نقسم العدد على أصغر عدد أولي يكون قاسما له.
- ② نقسم حاصل القسمة على أصغر عدد أولي يكون قاسما له.
- ③ نكرر عمليات القسمة هذه حتى نصل إلى حاصل قسمة يساوي 1.
- ④ كتابة جداء قوى كل هذه القواسم هو تحليل العدد إلى جداء عوامل أولية.

5 معرفة عدد قواسم عدد طبيعي:

طريقة

وذلك بتحليل العدد الطبيعي إلى جداء عوامل أولية، ثم نضيف إلى كل أس في التحليل 1، ثم نحسب جداء الأعداد المحصل عليها.

6.1 القوى الصحيحة:

تعريف

a عدد حقيقي كفي و n عدد طبيعي غير معدوم. نسمي القوة ذات الرتبة n للعدد الحقيقي a ، العدد a^n حيث: $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ عوامل}}$

من أجل كل عدد حقيقي a غير معدوم و n عدد طبيعي غير معدوم، $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.
إصطلاح: من أجل كل عدد حقيقي a غير معدوم، $a^0 = 1$

خواص

a و b عدنان حقيقيان غير معدومين، m و n عدنان صحيحان نسيان.

$$\begin{aligned} (a^m)^n &= a^{mn} * a^m \times a^n = a^{m+n} * \\ \frac{a^m}{a^n} &= a^{m-n} * (a \times b)^m = a^m \times b^m * \\ \left(\frac{a}{b}\right)^m &= \frac{a^m}{b^m} * \end{aligned}$$

حالات خاصة:

من أجل كل عدد حقيقي a غير معدوم وكل عدد طبيعي n غير معدوم: $a^n \times a^{-n} = a^0 = 1$.
من أجل كل عدد حقيقي a موجب وغير معدوم وكل عدد طبيعي n غير معدوم:

* إذا كان n زوجيا، فإن إشارة $(-a)^n$ موجبة أي أن: $(-a)^n = a^n$.

* وإذا كان n فرديا، فإن إشارة $(-a)^n$ سالبة أي أن: $(-a)^n = -a^n$.

7.1 الجذور التربيعية:

تعريف

a عدد حقيقي موجب. نسمي الجذر التربيعي للعدد الحقيقي a العدد الحقيقي الموجب الذي مربعه يساوي a ونرمز له بالرمز \sqrt{a} .

ملاحظات:

- لا يمكن حساب الجذر التربيعي لعدد سالب.
- لا يمكن أن يكون الجذر التربيعي عدد سالب.

خواص

من أجل a موجب: $\sqrt{a} \geq 0$ و $(\sqrt{a})^2 = a$.
من أجل a و b موجبان:
 $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$
من أجل $a \geq 0$ و $b > 0$: $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

ملاحظات:

- من أجل كل a و b عددين حقيقيين موجبين، فإن $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ حيث تتحقق المساواة إذا كان أحد العددين a و b معدوما.
- إذا كان a عدد حقيقي موجب، فإن $\sqrt{a^2} = a$.
- إذا كان a عدد حقيقي سالب، فإن $\sqrt{a^2} = -a$.

تعريف

كتابة عدد عشري على الشكل العلمي، تعني التعبير عنه على الشكل $a \times 10^n$ (أو $-a \times 10^n$).
حيث a عدد عشري يحقق $1 \leq a < 10$ و n عدد صحيح نسبي.

إزاحة الفاصلة تكون نحو اليسار أو نحو اليمين.

3.2 رتبة مقدار عدد:

تعريف

رتبة مقدار عدد عشري مكتوب على الشكل العلمي هو العدد $k \times 10^n$ (أو $-k \times 10^n$). حيث k هو مدور العدد a إلى الوحدة، و n عدد صحيح نسبي.

طريقة

لإيجاد رتبة مقدار عدد:

- نكتب العدد على الشكل العلمي.
 - ندور العدد العشري في كتابته العلمية إلى العدد الصحيح الأقرب منه ونحتفظ بقوة 10.
- لإيجاد رتبة مقدار جداء عددين أو حاصل قسمة عددين، نحسب أولاً رتبة مقدار كل عدد ثم نحسب رتبة مقدار الناتج.

3 الأعداد والحاسبة

1.3 تمثيل الأعداد في الحاسبة:

عند استعمال الحاسبة، نتعامل مع العدد بثلاثة أشكال هي:

* القيمة المضبوطة * القيمة الظاهرة

* القيمة المخزنة حيث:

القيمة الظاهرة - لقيمة المضبوطة = القيمة المخزنة

8.1 المتطابقات الشهيرة والحساب على

الكسور:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 *$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 *$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 *$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \times d + c \times b}{b \times d} *$$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} *$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} *$$

2 القيمة المضبوطة، القيم المقربة

1.2 مدور عدد حقيقي:

تعريف

عدد حقيقي مكتوب في شكله العشري، وليكن رقمه العشري ذو الرتبة $p + 1$. نسمي مدور A إلى 10^{-p} العدد الذي نحصل عليه كما يلي:

- * إذا كان $d \geq 5$ ، نأخذ العدد بأرقامه العشرية إلى الرقم العشري الذي رتبته p ، ونضيف 1 إلى هذا الرقم.
- * إذا كان $d < 5$ نأخذ العدد بأرقامه العشرية إلى الرقم العشري الذي رتبته p .

2.2 الكتابة العلمية:

2.3 تنظيم حساب باليد أو بالحاسبة :

- عند إجراء حساب ما، تتبع عادة الخطوات التالية احتراماً لأولويات العمليات حيث نجز على التوالي:
- ① الحسابات داخل الأقواس.
 - ② الحسابات المتعلقة بالقوى والجذور التربيعية.
 - ③ عمليات الضرب والقسمة حسب ترتيب كتابتها.
 - ④ عمليات الجمع والطرح حسب ترتيب كتابتها.

4 تعلم البرهنة

1.4 البرهان على صحة مساواة:

للبرهان على صحة مساواة $A = B$ حيث A و B عدنان أو عبارتان، يمكن إتباع إحدى الطرق التالية:

طريقة

- ① نطلق من أحد الطرفين A أو B ونحول كتابته بتطبيق قواعد الحساب ضمن عدد معين من المراحل المتتالية إلى أن نفضي إلى الطرف الآخر.
- ② نحول كتابتي الطرفين A و B إلى أن نفضي إلى نفس العبارة C .
- ③ نبرهن أن $A - B = 0$.

2.4 معرفة إن كان نص رياضي صحيح أو خاطئ:

مثال

- هل مجموع ثلاثه أعداد طبيعية متتالية مضاعف لـ 3؟
- الحكم: هذا النص الرياضي صحيح.
 - التبرير: ليكن a ، b و c ثلاث أعداد طبيعية متتالية على الترتيب:

$$\begin{aligned} a + b + c &= a + (a + 1) + (a + 2) \\ &= 3a + 3 = 3(a + 1) = 3k \end{aligned}$$

إذن: $a + b + c$ مضاعف للعدد 3.

5 الترتيب - الحصر - المجالات

1.5 الترتيب في مجموعة الأعداد الحقيقية:

تعريف

- عدنان حقيقيان a و b
- * القول إن a أكبر من b أو يساويه معناه $a - b$ عدد موجب. ونكتب: $a \geq b$ معناه $a - b \in \mathbb{R}^+$.
 - * القول إن a أصغر من b أو يساويه معناه $a - b$ عدد سالب. ونكتب: $a \leq b$ معناه $a - b \in \mathbb{R}^-$.
 - مقارنة عددين a و b معناه التصريح بصحة إحدى الحالات الثلاث الآتية:
- * $a = b$ * $a < b$ * $a > b$

ملاحظات:

- ✓ ترتيب الأعداد تصاعدياً يعني، ترتيب الأعداد من اليمين إلى اليسار ومن الأصغر إلى الأكبر. والعكس صحيح.
- ✓ نقول أن العددين a و b مرتبان نفس ترتيب العددين c و d إذا كان $a - b$ و $c - d$ لهما نفس الإشارة.

2.5 طرائق المقارنة:

❖ مقارنة عددين عشرين:

طريقة

- لمقارنة عددين عشرين نتبع الخطوات التالية:
- ① ننظر إلى الإشارة.
 - ② نقارن جزئيهما الصحيحان.
 - ③ نقارن جزئيهما العشريان.

برهنة

من أجل كل أعداد حقيقية a, b, c, d :
 إذا كان $(a \leq b$ و $c \leq d)$ فإن $a - d \leq b - c$
 a, b, c أعداد حقيقية:
 * من أجل $c > 0$ لدينا: $a \leq b$ يكافئ $ac \leq bc$
 * من أجل $c < 0$ لدينا: $a \leq b$ يكافئ $ac \geq bc$
 من أجل كل أعداد حقيقية a, b, c, d :
 إذا كان $(a \leq b$ و $c \leq d)$ فإن $ac \leq bd$

4.5 قواعد المقارنة:

برهنة

a, b عدنان حقيقيان.
 * من أجل $a \geq 0$ و $b \geq 0$
 لدينا: $a \leq b$ يكافئ $a^2 \leq b^2$
 * من أجل $a \leq 0$ و $b \leq 0$
 لدينا: $a \leq b$ يكافئ $a^2 \geq b^2$
 a, b عدنان حقيقيان موجبان لدينا: $a \leq b$ يكافئ
 $\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$
 a, b عدنان حقيقيان غير معدومين ومن نفس
 الإشارة لدينا: $a \leq b$ يكافئ $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$
 a, b عدنان حقيقيان غير معدومين ومختلفين في
 الإشارة لدينا: $a \leq b$ يكافئ $\frac{1}{a} \leq \frac{1}{b}$
 a عدد حقيقي لدينا:
 * إذا كان $0 \leq a \leq 1$ فإن $a^3 \leq a^2 \leq 0$
 * إذا كان $a \geq 1$ فإن $a^3 \geq a^2 \geq 0$

⚠️ حذار: من تطبيق قواعد المقارنة بين الأعداد دون أخذ إشارتها بالاعتبار.

❖ مقارنة عدد بين ناطقين بكتابة كسرية:

a, b, c أعداد موجبة تماما.
 * العددان $\frac{a}{c}$ و $\frac{b}{c}$ لهما نفس الترتيب مع ترتيب a و b .
 * العددان $\frac{c}{b}$ و $\frac{c}{a}$ ترتيبهما متعاكسان مع ترتيب العددان a و b .

❖ مقارنة باستعمال عدد ثالث:

برهنة

من أجل كل أعداد حقيقية a, b, c :
 إذا كان $a \leq b$ و $b \leq c$ فإن $a \leq c$

❖ مقارنة عدد بين حقيقيين:

طريقة

لمقارنة عددين حقيقيين، يمكن:
 استعمال الحاسبة للحصول على قيم مقربة.
 مقارنة كل من العددين بعدد ثالث.
 دراسة إشارة الفرق.

3.5 الترتيب والعمليات:

برهنة

من أجل كل أعداد حقيقية a, b, c :
 إذا كان $a \leq b$ فإن $a + c \leq b + c$
 من أجل كل أعداد حقيقية a, b, c, d :
 إذا كان $(a \leq b$ و $c \leq d)$ فإن $a + c \leq b + d$

❖ حصر جداء عددين حقيقيين:

طريقة

للمقارنة عددين يتضمنان جذورا تربيعية، يمكن مقارنة مربعيهما.

إذا كان مربع عددين متساويين فإن هذين العددين متساويان أو متعاكسان: أي إذا كان $A^2 = B^2$ فإن: $A = B$ أو $A = -B$.

للمقارنة عددين حقيقيين مكتوبين على الشكل الجبري، يمكن استعمال خواص المتباينات على التوالي.

$$\frac{x}{y} = x \times \frac{1}{y}$$

طريقة

للمقارنة عددين يتضمنان جذورا تربيعية، يمكن مقارنة مربعيهما.

إذا كان مربع عددين متساويين فإن هذين العددين متساويان أو متعاكسان: أي إذا كان $A^2 = B^2$ فإن: $A = B$ أو $A = -B$.

للمقارنة عددين حقيقيين مكتوبين على الشكل الجبري، يمكن استعمال خواص المتباينات على التوالي.

6.5 المجالات:

تعريف

نسمي مجالا مغلقا حداه a و b عددا حقيقيين حيث $a \leq b$.
 نسمي مجالا مفتوحا حداه a و b عددا حقيقيين حيث $a < b$.
 نسمي مجالا مغلقا مفتوحا حداه a و b عددا حقيقيين حيث $a \leq x < b$ أو $a < x \leq b$.
 نسمي مجالا مغلقا مفتوحا حداه a و b عددا حقيقيين حيث $a < x \leq b$ أو $a \leq x < b$.
 نسمي مجالا مغلقا مفتوحا حداه a و b عددا حقيقيين حيث $a < x < b$ أو $a \leq x \leq b$.
 نسمي مجالا مغلقا مفتوحا حداه a و b عددا حقيقيين حيث $a < x < b$ أو $a \leq x \leq b$.



❖ أنواع المجالات:

الرمز	هو مجموعة الأعداد الحقيقية x حيث ...	يمثل على المستقيم العددي بالشكل ...
$[a; b]$	$a \leq x \leq b$	
$]a; b[$	$a < x < b$	

5.5 الحصر:

تعريف

حصر عدد حقيقي x يعني إيجاد عددين a و b حيث $a \leq x \leq b$.

ملاحظات:

✓ سعة هذا الحصر $a \leq x \leq b$ هي العدد الحقيقي الموجب $b - a$.
 ✓ إذا كان $a < x < b$ نقول أن العدد x محصور تماما بين العددين الحقيقيين a و b .

❖ حصر مجموع عددين حقيقيين:

طريقة

للمقارنة عددين يتضمنان جذورا تربيعية، يمكن مقارنة مربعيهما.

للمقارنة عددين حقيقيين مكتوبين على الشكل الجبري، يمكن استعمال خواص المتباينات على التوالي.

للمقارنة عددين حقيقيين مكتوبين على الشكل الجبري، يمكن استعمال خواص المتباينات على التوالي.

$$x - y = x + (-y)$$

القيمة المطلقة والمسافة

6

1.6 القيمة المطلقة لعدد حقيقي:

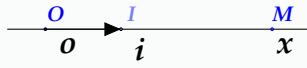
تعريف

نقطة M حقيقي، x عدد حقيقي، O نقطة من مستقيم مزود بمعلم فاصلتها (O, I) .

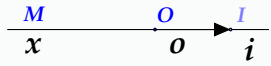
القيمة المطلقة للعدد x هي المسافة OM ، ونرمز لها بالرمز $|x|$. ونكتب $|x| = OM$.

من التعريف نستنتج:

$$|x| = OM = x, \quad x \geq 0$$



$$|x| = OM = -x, \quad x \leq 0$$



نتائج

بما أن المسافة موجبة فإن $|x| \geq 0$ من أجل كل عدد حقيقي x .

من أجل كل عدد حقيقي x :

$$|x| = \begin{cases} x & ; \quad x \in [0; +\infty[\\ -x & ; \quad x \in]-\infty; 0] \end{cases}$$

حذار: $(-x)$ ليس عددا سالبا دوما.

	$a < x \leq b$	$]a; b]$
	$a < x < b$	$]a; b[$
	$x \leq b$	$] - \infty; b]$
	$x < b$	$] - \infty; b[$
	$a \leq x$	$[a; +\infty[$
	$a < x$	$]a; +\infty[$

العناصر المميزة لمجال مغلق:

يتميز المجال $[a, b]$ بالعناصر الآتية:

- * مركزه، وهو العدد الحقيقي: $c = \frac{a+b}{2}$.
- * طوله، وهو العدد الحقيقي الموجب: $b - a$.
- * نصف قطره، وهو العدد الحقيقي الموجب: $r = \frac{b-a}{2}$.

تقاطع وإتحاد مجالين:

تعريف

تقاطع مجالين I و J هو مجموعة الأعداد الحقيقية التي تنتمي إلى I و J ، ونرمز له بالرمز $I \cap J$.

إتحاد مجالين I و J هو مجموعة الأعداد الحقيقية التي تنتمي إلى I أو J ، ونرمز له بالرمز $I \cup J$.

ملاحظات:

✓ لإيجاد التقاطع أو الإتحاد نقوم بتمثيل المجالين على نفس المستقيم الحقيقي، أو بالملاحظة.

✓ في الحالة العامة: تقاطع مجالين هو مجال، وإتحاد مجالين ليس دوما مجال.

خواص

بفرض x و y عددين حقيقيين، لدينا:

$$\sqrt{x^2} = |x| \quad * \quad |-x| = |x| \quad *$$

$$|xy| = |x| \times |y| \quad *$$

$$y \neq 0 \quad \text{مع} \quad \left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|} \quad *$$

$$|x + y| \leq |x| + |y| \quad * \quad (\text{المثابينة المثلثية}).$$

* عندما يكون العددين x و y من نفس الإشارة،

فإن المثابينة المثلثية تصبح: $|x + y| = |x| + |y|$.

نتيجة

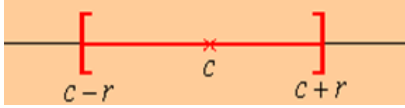
بفرض c عدد حقيقي كفي و r عدد حقيقي موجب. من أجل كل عدد حقيقي x ، النصوص الآتية متكافئة:

$$* \quad x \in [c - r; c + r] \quad (\text{في صيغة مجال}).$$

$$* \quad c - r \leq x \leq c + r \quad (\text{في صيغة حصر}).$$

$$* \quad d(c; x) \leq r \quad (\text{في صيغة مسافة}).$$

$$* \quad |x - c| \leq r \quad (\text{في صيغة قيمة مطلقة}).$$



2.6 المسافة بين نقطتين:

5.6 القيم المقربة لعدد حقيقي:

مبرهنة

بفرض A و B نقطتين من مستقيم مزود بمعلم $(O; I)$ فاصلتهما a و b على الترتيب، فإن:

$$AB = |a - b| = |b - a|$$

تعريف

بفرض عدد حقيقي a وعدد عشري d

وعدد طبيعي n .

القول أن d قيمة مقربة عشرية إلى 10^{-n} للعدد a معناه المسافة من a إلى d أصغر من 10^{-n} بعبارة أخرى

$$|a - d| < 10^{-n}$$

وتبعاً لكون $d \leq a$ أو $a \leq d$ ، نتحدث عن قيمة مقربة بالنقصان أو بالزيادة.

3.6 المسافة بين عددين حقيقيين:

تعريف

المسافة بين عددين حقيقيين a و b هي العدد $|a - b|$

(أو $|b - a|$).

$$d(a; b) = |a - b| = |b - a|$$
 ونكتب

4.6 القيمة المطلقة، المسافة، المجال والحصر:

مبرهنة

بفرض a و b عددين حقيقيين حيث $a \neq 0$ ، إشارة ثنائي

الحد $ax + b$ هي:

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ax + b$	إشارة a		عكس إشارة a
إشارة			

مبرهنة

بفرض c عدد حقيقي، r عدد حقيقي موجب. من أجل كل عدد حقيقي x ،

$$|x - c| \leq r \quad \text{معناه} \quad x \in [c - r; c + r]$$

😊 بالتوفيق في السنة الدراسية 😊



7.6 حل معادلة أو متراجحة تتضمن القيمة

المطلقة:

❖ الحل البياني:

طريقة

حل معادلة أو متراجحة تتضمن قيمة مطلقة، نعبر عن القيم المطلقة بعبارات المسافة على المستقيم العددي وترجم المساويات أو المتباينات بعبارات المسافة بين نقطتين.

❖ الحل الجبري (فصل الحالات):

طريقة

حل معادلة أو متراجحة تتضمن قيمة مطلقة تتبع مايلي:

- ① ندرس إشارة العبارة الموجودة داخل القيمة المطلقة.
- ② اعتمادا على إشارة العبارة نكتبها دون رمز القيمة المطلقة (نفصل الحالات حسب المجالات).
- ③ حل المعادلة أو المتراجحة في الحالة الجديدة.
- ④ نتأكد من إتمام الحلول إلى المجالات حسب الحالات.



النجاح سلام لا تستطيع أن ترتقبها وبيدك في جيبك.