

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية العقيد احمد بن عبد الرزاق

دورة ماي 2019

الشعبة: علوم تجريبية

المدة: 03 ساعات ونصف

مديرية التربية لولاية وهران

امتحان البكالوريا التجريبي

المستوى: سنة ثالثة

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \sqrt{\frac{u_n^2 + 1}{2}} \end{cases}$$

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على \mathbb{N} كما يلي:

1/ أ- احسب الحدود u_1, u_2, u_3 ثم برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: u_n > 1$.

ب- بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على \mathbb{N} .

ج- بين أن المتتالية (u_n) متقاربة، ثم استنتج نهايتها.

2/ نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على \mathbb{N} ب: $v_n = u_n^2 - 1$.

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_0 .

ب- اكتب بدلالة n كلا من u_n و v_n ، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

3/ احسب بدلالة n كلا من المجاميع التالية: $S_n = u_0^2 + u_1^2 + \dots + u_n^2$ ، $T_n = v_0 + 2v_1 + \dots + 2^n v_n$ ، و $L_n = \ln v_0 + \ln v_1 + \dots + \ln v_n$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

أ- حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول z التالية: $(z-2)(z^2+2z+4)=0$.

ب- نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ النقط:

$$A, B, C \text{ التي لآحقاتها على الترتيب } z_A = -1 + i\sqrt{3}, z_B = -1 - i\sqrt{3}, z_C = 2$$

1) بين أن $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C} = e^{i\frac{\pi}{3}}$ ، ثم عين طبيعة المثلث ABC .

2) عين مركز ونصف قطر الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC . ارسم (C) .

3) عين الطبيعة والعناصر الهندسية للمجموعة (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات الآلحة التي تحقق:

$$2(z + \bar{z}) + z \cdot \bar{z} = 0$$

ثم تحقق أن النقطتين A و B تنتميان إلى (Γ) .

4) أكتب العبارة المركبة للدوران R الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{3}$ ، ثم عين صورة النقطة B بالدوران R .

ثم z_D لآلحة النقطة D صورة النقطة C بالدوران R ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

- عين صورة المجموعة (Γ) بالدوران R .

أقلب الورقة

التمرين الثالث : (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم المتعامد والمتجانس $(0; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$
نعتبر النقط $A(0;0;1)$, $B(2;2;-1)$, $C(-2;-7;-7)$ و $D(-3;4;4)$ والمستوي (P) المعرف بالتمثيل الوسيطى :

$$\alpha , \beta \text{ وسيطان حقيقيان } \begin{cases} x = 3\alpha + \beta + 1 \\ y = -2\alpha + 1 \\ z = \alpha + \beta + 4 \end{cases}$$

1- أدين أن النقط A, B, C تعين مستويا

بد تحقق أن الشعاع $\vec{n}(3;-2;1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ثم أكتب معادلة ديكرتية له.

2- أكتب معادلة ديكرتية للمستوي (P) ثم بين أن المستويين (P) و (ABC) متعامدان.

$$\begin{cases} x = t - 2 \\ y = 4t - 7 : t \in \mathbb{R} \\ z = 5t - 7 \end{cases}$$

ج- أحسب المسافة بين النقطة D والمستوي (ABC) والمسافة بين النقطة D والمستوي (P)

ثم استنتج المسافة بين النقطة D والمستقيم (Δ)

3- (q) المستوي الذي يشمل النقطة D والعمودي على كل من المستويين (P) و (ABC)

أ- أكتب معادلة ديكرتية للمستوي (q)

ب- بين أن المستويات الثلاثة (P) و (ABC) و (q) تتقاطع في نقطة واحدة H ثم عين إحداثيات H

ج- أحسب بطريقة ثانية المسافة بين النقطة D والمستقيم (Δ)

التمرين الرابع : (07 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = x + 1 + \ln(x+1) - \ln(x+2)$

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول 2 cm .

1- أحسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

2- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right) = 0$ ، ثم استنتج نهاية الدالة f عند $+\infty$.

3- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

ثم أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل.

4- أدرس تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

5- أكتب معادلة المماس (T) عند النقطة التي فاصلتها $x = 0$.

6- بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث : $-\frac{1}{2} < \alpha < 0$.

7- أرسم المنحنى (C_f) والمستقيمان (T) و (Δ) .

8- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة $f(x) = \frac{3}{2}x + m$.

9- أ- بين أن الدالة $F_a : x \rightarrow (x+a) \ln(x+a) - x$ هي دالة أصلية للدالة $f_a : x \rightarrow \ln(x+a)$

على المجال $]-a; +\infty[$.

ب- أحسب بالسنتمتر مربع مساحة الحيز للمستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات $y = x + 1$ ، $x = 0$ ،

$x = 1$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

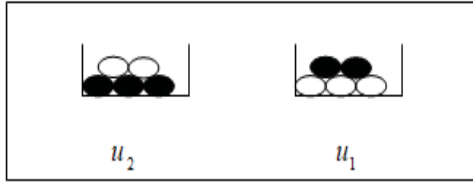
التمرين الأول: (05 نقاط)

1. نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} كثير $p(z)$ ذات المتغير Z حيث: $p(z) = z^3 - 6z^2 + 4z + 40$.
 - أ. عين العددين الحقيقيين a و b حيث: $p(z) = (z+2)(z^2 + az + b)$.
 - ب. حل في \mathbb{C} المعادلة $p(z) = 0$.
 2. في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.
 - أ. نعتبر النقط A, B, C ذات اللواحق: $Z_A = -2$, $Z_B = 4 + 2i$, $Z_C = 5 - i$.
 - ب. المثلث ABC .
 - ج. أوجد قيمة العدد: $\left(\frac{L}{2}\right)^{2019} - i\left(\frac{L}{2}\right)^{1440}$.
 - د. أوجد قيمة العدد الطبيعي n بحيث يكون L^n عدد حقيقي موجب تماما.
 3. ليكن f التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة Z النقطة M' ذات اللاحقة Z' حيث:
 $Z' = -2iZ + 10i$
 - أ. عين طبيعة التحويل f محدد عناصره المميزة.
 - ب. أكتب العبارة المركبة للدوران الذي مركزه B وزاويته $\theta = -\frac{\pi}{2}$.
 - ج. أوجد لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران r .
 4. بين أن النقط: A, B, D على استقامة، ثم استنتج أن التحويل f مركب من تحويلين يطلب تعيينهما.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

- نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ ب: $f(x) = \frac{2x+2}{x+3}$.
1. ادرس تغيرات الدالة f ، ثم بين أنه من أجل كل x من المجال $[0; 1]$ فإن $f(x) \in [0; 1]$.
 2. نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة ب: $U_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $U_{n+1} = f(U_n)$.
 - أ. مثل على محور الفواصل الحدود U_0, U_1, U_2 ، دون حسابها مع إظهار خطوط التمثيل.
 - ب. ما هو تخمينك حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) وتقاربها؟
 3. أ. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq U_n \leq 1$.
 - ب. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $U_{n+1} - U_n = \frac{(U_n+2)(1-U_n)}{U_n+3}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (U_n) .
 - ج. استنتج أن المتتالية (U_n) متقاربة. احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.
 4. نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على \mathbb{N} ب: $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 2}$.
 - أ. بين أن المتتالية (V_n) هندسية، يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.
 - ب. اكتب بدلالة n عبارة الحد العام V_n ، واستنتج عبارة U_n بدلالة n . ثم احسب مرة أخرى $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.

التمرين الثالث : (04.5 نقاط)



إثناء u_1 و u_2 حيث u_1 يحتوي على ثلاث كرات بيضاء وكرتان سوداوان و u_2 يحتوي على كرتان بيضاوان و ثلاث كرات سوداء .
نسحب كرتان دفعة واحدة من كل منهما
(علما أن الكرات متجانسة في اللمس) فنحصل بذلك على أربع كرات .

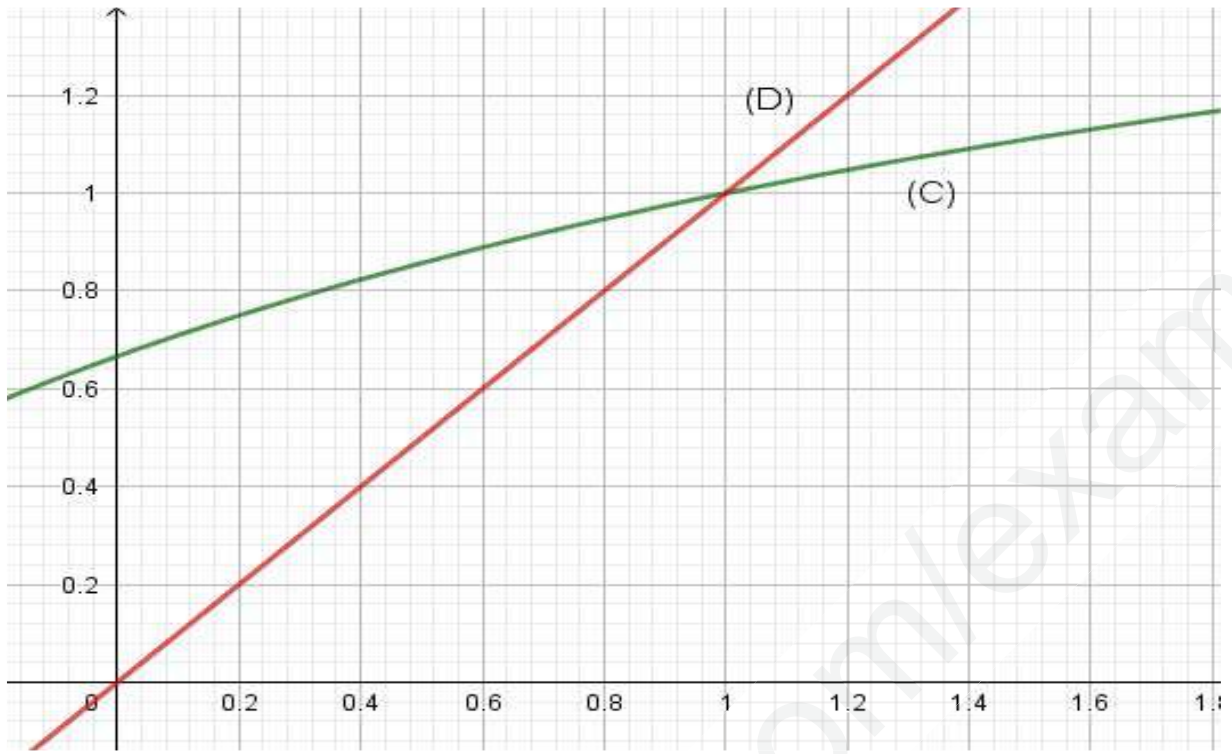
1. نهتم بعدد الكرات البيضاء المسحوبة من الإناء u_1 وعدد الكرات البيضاء المسحوبة من الإناء u_2 .
• بين أن احتمال سحب كرتين بيضاوين من الإناء u_1 هو $p_1 = 0,3$ ومن الإناء u_2 هو $p_2 = 0,1$.
• شكل الشجرة المثقلة المناسبة .
• برهن أن احتمال الحادثة E "ضمن الكرات المسحوبة يوجد بالضبط كرتان بيضاوان" هو: $0,46$.
2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات البيضاء المحصل عليها .
أ- حدد قانون الاحتمال لـ X .
ب- اللاعب يدفع $2,50DA$ قبل إجراء السحب . ويكسب $1DA$ لكل كرة بيضاء مسحوبة . هل اللعبة مربحة له؟
3. احسب احتمال الحصول على كرة بيضاء فقط من الإناء u_2 علما أنه حصل على كرتين بيضاوين .

التمرين الرابع : (06.5 نقاط)

- لتكن الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$.
حيث a ؛ b و c أعداد حقيقية و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس
1. عين الأعداد الحقيقية a ؛ b و c بحيث يقبل (C_f) عند النقطة $A(0; -3)$ مماسا معلم توجيهه 3 و العدد $\sqrt{3}$ حل للمعادلة $f(x) = 0$.
 2. نضع $a = 1$ ، $b = 0$ ، $c = -3$.
أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم أدرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .
 3. أكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها $x = 0$ ثم عين إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل .
 4. أرسم (T) و (C_f) .
 5. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من \mathbb{R} فإن $f(x) + 2f'(x) + f''(x) = 2e^{-x}$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على \mathbb{R} .
 6. أحسب بوحدة المساحات ، مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 1$ و $x = 3$.
 7. m وسيط حقيقي ؛ ناقش بيانيا وحسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة $x^2 - 3 + me^x = 0$.

انتهى الموضوع الثاني

©اساتذة المادة يتمنون لكم النجاح في شهادة البكالوريا😊

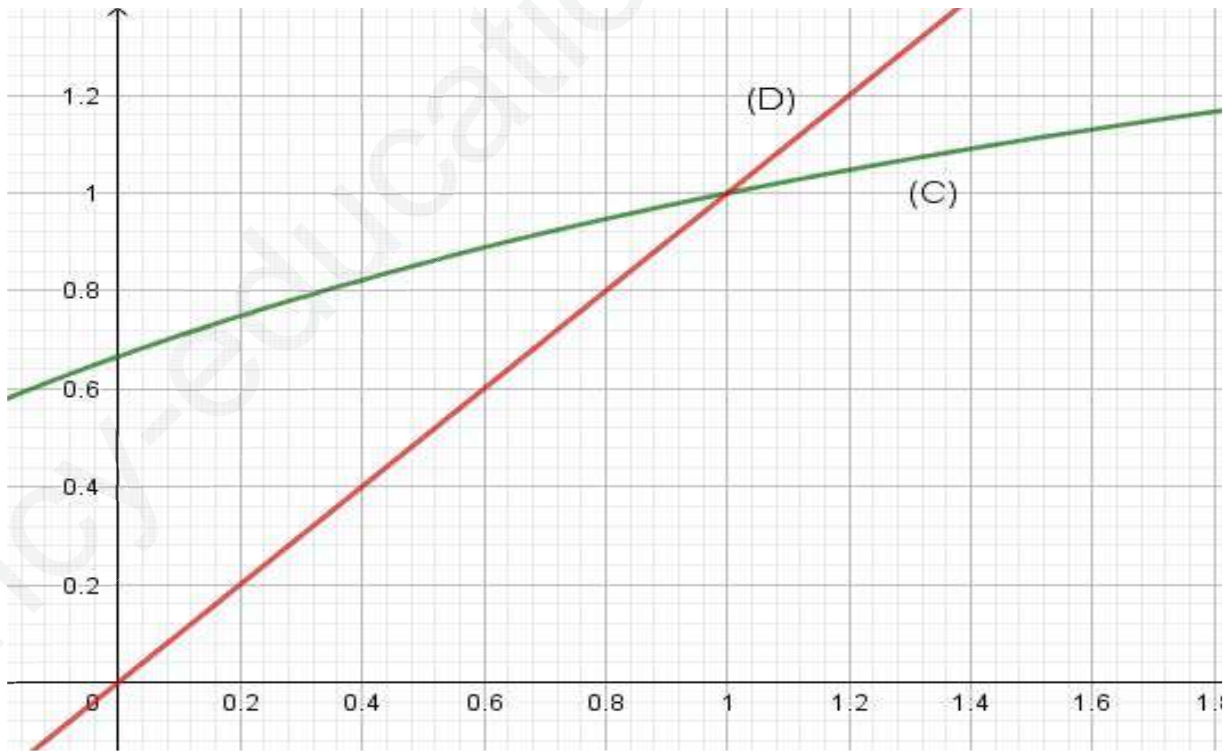


الورقة المرفقة (1) تعاد مع ورقة الإجابة

الإسم:

صفحة 5 من 5

اللقب:



الورقة المرفقة (1) تعاد مع ورقة الإجابة

الإسم:

اللقب: