الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفـــاع الوطـــني
أركان الجيش الوطني الشعبي
دائرة الاستعمال والتحضير
مديرية مدارس أشبال الأمة

السنة الدراسية: 2019/2018
المستوى: السنة الثالثة ثانوي
الشعبة: علوم تجريبية
المدة: 03 ساعات و 30 دقيقة

امتحان بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (05 نقاط)

نعتبر $P(z)$ كثير حدود لمتغيّر مركّب z حيث : $P(z)=z^3-(4+3i)z^2+(13+12i)z-39i$

1) أ) بيّن أنّ المعادلة $P(z)=0$ تقبل حلاّ تخيّليا صرفا يطلب تعيينه .

ب) عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث يكون من أجل كل عدد مركّب z : $P(z)=(z-3i)(az^2+bz+c)$

ج) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركّب z التالية : $P(z)=0$.

2) المستوي المركّب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

نعتبر أربع نقط A ، B ، C و D من المستوي لواحقها على الترتيب : $z_A=3i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=2-3i$ و $z_D=i$.

أ) أكتب العبارة المركبّة للتشابه المباشر S الذي مركزه B و يحوّل C إلى A .

ب) استنتج طبيعة المثلث ABC ثمّ أحسب مساحته .

ج) لتكن النقطة E صورة A بالتحويل S ، استنتج مساحة المثلث ABE .

3) أ) أحسب العدد $\dfrac{z_A-z_B}{z_D-z_B}$ ، ثمّ استنتج أنّ A صورة D بتحويل نقطي f يطلب تعيين طبيعته و عناصره المميّزة .

ب) عيّن طبيعة التحويل $S\circ f$ و عناصره المميّزة (الرمز $\circ$ يدل على عملية تركيب التحويلات النقطية).

4) لتكن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث : $z=z_A+6e^{i\theta}$ ، $\theta\in\mathbb{R}$.

أ) تحقق أنّ B تنتمي إلى (Γ) .

ب) عيّن المجموعة (Γ) .

التمرين الثاني : (04 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرّفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $u_0=2$ و $u_{n+1}=\dfrac{2}{3}u_n+\dfrac{1}{3}n+1$.

1) أ) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n\le n+3$.

ب) أدرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) .

ج) استنتج أنّ المتتالية (u_n) محدودة من الأسفل . هل هي متقاربة ؟ برّر.

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n=u_n-n$

أ) برهن أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل .

ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n ثمّ استنتج عبارة u_n بدلالة n .

ج) أحسب المجموع : $S_n=u_0+u_1+........+u_n$.

3) نعتبر المتتالية (t_n) المعرّفة بـ : $t_n=\ln(v_n)$

أ) برهن أنّ المتتالية (t_n) حسابية يطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل .

ب) أحسب المجموع : $S'_n=t_0+t_1+.......+t_n$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي وعاء على n كرة بيضاء، 5 كرات حمراء و 3خضراء،نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد.

1) ما هو احتمال الحصول على كرتين بيضاوين ؟

2) نرمز بـ $P(n)$ إلى احتمال الحصول على كرتين من نفس اللّون .

أ) أثبت أنّ : $P(n)=\dfrac{n^2-n+26}{(n+7)(n+8)}$

ب) أحسب $\lim\limits_{n\to\infty}P(n)$ ثمّ فسّر النتيجة .

3) نضع $n=4$ يقوم لاعب بسحب كرتين من الوعاء في آن واحد ثمّ يرجعهما و يسحب كرتين أخريين.لإجراء هذين السحبين يدفع اللّاعب مبلغا قدره 30 دينارا و بعد كلّ سحب يتحصّل على 40 دينار إذا كانت الكرتان من نفس اللّون، وإلاّ يتحصّل على 5 دنانير فقط.

ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكلّ سحبين ربح هذا اللّاعب .

أ) عيّن قيم المتغيّر العشوائي X .

ب) عيّن قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X.

ج) أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغيّر العشوائي X .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

<u>**الجزء الأوّل**</u> : g دالة عددية معرّفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2+2\ln x$

1) أدرس تغيّرات الدالة g .

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0,75<\alpha<0,76$.

3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

<u>**الجزء الثاني**</u> : نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=1-x+\dfrac{2}{x}(1+\ln x)$

نسمّي (C_f) المنحني الممثّل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

ب) بيّن أنّ المستقيم (Δ)ذا المعادلة : $y=-x+1$ مقارب للمنحى (C_f)بجوار $+\infty$ ، ثمّ أدرس وضعية (C_f)بالنسبة إلى (Δ).

2) أ) أثبت أنّه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=-\dfrac{g(x)}{x^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغيّر الدالة f و شكّل جدول تغيّراتها .

3) أ) بيّن أنّ المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب كتابة معادلة له .

ب) أثبت أنّ : $f(\alpha)=1-2\alpha+\dfrac{2}{\alpha}$ و استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

ج) أحسب $f(2)$ و $f(3)$ ثمّ أرسم المستقيمين (Δ) ، (T) و المنحني (C_f) في المعلم السّابق.

4) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد حلول المعادلة : $\dfrac{2}{x}(1+\ln x)=m$.

5) λ عدد حقيقي أكبر تماما من 1 .

أ) أحسب $A(\lambda)$ مساحة الحيّز من المستوي المحدّد بالمنحني (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها: $x=1$ ، $x=\lambda$ و $y=-x+1$.

ب) عيّن قيمة λ بحيث يكون : $A(\lambda)=\ln\lambda^3$.

الجزء الثّالث : a عدد حقيقي موجب تماما ، f_a دالة معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f_a(x)=1-x+\frac{a}{x}(1+\ln x)$

و ليكن (C_a) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أثبت أنّ جميع المنحنيات (C_a) تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين احداثييها .

2) نعتبر النقط: $A\left(-2;\frac{4}{a}\right)$ ، $B\left(1;\frac{2\ln a}{a}\right)$ و $C(-2a;2a-2)$ ،ولتكن النقطة G_a مرجح الجملة المثقلة :

$\{(A;1),(B;2),(C;-1)\}$

أ) عيّن بدلالة a احداثيي النقطة G_a .

ب) استنتج مجموعة النقط G_a عندما يمسح العدد a المجموعة $\mathbb{R}_+^*$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(o,\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقط A , B و C التي لواحقها على الترتيب $Z_A=1+i$, $Z_B=\sqrt{3}-i$ و $Z_C=4$.

1) أ)أكتب الأعداد المركبة Z_A و Z_B و $\frac{Z_A}{Z_B}$ على الشكل المثلثي ثم على الشكل الأسي.

ب)أكتب العدد المركب $\frac{Z_A}{Z_B}$ على شكله الجبري ثم استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.

2) أوجد قيمة العدد الطبيعي n بحيث يكون: $\left(\frac{Z_A}{Z_B}\right)^n=\frac{1}{8}\left(1-i\sqrt{3}\right)$ ثم أحسب $\left(\frac{Z_A}{Z_B}\right)^8$.

3) ليكن التحويل النقطي S الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث :

$$Z'=\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}Z$$

عين طبيعة التحويل النقطي S ومع تحديد عناصره المميزة.

4) أ)أوجد المجموعة (Γ_1) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث $Z=Z_C+2e^{i\theta}$ لما θ تتغير في $\mathbb{R}$.

ب)أوجد المجموعة (Γ_2) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث $Arg(z-z_c)=\frac{\pi}{4}+2k\pi$ مع $k\in\mathbb{Z}$.

5) أوجد المجموعة (Γ) صورة (Γ_1) بالتحويل النقطي S محددا عناصرها المميزة.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

يحتوي كيس على 12 كرة منها 3 بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 3 و أربعة حمراء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 ، 2 و خمس خضراء تحمل الأرقام: 1 ، 2 ، 2 ، 2 ، 3 .

نسحب في آن واحد كرتين من هذا الكيس .

1) نعتبر الحادثتين : A : " سحب كرتين من نفس اللون " و B : " سحب كرة خضراء على الأقل " .

أ) أحسب احتمال الحوادث التالية: A ، B و $A\cap B$.

ب) هل الحادثتين: A و B مستقلتان ؟ .

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب كرتين مجموع الرقمين المسجلين عليهما .

عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $[-1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=x-\ln(x+2)$.

1) أدرس تغيرات الدالة f .

2) (u_n) متتالية معرفة كما يلي : $u_0=3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$.

أ) برهن بالتراجع على أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n\geq -1$.

ب) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n).

جــ) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة واحسب نهايتها.

3) (v_n) متتالية معرفة كما يلي: $v_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n :

$$v_n=\ln\left[(u_0+2)\times(u_1+2)\times....\times(u_{n-1}+2)\right]$$

أ) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n=3-u_n$.

ب) أستنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}\left[(u_0+2)\times(u_1+2)\times....\times(u_{n-1}+2)\right]$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=2e.e^{-\frac{x}{2}}-e^{-x}$.

و (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$.

1) أدرس تغيرات الدالة f (لاحظ أن $f(x)=e^{-\frac{x}{2}}\left(2e-e^{-\frac{x}{2}}\right)$)

2) أثبت أن (C) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها .

3) أكتب معادلة المماس (D) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

4) عين احداثيي نقطة تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل .

5) أرسم المماس (D) ثم المنحنى (C) .

6) λ عدد حقيقي أكبر تماما من -2 .

أ) أحسب $S(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات التي معادلاتها: $x=-2$ ، $x=\lambda$ و $y=0$.

ب) عين قيمة λ التي من أجلها يكون $S(\lambda)=2e+1$.

جــ) أحسب $\lim\limits_{\lambda\to+\infty}S(\lambda)$.

7) ناقش بيانا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x)=m^2$.

انتهى الموضوع الثاني

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفـــــاع الوطــــني
أركان الجيش الوطني الشعبي
دائرة الاستعمال والتحضير
مديرية مدارس أشبال الأمة

السنة الدراسية: 2019/2018
المستوى: السنة الثالثة ثانوي
الشعبة: علوم تجريبية

امتحان بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات

تصحيح الموضوع الأول

محاور الموضوع	عناصـــــر الإجــــــابة	العلامـــــة مجزأة	العلامـــــة كاملة
التمرين الأول	أ- إذا كانت المعادلة $P(z)=0$ تقبل حلّا تخيليا صرفا فهو من الشكل $z=ai$ حيث $a\in\mathbb{R}^*$ $P(ai)=0$ يكافئ $\left(4a^2-12a\right)+\left(-a^3+3a^2+13a-39\right)i=0$ يكافئ $\begin{cases}4a^2-12a=0\\-a^3+3a^2+13a-39=0\end{cases}$ و منه $\begin{cases}a=0 \text{ أو } a=3\\-a^3+3a^2+13a-39=0\end{cases}$ إذن $a=3$ فعلا المعادلة تقبل حلا تخيليا صرفا هو $z=3i$	0.5	05 ن
	ب- تعيين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث : $P(z)=(z-3i)\left(az^2+bz+c\right)$ باستعمال إحدى الطرق المعروفة نجد : $c=13, b=-4, a=1$ و عليه $P(z)=(z-3i)\left(z^2-4z+13\right)$	0.75	
	ج- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$ تكافئ $z=3i$ أو $z^2-4z+13=0$ ، $\Delta'=(3i)^2$ و عليه الحلان الآخران هما $z=2-3i$ أو $z=2+3i$ و منه $S=\{3i;2-3i;2+3i\}$	0.5	
	أ- العبارة المركّبة للتشابه المباشر S الذي مركزه B و يحوّل C إلى A هي: $z'=3iz-9-3i$.	0.5	
	ب- إستنتاج طبيعة المثلث ABC : $\arg\left(\dfrac{z_B-z_A}{z_B-z_C}\right)=\arg(3i)=\dfrac{\pi}{2}+2k\pi$ و $\left\lvert\dfrac{z_B-z_A}{z_B-z_C}\right\rvert=3$ ، $k\in\mathbb{Z}$ و منه ABC قائم في B ،	0.25	
	مساحته : $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}.k.\lvert z_C-z_B\rvert^2=\dfrac{1}{2}.3.\lvert z_C-z_B\rvert^2=6ua$ ، حيث $k=3$ هي نسبة التشابه S	0.25	
	ج- E صورة A و A صورة C إذن مساحة المثلث ABE هي : $S_{ABE}=3^2.S_{ABC}=54ua$	0.5	
	3) أ) لدينا $\dfrac{z_A-z_B}{z_D-z_B}=\dfrac{3}{2}$.		

العلامة الكلية	العلامة	عناصر الإجابة	
	0.25 0.25	إذن A صورة D بواسطة تحاكي مركزه B و نسبته $k'=\frac{3}{2}$ ب- طبيعة التحويل foS و عناصره المميزة: foS تشابه مباشر مركزه B، نسبته $k\times k'=3\times\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$ و زاويته $\frac{\pi}{2}+2k\pi$	
	0.75	4) أ- التحقق أنّ B تنتمي إلى (Γ): لاحظ أنّ B تحقق العلاقة $z_B=z_A+6e^{-i\frac{\pi}{2}}$، إذن $B\in(\Gamma)$ ب- تعيين المجموعة (Γ): (Γ) دائرة مركزها A و نصف قطرها 6.	
04 ن	0.25 0.25		التمرين الثاني
		أ- برهان بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n\le n+3$ نتحقق من صحة الخاصية من أجل $n=0$، $u_0\le 0+3$ صحيحه لأنّ $u_0=2$ نفرض صحّة الخاصيّة من أجل n أي: $u_n\le n+3$ نبرهن صحّة الخاصيّة من أجل $n+1$، أي $u_{n+1}\le n+4$: لدينا $u_n\le n+3$ (الفرضية) و عليه $\frac{2}{3}u_n\le\frac{2}{3}n+2$ و منه $\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1\le n+3$ أي $u_{n+1}\le n+3$ ما يستلزم أنّ $u_{n+1}\le n+4$ الخاصية صحيحة من أجل كل عدد طبيعي n.	
	0.5	ب- اتجاه تغيّر (u_n) : ندرس إشارة الفرق $u_{n+1}-u_n$ $u_{n+1}-u_n=-\frac{1}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1=-\frac{1}{3}(u_n-(n+3))$، بما أنّ $u_n\le n+3$ فإنّ $u_{n+1}-u_n\ge 0$ و عليه (u_n) متزايدة	
	0.5	ج- (u_n) متزايدة و حدّها الأوّل $u_0=2$ إذن هي محدودة من الأسفل بـ 2. (u_n) غير متقاربة لأنّها ليست محدودة من الأعلى	
	0.5 0.25	2) أ- إثبات أنّ (v_n) هندسية أساسها q، معناه من أجل كل عدد طبيعي n: $v_{n+1}=v_n\times q$ $v_{n+1}=u_{n+1}-n-1=\frac{2}{3}(u_n-n)=\frac{2}{3}v_n$، فعلا (v_n) هندسية أساسها $q=\frac{2}{3}$ و حدّها الأوّل $v_0=2$	
	0.75	ب- عبارة v_n ثمّ u_n بدلالة n : $v_n=2\times\left(\frac{2}{3}\right)^n=\frac{2^{n+1}}{3^n}$ و منه $u_n=v_n+n=\frac{2^{n+1}}{3^n}+n$	
	0.25	ج- حساب المجموع: $S_n=u_0+u_1+......+u_n$ $S_n=v_0+v_1+......+v_n+1+2+......+n=\frac{n^2+n+12}{2}-\frac{2^{n+2}}{3^n}$	
	0.25	3) أ- (t_n) متتالية حسابية أساسها r معناه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $t_{n+1}=t_n+r$	
	0.25	$t_{n+1}=\ln v_{n+1}=t_n+\ln\frac{2}{3}$ ، فعلا (t_n) متتاليةحسابية أساسها $r=\ln\frac{2}{3}$ و حدّها الأوّل $v_0=\ln 2$ ب- حساب المجموع $S'_n=t_0+t_1+.......+t_n$ $S'_n=\frac{n+1}{2}\ln\frac{2^{n+2}}{3^n}$	

التمرين الثالث — 04 ن

حساب احتمال الحصول على كرتين بيضاوين : $P_B=\dfrac{C_n^2}{C_{n+8}^2}=\dfrac{(n-1)n}{(n+7)(n+8)}$ — 0.5

أ- إثبات أنّ : $P(n)=\dfrac{n^2-n+26}{(n+7)(n+8)}$ — 0.25

$$P(n)=\frac{C_n^2+C_3^2+C_5^2}{C_{n+8}^2}=\frac{n^2-n+26}{(n+7)(n+8)}$$

ب- حساب $\lim\limits_{n\to\infty}P(n)$ وتفسير النتيجة : — 0.5

$$\lim_{n\to+\infty}P(n)=1$$

التفسير : كلّما زاد عدد الكرات البيضاء زاد إحتمال سحب كرتين من نفس اللون (بيضاوين) حتى تصبح الحادثة شبه أكيدة — 0.75

3)أ- قيم المتغيّر العشوائي : $X\in\{-20,15,50\}$ — 0.25

ب- قانون إحتمال X : — 0.25

$X=X_i$	-20	15	50
$P(X=X_i)$	$\frac{2209}{4356}$	$\frac{1786}{4356}$	$\frac{361}{4356}$

ج- الأمل الرياضياتي $E(X)$: — 0.75

$$E(X)=-20\times\frac{2209}{4356}+15\times\frac{1786}{4356}+50\times\frac{361}{4356}=\frac{5}{33}$$

التمرين الرابع — 07 ن

الجزء الأوّل :

تغيّرات الدالة g: — 0.75

$\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}g(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=+\infty$

$g'(x)=\dfrac{2x^2+2}{x}$ ، لاحظ أنّ $g'(x)>0$ على $]0;+\infty[$ وعليه فإنّ g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ — 0.75

إثبات أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.75<\alpha<0.76$

g مستمرّة و متزايدة تماما على $[0.75;076]$ و $g(0.75)\times g(0.76)<0$ لأنّ $\begin{cases}g(0.75)=-0.012\\ g(0.76)=0.028\end{cases}$ إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.75<\alpha<0.76$ — 0.25

إشارة $g(x)$: $g(x)<0$ من أجل $x\in]0;\alpha[$ و $g(x)>0$ من أجل $x\in]\alpha;+\infty[$ — 0.25

الجزء الثاني :

أ- أحساب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

$\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$ — 0.5

ب- لدينا $f(x)=1-x+\dfrac{2}{x}(1+\ln x)$

و $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2}{x}(1+\ln x)=0$، إذن $(\Delta):y=1-x$ مقارب لـ (C_f) في جوار $+\infty$. — 0.25

- الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ)

x	0		$\frac{1}{e}$		$+\infty$
$f(x)-y$		$-$	0	$+$	
الوضعية		(C_f) يقع تحت (Δ)	(Δ) يقطع (C_f) في $\left(\frac{1}{e};\frac{e-1}{e}\right)$	(C_f) يقع فوق (Δ)	

0.25

0.25

أ- إثبات أنّ $f'(x)=-\dfrac{g(x)}{x^2}$ **0.5**

ب- إشارة $f'(x)$ عكس إشارة $g(x)$ ، إذن f متزايدة تماما على $]0;\alpha]$ و متناقصة تماما على $[\alpha;+\infty[$

جدول تغيرات f :

x	0		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(\alpha)$	↘	$-\infty$

0.25

0.25

3) أ- تبيين أنّ المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) و كتابة معادلة له:

$(\Delta)//(T)$ يكافئ $f'(x)=-1$ و منه $x=1$ ، فعلا يوجد مماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة $P(1;2)$ يوازي (Δ).

معادلة له : $y=-x+3$

ب- التحقق من أنّ $f(\alpha)=1-2\alpha+\dfrac{2}{\alpha}$ **0.25**

- استنتاج حصر $f(\alpha)$: باستعمال قواعد الحصر نجد : $2.11<f(\alpha)<2.17$

ج- $f(2)=\ln 2$ ، $f(3)=-\dfrac{4}{3}+\ln 3$

رسم المستقيمين (Δ) ، (T) و المنحنى (C_f)

0.25

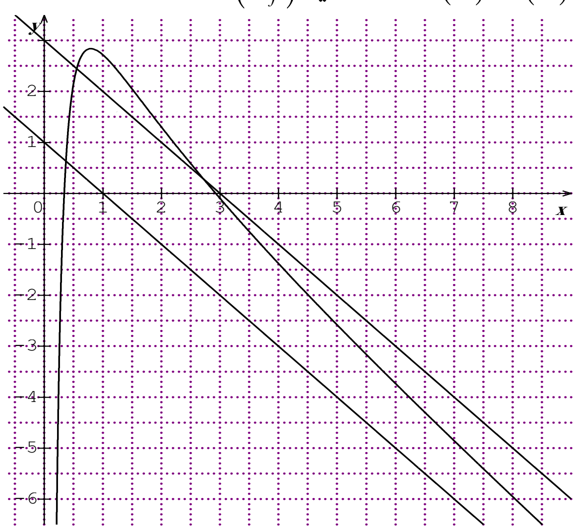
0.25

0.25

0.25

0.25

01 ن



المناقشة البيانية :

المعادلة $\frac{2}{x}(1+\ln x)=m$ تكافئ $f(x)=-x+m+1$

حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحني (C_f) مع المستقيم (Δ_m) الذي معادلته $y=-x+m+1$: و الموازي لـ(T) و(Δ).

- من أجل $m\in]-\infty;0]$ ، المعادلة تقبل حلا وحيدا
- من أجل $m\in]0;2[$ ، المعادلة تقبل حلين متمايزين
- من أجل $m=2$ ، المعادلة تقبل حلا مضاعفا
- من أجل $m\in]2;+\infty[$ ، المعادلة لا تقبل حلا **0.5**

أ- حساب المساحة

$$A(\lambda)=\int_1^{\lambda}\frac{2}{x}(1+\ln x)\,dx=2\ln\lambda+(\ln\lambda)^2=\left[(2+\ln\lambda)\ln\lambda\right]ua :$$ **0.25**

ب- تعيين λ حيث $A(\lambda)=\ln\lambda^3$

المعادلة تكافئ $\ln\lambda=0$ أو $\ln\lambda=1$ أي $\lambda=1$ و هو مرفوض أو $\lambda=e$ و هو المناسب . **0.25**

الجزء الثالث :

إثبات أنّ جميع المنحنيات (C_a) تشمل نقطة ثابتة :

لتكن $M_0(x_0;y_0)\in(C_a)\cap(C_{a'})$ معناه

$1-x_0+\frac{a}{x_0}(1+\ln x_0)=1-x_0+\frac{a'}{x_0}(1+\ln x_0)$ حيث $a\neq a'$ ، أي

$\frac{a-a'}{x_0}(1+\ln x_0)=0$ و عليه $1+\ln x_0=0$ و منه $x_0=\frac{1}{e}$

فعلا جميع المنحنيات (C_a) تشترك في النقطة الثابتة $H\left(\frac{1}{e};\frac{e-1}{e}\right)$ **0.25**

أ- إحداثيا النقطة G_a

$$G_a\left(a;1-a+\frac{2}{a}(1+\ln a)\right)$$ **0.25**

ب- مجموعة النقط G_a لما يمسح العدد a المجموعة $\mathbb{R}_+^*$ هي المنحني (C_f). **0.25**

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفـــاع الوطـــني — السنة الدراسية: 2019/2018

أركان الجيش الوطني الشعبي — المستوى: السنة الثالثة ثانوي

دائرة الاستعمال والتحضير — الشعبة: علوم تجريبية

مديرية مدارس أشبال الأمة

امتحان بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات

تصحيح الموضوع الثاني

محاور الموضوع	عناصر الإجـــــابة	العلامـــــة مجزأة	العلامـــــة كاملة
التمرين الأول	1 - أ- $z_A=\sqrt{2}\left(\cos(\frac{\pi}{4})+i\sin(\frac{\pi}{4})\right)$	0.25	05 ن
	$z_B=2\left(\cos(-\frac{\pi}{6})+i\sin(-\frac{\pi}{6})\right)$	0.25	
	$\frac{z_A}{z_B}=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos(\frac{5\pi}{12})+i\sin(\frac{5\pi}{12})\right)$	0.25	
	و منه $z_A=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ و $z_B=2e^{i(-\frac{\pi}{6})}$ و $\frac{z_A}{z_B}=\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i(\frac{5\pi}{12})}$	0.75	
	ب - $\frac{z_A}{z_B}=\frac{\sqrt{3}-1}{4}+i\frac{\sqrt{3}+1}{4}$	0.25	
	و منه $\begin{cases}\cos(\frac{5\pi}{12})=\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}\\ \sin(\frac{5\pi}{12})=\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}\end{cases}$ (.	0.5	
	2 - نعلم ان $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n\left(\cos(\frac{5n\pi}{12})+i\sin(\frac{5n\pi}{12})\right)$ (مع $n\in\mathbb{N}$) و لدينا $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n=\frac{1}{8}\left(1-\sqrt{3}i\right)=\frac{1}{4}\left(\cos(-\frac{\pi}{3})+i\sin(-\frac{\pi}{3})\right)$ (مع $n\in\mathbb{N}$) معناه $\begin{cases}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n=\frac{1}{4}\\ \frac{5n\pi}{12}=-\frac{\pi}{3}+2k\pi(k\in\mathbb{Z})\end{cases}$ (مع $n\in\mathbb{N}$) معناه $n=4$		
	و لدينا $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^8=\left(\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^4\right)^2=\left(\frac{1}{8}\left(1-\sqrt{3}i\right)\right)^2=\left(\frac{1}{4}\left(\cos(-\frac{\pi}{3})+i\sin(-\frac{\pi}{3})\right)\right)^2$	0.5	

$$=\frac{1}{16}\left(\cos(-\frac{2\pi}{3})+i\sin(-\frac{2\pi}{3})\right)=\frac{1}{16}\left(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)=-\frac{1}{32}\left(1+\sqrt{3}i\right)$$

0.25

3 - s **هو تشابه مباشر مركزه 0 و نسبته** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **و زاويته** $\frac{5\pi}{12}$.

0.5

4 - أ - (Γ_1) **هي الدائرة ذات المركز** c **ونصف القطر 2.**

0.5

ب - (Γ_2) **هي نصف المستقيم الذي مبدؤه** c **و شعاع توجيه له مع** $\vec{\omega}$

$(\vec{u},\vec{\omega})=\frac{\pi}{4}+2k\pi(k\in\mathbb{Z})$ **بستثناء النقطة** c

0.5

5 - صورة (Γ_1) **بالتحويل** s **هي الدائرة ذات نصف القطر** $\sqrt{2}$ **و المركز** c' **ذات الاحقة** $z_{c'}$ **حيث**

$$z_{c'}=s(c)=\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i(\frac{5\pi}{12})}(4)=2\sqrt{2}e^{i(\frac{5\pi}{12})}=\sqrt{3}-1+i(\sqrt{3}+1)$$

اي $c'(\sqrt{3}-1,\sqrt{3}+1)$

0.5

04 ن

التمرين الثاني

1 . أ. $P(A)=\frac{C_3^2+C_4^2+C_5^2}{C_{12}^2}=\frac{19}{66}$

0.5

$$P(B)=\frac{C_5^1\times C_7^1+C_5^2}{C_{12}^2}=\frac{15}{22}$$

0.5

$$P(A\cap B)=\frac{C_5^2}{C_{12}^2}=\frac{5}{33}$$

0.5

ب. بما أن: $P(A\cap B)\neq P(A)\times P(B)$

فإن الحادثتان A و B غير مستقلتان .

0.5

2. المتغير العشوائي X قيمه

$X=\{2;3;4;5;6\}$

0.25

قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X هو :

قانون الاحتمال للمتغير العشوائي

$X=x_i$	2	3	4	5	6
$P(X=x_i)$	$\frac{6}{66}$	$\frac{24}{66}$	$\frac{23}{66}$	$\frac{12}{66}$	$\frac{1}{66}$

1.25

الأمل الرياضياتي :

$$E(X)=2\frac{1}{11}+3\frac{4}{11}+4\frac{23}{66}+5\frac{2}{11}+6\frac{1}{66}=\frac{242}{66}=\frac{11}{3}$$

0.5

04 ن

التمرين الثالث

1) $f'(x)=\frac{x+1}{x+2}$ و $f'(x)>0$ و $\lim\limits_{x\to -1}f(x)=-1$ من أجل $x>0$

0.5

2) أ) $u_0>-1$. و $u_n>-1$ فإن $f(u_n)>-1$.

0.5

ب) $u_{n+1}-u_n\leq 0$.

0.5

ج)محدودة من الأسفل و متناقصة فهي متقاربة.

0.5

$\lim u_n = \ell$ حل المعادلة $f(\ell)=\ell$ ..... $\ell=-1$.

3)أ) $v_n = 3-u_n$.

$\lim(u_0+2)\times\ldots\times(u_{n-1}+2) = \lim e^{v_n} = e^4$.

التمرين الرابع — 07 ن

1) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$

$$f'(x) = -ee^{-\frac{x}{2}}+e^{-x} = e^{-\frac{x}{2}}\left(e^{-\frac{x}{2}}-e\right)$$

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$	0

(القيمة عند -2 : e^2)

2)

$$f''(x) = e^{-\frac{x}{2}}\left(\frac{e}{2}-e^{-\frac{x}{2}}\right)$$

x	$-\infty$	$2\ln 2-2$	$+\infty$
$f''(x)$		0	$-$

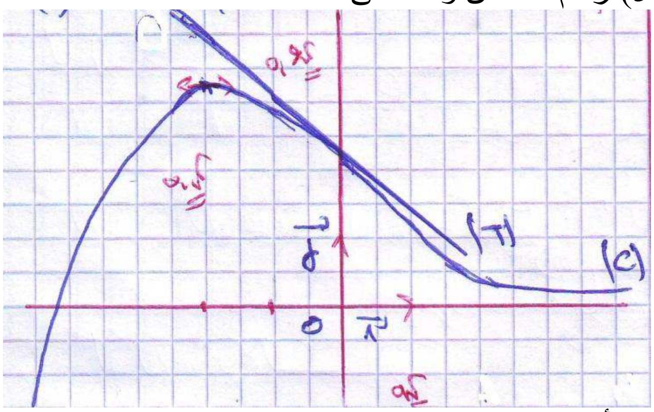
النقطة $A(2\ln 2-2\ ,\ f(2\ln 2-2))$ ، نقطة إنعطاف.

3) معادلة المماس (T) .

$(T): y=(1-e)x+2e-1$

4) نقطة تقاطع المنحنى مع محور الفواصل

5) رسم المماس والمنحنى



6) أ)

$$S_\lambda = \int_{-2}^{\lambda} f(x)\,dx = \left[-4ee^{-\frac{x}{2}}\right]_{-2}^{\lambda} + \left[e^{-x}\right]_{-2}^{\lambda} = \left(-4ee^{-\frac{\lambda}{2}}+e^{-\frac{\lambda}{2}}+3e^2\right)$$

$$S_\lambda = 2e+1\ \ ua$$

ب) $-4ee^{-\frac{\lambda}{2}}+e^{-\frac{\lambda}{2}}+3e^2 = 2e+1$

العلامات: 0.5 ، 0.5 ، 01 ، 0.5 ، 0.5 ، 0.5 ، 0.5 ، 0.25 ، 0.25 ، 0.25 ، 0.25 ، 01 ، 0.75

$$\left(e^{-\frac{\lambda}{2}}\right)^2-4e\left(e^{-\frac{\lambda}{2}}\right)+3e^2-2e-1=0$$

نضع $t=e^{-\frac{\lambda}{2}}$ مع $t>0$

$$t^2-4et+3e^2-2e-1$$

$$t_1=\frac{4e+2e+2}{2}\quad t_2=\frac{4e-2e-2}{2}$$

$$=3e+1\quad =e-\frac{1}{2}$$

$$-\frac{\lambda}{2}=\ln(3e+1)$$

$$\lambda=-2\ln(3e+1)$$

01 — ج) $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} S(\lambda)=3e^2$

0.25 — 7) المناقشة البيانية

01 —

$$\begin{cases} m^2=0 \Leftrightarrow m=0: & \text{المعادلة تقبل حل وحيد} \\ 0<m^2<e: & \text{المعادلة تقبل حلين مختلفين} \\ m^2=e \Leftrightarrow m=e \text{ أو } m=-e: & \text{المعادلة تقبل حل مضاعف} \\ m^2>e^2 \text{ أي } m>e \text{ أو } m<-e: & \text{المعادل لا تقبل حل} \end{cases}$$