

على الطالب أن يختار أحد الموضوعين التاليين :
الموضوع الأول :

التمرين الأول: (04 نقاط)

- يحتوي صندوق على كرتين بيضاويين وأربع كرات سوداء.
- (I) نسحب على التوالي أربع كرات من هذا الصندوق بإرجاع الكرة المسحوبة.
- (1) أحسب عدد الإمكانيات الكلية لهذه التجربة.
- (2) أحسب في كل حالة من الحالتين التاليتين احتمال الحصول على:
- (A) ثلاث كرات سوداء وكرة بيضاء بهذا الترتيب.
- (B) ثلاث كرات سوداء وكرة بيضاء.
- (II) عدد طبيعي غير معدوم. نسحب على التوالي n كرة من هذا الصندوق بإرجاع الكرة المسحوبة.
- نرمز بالرمز P_n إلى احتمال الحصول على كرة بيضاء واحدة فقط في السحب n .
- (1) أحسب P_1 ، P_2 ، و P_3 .
- (2) (A) بين أن $P_n = \frac{1}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$.
- (B) أكتب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = P_1 + P_2 + \dots + P_n$
- (C) أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

- الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. نعتبر النقط $A(-2; 0; 1)$ ، $B(1; 2; -1)$ و $C(-2; 2; 2)$.
- (1) (A) أحسب الجداء السلمي $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ ثم الطولين AB و AC .
- (B) عين قياسا بالدرجات مدورا إلى الوحدة للزاوية \widehat{BAC} .
- (C) استنتج أن النقط A ، B و C ليست على استقامة.
- (D) أثبت أن: $2x - y + 2z + 2 = 0$ معادلة ديكراتية للمستوي (ABC)
- (2) لتكن (P_1) و (P_2) المستويين ذي المعادلتين $x + y - 3z + 3 = 0$ و $x - 2y + 6z = 0$ على الترتيب.

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = -1 + 3t ; (t \in \mathbb{R}) \\ z = t \end{cases}$$

• بين أن المستويين (P_1) و (P_2) متقاطعين في مستقيم (Δ) له تمثيل وسيطي :

- (3) بين ان المستقيم (Δ) و المستوي (ABC) متقاطعان ثم حدد إحداثيات نقطة تقاطعهما.
- (4) ليكن (S) سطح الكرة ذات المركز $\Omega(1; -3; 1)$ ونصف القطر $r = 3$.
- (ا) أعط معادلة ديكارتية لـ (S) .
- (ب) حدد تقاطع (S) مع المستوي (ABC) .

التمرين الثالث: (05 نقاط)

- (ا) a و b عدنان حقيقيان.
- (1) انشر الجداء $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$
- (2) حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة: $z^3 + 8 = 0$
- (II) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{OI}; \vec{OJ})$ النقط A ، B و D التي لواحقها: $z_D = 1 + \sqrt{3}i$ ، $z_B = 1 - \sqrt{3}i$ ، $z_A = -2$
- (1) علم النقط A ، B و D .
- (2) (ا) أكتب على الشكل الأسّي العدد المركب α حيث: $\alpha = \frac{z_D - z_A}{z_B - z_A}$
- (ب) استنتج نوع المثلث ABD .
- (ج) أكتب معادلة للدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABD .
- (3) لتكن C مرجح الجملة $\{(A, -1), (B, 1), (D, 1)\}$
- (ا) عين z_C لاحقة النقطة C ثم حدد مع التبرير طبيعة الرباعي $ABCD$.
- (ب) أحسب قياسا بالرديان للزاوية الموجهة (\vec{DC}, \vec{DO}) ثم استنتج الوضع النسبي للمستقيم (DC) و الدائرة (C) .
- (4) لتكن (I) مجموعة النقط M التي لواحقها z حيث: $arg(\bar{z} + 2) = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ ، $k \in \mathbb{Z}$
- تحقق أن النقطة B تنتمي إلى المجموعة (I) ثم حدد (I) .
- (5) الدوران R الذي مركزه النقطة D ويحول النقطة A إلى النقطة B .
- (ا) أكتب العبارة المركبة للدوران R .
- (ب) تحقق أن: $R(B) = C$ ثم استنتج صورة المثلث ABD بالدوران R .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- (ا) a و b عدنان حقيقيان و h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$ كمايلي: $h(x) = ax + b - \ln|x|$
- جدول تغيرات الدالة h كالتالي:

x	$-\infty$	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$h'(x)$	+	-	0	+
$h(x)$	↗		↘	↗

$\ln 2$

(1) أحسب $h'(x)$ بدلالة a .

(2) بين أن $a = 2$ و $b = -1$.

(3) (ا) بين أن المعادلة $h(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha \in]-\frac{1}{4}, -\frac{1}{8}[$
 (ب) بقراءة لجدول تغيرات الدالة h شكل جدول إشارة $h(x)$.

(II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - \frac{1}{2}x \ln(x)^2 & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أدرس استمرارية الدالة f عند القيمة 0

(2) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0 ثم فسر النتيجة هندسيا.

(3) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(4) (ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم $x : f'(x) = h(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة $f(x)$.
 (ب) شكل جدول تغيرات الدالة f .

(5) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيينها.

(6) تحقق أن $f(\alpha) = \alpha - \alpha^2$ ثم استنتج حصر للعدد $f(\alpha)$.

(7) ارسم في المجال $[-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}]$ المنحنى (C_f) .

(8) (ا) باستعمال المكاملة بالتجزئة أوجد الدالة الأصلية للدالة $x \mapsto x \ln x$ على المجال $]0, +\infty[$
 و التي تنعدم عند 1.

(ب) احسب S مساحة الحيز المستوي تحت المنحنى (C_f) والمحصور بين المستقيمين اللذين معادلتها
 $x = 1$ و $x = 2$.

الموضوع الثاني :

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0, +\infty[$ كمايلي: $f(x) = \frac{3x-1}{2x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

كما هو موضح في الشكل (1) . وليكن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$

$$(1) \quad \begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases} \quad (U_n) \text{ متتالية معرفة على } \mathbb{N} \text{ كمايلي:}$$

(ا) مثل الحدود U_0, U_1, U_2, U_3 على محور الفواصل مبرزا خطوط الإنشاء.

(ب) خمن اتجاه تغير وتقارب المتتالية (U_n) .

(ج) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n فان $U_n > 1$ ثم بين أن (U_n) متناقصة .

(د) استنتج ان المتتالية (U_n) متقاربة .

(2) (ا) اثبت انه من اجل كل عدد طبيعي n فان: $U_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{2}(U_n - 1)$

(ب) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n فان $U_n - 1 \leq (\frac{1}{2})^n$ ثم استنتج نهاية المتتالية (U_n) .

(3) لتكن (V_n) متتالية معرفة على \mathbb{N} كمايلي: $V_n = \frac{U_n - 1}{2U_n - 1}$

(ا) بين أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين اساسها وحدها الأول.

(ب) احسب المجموع S_n بدلالة n حيث: $S_n = \frac{V_0 - 1}{U_0} + \frac{V_1 - 1}{U_1} + \frac{V_2 - 1}{U_2} + \dots + \frac{V_n - 1}{U_n}$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

ثلاث صناديق A, B, C يحوي كل منها 10 كريات متماثلة بحيث:

الصندوق A : يحوي كريتين حمراوتين و 8 كريات خضراء .

الصندوق B : يحوي 3 كريات حمراء و 7 كريات خضراء .

الصندوق C : يحوي 4 كريات حمراء و 6 كريات خضراء .

نأخذ عشوائيا أحد الصناديق ونسحب منه كرية واحدة عشوائيا .

(1) شكل شجرة الاحتمالات لهذه الوضعية.

(2) مااحتمال أن تكون الكرية المسحوبة حمراء .

(3) مااحتمال أن تكون الكرية المسحوبة حمراء و من الصندوق الأول.

(4) إذا كانت الكرية المسحوبة حمراء.فماهواحتمال أن تكون قد سحبت من الصندوق الأول.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة التالية: $z^2 + \alpha z + 4 = 0 \dots (I)$

(1) عين العدد الحقيقي α حتى يكون العدد $(\sqrt{3} + i)$ حلا للمعادلة (I) ثم استنتج الحل الآخر .

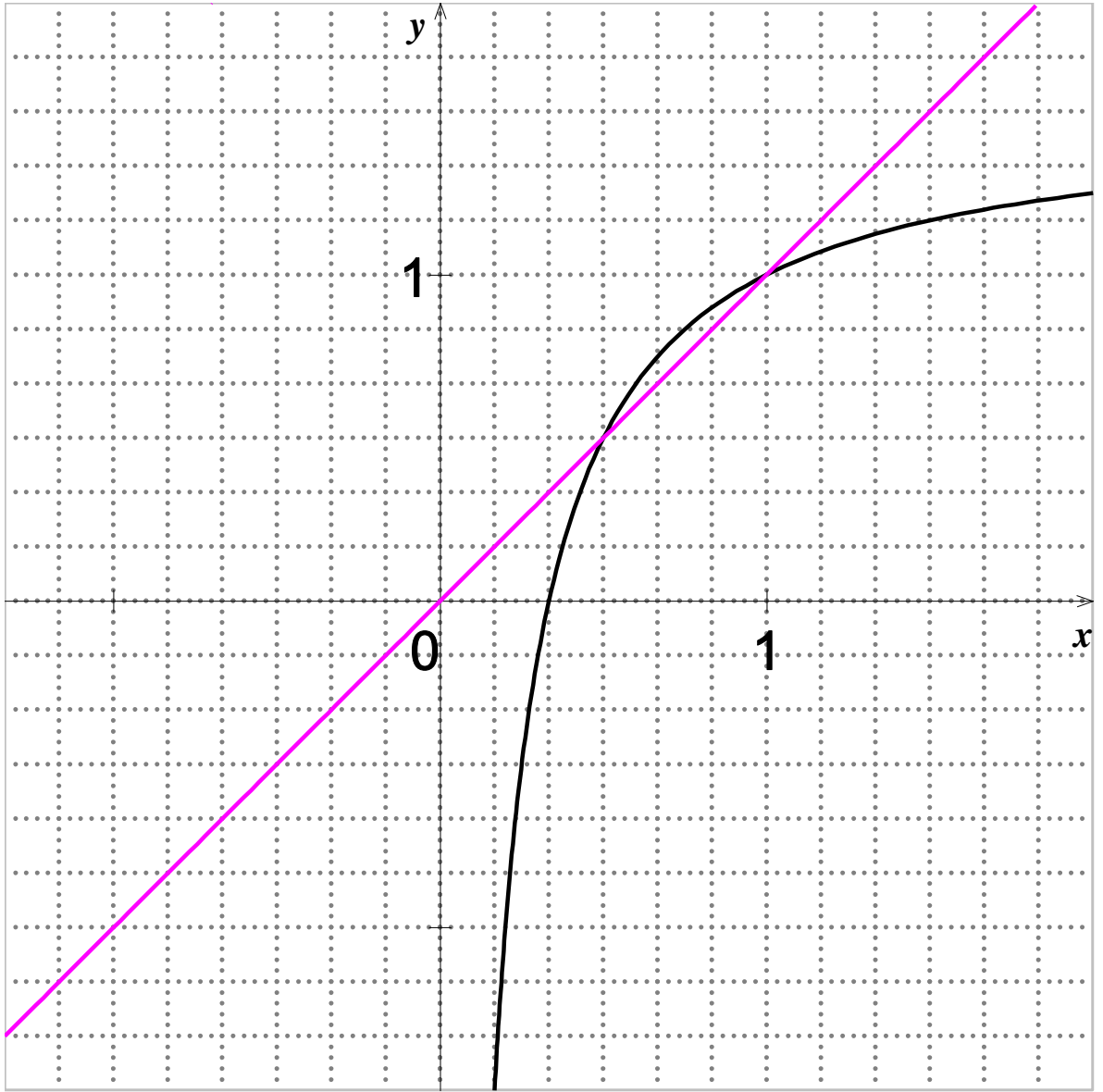
(2) في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد متجانس $(O; \vec{OI}; \vec{OJ})$.

• نعتبر النقط A, B, C, D صور الأعداد المركبة: $z_A = \sqrt{3} + i, z_B = \bar{z}_A, z_C = i, z_D = -z_A$

- (ا) أكتب كل من: z_A ، z_B ، z_C ، و z_D على الشكل الآسي.
- (ب) لتكن المجموعة (Ω) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z التي تحقق:
 \mathbb{R} تمسح θ ، $z = 2e^{i\theta}$
- أثبت أن النقط A ، B و D تنتمي للمجموعة (Ω) .
 - عين المجموعة (Ω) ثم أنشئها.
- (3) (ا) عين العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي مركزه A ويحول B إلى C محددًا نسبته وزاويته.
- (ب) حدد طبيعة المثلث ABC ثم احسب مساحته .
- (ج) بين أن مساحة المثلث ACC' صورة المثلث ABC بالتشابه S هي $\frac{3}{4}\sqrt{3}(ua)$
- (4) لتكن (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z التي تحقق:
- $$arg(z^2 + 3) = arg(z + i\sqrt{3}) + 2k\pi \dots (II)$$
- (ا) بين أن (II) تكافئ: $arg(z - i\sqrt{3}) = 2k\pi$.
- (ب) إستنتج طبيعة المجموعة (E) .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
- (ا) نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} ب: $g(x) = e^x + 2 - x$
- (1) ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
- (2) استنتج اشارة الدالة g على \mathbb{R} .
- (II) نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} ب: $f(x) = x + (x - 1)e^{-x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم السابق.
- (1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- (2) (ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = e^{-x}g(x)$.
- (ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $(+\infty)$ ثم ادرس الوضع النسبي لهما.
- (4) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.
- (5) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) الذي يوازي المستقيم (Δ) .
- (6) (ا) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0 < \alpha < \frac{1}{2}$.
- (ب) أرسم (Δ) ، (T) و (C_f) .
- (7) (ا) بين أن الدالة $x \mapsto -xe^{-x}$ دالة أصلية للدالة $x \mapsto (x - 1)e^{-x}$ على المجال $[1, +\infty[$.
- (ب) احسب S_α مساحة المستوي المحصور بين المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتهم $x = \alpha$ و $x = 1$.
- (ج) احسب $\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} S_\alpha$.
- (8) ناقش حسب قيم الوسيط m عدد وإشارة حلول المعادلة $\frac{x-1}{e^x} = m$



الشكل 1