الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — ثانويات الاغواط- المقاطعة (01)

الامتحان التجريبي لبكالوريا التعليم الثانوي — دورة ماي 2024

الشعبة: رياضيـــــات

اختبار في مادة الرياضيات — المدة :04 ساعات ونصف

---

## على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

## الموضوع الأول

## يحتوي الموضوع الأوّل على 3 صفحات

### التمرين الأول ( 04 نقاط) :

1. نعتبر المتتالية العددية $(u_n)$ المعرفة بـ: $u_1 = \frac{1}{2}$ وبالعلاقة التراجعية: $u_{n+1} = \frac{1}{6}u_n + \frac{1}{3}$

ولتكن المتتالية $(v_n)$ المعرفة من اجل كل $n \geq 1$ بـــ: $v_n = u_n - \frac{2}{5}$

أ) بين ان المتتالية $(v_n)$ هندسية يطلب تعيين اساسها.

ب) استنتج عبارة $v_n$ بدلالة $n$ ثم عبارة $u_n$ بدلالة $n$.

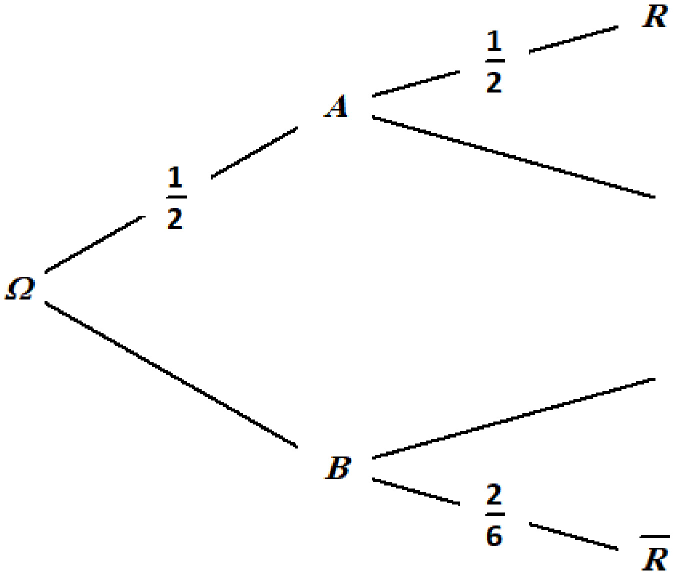
2. نعتبر نردين $A$ و $B$ غير مزيفين بحيث : النرد $A$ به ثلاث اوجه حمراء و ثلاث اوجه بيضاء ، اما النرد $B$ به اربع اوجه حمراء ووجهين بيضاوين.

نختار عشوائيا نردا ونرميه : إذا ظهر اللون الأحمر نحتفظ بهذا النرد ، اما اذا ظهر اللون الأبيض نغير النرد. ثم نرمي هذا النرد وهكذا دواليك.

نرمز بـ $A_n$ : الى الحدث : " رمي النرد $A$ $n$ مرة " و بـ: $\overline{A_n}$ إلى الحدث العكسي للحدث $A_n$.

و بـ $R_n$ الى الحدث: " ظهور اللون الأحمر في الرمية $n$ ". و بـ: $\overline{R_n}$ إلى الحدث العكسي للحدث $R_n$.

ونرمز بـ: $a_n$ الى احتمال الحدث $A_n$ و $r_n$ الى احتمال الحدث $R_n$




أ) عين $a_1$

ب) اكمل الشجرة ثم عين $r_1$

ج) بملاحظة أنّه من اجل كل $n \geq 1$

$$R_n = (R_n \cap A_n) \cup (R_n \cap \overline{A_n})$$

- بين أنّ: $r_n = -\frac{1}{6}a_n + \frac{2}{3}$

د) بيّن أنّه من أجل كل $n \geq 1$:

$$A_{n+1} = (A_n \cap R_n) \cup (\overline{A_n} \cap \overline{R_n})$$

ه) استنتج أنّه من أجل كل $n \geq 1$:

$a_{n+1} = \frac{1}{6}a_n + \frac{1}{3}$ ثمّ عيّن عبارة $a_n$ بدلالة $n$

و) استنتج عبارة $r_n$ بدلالة $n$ ثمّ أحسب $\lim_{n\to+\infty} r_n$

## التمرين الثاني(04.5 نقاط ) :

1) نعتبر في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول $z$: $\bar{z}^3 - 3\bar{z}^2 + 3\bar{z} + 7 = 0$ ..$(E)$ $\bar{z}$ هو مرافق العدد المركب $z$ .

أ/ بين أن المعادلة $(E)$ تكافئ المعادلة : $(\bar{z}+1)\left(\bar{z}^2 - 4\bar{z} + 7\right) = 0$ .

ب/ حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $(E)$ .

2) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ ، نعتبر النقط $A, B, C$ و $D$ لواحقها

على الترتيب: $z_A = -1$ ، $z_B = 2 + i\sqrt{3}$ ، $z_C = \overline{z_B}$ ، $z_D = 3$.

أ/ عين قيم العدد الطبيعي $n$ حتى يكون $(z_B - z_A)^n$ عددا حقيقيا سالبا .

ب/ عين طبيعة المثلث $ABC$ .

3) أ/أكتب العدد $\frac{z_A - z_C}{z_D - z_C}$ على الشكل الأسي، ثم استنتج أن النقطة $A$ صورة $D$ بتحويل نقطي يطلب تعيينه.

ب/ أوجد مركز ونصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث $ACD$ .

4) $(\Gamma)$ مجموعة النقط $M$ من المستوي لاحقتها $z$ تحقق: $z + 1 = 2\sqrt{3}.k.e^{i\frac{\pi}{6}}$ حيث $k$ يمسح المجال $]0;+\infty[$

✓ عين قيسا للزاوية الموجهة $(\vec{u};\overrightarrow{AB})$ ، ثم استنتج مجموعة النقط $(\Gamma)$.

5) أ/ عين قيمة العدد الحقيقي $\alpha$ بحيث يكون: $-\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB} + \alpha\overrightarrow{CD} = \vec{0}$ .

ب/ عين $(E)$ مجموعة النقط $M$ من المستوي حيث: $\left\|-\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{BM} - 3\overrightarrow{DM}\right\| \leq 2\left\|\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{CM}\right\|$

ج/ استنتج مجموعة نقط تقاطع $(E)$ و $(\Gamma)$.

## التمرين الثالث (04.5 نقاط ) :

1) من أجل كل عدد حقيقي $t$ وكل عدد طبيعي $n$ ، أنشر وبسط العبارة $(t-6)(t^2+1)$

ثم أدرس حسب قيم $n$ بواقي قسمة $3^n$ على $7$

2) $a$ ، $b$ و $c$ أعداد طبيعية تكتب في نظام التعداد ذي الأساس $p$ كمايلي : $a = \overline{102}$ ، $b = \overline{125}$ و $c = \overline{13154}$

أ/ علما أنّ : $a \times b = c$ جد قيمة العدد $p$

ب / أكتب كلا من $a$ ، $b$ و $c$ في النظام العشري

3) نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة: $38x - 53y = 15 \ldots\ldots\ldots (1)$

أ/ بيّن أنّه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلّا للمعادلة $(1)$ فإنّ $x \equiv 52[53]$

ب/ استنتج حلول المعادلة $(1)$

4) نعتبر الآن $x$ و $y$ عددان طبيعيّان ونسمي $d$ قاسمهما المشترك الأكبر

أ/ عين القيم الممكنة لـ $d$

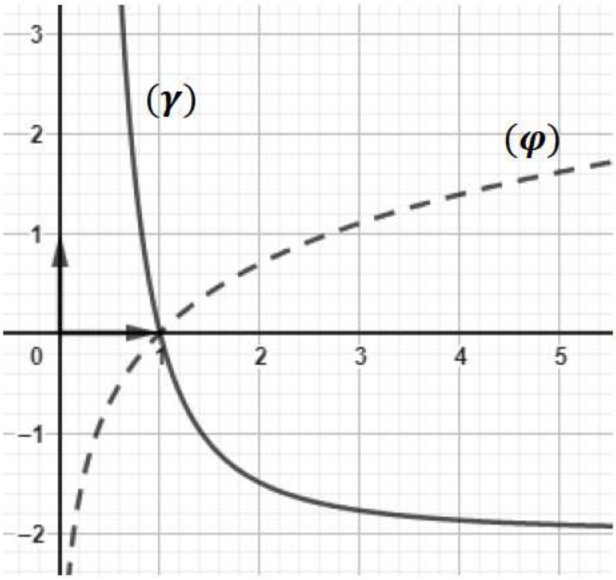
ب/ جد كل الثنائيات $(x;y)$ بحيث يكون $d = 15$

5) يحتوي كيس على $10$ قريصات مرقمة من $0$ إلى $9$ "لا نفرق بينها عند اللمس" ، نسحب في آن واحد قريصتين من الكيس

✓ أحسب أحتمال كي يكون مجموع رقمي القريصتين المسحوبتين من بواقي قسمة $3^n$ على $7$

## التمرين الرابع (07 نقاط) :

### الجزء الأول:




$(\gamma)$ و $(\varphi)$ التمثيلان البيانيان للدالتين المعرفتين على $]0;+\infty[$

$x \mapsto 2(\frac{1}{x^2}-1)$ و $x \mapsto lnx$ على الترتيب في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

$(\gamma)$ و $(\varphi)$ يتقاطعان في النقطة ذات الفاصلة $1$ كما هو موضح في الشكل المقابل:

$g$ الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=\frac{2}{x^2}-lnx-2$.

- ✓ بقراءة بيانية حدد وضعية $(\gamma)$ بالنسبة إلى $(\varphi)$ على $]0;+\infty[$ ، ثم استنتج حسب قيم $x$ إشارة $g(x)$.

### الجزء الثاني:

نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $]0;+\infty[$بـ: $f(x)=\frac{2x^2+x-lnx+1}{x}$.

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ .

1) أحسب: $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ . فسّر النتائج هندسيا

2) أ/ أثبت أنه من أجل كل $x$ من$]0;+\infty[$ : $f'(x)=\frac{g\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2}$ .

ب/عين دون حساب: $\lim\limits_{h\to 0}\frac{4-f(1+h)}{h}$، ثم فسر النتيجة هندسيا .

ج/ أدرس اتجاه تغيّر الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ/ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-2x]$ ، ماذا تستنتج

ب/ أدرس وضعية المنحنى$(C_f)$ بالنسبة إلى المستقيم$(\Delta)$ ذو المعادلة $y=2x+1$

4) أرسم كلا من $(\Delta)$ و$(C_f)$.

5) نضع من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $U_n=\int_{e^n}^{e^{n+1}}\big(f(x)-(2x+1)\big)dx$

أ/ أحسب $U_n$ بدلالة $n$ ثم استنتج طبيعة المتتالية $(U_n)$

ب/ لتكن $A$ مساحة حيز المستوي المحدد بالمنحني $(C_f)$ والمستقيم $(\Delta)$ وبالمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=e^2$ ، تحقق من أنّ: $A=(U_0-U_1)\,ua$

6) نعتبر الدالة $h$ المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بالعلاقة : $h(x)=x^2(1+lnx)-3x+2$

أ / أثبت أنه من أجل كل $x$ من المجال $]0,+\infty[$ فان: $\frac{h(x)}{x}=f\left(\frac{1}{x}\right)-4$ ثم استنتج أن $h(x)\geq 0$

ب/ عين $x$ بحيث يكون $h(x)=0$

انتهى الموضوع الأول

الشعبة : رياضيات　　　سلم تنقيط الموضوع الأول للبكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات　　　دورة ماي 2024

| العلامة | التمرين الاول(04 نقاط) |
|---|---|
| 0.5 | 1) أ) بين ان المتتالية $(v_n)$ هندسية يطلب تعيين اساسها. |
| 0.25+0.25 | ب) استنتج عبارة $v_n$ بدلالة $n$ ثم عبارة $u_n$ بدلالة $n$ . |
| 0.25 | 2) أ) عين $a_1$ |
| 0.25+0. 5 | ب) اكمل الشجرة ثم عين $r_1$ |
| 0.5 | ج) تبيين أنّ: $r_n=-\frac{1}{6}a_n+\frac{2}{3}$ |
| 0.5 | د) تبيين أنّه من أجل كل $n\geq 1$: $A_{n+1}=(A_n\cap R_n)\cup(\overline{A_n}\cap\overline{R_n})$ |
| 0.25 | هـ) استنتاج أنّ: $a_{n+1}=\frac{1}{6}a_n+\frac{1}{3}$ |
| 0.25 | ثم عبارة $a_n$ بدلالة $n$: |
| 0.25+0.25 | و) استنتاج عبارة $r_n$ بدلالة $n$ ثمّ $\lim\limits_{n\to+\infty} r_n$ |

| العلامة | التمرين الثاني(04 نقاط) |
|---|---|
| 0.25 | 1) أ/نبين أن المعادلة $(E)$ تكافئ... |
| 0.5 | ب/ نحل في $\mathbb{C}$ المعادلة $(E)$ : |
| 0.5 | 2) أ/تعيين قيم العدد الطبيعي $n$ |
| 0.5 | ب/تعيين طبيعة المثلث $ABC$ |
| 0.25 | 3) أ/ كتابة العدد $\frac{z_A-z_C}{z_D-z_C}$ على الشكل الأسي: |
| 0.25 | */استنتاج طبيعة التحويل الذي يحول $A$ إلى $D$ وعناصره المميزة: |
| 0.25 | |
| 0.25 | ب/تعيين مركز ونصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث $ACD$ |
| 0.5 | 4) عين قيسا للزاوية الموجهة $(\vec{u};\overrightarrow{AB})$ ، |
| 0.5 | ثم استنتاج مجموعة النقط $(\Gamma)$. |
| 0.5 | 5) أ/ عين قيمة العدد الحقيقي $\alpha$ |
| 0.25 | ب/ تعيين $(E)$ مجموعة النقط $M$ |
| | ج/ استنتج مجموعة نقط تقاطع $(E)$ و $(\Gamma)$. |

| العلامة | التمرين الثالث(05 نقاط) |
|---|---|
| 0.25 | |
| 0.5 | 1) نشر وتبسيط العبارة : |
| 0.5 | دراسة حسب قيم $n$ بواقي قسمة $3^n$ على $7$ |
| 0.5 | 2) أ/ إيجاد قيمة العدد $p$ |
| 0.5 | ب / كتابة كلا من $a$ ، $b$ و $c$ في النظام العشري |
| | 3) أ/ تبيين أنّه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلّا للمعادلة $(1)$ فإنّ $x\equiv 52[53]$ |
| 0.5 | |
| 0.5 | ب/ استنتاج حلول المعادلة $(1)$ |
| 0.75 | 4) أ/ عين القيم المكنة لـ $d$ |
| 0.5 | ب/ إيجاد كل الثنائيات $(x;y)$ بحيث يكون $d=15$ |
| | 5) حساب احتمال كي يكون مجموع رقمي القريصتين المسحوبتين من بواقي قسمة $3^n$ على $7$ |

| العلامة | التمرين الرابع (07 نقاط) |
|---|---|
| | الجزء الأول: |
| 0.5 | تحديد وضعية $(\gamma)$ بالنسبة إلى $(\varphi)$ |
| 0.25 | - اشارة $g(x)$ |
| | الجزء الثاني: |
| 0.25+0.25 | 1) حساب نهايتي الدالة $f$ عند $0$ و $+\infty$ |
| 0.25 | التفسير |
| 0.5 | 2) أ/ اثبات انه من أجل كل $x$ من $D_f$: $f'(x)=\frac{g\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2}$ |
| 0.25 | ب/ $\lim\limits_{h\to 0}\frac{4-f(1+h)}{h}=-f'(1)=0$ |
| 0.25 | التفسير |
| 0.5 | ج /استنتاج اتجاه تغير الدالة $f$: |
| 0.25 | * جدول تغيرات الدالة $f$ : |
| 0.5 | 3) أ/ حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-2x]$ |
| 0.25 | الاستنتاج |
| 0.5 | ب/ دراسة وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة لـ $(\Delta)$: |
| 0.25+0.25 | 4) رسم كلا من $(\Delta)$ و $(C_f)$. |
| 0.25+0. 5 | 5) أ/ حساب $U_n$ بدلالة $n$ ثم استنتاج طبيعة المتتالية $(U_n)$ |
| 0.25 | ب/ التحقق من أنّ: $A=(U_0-U_1)\,ua$ |
| 0.25 | 6) أ/ إثبات أنّ: $\frac{h(x)}{x}=f\left(\frac{1}{x}\right)-4$ |
| 0.5 | استنتاج أن $h(x)\geq 0$ |
| 0.25 | ب/ تعيين $x$ بحيث يكون $h(x)=0$ |

*** انتهـــــــى ***

# التصحيح المفصّل للموضوع الاوّل

## تصحيح التمرين الأول :

1) أ) تبيين ان المتتالية $(v_n)$ هندسية يطلب تعيين اساسها.

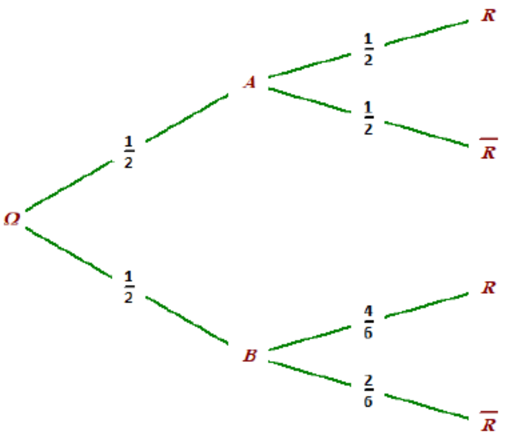
$$v_{n+1}=\frac{1}{6}v_n$$

أي $(v_n)$ هندسية أساسها $\frac{1}{6}$

ب) عبارة $v_n$ بدلالة $n$ : $v_n=\frac{1}{10}\left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}$ ، عبارة $u_n$ بدلالة $n$ : $u_n=\frac{1}{10}\left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}+\frac{2}{5}$

2) أ) $a_1=\frac{1}{2}$

ب) إكمال الشجرة




$$r_1=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{4}{6}=\frac{7}{12}$$

ج) تبيين أنّ: $r_n=-\frac{1}{6}a_n+\frac{2}{3}$

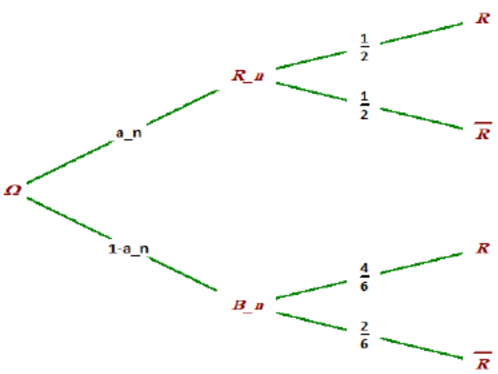
لدينا:

$$R_n=(R_n\cap A_n)\cup(R_n\cap\overline{A_n})$$

أي : $r_n=\frac{1}{2}a_n+\frac{4}{6}(1-a_n)=-\frac{1}{6}a_n+\frac{2}{3}$

د) تبيين أنّه من أجل كل $n\geq 1$ :

$$A_{n+1}=(A_n\cap R_n)\cup(\overline{A_n}\cap\overline{R_n})$$




من أجل الرمية $(n+1)$ بالنرد $A$:

يلعب الرمية $n$ ويتحصل على اللون الأحمر $R_n$ أو يلعب الرمية $n$

بالنرد $B$ ويتحصل على اللون الأبيض $\overline{R_n}$

أي : $A_{n+1}=(A_n\cap R_n)\cup(\overline{A_n}\cap\overline{R_n})$

ه) استنتاج أنّه من أجل كل $n\geq 1$ : $a_{n+1}=\frac{1}{6}a_n+\frac{1}{3}$

لدينا : $A_{n+1}=(A_n\cap R_n)\cup(\overline{A_n}\cap\overline{R_n})$ أي :

$$a_{n+1}=P(A_{n+1})=\frac{1}{2}a_n+\frac{2}{6}(1-a_n)=\frac{1}{6}a_n+\frac{1}{3}$$

عبارة $a_n$ بدلالة $n$:

بما أن : $u_{n+1}=\frac{1}{6}u_n+\frac{1}{3}$ إذن : $a_n=u_n=\frac{1}{10}\left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}+\frac{2}{5}$

و) استنتاج عبارة $r_n$ بدلالة $n$ ثمّ $\lim\limits_{n\to+\infty} r_n$ :

لدينا: $r_n=-\frac{1}{6}a_n+\frac{2}{3}$ أي: $r_n=-\frac{1}{6}\left(\frac{1}{10}\left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}+\frac{2}{5}\right)+\frac{2}{3}$

ومنه $r_n=-\frac{1}{10}\left(\frac{1}{6}\right)^{n}+\frac{3}{5}$

$$\lim_{n\to+\infty} r_n=\lim_{n\to+\infty}\left[=-\frac{1}{10}\left(\frac{1}{6}\right)^{n}+\frac{3}{5}\right]=\frac{3}{5}\ \checkmark$$

## تصحيح التمرين الثاني:

1) أ/نبين أن المعادلة $(E)$ تكافئ $(\overline{z}+1)\left(\overline{z}^2-4\overline{z}+7\right)=0$ لدينا:

$$(\overline{z}+1)\left(\overline{z}^2-4\overline{z}+7\right)=0\ (E)\ldots\ \overline{z}^3-3\overline{z}^2+3\overline{z}+7=0$$

يكافئ $\overline{z}^3-4\overline{z}^2+7\overline{z}+\overline{z}^2-4\overline{z}+7=0$ يكافئ $\overline{z}^3-3\overline{z}^2+3\overline{z}+7=0$

ب/ نحل في $\mathbb{C}$ المعادلة $(E)$ :

$(E)$ تكافئ $(\overline{z}+1)(\overline{z}^2-4\overline{z}+7)=0$

يكافئ $(\overline{z+1})(\overline{z^2-4z+7})=0$ يكافئ $(z+1)(z^2-4z+7)=0$

يكافئ $\begin{cases} z=-1 \\ z^2-4z+7=0 \end{cases}$ ، $\Delta=-12=\left(2\sqrt{3}i\right)^2$

$z_1=2-\sqrt{3}i$ و $z_2=2+\sqrt{3}i$

ومنه : $S=\left\{-1;2-\sqrt{3}i;2+\sqrt{3}i\right\}$

2)أ/تعيين قيم العدد الطبيعي $n$ حتى يكون العدد المركب $(z_B-z_A)^n$ عددا حقيقيا سالبا: لدينا

$$(z_B-z_A)^n=(2+\sqrt{3}i+1)^n=(3+\sqrt{3}i)^n$$

ومنه $(z_B-z_A)^n=(2\sqrt{3})^n e^{i\frac{n\pi}{6}}$

$(z_B-z_A)^n$ عددا حقيقيا سالبا معناه: $arg(z_B-z_A)^n=\pi+2k\pi$ ومنه $\frac{n\pi}{6}=\pi+2k\pi$

إذن $n=12k+6\ \ ;k\in\mathbb{N}$

ب/تعيين طبيعة المثلث $ABC$

$$AC=|z_C-z_A|=\left|3-i\sqrt{3}\right|=2\sqrt{3}\quad AB=|z_B-z_A|=\left|3+i\sqrt{3}\right|=2\sqrt{3}$$

$$BC=|z_C-z_B|=\left|-2i\sqrt{3}\right|=2\sqrt{3}$$

بما ان: $AB=AC=BC$ فإن المثلث $ABC$ متقايس الأضلاع

3) أ/ كتابة العدد $\frac{z_A-z_C}{z_D-z_C}$ على الشكل الأسي:

$$\frac{z_A-z_C}{z_D-z_C}=\frac{-1-2+i\sqrt{3}}{3-2+i\sqrt{3}}=\frac{-3+i\sqrt{3}}{1+i\sqrt{3}}=\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$$

*/استنتاج طبيعة التحويل الذي يحول $A$ إلى $D$ وعناصره المميزة:

$\frac{z_A-z_C}{z_D-z_C}=\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$ معناه $z_A-z_C=\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}(z_D-z_C)$

معناه النقطة $A$ صورة النقطة $D$ بالتشابه المباشر الذي مركزه النقطة $C$ و نسبته $\sqrt{3}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$

ب/تعيين مركز ونصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث $ACD$

لدينا: $\frac{z_A-z_C}{z_D-z_C}=\sqrt{3}\ e^{i\frac{\pi}{2}}$ معناه $\begin{cases} \left|\frac{z_A-z_C}{z_D-z_C}\right|=\sqrt{3} \\ (\overrightarrow{CD};\overrightarrow{CA})=\frac{\pi}{2}+2k\pi;k\in\mathbb{Z} \end{cases}$

اذن المثلث $ACD$ قائم في $C$ ومنه مركز الدائرة المحيطة بالمثلث $ACD$ هو النقطة $I$ منتصف الوتر $[AD]$

لاحقتها $z_I=\frac{z_A+z_D}{2}=\frac{3}{2}-i\frac{1}{2}$

4/ تعيين قيس للزاوية الموجهة $(\vec{u};\overrightarrow{AB})$ :

لدينا: $(\vec{u};\overrightarrow{AB})=arg(z_B-z_A)=\frac{\pi}{6}+2k\pi\ ;k\in\mathbb{Z}$

/*استنتاج $(\Gamma)$ مجموعة النقط $M(z)$ حيث :

$z+1=2\sqrt{3}ke^{i\frac{\pi}{6}}$ معناه $z-z_A=k(z_B-z_A)$ معناه $\overrightarrow{AM}=k\cdot\overrightarrow{AB}$

ومنه: من أجل $k$ يمسح المجال $]0;+\infty[$ المجموعة $(\Gamma)$ هي نصف مستقيم مبدؤه النقطة $A$ وشعاع توجيهه

$\overrightarrow{AB}$ لاحظ: $2\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{6}}=3+i\sqrt{3}$

5) أ/*تعيين قيمة العدد $\alpha$ حيث $-\overrightarrow{CA}+2\overrightarrow{CB}+\alpha\overrightarrow{CD}=\vec{0}$

$-\overrightarrow{CA}+2\overrightarrow{CB}+\alpha\overrightarrow{CD}=\vec{0}$ معناه النقطة $C$ هي مرجح الجملة $\{(A;-1),(B;2),(D;\alpha)\}$

$\begin{cases} x_C=\frac{-x_A+2x_B+\alpha x_D}{-1+2+\alpha} \\ y_C=\frac{-y_A+2y_B+\alpha y_D}{-1+2+\alpha}\end{cases}$ يكافئ $\begin{cases} 2=\frac{1+4+3\alpha}{1+\alpha} \\ -\sqrt{3}=\frac{0+2\sqrt{3}+0\cdot\alpha}{1+\alpha}\end{cases}$ ومنه $\alpha=-3$

ب/* تعيين $(E)$ مجموعة النقط $M$ من المستوي حيث :

$\left\|-\overrightarrow{AM}+2\overrightarrow{BM}-3\overrightarrow{DM}\right\|\le 2\left\|\overrightarrow{BM}-\overrightarrow{CM}\right\|\ldots(*)$

$(*)$ تكافئ $\left\|\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MD}\right\|\le 2\left\|\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{MC}\right\|$

$(*)$ تكافئ $\left\|-(-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MD})\right\|\le 2\left\|\overrightarrow{BC}\right\|$

$(*)$ تكافئ $\left\|(-1+2-3)\overrightarrow{CM}\right\|\le 2BC$ تكافئ $CM\le BC$

ومنه مجموعة النقط $(E)$ هي قرص مركزه النقطة $C$ ونصف قطره هو: $BC=2\sqrt{3}$

ج/* استنتاج مجموعة نقط تقاطع القرص $(E)$ و نصف المستقيم $AB)$: لدينا القرص $(E)$ مركزه $C$ ونصف قطره

$BC=2\sqrt{3}$ و $AC=2\sqrt{3}$ معناه $A$ تنتمي إلى القرص $(E)$

ومنه تقاطع القرص $(E)$ ونصف المستقيم $AB)$ هو القطعة المستقيمة $[AB]$.

## تصحيح التمرين الثالث :

1) نشر وتبسيط العبارة : $(t-6)(t^2+1)=t^3-6t^2+t-6$

دراسة حسب قيم $n$ بواقي قسمة $3^n$ على $7$

لدينا : $3^0\equiv 1[7]$ ، $3^1\equiv 3[7]$ ، $3^2\equiv 2[7]$ ، $3^3\equiv 6[7]$ ، $3^4\equiv 4[7]$ ، $3^5\equiv 5[7]$ ، $3^6\equiv 1[7]$

وعليه من أجل $\beta\in\mathbb{N}$ : $3^{6\beta}\equiv 1[7]$ ، $3^{6\beta+1}\equiv 3[7]$ ، $3^{6\beta+2}\equiv 2[7]$ ، $3^{6\beta+3}\equiv 6[7]$ ،

$3^{6\beta+4}\equiv 4[7]$ ، $3^{6\beta+5}\equiv 5[7]$

2) أ/ إيجاد قيمة العدد $p$

لدينا : $a=2\times p^0+0\times p^1+p^2=2+p^2$ ،

$b=5\times p^0+2\times p^1+p^2=5+2p+p^2$ ،

$c=4\times p^0+5\times p^2+p^2+3\times p^3+p^4=4+5p+p^2+3p^3+p^4$

$a\times b=c$ معناه $(2+p^2)(5+2p+p^2)=4+5p+p^2+3p^3+p^4$

يكافئ $p^3-6p^2+p-6=0$ أي : $(p-6)(p^2+1)=0$ ومنه $p=6$

ب / كتابة كلا من $a$ ، $b$ و $c$ في النظام العشري

$c = 4 + 5.6 + 6^2 + 3.6^3 + 6^4 = 2014$ ، $b = 5 + 2.6 + 6^2 = 53$ ، $a = 2 + 6^2 = 38$

3) أ/ تبيين أنّه إذا كانت الثنائية $(x; y)$ حلّا للمعادلة $(1)$ فإنّ $x \equiv 52[53]$

لدينا : $38x - 53y = 15$ يكافئ $38x = 15 + 53y$ أي $38x \equiv 15[53]$

ولدينا $38 \equiv -15[53]$ ومنه $-15x \equiv 15[53]$ أي $x \equiv -1[53]$ وعليه $x \equiv 52[53]$

ب/ استنتاج حلول المعادلة $(1)$

لدينا : $x = 53k + 52$ حيث $k \in \mathbb{Z}$ وبالتعويض في $(1)$ نجد $y = 38k + 37$

وبالتالي مجموعة حلول المعادلة $(1)$ هي الثنائيات $(x; y)$ من الشكل $(53k + 52; 38k + 37)$ حيث $k \in \mathbb{Z}$

4) أ/ عين القيم الممكنة لـ $d$

لدينا $d / x$ و $d / y$ اذن $d / 38x - 53y$ أي $d / 15$ وبالتالي : $d \in \{1; 3; 5; 15\}$

ب/ إيجاد كل الثنائيات $(x; y)$ بحيث يكون $d = 15$

نضع $x = 15x'$ و $y = 15y'$ حيث $x'$ و $y'$ أوليان فيما بينهما

نحصل على $38 \times 15x' - 53 \times 15y' = 15$ أي $38x' - 53y' = 1$

لدينا الثنائية $(7; 5)$ حلا خاصا للمعادلة ومنه $\begin{cases} 38x' - 53y' = 1 \\ 38(7) - 53(5) = 1 \end{cases}$ بالطرح نجد :

$38(x' - 7) = 53(y' - 5)$

لدينا : $53 / 38(x' - 7)$ و $PGCD(38; 53) = 1$ اذن حسب مبرهنة "غوص" $53 / (x' - 7)$

ومنه $x' - 7 = 53\alpha$ أي $x' = 53\alpha + 7$ حيث $\alpha \in \mathbb{N}$ وبالتعويض نجد $y' = 38\alpha + 5$

وبالتالي : $x = 15(53\alpha + 7) = 795\alpha + 105$ و $y = 15(38\alpha + 5) = 570\alpha + 75$

حيث $\alpha \in \mathbb{N}$

5) حساب احتمال كي يكون مجموع رقمي القريصتين المسحوبتين من بواقي قسمة $3^n$ على $7$

عدد طرق السحب هو: $C_{10}^2 = 45$ وعدد الحالات الملائمة: $12$ وهي

$\{(0; 1), (0; 2), (0; 3), (0; 4), (0; 5), (0; 6), (1; 2), (1; 3), (1; 4), (1; 5), (2; 3), (2; 4)\}$

إذن الاحتمال المطلوب هو: $\frac{4}{15} = \frac{12}{45}$

# تصحيح التمرين الرابع:

**الجزء الأول :** تحديد وضعية $(\gamma)$ بالنسبة إلى $(\varphi)$ على $]0;+\infty[$ :

على المجال : $]0;1[$ $(\gamma)$ فوق $(\varphi)$ ، وعلى المجال : $]1;+\infty[$ $(\gamma)$ تحت $(\varphi)$

- اشارة $g(x)$

| $x$ | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |

**الجزء الثاني:**

1) حساب نهايتي الدالة $f$ عند $0$ و $+\infty$ :

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty \quad ; \quad \lim_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)=+\infty$$

التفسير: المستقيم ذو المعادلة $x=0$ مقارب لـ $(C_f)$

2) أ/ اثبات انه من أجل كل $x$ من $D_f$: $f'(x)=\dfrac{g\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2}$ الدالة $f$ قابلة الاشتقاق على $D_f$ و دالتها المشتقة $f'$ حيث :

$$f'(x)=\frac{x\left(4x-\frac{1}{x}+1\right)-2x^2-x+\ln x-1}{x^2}=\frac{2x^2-2+\ln x}{x^2}=\frac{g\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2}$$

ب/ $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{4-f(1+h)}{h}=-f'(1)=0$

التفسير: $(C_f)$ يقبل مماسا عند $1$ يوازي حامل محور الفواصل

ج/ استنتاج اتجاه تغير الدالة $f$ : من أجل كل $x$ من $D_f$

لدينا : إشارة $f'(x)$ هي من إشارة $g\left(\frac{1}{x}\right)$ وهي :

الدالة $f$ متناقصة تماما على المجال $]0;1]$ ومتزايدة تماما على المجال $[1;+\infty[$

* جدول تغيرات الدالة $f$ :

| $x$ | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $4$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

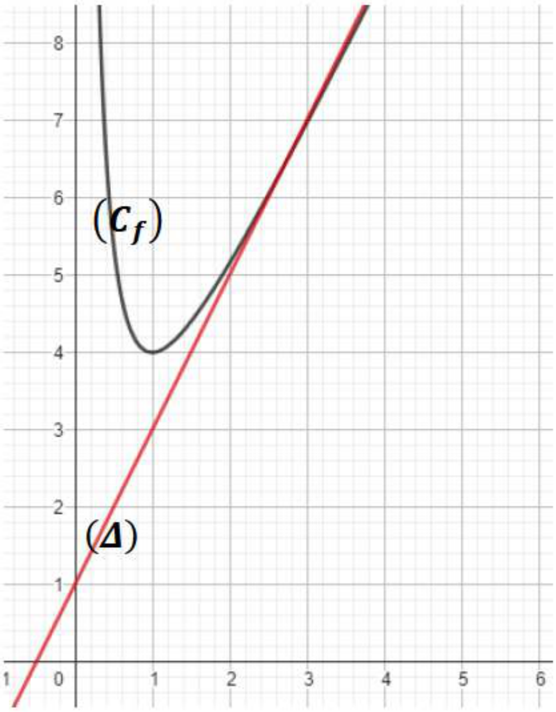
3) أ/ حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-2x]$

$\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-2x]=1$ نستنتج أنّ المستقيم ذو المعادلة : $y=2x+1$ مقارب مائل لـ $(C_f)$ جوار $+\infty$

ب/ دراسة وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة لـ $(\Delta)$:

لدينا $\dfrac{1-\ln x}{x}=[f(x)-(2x+1)]$ و منه إشارة الفرق هي من إشارة $(1-\ln x)$ وهي :

إذن: $(C_f)$ يقع فوق $(\Delta)$ على $]0\ ;e[$ وتحت $(\Delta)$ على المجال $]e\ ;+\infty[$ و $(C_f)$ يقطع $(\Delta)$ في النقطة ذات الإحداثيات $(e;2e+1)$ .




4) رسم كلا من $(\Delta)$ و $(C_f)$.

5) من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $U_n = \int_{e^n}^{e^{n+1}} (f(x) - (2x+1))dx$

أ/ حساب $U_n$ بدلالة $n$ ثم استنتاج طبيعة المتتالية $(U_n)$

$$U_n = \int_{e^n}^{e^{n+1}} (f(x) - (2x+1))dx = \int_{e^n}^{e^{n+1}} \frac{1 - lnx}{x} dx$$

$$= \int_{e^n}^{e^{n+1}} \frac{1}{x} dx - \int_{e^n}^{e^{n+1}} \frac{lnx}{x} dx = -n + \frac{1}{2}$$

ومنه $(U_n)$ حسابية أساسها $r = -1$ وحدها الأول $U_0 = \frac{1}{2}$

ب/ التحقق من أنّ : $A = (U_0 - U_1)\ ua$

لدينا : "باستعمال علاقة شال "

$$A = \int_1^e (f(x) - (2x+1))dx - \int_e^{e^2} (f(x) - (2x+1))dx = (U_0 - U_1)\ ua$$

6) أ/ إثبات أنّ : $\frac{h(x)}{x} = f\left(\frac{1}{x}\right) - 4$

لدينا: $f\left(\frac{1}{x}\right) - 4 = 2 \times \frac{1}{x} + 1 + \frac{1 - ln\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} - 4 = \frac{x^2(1+lnx) - 3x + 2}{x} = \frac{h(x)}{x}$

✓ استنتاج أن $h(x) \geq 0$

لدينا : من جدول التغيرات $f(x) \geq 4$ تكافئ $f(x) \geq f(1)$ ومنه $f\left(\frac{1}{x}\right) \geq 4$ أي $f\left(\frac{1}{x}\right) - 4 \geq 0$

وبالتالي $h(x) \geq 0$

ب/ تعيين $x$ بحيث يكون $h(x) = 0$

$h(x) = 0$ تكافئ $f\left(\frac{1}{x}\right) - 4 = 0$ أي $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(1)$ ومنه $\frac{1}{x} = 1$ وبالتالي $x = 1$

---

# انتهى بحمد الله وبفضله تصحيح الموضوع الأول من البكالوريا التجريبي دورة 2024

# مادة الرياضيات للأقسام النهاية شعبة الرياضيات

# لاتنسونا من صالح دعائكم