الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — **ثانوية: معنصر أونيس/عين كرشة**

امتحان بكالوريا تجريبي التعليم الثانوي — **دورة: ماي 2023**

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات — **المدة: 3 سا و 30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأوّل: (4ن)

لكلّ سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عيّنه مع التعليل.

1) المتتاليتان (u_n) و (v_n) معرفتان على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n = 1-\left(\frac{4}{9}\right)^n$ و $v_n = 1+\left(\frac{4}{9}\right)^n$. (w_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ وتحقق $u_n \leq w_n \leq v_n$. نهاية المتتالية (w_n) لما n يؤول إلى $+\infty$ تساوي:

أ) 1 **ب)** $+\infty$ **جـ)** 0

2) ليكن الحدثين A و B حيث: $P(A)=0,4$، $P(B)=0,5$ و $P(\overline{A \cup B})=0,35$.

$P(A \cap B)$ يساوي: أ) 0,1 **ب)** 0,25 **جـ)** 0,3

3) العدد الحقيقي $I = \int_{-1}^{1} \frac{e^{\frac{1}{x}}+x-1}{x^2}\,dx$ يساوي:

أ) $\frac{1}{e}+e$ **ب)** $\frac{1}{e}-e$ **جـ)** $\frac{1}{e}-e+2$

التمرين الثاني: (4.5ن)

1) صندوق U_1 به كريتان مرقمتان 1 و 2 وصندوق U_2 به أربع كريات مرقمة 1 ، 2 ، 3 و 4 .

نختار عشوائيا صندوقا ونسحب منه كرية واحدة . (الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس)

أ- ما احتمال سحب كرية تحمل الرقم 1 ؟ (يمكنك الاستعانة بشجرة الاحتمالات)

ب- اذا علمت أن الكرية المسحوبة تحمل الرقم 1 ، ما احتمال أن تكون واردة من الصندوق U_1 ؟

2) نجمع محتوى الصندوقين U_1 و U_2 في صندوق واحد U، ثم نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من الصندوق U.

أ- ما احتمال الحصول على كريتين لهما نفس الرقم ؟

ب- ليكن Y المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة مجموع رقمي الكريتين المسحوبتين. حدد قانون احتمال Y .

3) لاعبان، أحمد و فريد، يقرران أنه اذا كان مجموع رقمي الكريتين المسحوبتين فردي فإن أحمد يمنح 10 DA لفريد أما في الحالة المعاكسة فإن فريد يمنح α DA لأحمد.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة الربح أو الخسارة المحتملة لأحمد .

- أحسب الأمل الرياضياتي لـ $E(X)$ بدلالة α ، ثم حدد قيمة α لكي تكون اللعبة متكافئة .

اقلب الصفحة

التمرين الثّالث: (4.5ن)

المتتالية العددية (u_n) معرفة بـ: $u_0 = \frac{3}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = {u_n}^2 - 2u_n + 2$

1) أ- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = (u_n - 1)^2 + 1$

ب- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1 < u_n < 2$

2) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة.

3) المتتالية العددية (v_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \ln(u_n - 1)$

أ- أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 2 يطلب حساب حدها الأول.

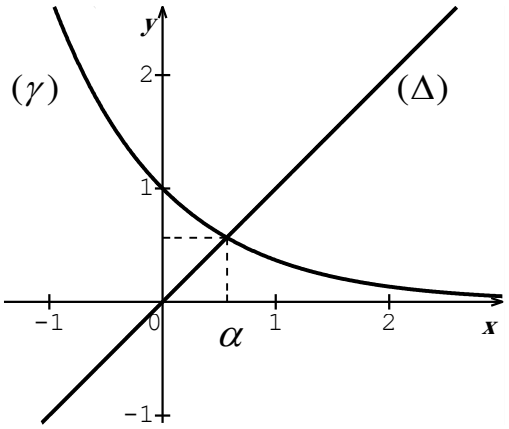
ب- اكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{2^n} + 1$

جـ- احسب $\lim\limits_{n \mapsto \infty} u_n$

4) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $(u_0 - 1) \times (u_1 - 1) \times \ldots \times (u_n - 1) = 2^{(1-2^{n+1})}$

التمرين الرّابـع: (7ن)

المستوي منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$



I) ليكن (γ) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto e^{-x}$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$ ، α هي فاصلة نقطة تقاطع (γ) و (Δ)

1- بقراءة بيانية حدد وضعية (γ) بالنسبة لـ (Δ) على $\mathbb{R}$

2- g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = e^{-x} - x$

استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

3- تحقق أن: $0{,}56 < \alpha < 0.57$

II) f الدالة المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^3 + (3x+3)e^{-x}$ و (C_f) تمثيلها البياني.

1- أ) احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

ب) ادرس الوضعية النسبية بين المنحنى (C_f) والمنحنى (P) الممثل للدالة مكعب

جـ) احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} \left[f(x) - x^3 \right]$ ، ثم فسر النتيجة بيانيًا.

2- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x) = -3x \times g(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات لدالة f

3- أنشئ المنحنى البياني للدالة مكعب ثم المنحنى (C_f). تعطى $f(\alpha) \approx 2{,}8$

III) 1- باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب العدد $S = \int_{-1}^{0} (3x+3)e^{-x} dx$ ، ثم فسر النتيجة بيانيًا.

2- من أجل كل عدد حقيقي موجب تمامًا β ، نرمز بـ $S(\beta)$ لمساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C_f) و (P) و المستقيمين ذا المعادلتين $x = 0$ و $x = \beta$

- هل توجد قيمة لـ β تحقق المعادلة: $S(\beta) = S$ ؟ برّر إجابتك.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأوّل: (4ن)

المتتالية العددية (u_n) معرفة بـ: $u_0 = 4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \sqrt{5 + \frac{1}{2}u_n^2}$

1) برهن بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > \sqrt{10}$

2) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.

3) المتتالية العددية (v_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \beta - u_n^2$ حيث β عدد حقيقي.

– عين قيمة β التي من أجلها تكون المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

4) نضع فيما يلي: $\beta = 10$

أ– أكتب عبارة u_n بدلالة n ، ثم أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} u_n$

ب– احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0^2 + u_1^2 + u_2^2 + ... + u_n^2$

التمرين الثاني: (4.5ن)

1) كيس U_1 به 6 كرايات بيضاء و5 سوداء كلها مرقمة بالرقم 2. (الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس) نسحب منه عشوائيا وفي آن واحد 3 كريات.

إن سحب كرية بيضاء يعطي ربحا قدره 5 نقاط ، وسحب كرية سوداء يعطي ربحا قدره n نقطة ، حيث n عدد طبيعي أكبر من 5.

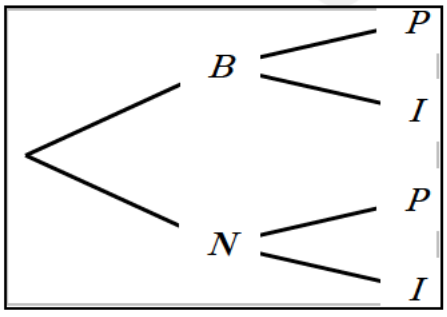
المتغير العشوائي X يرفق بكل عملية سحب مقدار الربح المحصل ليه .

أ– برّر أن قيم المتغيّر العشوائي X هي: $\{2n+5 ; 3n ; n+10 ; 15\}$ ، ثم عرّف قانون احتماله.

ب– بين أن: $E(X) = \frac{15}{11}(n+6)$ ، ثم عين أصغر قيمة للعدد n بحيث يكون: $E(X) \geq 30$

2) كيس U_2 به 5 كريات مرقمة من 1 الى 5. (الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس)

نسحب عشوائيا كرية من الكيس U_1، اذا كانت سوداء نقوم بسحب كرية واحدة من الكيس U_2، وإذا كانت بيضاء ندخلها في الكيس U_2 ثم نسحب من هذا الأخير كرية . نعتبر الحوادث التالية :



B : سحب كرة بيضاء ، N : سحب كرة سوداء

P : كرة تحمل رقما زوجيا ، I : كرة تحمل رقما فرديا

أ– انقل ثم أكمل شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية.

ب– احسب احتمال سحب كرية تحمل رقما فرديا .

التمرين الثّالث: (4.5ن)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية : $z^2 - 2z + 5 = 0$

ثم استنتج حلول المعادلة $(z^2+1)^2 - 2z^2 + 3 = 0$

اقلب الصفحة

2) المستوي المركب منسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، A ، B ، C ، D و E ثلاث نقط من المستوي لاحقاتها : $z_A=1+2i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=-1-i$ ، $z_D=\overline{z_C}$ ، $z_E=1+i$

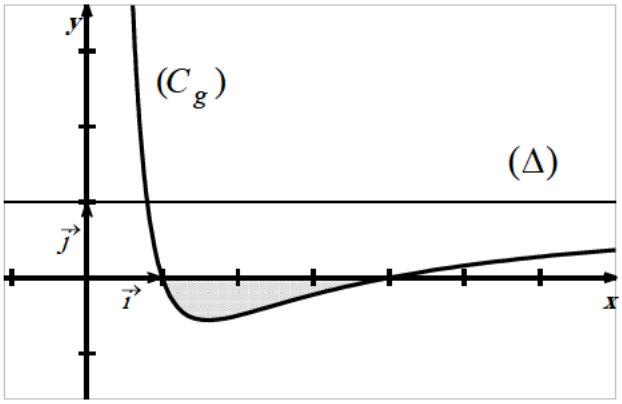
أ- بين أن: $\left(\dfrac{\sqrt{2}z_A}{z_A+z_B+z_E}\right)^{2017}=\dfrac{z_E}{\sqrt{2}}$

ب- عين زاوية الدوران r الذي مركزه D ويحول C الى E

جـ- بين أن: $\dfrac{z_A-z_B}{z_D-z_C}$ عدد حقيقي، ثم استنتج أنه يوجد تحاك h يحول D الى A ويحول C الى B، يطلب تعيين نسبته و مركزه.

3) بين أن النقط A ، B ، C و E تنتمي الى الدائرة التي مركزها F ذات اللاحقة $z_F=\dfrac{3}{4}$

التمرين الرّابـع: (7ن)



I- المستوي منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

التمثيل البياني المقابل (C_g) هو للدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بالعبارة: $g(x)=a+\dfrac{b}{x}+\dfrac{c}{x^2}$ حيث a, b و c عددان حقيقيان

حامل محور التراتيب و (Δ) هما مستقيمان مقاربان لـ (C_g) .

1) حدد قيمة كل من $g(1)$ و $g(4)$.

2) جِدْ $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ، ثم استنتج قيمة a .

3) أثبت انه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما: $g(x)=\dfrac{x^2-5x+4}{x^2}$.

II- لتكن f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x-5\ln x-\dfrac{4}{x}$

1) احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) اثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما: $f'(x)=g(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

III- 1) احسب المساحة S للجزء المظلّل في الجزء **I** .

2) من أجل كل عدد حقيقي α أكبر من أو يساوي 4، نرمز بـ S_α لمساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_g) و محور الفواصل و المستقيمين ذو المعادلتين $x=4$ و $x=\alpha$.

- هل توجد قيمة لـ α بحيث $S_\alpha=S$ ؟ برّر إجابتك .

انتهى الموضوع الثاني