الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية تيارت | ثانوية بوشارب الناصر سوقر

امتحان بكالوريا تجريبي التعليم الثانوي | دورة : ماي 2024

الشعبة : تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات | المدة : 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

1) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 10

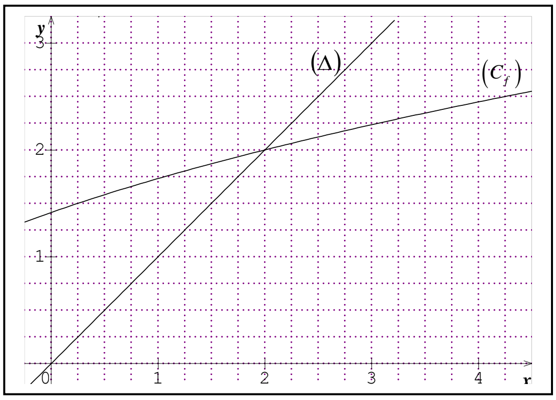
2) استنتج باقي القسمة الاقليدية للعدد A على 10 حيث: $A=-63\times 9^{2024}-7^{1445}$

3) بين أنه من اجل كل عدد طبيعي n يكون: $3n\times 9^n+7^{2n+1}\equiv (n-1)3^{2n+1}[10]$

4) عين قيم العدد الطبيعي حتى يكون: $3n\times 9^n+7^{2n+1}\equiv 0[10]$

التمرين الثاني : (05 نقاط)

f دالة معرفة ومتزايدة تماما على المجال $]-2,+\infty[$ بـ: $f(x)=\sqrt{x+2}$ تمثيلها البياني في الشكل المقابل (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$ ، المتتالية العددية (u_n) معرفة بـ : $u_0=0$ و من اجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=f(u_n)$



1) أ) انقل الشكل على ورقة الاجابة ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 دون حسابها مبرزا خطوط الانشاء

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\le u_n<2$

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-u_n=\dfrac{-u_n^2+u_n+2}{\sqrt{u_n+2}+u_n}$

واستنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

ح) استنتج ان المتتالية (u_n) متقاربة

3) أ) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $2-u_{n+1}\le \dfrac{1}{2}(2-u_n)$

ب) استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي n : $2-u_n\le \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$

ج) اعد اثبات ان المتتالية (u_n) متقاربة

التمرين الثالث : (04 نقاط)

يحتوي كيس على اربع كريات حمراء مرقمة 2,2,3,3 وثلاث كريات خضراء مرقمة 2,2,3 وكرية سوداء مرقمة بـ 4 نسحب عشوائيا في ان واحد كريتين من هذا الكيس ونعتبر الحدثين:

A : الحصول على كريتين تحملان نفس اللون B : الحصول على كريتين تحملان رقمين أولين فيما بينهما

1) أ) احسب احتمال كل من الحدثين A و B .

ب) بين أن احتمال الحصول على كريتين تحملان نفس اللون ورقميهما اوليان فيما بينهما هو $\frac{3}{14}$

ج) استنتج احتمال الحصول على كريتين تحملان نفس اللون أو رقميهما أوليان فيما بينهما.

2) ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب باقي قسمة مجموع الرقمين الظاهرين على 3

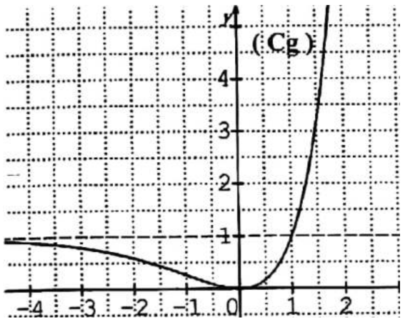
أ) بين أن قيم X هي $\{0,1,2\}$

ب) عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X .

3) استنتج احتمال الحدث: $\ln(x^2+1)=0$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. g الدالة العددية المعرفة على IR بـ : $g(x)=1+(x-1)e^x$ ، (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (الشكل المقابل)



بقراءة بيانية:

1) شكل جدول تغيرات الدالة g

2) حدد حسب قيم x اشارة $g(x)$

II. الدالة العددية f معرفة على IR بـ : $f(x)=x+(x-2)e^x$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=1cm$

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فان: $f'(x)=g(x)$. حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغبراتها

2) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب للمنحنى (C_f)

ب)أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

3) بين ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ، يطلب تعيين احداثياها.

4) أ) بين ان المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $1.68<\alpha<1.69$

ب)بين انه يوجد مماس (T) وحيد للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم (Δ) اكتب معادلة له

ج) انشئ المستقيم (Δ) ، المماس (T) والمنحنى (C_f) على المجال $]-\infty,2]$

5) λ عدد حقيقي، حيث: $2\leq\lambda$ نرمز بـ: $A(\lambda)$ الى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f)، المستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=2$ و $x=\lambda$ ، h الدالة المعرفة على IR بـ: $h(x)=(x-1)e^x$

أ) احسب $h'(x)$ ، وماذا تستنتج؟

ب) بين أن: $A(\lambda)=e^2+(\lambda-3)e^\lambda$ واستنتج $\lim\limits_{n\to-\infty} A(\lambda)$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (05 نقاط)

1) نعتبر المعادلة (E)........$4x-13y=7$ ذات المجهولين الصحيحين x و y

أ) بين ان المعادلة (E) تقبل حلولا في المجموعة $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$

ب) عين الثنائية (x_0,y_0) حل خاص للمعادلة (E) الذي يحقق $x_0-y_0=4$ ، ثم استنتج حلول المعادلة (E)

ح) عين الثنائيات (x,y) من الاعداد الصحيحة حلول المعادلة (E) التي تحقق $|13x+y-33|<379$

2) نعتبر العددين الطبيعيين غير المعدومين a و b المعرفين من اجل كل عدد طبيعي n بـ: $a=13n+5$ و $b=4n+1$ وليكن $d=p\gcd(a,b)$

أ) عين القيم الممكنة لـ d

3) عين الثنائيات (a,b) من الاعداد الطبيعية حلول المعادلة (E) التي تحقق $d=7$ و $a+b<400$

التمرين الثاني : (04 نقاط)

1) (u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الثاني $u_1=4$ و من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+\left(\frac{4}{3}\right)^n$

أ) احسب الحد الأول u_0

2) لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n=\frac{4}{3}u_n-u_{n+1}$

أ) تحقق انه من اجل كل عدد طبيعي n فان : $v_n=u_n-\left(\frac{4}{3}\right)^n$

ب) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q=\frac{1}{3}$ يطلب تعيين حدها الأول

ج) اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n

3) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

4) نضع من اجل كل عدد طبيعي n: $S_n=v_0+v_1+v_2+........+v_n$ و $T_n=u_0+u_1+u_2+........+u_n$
احسب بدلالة n المجموع S_n ثم استنتج المجموع T_n.

التمرين الثالث : (04 نقاط)

في كل مايلي اجب بصحيح أو خاطئ مع التبرير

1. الشكل الجبري للعدد المركب $\left[\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)\right]^{2024}$ هو 2^{1012}

2. (v_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n=4n+\frac{1}{2}$ و $S_n=v_0+v_2+v_4+........+v_{2n}$ فان

$$S_n = \frac{n+1}{2}(4n+1)$$

3. اذا كان العدد الصحيح x يحقق العلاقة: $x^2 + x \equiv 2[6]$ فان : $x \equiv 2[6]$

4. A و B نقطتين من المستوي لاحقتيهما على الترتيب : Z_A و Z_B حيث:

$Z_A = 1+\sqrt{3}i$ و $Z_A \times Z_B = 2\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)$ لاحقة العدد Z_B هي: $Z_B = e^{-i\frac{\pi}{4}}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

$I.$ g الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $g(x) = x - \frac{1}{x} - 2\ln x$

1) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال: $]0,+\infty[$: $g'(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة g

2) احسب $g(1)$ ثم استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$ على المجال: $]0,+\infty[$

$II.$ الدالة العددية f معرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $f(x) = x + \frac{1}{x} - (\ln x)^2 - 2$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\| = 1cm$ و $\|\vec{j}\| = 2cm$

1) أ) بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) تحقق انه من اجل كل x من المجال: $]0,+\infty[$:فان $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$ ثم استنتج $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ وفسر النتيجة بيانيا

2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال: $]0,+\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3) انشئ المنحنى (C_f) على المجال $]0,10]$ نأخذ $f(10) \approx 2.8$

4) أ) بين أن الدالة : $h: x \mapsto x\ln x - x$ هي دالة اصلية للدالة $x \mapsto \ln x$ على المجال $]0,+\infty[$

ب)باستعمال التكامل بالتجزئة بين أن: $\int_1^e (\ln x)^2\,dx = e-2$

ج) احسب بالسنتمتر مربع مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

$y=0$ ، $x=1$ و $x=e$

انتهى الموضوع الثاني