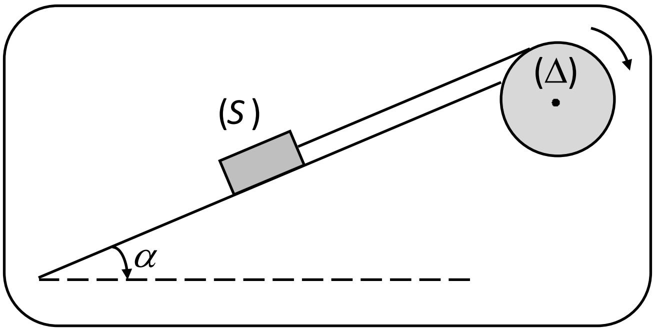
المجال: الميكانيك والطاقة	الوحدة 03 العمل والطاقة الحركية (حالة حركة دورانية)	المستوى: 2 ع ت + ر + ت ر السلسلة رقم: 03

تمرين 1:

على سطح مستو ومائل بالزاوية $\alpha = 30°$ عن الخط الأفقي، تسحب حمولة (S) ثقلها $P = 1000\ N$ بسرعة ثابتة بواسطة حبل كتلته مهملة وملفوف على اسطوانة نصف قطرها $R = 20\ cm$.



تدار الأسطوانة حول محورها (Δ) بواسطة محرك يطبق عليها مزدوجة عزمها ثابت.

تخضع الحمولة لقوة احتكاك شدتها $f = 200\ N$.

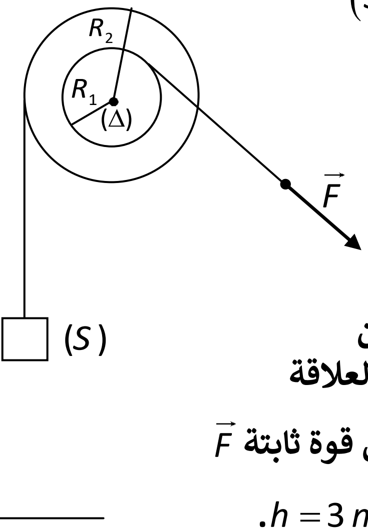
1) أجرد مختلف القوى المطبقة على كل من الحمولة والأسطوانة ومثّلها بالرسم على الشكل.
2) احسب شدة القوة التي يطبقها الحبل على الحمولة.
3) احسب عزم المزدوجة المحركة التي يطبقها المحرك على الأسطوانة.
4) استنتج استطاعة المحرك علما أن سرعة الحمولة هي $v = 0,5\ m \cdot s^{-1}$.

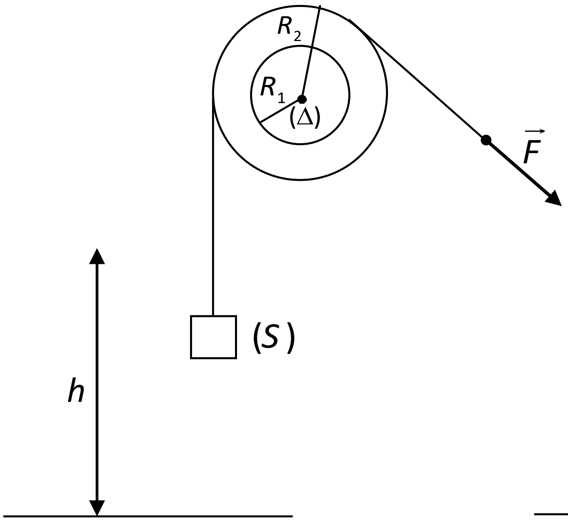
تمرين 2:

يريد عامل رفع حمولة (S) كتلتها $m = 50\ kg$ بسرعة ثابتة.

ويريد الاختيار بين إحدى الطريقتين التاليتين:

في كلتا الحالتين، تستعمل بكرة مزدوجة ذات محزين نصفي قطريهما يحققان العلاقة $R_2 = \frac{3}{2}R_1$ ويطبق العامل قوة ثابتة $\vec{F}$ لرفع الحمولة إلى ارتفاع $h = 3\ m$.





تهمل جميع الاحتكاكات وكتلة الحبلين ونعتبر $g = 10\ N \cdot kg^{-1}$.

1) أجرد جميع القوى المطبقة على كل من الحمولة (S) والبكرة ثم مثّلها بالرسم على الشكل.
2) احسب عمل الثقل.
3) احسب عمل القوة $\vec{F}$ في كل حالة ثم قارن النتيجتين.
4) احسب شدة القوة $\vec{F}$ في كل حالة. ما هي الطريقة التي تنصح بها العامل؟

تمرين 3:

يدور جسم تحت تأثير مزدوجة عزمها ثابت $M = 100 N \cdot m$ بسرعة زاوية $\omega = 6 rad/s$.

كم هي استطاعة المزدوجة التي تديره؟

تمرين 4:

يفرمل جسم بتأثير مزدوجة شدة قوتيها $F = 15N$ ومتباعدتان بمسافة $d = 10cm$

أ- ماهي اشارة العمل؟

ب- احسب هذا العمل المبذول من أجل انجاز 50 دورة.

تمرين 5:

يخضع جسم :

أ- لقوة مفرملة مماسية شدتها $F = 5N$ تبعد بمسافة $d = 10cm$ عن محور الدوران.

ب- لمزدوجة قوتين محركة شدتها قوتيها $F = 7N$ والمسافة بينهما $d = 3cm$.

- **أحسب العمل المنجز خلال 10 دورات لهذا الجسم في كل حالة.**

تمرين 6:

نعتبر الجملة المكونة من اسطوانتين لهما نفس المحور (Δ). نصف قطر الاسطوانة الأولى $R_1 = 25cm$ ونصف قطر الثانية $R_2 = 50cm$. نلف على كل اسطوانة حبلا يحمل في أحد طرفيه جسما. عندما تدور الجملة يلف الحبلين في اتجاهين مختلفين.

- **احسب سرعة كل جسم عندما تكون السرعة الزاوية للجملة $N = 20tr/\min$.**

تمرين 7:

يبقى قمر اصطناعي أرضي ثابتا على الشاقول المار من نقطة محددة على خط الاستواء. يدور هذا القمر على بعد $36000km$ فوق سطح الأرض. نصف قطر الأرض عند خط الاستواء يساوي $6400km$.

1) **احسب السرعة الزاوية للقمر الاصطناعي.**
2) **ماهي سرعته الخطية؟**

تمرين 8:

تتحرك سيارة بسرعة ثابتة $v = 100km/h$، نصف قطر عجلات السيارة $R = 35cm$.

1) **احسب السرعة الزاوية لكل عجلة.**
2) **ماهي الزاوية الممسوحة من نقطة على العجلة عند قطع مسافة $1km$ ؟**

تمرين 9:

لدراجة مهرج سيرك عجلتين مختلفتي القطر، الأولى قطرها $50cm$ والثانية قطرها $1m$.

تتحرك هذه الدراجة بسرعة $v = 7,5km/h$.

1) **احسب السرعة الزاوية لكل عجلة.**
2) **ماهي الزاوية الممسوحة من نقطة على العجلة الكبيرة عندما تدور العجلة الصغيرة بدورة واحدة؟**

تمرين 10:

لبكرة محزان يلتف حولهما الحبل، الأول نصف قطره $50cm$ والثاني نصف قطره $10cm$.

نرفع بهذه البكرة حمولة كتلتها $100kg$.

1) **على أي محز يستحسن لف الحبل الذي يرفع الحمولة؟**
2) **احسب قوة السحب عندما يصعد الجسم بسرعة ثابتة.**
3) **ترفع الحمولة الى ارتفاع $h = 2m$. ما هو طول الحبل المسحوب؟**
4) **ماهي الزاوية الممسوحة من نقطة على البكرة؟**

تمرين 11:

ملفاف تفاضلي مكون من اسطوانتين مترابطتين لهما نفس المحور نصف قطراهما مختلفان، الأول $R = 15cm$ والثاني $r = 10cm$ يلف على كل منهما طرفي حبل حامل لبكرة متحركة.

طول مقبض التدوير $\ell = 50cm$.

1) **ماهي القوة التي يجب تطبيقها عموديا على المقبض حتى يرفع ثقل $P = 500N$ ؟**
2) **ماذا يحدث لو كان $R = r$ ؟ فسّر النتيجة.**

تمرين 12:

ينتج محرك سيارة استطاعة قدرها $P = 120kW$ عندما يدور بسرعة $N = 6000tr/\min$. قيمة المزدوجة المحركة العظمى عندما يدور المحرك بسرعة $N' = 3500tr/\min$ هي $170N \cdot m$. أقصى سرعة للسيارة على الطريق هي $v = 210Km/h$.

1) هل توافق المزدوجة المحركة العظمى السرعة العظمى؟
2) احسب المزدوجة المحركة عند السرعة العظمى.
3) احسب الاستطاعة التي توافق المزدوجة المحركة العظمى.
4) احسب محصلة قوى الاحتكاك المطبقة على السيارة عند السرعة العظمى باعتبار الحركة مستقيمة منتظمة على طريق أفقي.

تمرين 13:

تنزلق كرة كتلتها $m = 500g$ نصف قطرها $R = 10cm$ بحركة انسحابية وبسرعة قدرها $v = 5m/s$.

1) جد الطاقة الحركية لهذا الكرة .
2) عيّن سرعتها الزاوية لو كانت تدور بنفس الطاقة الحركية حول محور يمر من مركزها.

تمرين 14:

ينتقل دراج ، كتلته هو و دراجته $90kg$ على طريق افقي بسرعة $v = 25Km/h$. يكافئ الاحتكاك ومقاومة الهواء قوة تعاكس حركته شدتها $f = 20N$. تعطى: $g = 9,80N/kg$

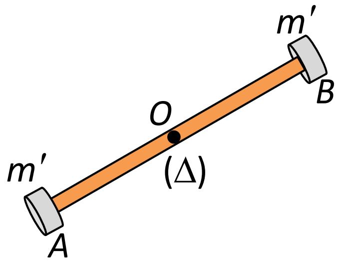
1) جد العمل الذي يبذله الدراج لقطع مسافة $1km$.
2) جد الاستطاعة P التي يبذلها في هذه الظروف.
3) جد الاستطاعة P' التي سوف يبذلها اذا احتفظ بنفس السرعة وصعد طريقا مائلا ميله 5%.

تمرين 15:

يدير محرك كهربائي، استطاعته $P = 3kW$ ثابتة، اسطوانة متجانسة نصف قطرها $R = 75cm$ وكتلتها $m = 250kg$.

بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة، جد أقصر مدة زمنية لازمة للأسطوانة حتى تدور، انطلاقا من السكون، بسرعة $1750tr/\min$. عزم عطالة الأسطوانة $J_\Delta = \frac{1}{2}mR^2$.

تمرين 16:

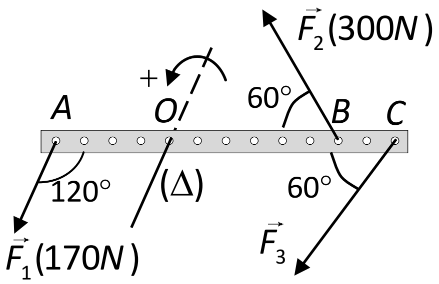


ساق AB طولها $2\ell = 1m$ وكتلتها $m = 500g$ تدور حول محور (Δ) أفقي يمر من مركزها. يعطى عزم عطالتها بالنسبة لهذا المحور $J_\Delta = \frac{1}{3}m\ell^2$.

تحمل الساق على طرفيها جسمين نعتبرهما نقطيين كتلة كل منهما $m' = 200g$.

1) احسب عزم عطالة الجملة (الساق + الكتلتين) بالنسبة للمحور (Δ).
2) ندير الجملة بسرعة $100tr/\min$. ماهي حينئذ الطاقة الحركية للجملة السابقة؟
3) تعرقل قوى الاحتكاك حركة الجملة بحيث تتوقف هذه الأخيرة خلال $10\min$. ماهي الاستطاعة المتوسطة لقوى الاحتكاك؟
4) تتوقف الساق بعد ما تدور 400 دورة. احسب عزم قوى الاحتكاك باعتباره ثابتا.

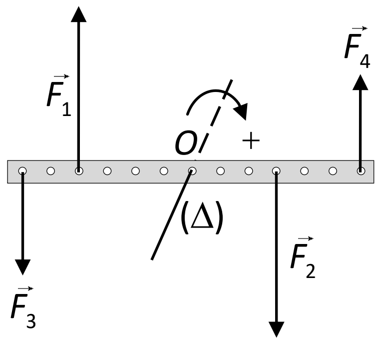
تمرين 17:



مسطرة مهملة الكتلة يمكنها الدوران حول محور ثابت (Δ) يمر من النقطة O.
تتوازن هذه المسطرة تحت تأثير ثلاث قوى موجودة في المستوي العمودي للمحور .
تعطى: $OA=20cm$ و $OB=30cm$ و $OC=40cm$ (الشكل).

1) **أذكر شروط توازن جسم متحرك حول محور ثابت.**
2) **احسب عزم القوة $\vec{F_3}$ ثم استنتج شدتها.**
3) **عيّن مميزات الفعل $\vec{R}$ للمحور على المسطرة. يمكن اسقاط القوة $\vec{R}$ على محورين ملائمين تختارهما ثم استنتج شدة $\vec{R}$ والزاوية التي يصنعها حامل $\vec{R}$ مع المستقيم OC.**

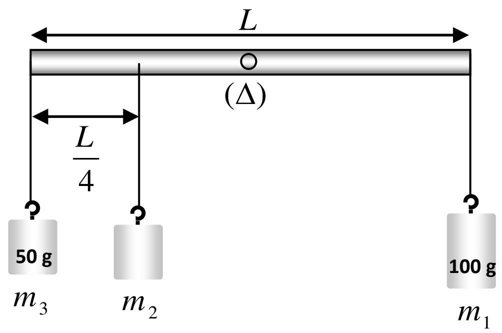
تمرين 18:



طول الساق الموضحة في الشكل $L=4\ell=80cm$ يمكنها الدوران حول محور (Δ) ثابت يمر من مركز عطالتها في النقطة O و تخضع لأربع قوى حواملها عمودية عليها. $F_1=F_2=6,0N$ و $F_3=F_4=2,0N$

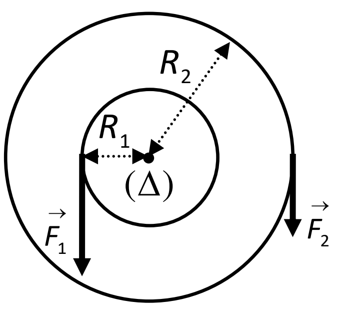
1) **احسب عزمي المزدوجتين.**
2) **احسب مجموع عزمي المزدوجتين المؤثرتين على الساق.**
3) **هل هذه الساق في حالة توازن؟**
4) **إذا كان الجواب لا فما هو العزم اللازم اضافته حتى تتوازن الساق؟**
5) **نحقق هذا العزم بقوتين $\vec{F_5}$ و $\vec{F_6}$ اتجاهيهما عموديين على الساق ومطبقتين على طرفيه.**
   - **مثّل القوتين في رسم توضيحي ثم احسب شدتيهما.**

تمرين 19:



ساق متجانسة تقبل الدوران حول محور (Δ) يمر من مركز كتلتها كما هو مبين على الشكل.
نعلق في هذه الساق كتل m_1، m_2 و m_3 بحيث يكون $m_1=100g$ و $m_3=20g$.
ما هي قيمة الكتلة m_2 حتى لا تدور الساق حول المحور (Δ) ؟

تمرين 20:

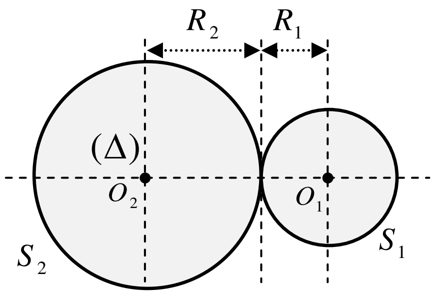


يمثل الشكل المقابل بكرة مركبة تتكون من أسطوانتين ملتحمتين. تقبل البكرة الدوران حول المحور (Δ) الذي يجتازها من مركز كتلتها كما هو مبين على الشكل.
نصف قطر الأسطوانة الداخلية $R_1=10cm$ ونصف قطر الأسطوانة الخارجية $R_2=20cm$.
نطبق قوة شدتها $F_1=20N$ مماسية على محيط الأسطوانة الداخلية.
ما هي شدة القوة $\vec{F_2}$ التي يجب تطبيقها على محيط الأسطوانة الخارجية حتى لا تدور البكرة؟

تمرين 21:

يمثل الشكل المقابل ساق موضوعة من أحد طرفيها إلى فوق حاجز وتكون معلقة من طرفها الآخر في نابض مرن ثابت مرونته $k = 20N/m$.
يستطيل النابض في هذه الحالة بمقدار $X = 1,5cm$ وتبقى الساق في هذه التجربة أفقية.
استنتج كتلة الساق.

تمرين 22:



يمثل الشكل المقابل جملة (S) تتكون من جسمين صلبين (S_1) و (S_2) حيث:
- (S_1) عبارة عن قرص مملوء كتلته $m_1 = 100g$ ونصف قطره $R_1 = 15cm$.
- (S_2) عبارة عن قرص مملوء كتلته $m_2 = 200g$ ونصف قطره $R_2 = 25cm$.

احسب عزم عطالة هذه الجملة بالنسبة لمحور (Δ) عمودي على مستوي الشكل ويمر من مركز الكتلة O_2 للقرص (S_2).

تمرين 23:

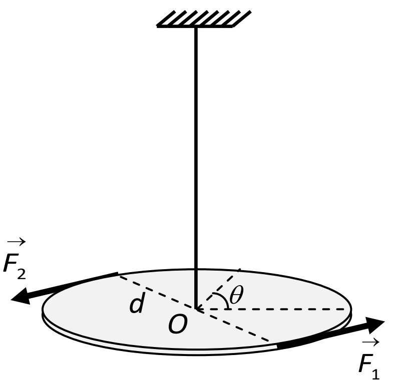
دولاب، أسطواني الشكل ومتجانس، نصف قطره $R = 50cm$ وكتلته $m = 2tonnes$. يخضع هذا الدولاب ابتداءً من السكون في اللحظة t_1 لمزدوجة عزمها ثابت ويساوي $\mathfrak{M}_\Delta = 3,5\times10^3 N\cdot m$ فيكتسب في اللحظة t_1 سرعة مقدارها $360trs/\min$.

1- مثل الحصيلة الطاقوية الخاصة بالدولاب بين اللحظتين t_1 و t_2.
2- بتطبيق معادلة انحفاظ الطاقة بين هاتين اللحظتين، أوجد العلاقة التي تربط بين العمل الميكانيكي للمزدوجة والطاقة الحركية للدولاب في اللحظة t_2.
3- استنتج عدد الدورات التي قام بها الدولاب بين اللحظتين t_1 و t_2.

تمرين 24:

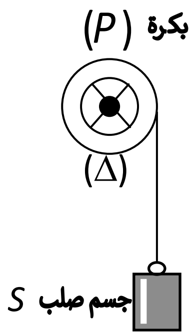
يمثل الشكل المقابل نواس فتل، يتكون هذا النواس من:
- سلك قابل للفتل معلق شاقوليا من أحد طرفيه.
- جسم صلب عبارة عن قرص مملوء و متجانس كتلته $m = 400g$ ونصف قطره $R = 20cm$، معلق من مركز كتلته في الطرف الثاني للسلك.

عندما ندير الساق في مستوي أفقي بزاوية α يفتل السلك بنفس الزاوية.
1- ما نوع الطاقة التي تخزن في السلك أثناء فتله؟
2- لجعل السلك يفتل بزاوية $\alpha = \dfrac{\pi}{6}rad$، نؤثر على الجسم الصلب بمزدوجة ثابتة في الشدة ومماسية لمحيط القرص. شدة هذه المزدوجة $F_1 = F_2 = F = 2N$ فيبقى الجسم الصلب متزن تحت تأثير كل من عزم هذه المزدوجة وعزم الفتل الموجود في سلك الفتل. استنتج ثابت فتل السلك (C).



3- في اللحظة t_1 نحرر الجسم بدون سرعة ابتدائية وفي اللحظة t_2 يمر من وضع توازنه بسرعة زاوية ω.
أ- مثل الحصيلة الطاقوية الخاصة بالجملة (سلك + جسم) بين اللحظتين t_1 و t_2.
ب- أكتب قانون مبدأ انحفاظ الطاقة الخاص بهذه الجملة بين هاتين اللحظتين ثم استنتج العلاقة التي تربط بين الطاقة الكامنة الفتلية لنواس الفتل في اللحظة t_1 والطاقة الحركية للجسم في اللحظة t_2.
ج- استنتج قيمة السرعة الزاوية ω.

تمرين 25:



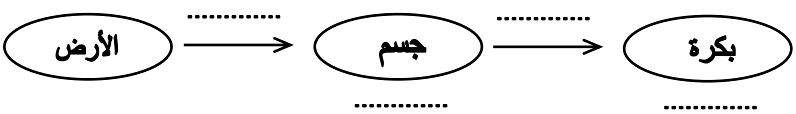
يمثل الشكل المقابل جملة ميكانيكية تتشكل من بكرة (P) كتلتها M ونصف قطرها R، يلف على محيطها الخارجي خيط خفيف وعديم الإمتطاط ثم نربط في النهاية المتدلية لهذا الخيط جسم صلب S كتلته m. نعتبر أن عزم عطالة البكرة بالنسبة للمحور (Δ) الذي يجتازها من مركز كتلتها يعطى بالعلاقة: $J_{\Delta}=\frac{1}{2}M\cdot R^2$.

في اللحظة $t_1=0$ تحرر هذه الجملة بدون سرعة ابتدائية، فيقوم الجسم الصلب بحركة انسحابية شاقولية بينما البكرة فهي تقوم بحركة دورانية حول المحور (Δ).

في اللحظة t_2 يكون الجسم S قد نزل مسافة H وسرعته الخطية أصبحت قيمتها تساوي v بينما السرعة الزاوية للبكرة تكون تساوي ω.

نهمل جميع الاحتكاكات و نأخذ قيمة الجاذبية الأرضية $g=9,81\ N/kg$.

1) مثّل القوى الخارجية التي تؤثر على الجملة (جسم S + خيط + بكرة) بعد تحريرها.
2) أعط العلاقة التي تربط السرعة الزاوية ω للبكرة بقيمة السرعة الخطية v للجسم S.
3) أكمل السلسلة الطاقوية التالية:

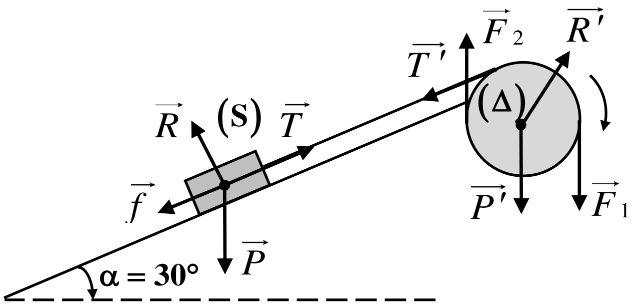


4) أعط الحصيلة الطاقوية الخاصة بالجملة (جسم S + بكرة).
5) بتطبيق قانون مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (جسم S + بكرة)، أوجد علاقة تربط بين التغير في الطاقة الحركية لهذه الجملة والعمل الميكانيكي لثقل الجسم S.
6) أعط عبارة الطاقة الحركية الدورانية E_{cP} للبكرة بدلالة السرعة الزاوية ω و عزم العطالة J_{Δ}.

   بيّن أن هذه العبارة يمكن كتابتها على الشكل: $E_{cP}=\frac{1}{4}M\cdot v^2$.
7) أوجد عبارة سرعة الجسم S عند اللحظة t_2 بدلالة m، M، g و H.
8) أحسب قيمة هذه السرعة علما أن: $H=80\ cm$، $m=200\ g$، $M=500\ g$.
9) استنتج قيمة الطاقة الحركية للبكرة وكذلك للجسم S عند اللحظة t_2.

أجوبة التمارين (الوحدة 3)

تمرين 1:



1) جرد مختلف القوى المطبقة على كل من الحمولة والأسطوانة وتمثيلها بالرسم على الشكل:

- القوى المطبقة على الحمولة: قوة ثقلها $\vec{P}$، قوة رد فعل المستوي المائل $\vec{R}$، قوة الاحتكاك $\vec{f}$ وقوة جر الأسطوانة (شد الحبل $\vec{T}$).
- القوى المطبقة على الاسطوانة: قوة ثقلها $\vec{P}'$، قوة رد فعل محور دورانها $\vec{R}'$، قوة شد الحبل $\vec{T}'$ والمزدوجة المحركة المطبقة من طرف المحرك.

2) حساب شدة القوة التي يطبقها الحبل على الحمولة (شدة قوة التوتر $\vec{T}$):

معادلة انحفاظ الطاقة لجملة الحمولة: $E_1 = E_2 \Rightarrow E_{c1} + W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W(\vec{f}) + W(\vec{T}) = E_{c2}$

ومنه: $E_{c1} - P \cdot \sin\alpha \cdot d + 0 - f \cdot d + T \cdot d = E_{c2}$

سرعة الحمولة ثابتة بالتالي: $E_{c1} = E_{c2}$ ومنه: $(T - P \cdot \sin\alpha - f) \cdot d = 0 \Rightarrow T = P \cdot \sin\alpha + f$

ت. ع: $T = 1000 \times \sin 30° + 200 = 700N$

3) حساب عزم المزدوجة المحركة التي يطبقها المحرك على الأسطوانة:

معادلة انحفاظ الطاقة لجملة الاسطوانة: $E_{c1} + W(\vec{P}') + W(\vec{R}') + W(\vec{T}') + W(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = E_{c2}$

ومنه: $E_{c1} + 0 + 0 - \mathfrak{M}_{\Delta}(\vec{T}') \cdot \theta + \mathfrak{M}_{\Delta}(\vec{F}_1, \vec{F}_2) \cdot \theta = E_{c2}$

سرعة الحمولة ثابتة بالتالي: $E_{c1} = E_{c2}$ ومنه:

$$\left[\mathfrak{M}_{\Delta}(\vec{F}_1, \vec{F}_2) - \mathfrak{M}_{\Delta}(\vec{T}')\right] \cdot \theta = 0 \Rightarrow \mathfrak{M}_{\Delta}(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = \mathfrak{M}_{\Delta}(\vec{T}') = T \cdot R$$

ت. ع: $\mathfrak{M}_{\Delta}(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = 700 \times 0{,}20 = 140 N \cdot m$

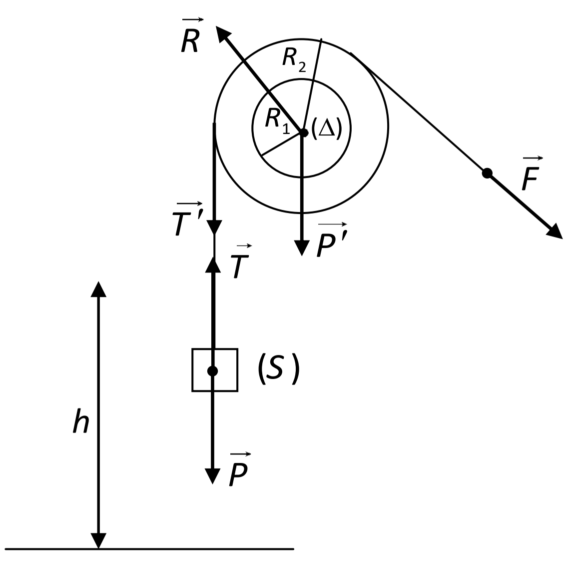
4) استنتاج استطاعة المحرك:

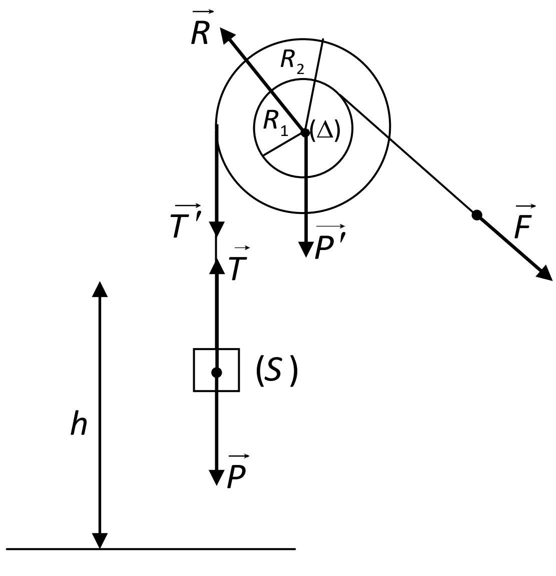
سرعة الحمولة هي $v = 0{,}5\ m \cdot s^{-1}$، بالتالي: $P = \mathfrak{M}_{\Delta}(\vec{F}_1, \vec{F}_2) \cdot \omega \Rightarrow P = \mathfrak{M}_{\Delta}(\vec{F}_1, \vec{F}_2) \cdot \dfrac{v}{R}$

ت. ع: $P = 140 \times \dfrac{0{,}5}{0{,}2} = 350W$

تمرين 2:

1) جرد جميع القوى المطبقة على كل من الحمولة (S) والبكرة وتمثيلها بالرسم على الشكل: أنظر الشكل





2) حساب عمل الثقل:

بالتعريف: $W(\vec{P}) = -P \cdot h = -m \cdot g \cdot h$

ت. ع: $W(\vec{P}) = -50 \times 10 \times 3 = -1500J \rightarrow \boxed{W(\vec{P}) = -1500J}$ **(عمل مقاوم: الجسم صاعد)**

3) حساب عمل القوة $\vec{F}$ في كل حالة ومقارنة النتيجتين:

رفع الحمولة (S) بسرعة ثابتة، حسب مبدأ العطالة معناه $\sum \vec{F} = \vec{0}$ ، كذلك: $\sum W(\vec{F}) = 0$ ، ومنه:

- **حالة القوة $\vec{F}$ مطبقة مماسيا على محز البكرة الصغرى ذات نصف القطر R_1:**

$$W(\vec{F}) + \underbrace{\cancel{W(\vec{P'})}}_{=0} + \underbrace{\cancel{W(\vec{R})}}_{=0} - \cancel{W(\vec{T'})} + \cancel{W(\vec{T})} - W(\vec{P}) = 0$$

إذن: $W(\vec{F}) = W(\vec{P}) = 1500J$

- **حالة القوة $\vec{F}$ مطبقة مماسيا على محز البكرة الكبرى ذات نصف القطر R_2:**

بنفس الطريقة نجد: $W(\vec{F}) = \left|W(\vec{P})\right| = 1500J$

4) حساب شدة القوة $\vec{F}$ في كل حالة:

- **حالة القوة $\vec{F}$ مطبقة مماسيا على محز البكرة الصغرى ذات نصف القطر R_1:**

بالتعريف: $W(\vec{F}) = \mathfrak{M}_{/\Delta}(\vec{F}) \cdot \theta = F \cdot R_1 \cdot \dfrac{h}{R_2} = F \cdot R_1 \cdot \dfrac{2h}{3R_1} = \dfrac{2F \cdot h}{3}$

ومنه: $F = \dfrac{3 \times W(\vec{F})}{2 \times h} \rightarrow F = \dfrac{3 \times 1500}{2 \times 3} = 750N \rightarrow F = 750N$

- **حالة القوة $\vec{F}$ مطبقة مماسيا على محز البكرة الكبرى ذات نصف القطر R_2:**

بالتعريف: $W(\vec{F}) = \mathfrak{M}_{/\Delta}(\vec{F}) \cdot \theta = F \cdot R_2 \cdot \dfrac{h}{R_2} = F \cdot h$

ومنه: $F = \dfrac{W(\vec{F})}{h} \rightarrow F = \dfrac{1500}{3} = 500N \rightarrow F = 500N$

الطريقة التي يتم بها نصح العامل: واضح أن العامل يقوم بنفس العمل ولكن ببذل قوة أقل في حالة تطبيقه لقوة $\vec{F}$ مماسيا على محز البكرة الكبرى.

تمرين 3:

بالتعريف: $W(\vec{F_1},\vec{F_2}) = \mathfrak{M}_{/\Delta}(\vec{F_1},\vec{F_2}) \cdot \theta = P \cdot \Delta t \Rightarrow P = \mathfrak{M}_{/\Delta}(\vec{F_1},\vec{F_2}) \cdot \dfrac{\theta}{\Delta t} = \mathfrak{M}_{/\Delta}(\vec{F_1},\vec{F_2}) \cdot \omega$

ومنه: $P = \mathfrak{M}_{/\Delta}(\vec{F_1},\vec{F_2}) \cdot \omega \rightarrow P = 100 \times 6 = 600W \rightarrow P = 600W$

تمرين 4:

أ- عمل مزدوجة الكبح عمل مقاوم بالتالي اشارة العمل سالبة.

ب- حساب العمل المبذول من أجل انجاز 50 دورة:

بالتعريف: $W(\vec{F_1},\vec{F_2}) = \mathfrak{M}_{/\Delta}(\vec{F_1},\vec{F_2}) \cdot \theta = F \cdot d \cdot \theta \Rightarrow W(\vec{F_1},\vec{F_2}) = F \cdot d \cdot \dfrac{N}{2\pi}$

ومنه: $W(\vec{F_1},\vec{F_2}) = F \cdot d \cdot \dfrac{N}{2\pi} \rightarrow W(\vec{F_1},\vec{F_2}) = 15 \times 10^{-1} \times \dfrac{50}{2\pi} = 11,94J \rightarrow W(\vec{F_1},\vec{F_2}) \approx 12J$

تمرين 5:

- **حساب العمل المنجز خلال 10 دورات في كل حالة:**

أ- لقوة مفرملة مماسية شدتها $F=5N$ تبعد بمسافة $d=10cm$ عن محور الدوران:

بالتعريف: $W(\vec{F})=\mathfrak{M}_{/\Delta}(\vec{F})\cdot\theta=F\cdot d\cdot\dfrac{N}{2\pi}$

ومنه: $W(\vec{F})=F\cdot d\cdot\dfrac{N}{2\pi}\rightarrow W(\vec{F})=5\times10^{-1}\times\dfrac{10}{2\pi}=0{,}796J\rightarrow W(\vec{F})\approx0{,}8J$

ب- لمزدوجة قوتين محركة شدتها قوتيها $F=7N$ والمسافة بينهما $d=3cm$:

بالتعريف: $W(\vec{F_1},\vec{F_2})=\mathfrak{M}_{/\Delta}(\vec{F_1},\vec{F_2})\cdot\theta=F\cdot d\cdot\theta\Rightarrow W(\vec{F_1},\vec{F_2})=F\cdot d\cdot\dfrac{N}{2\pi}$

ومنه: $W(\vec{F_1},\vec{F_2})=F\cdot d\cdot\dfrac{N}{2\pi}\rightarrow W(\vec{F_1},\vec{F_2})=7\times3\times10^{-2}\times\dfrac{10}{2\pi}=0{,}334J\rightarrow W(\vec{F_1},\vec{F_2})\approx0{,}33J$

تمرين 6:

- **حساب سرعة كل جسم عندما تكون السرعة الزاوية للجملة $N=20tr/\min$:**

بالتعريف: $v=\omega\cdot R=2\pi\cdot\dfrac{N}{60}\cdot R=\dfrac{\pi}{30}\cdot N\cdot R\Leftarrow\begin{cases}v_1=\dfrac{\pi}{30}\cdot N\cdot R_1\\ v_2=\dfrac{\pi}{30}\cdot N\cdot R_2\end{cases}$

ت. ع: $\begin{cases}v_1=\dfrac{\pi}{30}\cdot N\cdot R_1\\ v_2=\dfrac{\pi}{30}\cdot N\cdot R_2\end{cases}\rightarrow\begin{cases}v_1=\dfrac{\pi}{30}\times20\times25\times10^{-2}=0{,}523m/s\\ v_2=\dfrac{\pi}{30}\times20\times50\times10^{-2}=1{,}046m/s\end{cases}\rightarrow\begin{cases}v_1\approx0{,}5m/s\\ v_2\approx1{,}0m/s\end{cases}$

تمرين 7:

فيزيائيا يعرف هذا القمر الاصطناعي بالقمر الجيومستقر وهو قمر اصطناعي له نفس حركة دوران الأرض حول نفسها (حركة دائرية منتظمة دورها $T=24h\Rightarrow T=86400s$) بالتالي:

1) **حساب السرعة الزاوية للقمر الاصطناعي:** $\omega=\dfrac{2\pi}{T}=\dfrac{2\times3{,}14}{86400}=7{,}27\times10^{-5}rad/s$

2) **حساب سرعته الخطية: بالتعريف:** $r=\dfrac{v}{\omega}$ **ومنه:** $v=r\cdot\omega=(R_T+h)\cdot\omega$

ت. ع: $v=(R_T+h)\cdot\omega\Rightarrow v=(6400+36000)\times10^3\times7{,}27\times10^{-5}=3{,}08\times10^3m/s$

بالتالي: $v\approx3{,}1km/s$

تمرين 8:

1) **حساب السرعة الزاوية لكل عجلة: بالتعريف:** $R=\dfrac{v}{\omega}$ **ومنه:** $\omega=\dfrac{v}{R}$

ت. ع: $\omega=\dfrac{v}{R}\Rightarrow\omega=\dfrac{100}{3{,}6\times35\times10^{-2}}=79{,}36rad/s$ **بالتالي:** $\omega\approx79{,}4rad/s$

2) **الزاوية الممسوحة من نقطة على العجلة عند قطع مسافة $1km$:**

بالتعريف: $R=\dfrac{v}{\omega}=\dfrac{d}{\theta}$ **ومنه:** $\theta=\dfrac{d}{R}$

ت. ع: $\theta=\dfrac{d}{R}\Rightarrow\theta=\dfrac{10^3}{35\times10^{-2}}=2{,}857\times10^3rad$ **بالتالي:** $\theta\approx900\pi rad=450\,trs$

تمرين 9:

لدراجة مهرج سيرك عجلتين مختلفتي القطر، الأولى قطرها $50cm$ والثانية قطرها $1m$.
تتحرك هذه الدراجة بسرعة $v=7,5km/h$.

1) حساب السرعة الزاوية لكل عجلة: كما هو الحال في التمرين السابق: $\omega=\dfrac{v}{R}$ ومنه:

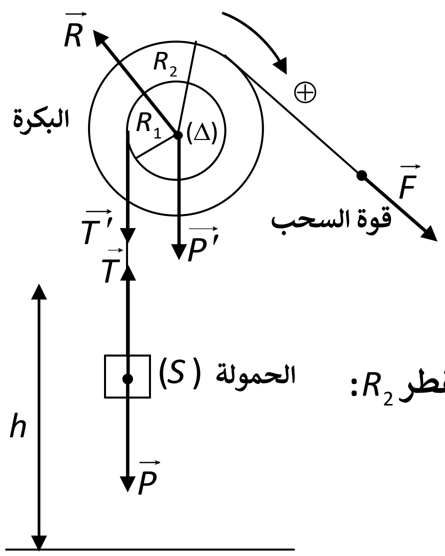
- السرعة الزاوية للعجلة الصغيرة: $\omega_1=\dfrac{v}{R_1} \Rightarrow \omega_1=\dfrac{7,5}{3,6\times25\times10^{-2}}\approx 8,34rad/s$
- السرعة الزاوية للعجلة الكبيرة: $\omega_2=\dfrac{v}{R_2} \Rightarrow \omega_2=\dfrac{7,5}{3,6\times0,5}\approx 4,17rad/s$

2) الزاوية الممسوحة من نقطة على العجلة الكبيرة عندما تدور العجلة الصغيرة بدورة واحدة:

لدينا اعتمادا على ما سبق: $d=R_1\cdot\theta_1=R_2\cdot\theta_2$

ومنه: $\theta_2=\theta_1\cdot\dfrac{R_1}{R_2} \Rightarrow \theta_2=1\times\dfrac{0,5}{1}=0,5\,trs$

تمرين 10:



1) المحز الذي يستحسن لف الحبل عليه لرفع الحمولة :
المحز الأول ذو نصف القطر الأصغر $R_1=10cm$
حتى تقل شدة القوة التي تسحب الحبل على البكرة الكبيرة (الشكل).

2) حساب قوة السحب عندما يصعد الجسم بسرعة ثابتة:
رفع الحمولة (S) بسرعة ثابتة، حسب مبدأ العطالة معناه $\sum\vec{F}=\vec{0}$، كذلك: $\sum W(\vec{F})=0$، ومنه:

- حالة القوة $\vec{F}$ مطبقة مماسيا على محز البكرة الكبرى ذات نصف القطر R_2:

$$W(\vec{F})+\underbrace{\cancel{W(\vec{P'})}}_{=0}+\underbrace{\cancel{W(\vec{R})}}_{=0}-\cancel{W(\vec{T'})}+\cancel{W(\vec{T})}-W(\vec{P})=0$$

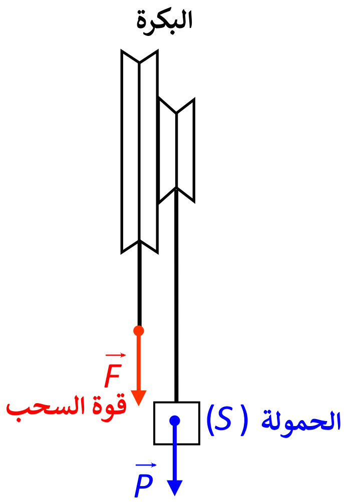
إذن: $W(\vec{F})=W(\vec{P})$

بالتعريف: $W(\vec{F})=\mathfrak{M}_{/\Delta}(\vec{F})\cdot\theta=F\cdot R_2\cdot\dfrac{h}{R_1}$

$$W(\vec{P})=\mathfrak{M}_{/\Delta}(\vec{P})\cdot\theta=m\cdot g\cdot R_1\cdot\frac{h}{R_1}=m\cdot g\cdot h$$

ومنه: $F\cdot R_2\cdot\dfrac{h}{R_1}=m\cdot g\cdot h \rightarrow F=\dfrac{m\cdot g\cdot R_1}{R_2}$

ت. ع: $F=\dfrac{100\times9,8\times10}{50}=196N$



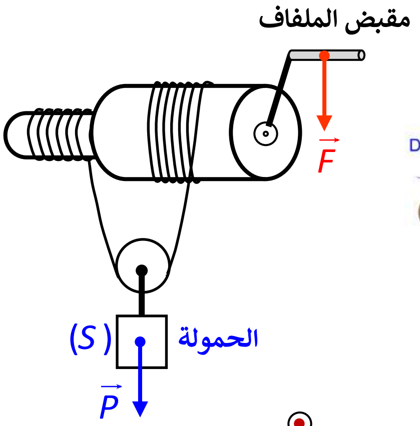
3) ترفع الحمولة الى ارتفاع $h=2m$. ما هو طول الحبل المسحوب:

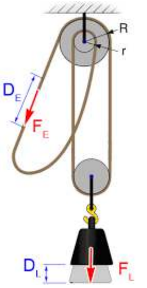
لدينا: $\theta=\dfrac{h}{R_1}=\dfrac{h'}{R_2}\Rightarrow h'=h\cdot\dfrac{R_2}{R_1}=2\times\dfrac{50}{10}=10m$

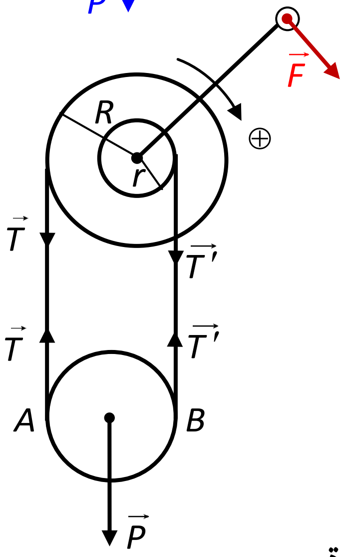
4) الزاوية الممسوحة من نقطة على البكرة:

كما أسلفنا: $\theta=\dfrac{h}{R_1}=\dfrac{h'}{R_2}\Rightarrow\theta=\dfrac{2}{0,1}=\dfrac{10}{0,5}=20rad \Rightarrow \theta=\dfrac{20}{2\pi}=3,2\,trs$

تمرين 11:







1) القوة التي يجب تطبيقها عموديا على المقبض حتى يرفع الثقل $P = 500N$:

- تخضع البكرة المتحركة لثلاث قوى هي:

الثقل $\vec{P}$ وتوتر الخيط على الجهتين $\vec{T}$ و $\vec{T}'$.

شرط التوازن : $\vec{P} = \vec{T} + \vec{T}'$

الثقل $\vec{P}$ مطبق في مركز البكرة (على نفس البعد $\vec{T}$ و $\vec{T}'$)

نستنتج أن: $\vec{T} = \vec{T}'$ وتصبح عبارة التوازن: $P = 2T$.

- الملفاف كذلك يخضع لثلاث قوى: التوترين $\vec{T}$ و $\vec{T}'$ والقوة $\vec{F}$.

شرط التوازن ينص على أن مجموع عزوم القوى التي تحاول تدوير الملفاف في جهة عقارب الساعة يساوي إلى مجموع عزوم القوى التي تدير الملفاف في الجهة المعاكسة.

$F \cdot \ell + T' \cdot r = T \cdot R$، لكن $T = T' = \dfrac{P}{2}$ ومنه نستنتج: $F \cdot \ell = \dfrac{P}{2} \cdot (R - r)$

ونجد أخيرا : $F = \dfrac{P}{2\ell} \cdot (R - r)$

ت.ع : $F = \dfrac{500}{2 \times 50} \times (15 - 10) = 25N$

ملاحظة: تكون القوة $\vec{F}$ صغيرة كلما كان الفرق بين نصف القطرين صغيرا.

2) ماذا يحدث لو كان $R = r$:

في حالة ما إذا كان $R = r$ يكون عزمي $\vec{T}$ و $\vec{T}'$ متساويين بحيث مهما تكن القوة صغيرة تدير الملفاف le treuil.

تمرين 12:

1) هل توافق المزدوجة المحركة العظمى السرعة العظمى؟ لا: لأن المزدوجة العظمى تكون عند سرعة دوران المحرك بمقدار $3500tr/\min$ و الاستطاعة العظمى عندما يدور المحرك بسرعة $6000tr/\min$.

2) حساب المزدوجة المحركة عند السرعة العظمى:

توافق السرعة العظمى $6000tr/\min$، الاستطاعة العظمى $P = 120kW$ بالتالي:

$$M = \frac{60}{2\pi N} \cdot P \Rightarrow M = \frac{60 \times 120 \times 10^3}{2\pi \times 6000} = 191N \cdot m$$

3) حساب الاستطاعة التي توافق المزدوجة المحركة العظمى:

$$P = \frac{2\pi N'}{60} \cdot M \Rightarrow P = \frac{2\pi \times 3500}{60} \times 170 = 62,3 \times 10^3 W = 62,3kW$$

4) حساب محصلة قوى الاحتكاك المطبقة على السيارة عند السرعة العظمى $v = 210Km/h$ باعتبار الحركة مستقيمة منتظمة على طريق أفقي:

بالتعريف: $P = F \cdot v$ ومنه: $F = \dfrac{P}{v} \Rightarrow F = \dfrac{120 \times 10^3 \times 3600}{210 \times 10^3} = 2057N$

تمرين 13:

1) الطاقة الحركية لهذا الكرة:

الطاقة الحركية للكرة وهي تنزلق ولا تتدحرج (حالة حركة انسحابية) تكتب على الشكل: $E_c = \dfrac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$

ت.ع : $E_c = \dfrac{1}{2} \times 0,5 \times 5^2 = 6,25J$

2) السرعة الزاوية للكرة لو كانت تدور بنفس الطاقة الحركية حول محور يمر من مركزها:

الطاقة الحركية للكرة في هذه الحالة تكتب على الشكل: $E_c = \frac{1}{2}\cdot J_\Delta \cdot \omega^2$

حيث: $J_\Delta = \frac{2}{5}\cdot m\cdot R^2$ **عزم عطالة الكرة، ومنه:**

$$E_c = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{2}{5}\cdot m\cdot R^2\right)\cdot\omega^2 = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{5}{2}}\cdot\frac{v}{R}$$

ت.ع: $\omega = \sqrt{\frac{5}{2}}\times\frac{5}{0,1} = 79 rad\cdot s^{-1}$

تمرين 14:

1) العمل الذي يبذله الدراج لقطع مسافة $1km$:

$$W(\vec{F}) = F\cdot d \Rightarrow W(\vec{F}) = 20\times 10^3 = 20kJ$$

2) الاستطاعة P **التي يبذلها في هذه الظروف:**

$$P = F\cdot v \Rightarrow P = 20\times\frac{25}{3,6} = 138,89W \Rightarrow P \approx 139W$$

3) الاستطاعة P' **التي سوف يبذلها اذا احتفظ بنفس السرعة وصعد طريقا مائلا ميله** 5%:

عندما يصعد الدراج طريقا مائلا تضاف مركبة الثقل الموازية لاتجاه الحركة إلى قوة الاحتكاك، ومنه:

$$P' = (F + P\times 5\%)\cdot v \Rightarrow P' = (20 + 0,05\times 90\times 9,8)\times\frac{25}{3,6} = 445,14W \Rightarrow P' \approx 445W$$

تمرين 15:

أقصر مدة زمنية لازمة للأسطوانة حتى تدور، انطلاقا من السكون، بسرعة $1750 tr/\min$:

مبدأ انحفاظ الطاقة: الطاقة الابتدائية + الطاقة المكتسبة – الطاقة المفقودة = الطاقة النهائية

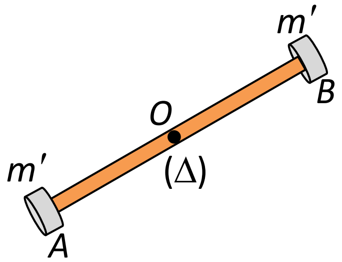
ومنه: $E_c = 0 + P\cdot t - 0$

بما أن الحركة دورانية: $E_c = \frac{1}{2}\cdot J_\Delta\cdot\omega^2$ **ومنه نستنتج الزمن اللازم للأسطوانة حتى تدور، انطلاقا من السكون،**

بسرعة $1750 tr/\min$: $\frac{1}{2}\cdot J_\Delta\cdot\omega^2 = P\cdot t \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}mR^2\right)\cdot\left(\frac{2\pi N}{60}\right)^2 = P\cdot t$

بالتالي: $t = \frac{\pi^2\cdot N^2\cdot m\cdot R^2}{3600P} \Rightarrow t = \frac{\pi^2\times 1750^2\times 250\times 0,75^2}{3600\times 3000} = 393,58s \Rightarrow t \approx 393s = 6\min 33s$

تمرين 16:



1) عزم العطالة J_Δ **للجملة (الساق + الكتلتين) بالنسبة للمحور (Δ):**

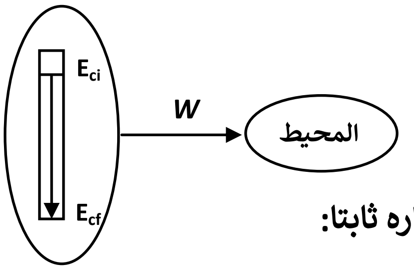
بالتعريف: J_Δ **(الجملة) =** J_Δ **(الساق) +** J_Δ **(الكتلتين)**

ومنه: $J_\Delta = \frac{1}{3}m\ell^2 + 2\times\left(m'\ell^2\right) = \ell^2\left(\frac{1}{3}m + 2m'\right)$

ت. ع: $J_\Delta = 0,5^2\left(\frac{0,5}{3} + 2\times 0,2\right) = 14,2\times 10^{-2} kg\cdot m^2$

2) الطاقة الحركية للجملة (الساق + الكتلتين): $E_c = \frac{1}{2}\cdot J_\Delta\cdot\omega^2 = \frac{1}{2}\cdot J_\Delta\cdot\left(\frac{2\pi N}{60}\right)^2$

ت. ع: $E_c = \frac{1}{2}\times 14,2\times 10^{-2}\times\left(\frac{6,28\times 100}{60}\right)^2 \approx 7,78J$



3) الاستطاعة المتوسطة لقوى الاحتكاك:

مبدأ حفظ الطاقة: $0 = P\cdot t - 0 + E_c$

أي: $P = \dfrac{E_c}{t} = \dfrac{7,78}{600} = 13mW$

4) تتوقف الساق بعد ما تدور 400 دورة. حساب عزم قوى الاحتكاك باعتباره ثابتا:

لدينا: $W = M_f\cdot\theta = E_c \Rightarrow M_f = \dfrac{E_c}{\theta} = \dfrac{E_c}{2\pi N} = \dfrac{7,78}{400\times 6,28} = 3\times10^{-3}N\cdot m$

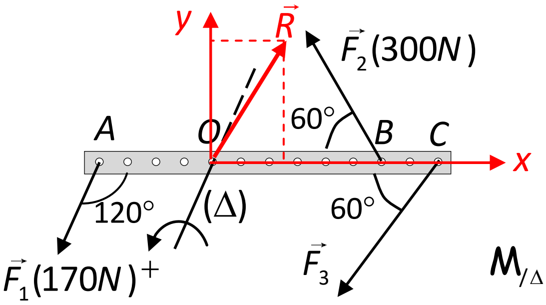
تمرين 17:

1) شروط توازن جسم متحرك حول محور ثابت: شرط توازن جسم متحرك حول محور ثابت هما:

- المجموع الشعاعي لجميع القوى المؤثرة عليه معدوم $(\sum\vec{F} = \vec{0})$.

- المجموع الجبري لعزوم جميع القوى المؤثرة عليه بالنسبة لمحور الدوران معدوم $(\sum M_{/\Delta}(\vec{F}) = 0)$.

2) حساب عزم القوة $\vec{F_3}$ واستنتاج شدتها:



المسطرة متوازنة بتأثير الأفعال التدويرية للقوى

$\vec{F_1}$، $\vec{F_2}$ و $\vec{F_3}$ بالتالي:

$M_{/\Delta}(\vec{F_1}) + M_{/\Delta}(\vec{F_2}) - M_{/\Delta}(\vec{F_3}) = 0$ **حيث:** $M_{/\Delta}(\vec{R}) = 0$

ومنه:

$$M_{/\Delta}(\vec{F_3}) = F_1\cdot d_1 + F_2\cdot d_2 = F_1\cdot OA\cdot\sin60° + F_2\cdot OB\cdot\sin60°$$

ت. ع: $M_{/\Delta}(\vec{F_3}) = (170\times0,2 + 300\times0,3)\times\sin60° = 124\dfrac{\sqrt{3}}{2}N\cdot m$

حيث أن: $M_{/\Delta}(\vec{F_3}) = F_3\cdot OC\cdot\sin60° \Rightarrow F_3 = \dfrac{M_{/\Delta}(\vec{F_3})}{OC\cdot\sin60°}$

ت. ع: $F_3 = \dfrac{124\times\sin60°}{0,4\times\sin60°} = 310N$

3) مميزات الفعل $\vec{R}$ للمحور على المسطرة واستنتاج شدة $\vec{R}$ والزاوية التي يصنعها حامل $\vec{R}$ مع المستقيم OC:

القوة $\vec{R}$ ليس لها فعل تدويري على الساق لكنها تحقق أحد شرطي التوازن: $\sum\vec{F} = \vec{0}$

بالتالي: $\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + \vec{R} = \vec{0}$

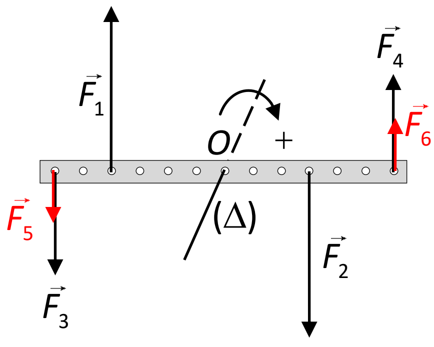
بالإسقاط على المحورين Ox و Oy :

$$\begin{cases} R_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = \dfrac{1}{2}(F_1 + F_2 + F_3) = \dfrac{1}{2}(170 + 300 + 310) = 390N \\ R_y = F_{1y} - F_{2y} + F_{3y} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}(F_1 - F_2 + F_3) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}(170 - 300 + 310) \approx 156N \end{cases}$$

ومنه: $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{390^2 + 156^2} = 420N$

من الشكل: $tg(\vec{R},\vec{OC}) = \dfrac{R_y}{R_x} = \dfrac{156}{390} = 0,4 \Rightarrow (\vec{R},\vec{OC}) = 21,8°$

تمرين 18:



1) حساب عزمي المزدوجتين:

بالتعريف: $M_{/\Delta}(\vec{F}_1,\vec{F}_2)=F_1\cdot 2\ell$ (عزم محرك)

ت. ع: $M_{/\Delta}(\vec{F}_1,\vec{F}_2)=6\times 0,4=2,4N\cdot m$

كذلك: $M_{/\Delta}(\vec{F}_3,\vec{F}_4)=-F_3\cdot 4\ell=-F_3\cdot L$ (عزم مقاوم)

ت. ع: $M_{/\Delta}(\vec{F}_3,\vec{F}_4)=-2\times 0,8=-1,6N\cdot m$

2) حساب مجموع عزمي المزدوجتين المؤثرتين على الساق:

$M_{/\Delta}(\vec{F}_1,\vec{F}_2)+M_{/\Delta}(\vec{F}_3,\vec{F}_4)=2,4-1,6=0,8N\cdot m$

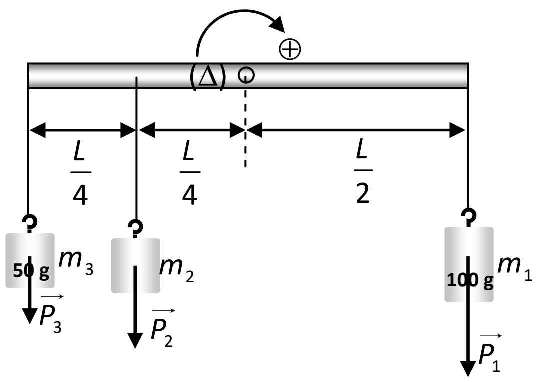
3) الساق ليست في حالة توازن لأن: $\sum M_{/\Delta}(\vec{F})\neq 0$

4) العزم اللازم اضافته حتى تتوازن الساق: $M_{/\Delta}(\vec{F}_5,\vec{F}_6)=-0,8N\cdot m$

5) تمثيل القوتين $\vec{F}_5$ و $\vec{F}_6$ وحساب شدتيهما: لاحظ الشكل

لدينا: $M_{/\Delta}(\vec{F}_5,\vec{F}_6)=-0,8N\cdot m=-F_5\times 0,8$ بالتالي: $F_5=F_6=1,0N$

تمرين 19:



عندما لا تدور الساق يكون المجموع الجبري لعزوم القوى المؤثرة على الجسم منعدما: $\sum \mathfrak{M}_{\Delta}(\vec{F})=0$

ومنه: $M_{\Delta}(\vec{P}_1)+M_{\Delta}(\vec{P}_2)+M_{\Delta}(\vec{P}_3)=0$

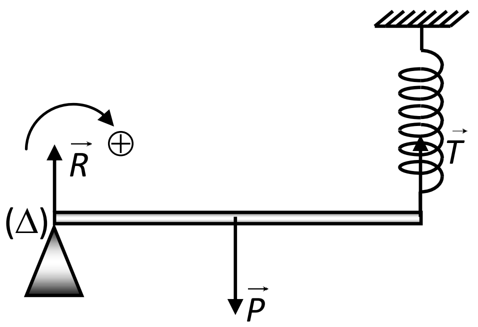
أي: $m_1 g\cdot\frac{L}{2}-m_2 g\cdot\frac{L}{4}-m_3 g\cdot\frac{L}{4}=0 \Leftarrow m_2=2m_1-m_3$

ت. ع: $m_2=180g \quad m_2=2\times 0,1-0,02=0,18kg \Leftarrow$

تمرين 20:

بنفس الطريقة السابقة، نجد: $F_2=10N$

تمرين 21:



كتلة الساق:

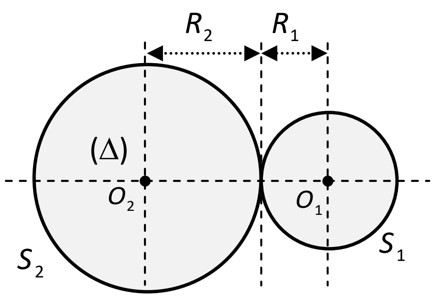
شرط توازن الساق بالنسبة لمحور الدوران (Δ): $\sum \mathfrak{M}_{\Delta}(\vec{F})=0$

بالتالي: $M_{\Delta}(\vec{P})+M_{\Delta}(\vec{R})+M_{\Delta}(\vec{T})=0$

أي: $mg\cdot\frac{L}{2}+0-k\cdot X\cdot L=0 \Leftarrow m=\frac{2k\cdot X}{g}$

ت. ع: $m=60g \quad m=\frac{2\times 20\times 0,015}{10}=0,06kg \Leftarrow$

تمرين 22:



حساب عزم عطالة الجملة بالنسبة لمحور (Δ) عمودي على مستوي الشكل ويمر من مركز الكتلة O_2 للقرص (S_2):

لدينا: $J_{/\Delta}(S)=J_{/\Delta}(S_1)+J_{/\Delta}(S_2)$

حسب نظرية هويغنز: $J_{/\Delta'}=J_{/\Delta}+M\cdot d^2$

بالتالي: $J_{/\Delta}(S_1)=J_{/O_1}+m_1(R_1+R_2)^2$

$\Leftarrow J_{/\Delta}(S_1)=\frac{1}{2}m_1\cdot R_1^2+m_1(R_1+R_2)^2$

ت. ع: $J_{/\Delta}(S_1)=\frac{1}{2}\times 0,1\times(0,15)^2+0,1(0,15+0,25)^2=0,017125kg\cdot m^2$

$J_{/\Delta}(S_1)=17,125\times10^{-3}kg\cdot m^2 \quad \Leftarrow$

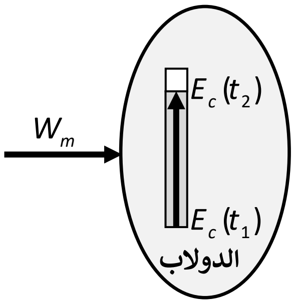
كذلك: $\Leftarrow \quad J_{/\Delta}(S_2)=J_{/O_2}+0 \quad J_{/\Delta}(S_2)=\frac{1}{2}m_2\cdot R_2^2$

ت. ع: $\Leftarrow \quad J_{/\Delta}(S_2)=\frac{1}{2}\times0,2\times(0,25)^2=0,00625kg\cdot m^2 \quad J_{/\Delta}(S_2)=6,25\times10^{-3}kg\cdot m^2$

ومنه: $\Leftarrow \quad J_{/\Delta}(S)=(17,125+6,25)\times10^{-3}=23,375\times10^{-3}kg\cdot m^2 \quad J_{/\Delta}(S)=23,375\times10^{-3}kg\cdot m^2$

تمرين 23:

1- الحصيلة الطاقوية الخاصة بالدولاب بين اللحظتين t_1 و t_2:



بما أن الدولاب ينطلق من السكون إذن: $E_c(t_1)=0$، ومنه:

لاحظ الشكل.

2- العلاقة التي تربط بين العمل الميكانيكي للمزدوجة و الطاقة الحركية للدولاب في اللحظة t_2:

بتطبيق معادلة انحفاظ الطاقة بين اللحظتين t_1 و t_2:

اعتمادا على الحصيلة الطاقوية، نكتب: $\Leftarrow \quad E_c(t_1)+W_m-0=E_c(t_2) \quad E_c(t_2)=W_m$

3- استنتاج عدد الدورات التي قام بها الدولاب بين اللحظتين t_1 و t_2:

لدينا: $E_c(t_2)=W_m$**، بالتالي:** $\Leftarrow \quad \frac{1}{2}J_{/\Delta}\cdot\omega^2=\mathfrak{M}_\Delta\cdot\theta \quad \theta=\frac{J_{/\Delta}\cdot\omega^2}{2\mathfrak{M}_\Delta}$

نقوم بحساب عزم عطالة القرص بالنسبة لمحور دورانه:

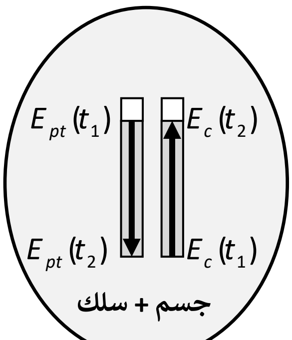
$$J_{/\Delta}=\frac{1}{2}m\cdot R^2=\frac{1}{2}\times(2\times10^3)\times(0,5)^2=250kg\cdot m^2$$

نعوض في العلاقة السابقة فنجد: $\Leftarrow \quad \theta=\frac{250\times\left(\frac{360\times2\pi}{60}\right)^2}{2\times3,5\times10^3}=50,7rad \quad \theta=\frac{50,7}{2\pi}=8trs$

تمرين 24:

1- نوع الطاقة التي تخزن في السلك أثناء فتله: طاقة كامنة فتلية (E_{pt})

2- استنتاج ثابت فتل السلك (C):



بما أن القرص في حالة توازن نكتب: $\sum\mathfrak{M}_\Delta(\vec{F})=0$

ومنه: $\Leftarrow \quad \mathfrak{M}_\Delta(\vec{F_1},\vec{F_2})=C\cdot\theta \quad C=\frac{\mathfrak{M}_\Delta(\vec{F_1},\vec{F_2})}{\theta}=\frac{2F\cdot R}{\theta}$

ت. ع: $\Leftarrow \quad C=\frac{2\times2\times0,2}{\pi/6}=1,53N\cdot m\cdot rad^{-1} \quad C=1,53N\cdot m/rad$

3- أ- الحصيلة الطاقوية الخاصة بالجملة (سلك + جسم) بين اللحظتين t_1 و t_2:

عند تحرير الجملة بين اللحظتين t_1 و t_2، تتحول الطاقة الكامنة الفتلية لنواس الفتل إلى طاقة حركية للجسم، ومنه الحصيلة الطاقوية الخاصة بالجملة: لاحظ الشكل.

ب- قانون مبدأ انحفاظ الطاقة الخاص بهذه الجملة بين اللحظتين t_1 و t_2:

$$\underbrace{\cancel{E_c(t_1)}}_{=0}+E_{pt}(t_1)=E_c(t_2)+\underbrace{\cancel{E_{pt}(t_2)}}_{=0} \quad \Leftarrow \quad E_1(t_1)=E_2(t_2)$$

بالتالي: $E_{pt}(t_1)=E_c(t_2)$

وهي العلاقة التي تربط بين الطاقة الكامنة الفتلية لنواس الفتل في اللحظة t_1 والطاقة الحركية للجسم في اللحظة t_2.

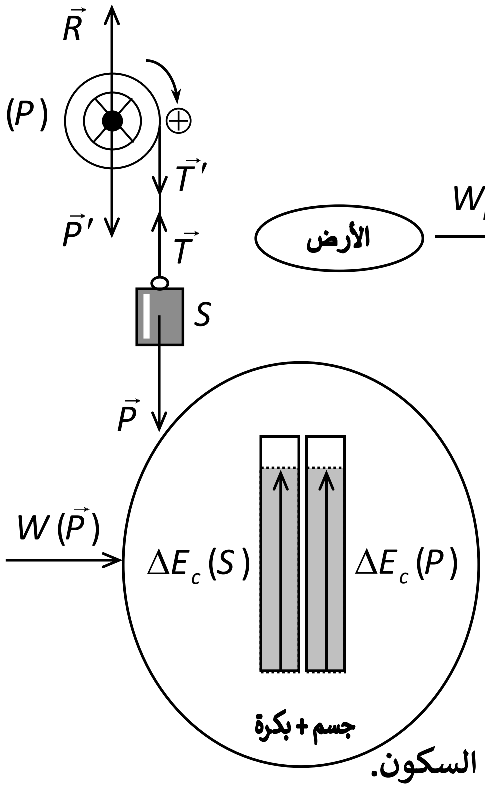
جـ- استنتاج قيمة السرعة الزاوية ω :

من العلاقة السابقة نجد: $\frac{1}{2}C\cdot\theta^2=\frac{1}{2}J_{/\Delta}\cdot\omega^2 \Leftarrow \omega=\theta\sqrt{\frac{C}{J_{/\Delta}}}$

نقوم بحساب عزم عطالة الجملة بالنسبة لمحور فتلها: $J_{/\Delta}=\frac{1}{2}m\cdot R^2=\frac{1}{2}\times 0,4\times(0,2)^2=0,008kg\cdot m^2$

نعوض في العلاقة السابقة فنجد: $\omega=\frac{\pi}{6}\times\sqrt{\frac{1,53}{0,008}}=7,24rad/s \Leftarrow \omega=7,24rad\cdot s^{-1}$

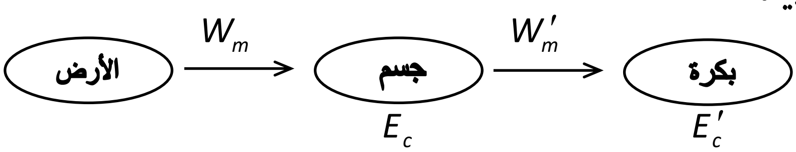
تمرين 25:



1) **تمثيل القوى الخارجية: لاحظ الشكل.**

2) **العلاقة التي تربط السرعة الزاوية بالسرعة الخطية هي:** $\omega=\frac{v}{R}$

3) **تكملة السلسلة الطاقوية:**



4) **الحصيلة الطاقوية الخاصة بالجملة (جسم S + بكرة):**

5) **بتطبيق قانون مبدأ إنحفاظ الطاقة نصل إلى:**

$$\Delta E_c=m\cdot g\cdot H$$

6) **عبارة الطاقة الحركية الدورانية للبكرة:**

$$E_c(P)=\frac{1}{2}J_{\Delta}\cdot\omega^2$$

نعوض في هذه العبارة كل من J_{Δ} و ω نجد:

$$E_c(P)=\frac{1}{4}M\cdot v^2$$

7) **في اللحظة t_1 تكون الطاقة الحركية للجملة منعدمة لأنها تنطلق من السكون.**

و بذلك التغير في الطاقة الحركية يكون يساوي الطاقة الحركية في اللحظة t_2: $E_c(t_2)=m\cdot g\cdot H$

و منه نكتب: $\frac{1}{2}m\cdot v^2+\frac{1}{4}M\cdot v^2=m\cdot g\cdot H$ **بالتالي:** $v=\sqrt{\frac{m\cdot g\cdot H}{\frac{m}{2}+\frac{M}{4}}}$

8) **التطبيق العددي يعطي:** $v=\sqrt{\frac{0,2\times 9,81\times 0,8}{\frac{0,2}{2}+\frac{0,5}{4}}}=2,8\,m/s \Leftarrow v=2,8\,m/s$

9) **الطاقة الحركية للجسم S:**

بالتعريف: $E_c(S)=\frac{1}{2}m\cdot v^2=\frac{1}{2}\times 0,2\times(2,8)^2=0,78\,J \Leftarrow E_c(S)=0,78\,J$

الطاقة الحركية للبكرة (P): $E_c(P)=\frac{1}{4}M\cdot v^2=\frac{1}{4}\times 0,5\times(2,8)^2=0,98\,J \Leftarrow E_c(P)=0,98\,J$