سلاسل المنجد - دروس و تمارين

علوم فيزيائية

2AS

الشعب العلمية و الرياضية

السلسلة 2-04-1

الطاقة الكامنة

عرض نظري و تمارين محلولة

يمكن تحميل السلسلة بصيغة pdf من موقع المنجد :
www.sites.google.com/site/faresfergani

للمزيد (عرض نظري مفصل – تمارين – فيديوهات ......)
يرجى زيارتنا على صفحة الوحدة في نفس الموقع الإلكتروني .

لكي يصلك جديد موقع المنجد تابع صفحة الفايسبوك التالية :
facebook.com/elmoundjidff

الأستاذ فرقاني فارس
ثانوية مولود قاسم نايت بلقاسم - الخروب - قسنطينة
fares_fergani@yahoo.fr
0771998109

الإصدار : نوفمبر/2022

العلوم الفيزيائية

سلاسل المنجد في العلوم الفيزيائية – ثانية ثانوي – الوحدة 04

الطاقة الكامنة

إعداد الأستاذ فرقاني فارس
ثانوية مولود قاسم نايت بلقاسم - الخروب - قسنطينة
www.sites.google.com/site/faresfergani

****

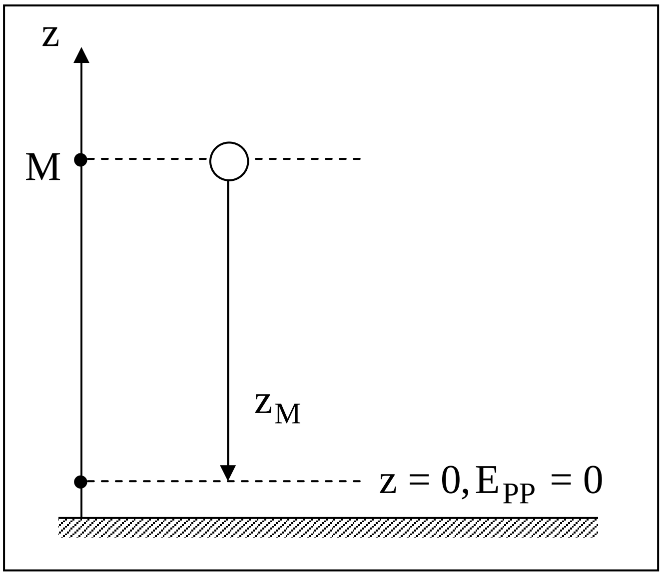
السلسلة 2 –04– 01

عرض نظري و تمارين

1- الطاقة الكامنة الثقالية

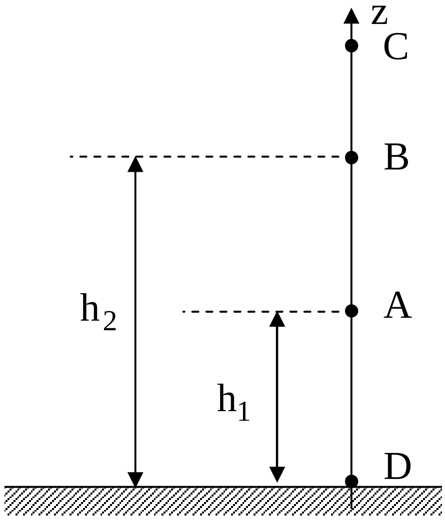
• عبارة الطاقة الكامنة الثقالية للجملة (جسم + أرض) :

- نقول عن جملة مرنة أنها قابلة للتشوه ، إذا تغيرت المسافة بين مختلف أجزائها ، و بتشوه الجملة تكتسب هذه الأخيرة طاقة تدعى طاقة كامنة يرمز لها بـ E_P و وحدتها الجول (J) .
- تتشوه الجملة (جسم + أرض) إذا تغير البعد بين الجسم و الأرض .
- الطاقة الكامنة الثقالية للجملة (جسم + أرض) هي مقدار موجب ، لكننا نتعامل معها كمقدار جبري ، فهي تقاس بالنسبة لمستوي مرجعي نعتبر عنده الطاقة الكامنة الثقالية معدومة . علما أن التغير في الطاقة الكامنة لا يتغير بتغير المستوي المرجعي .
- عندما يكون جسم (S) على ارتفاع z من المستوي المرجعي فإن الجملة (جسم S + أرض) تمتلك طاقة كامنة ثقالية يعبر عنها بالعلاقة :



$$\boxed{E_{pp} = m.g.z}$$

التمرين (1) : (التمرين : 001 في بنك التمارين على الموقع) (*)



من موضع A يقع على ارتفاع $h_1 = 1.2\ m$ من سطح الأرض ، يقذف طفل كرة كتلتها $m = 400\ g$ شاقوليا نحو الأعلى بسرعة v_A ، تمر بالموضع B الذي يرتفع عن سطح الأرض بمقدار $h_2 = 1.5\ m$ ، ثم تواصل حركتها بعد ذلك حتى تبلغ الموضع C أين تغير جهة حركتها لتعود باتجاه سطح الأرض حيث تصطدم به عند الموضع D .

يعطى : $g = 10\ m/s^2$.

- أحسب الطاقة الكامنة الثقالية للجملة (كرة + أرض) عند المواضع A ، B ، D في الحالتين التاليتين :

1- المستوي المرجعي لحساب الطاقة الكامنة الثقالية منطبق على سطح الأرض .

2- المستوي المرجعي لحساب الطاقة الكامنة الثقالية مار من النقطة A .

الأجوبة :

- حساب الطاقة الكامنة :

1- المستوي المرجعي لحساب الطاقة الكامنة يكون منطبق على سطح الأرض (مار من D) :

- $E_{PPA} = m\ g\ z_A = m\ g\ h_1 = 0.4\ .\ 10\ .\ 1.2 = 4.8\ J$
- $E_{PPB} = m\ g\ z_B = m\ g\ h_2 = 0.4\ .\ 10\ .\ 1.5 = 6\ J$
- $E_{PPD} = m\ g\ z_D = 0$ (المستوى المرجعي)

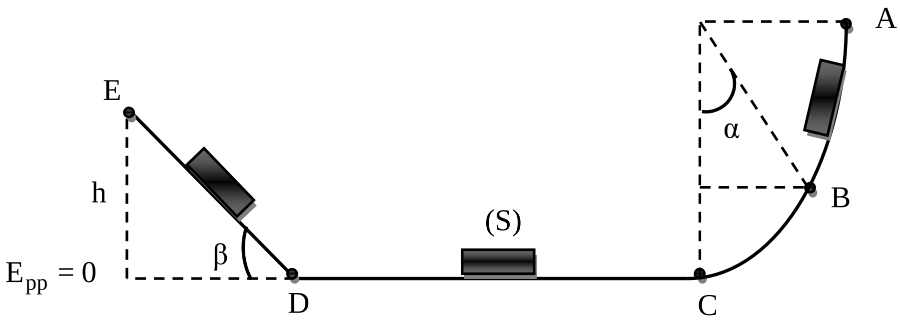
2- المستوي المرجعي لحساب الطاقة الكامنة يكون مار من A:

- $E_{PPA} = m\ g\ z_A = 0$ (المستوى المرجعي)
- $E_{PPB} = m\ g\ z_B = m\ g\ (h_2 - h_1) = 0.4\ .\ 10\ .\ (1.5 - 1.2) = 1.2\ J$
- $E_{PPD} = m\ g\ z_D = m\ g\ (-\ h_1) = 0.4\ .\ 10\ .\ (-1.2) = -\ 4.8\ J$

التمرين (2) : (التمرين : 025 في بنك التمارين على الموقع) (**)

جسم صلب (S) كتلته $m = 300\ g$ ، يتحرك على المسار ACDEF الموضح في الشكل و المتكون من :

- AC : ربع دائرة مركزها o نصف قطرها $R = 80\ cm$.
- CD : مستوي أفقي .
- DE : مستوي مائل طوله $DE = 60\ cm$ و يميل على الأفق بزاوية $\alpha = 60°$.



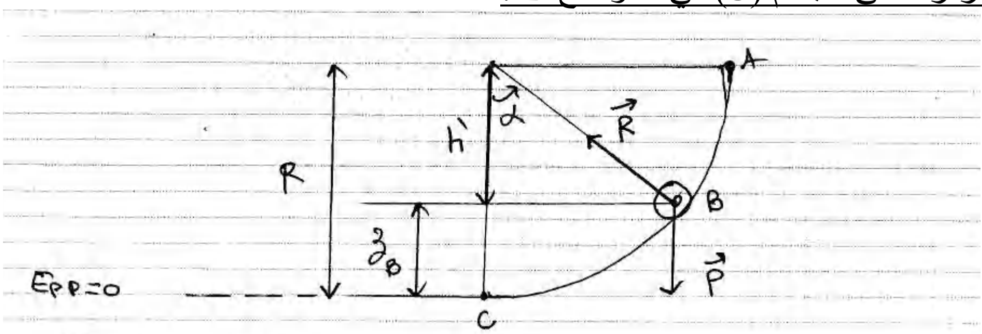
يخضع الجسم (S) على المستويين الأفقي و المائل إلى قوة احتكاك $\vec{f}$ شدتها ثابتة $f = 1\ N$ بينما على المستوى الدائري لا يخضع إلى هذه القوة ، نعتبر المستوي الأفقي المار من C و D مرجعا لحساب الطاقة الكامنة الثقالية .

يتحرك الجسم (S) على المستوي الدائري من الموضع A بدون سرعة ابتدائية . (يعطى $g = 10\ m/s^2$) .

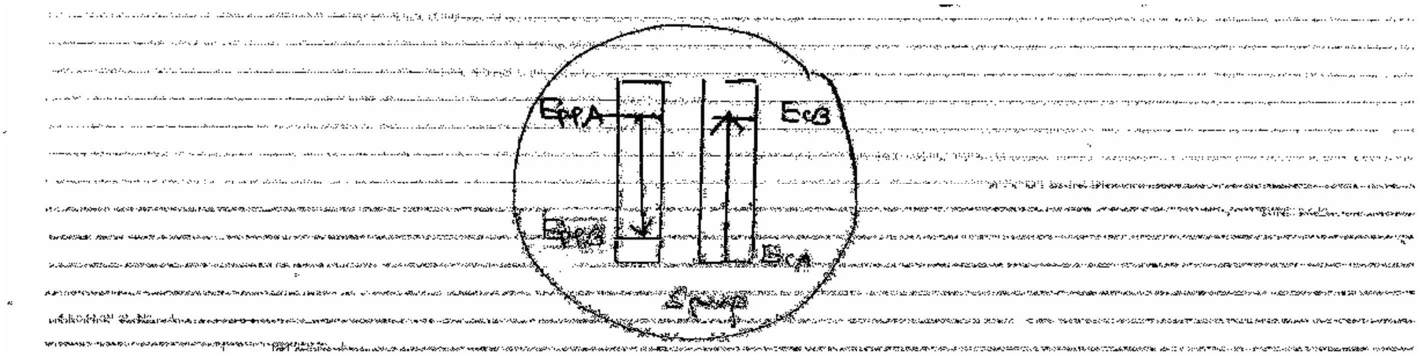
1- مثل القوى المؤثرة على الجسم (S) في الموضع B .
2- أ- مثل مخطط الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم S + أرض) بين أثناء الانتقال من الموضع A إلى الموضع B ، ثم أكتب معادلة انحفاظ الطاقة أثناء هذا الانتقال .
ب- أحسب سرعة الجسم (S) عند الموضع B ثم استنتج سرعته عند الموضع C .
3- يبلغ الجسم (S) الموضع C بسرعة 4 m/s ثم يواصل حركته على بقية المسار فيبلغ الموضع D بسرعة $v_D = 3\ m/s$.
أ- مثل مخطط الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم S) بين الموضعين C و D ثم أكتب معادلة انحفاظ الطاقة .
ب- أحسب المسافة CD .
4- علما أن الجسم يتوقف عند الموضع E و باعتبار الجملة (جسم + أرض) :
أ- مثل مخطط الحصيلة الطاقوية بين الموضعين D و E ، ثم أكتب معادلة انحفاظ الطاقة.
ب- أوجد قيمة الزاوية β .

الأجوبة :

1- تمثيل القوى المرثرة على الجسم (S) في الموضع B :



2- أ- مخطط الحصيلة الطاقوية بين A و B :
- الجملة المدروسة : (جسم S + أرض)
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : $\vec{R}$ ، $\vec{P}$



- معادلة انحفاظ الطاقة :
بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقو بين A و B و بالاعتماد على مخطط الحصيلة الطاقوية :

$E_A + E_{مكتسبة} - E_{مقدمة} = E_B$
$E_{CA} + E_{ppA} = E_{CB} + E_{ppB}$
$E_{ppA} = E_{CB} + E_{ppB}$

ب- سرعة الجسم عند B :
مما سبق :

$E_{ppA} = E_{CB} + E_{ppB}$

$$mgz_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + m.g.z_B$$

$$gz_A = \frac{1}{2}v_B^2 + g.z_B$$

$$2gz_A = v_B^2 + 2g.z_B$$

من الشكل :

▪ $z_A = R$
▪ $z_B = R - h' = R - R\cos\alpha = R(1 - \cos\alpha)$

يصبح لدينا :

$$2gR = v_B^2 + 2gR(1 - \cos\alpha)$$

$$2g.R = v_B^2 + 2gR - 2gR\cos\alpha$$

$$v_B^2 - 2gR\cos\alpha = 0$$

$$v_B^2 = 2gR\cos\alpha \rightarrow v_B^2 = \sqrt{2gR\cos\alpha}$$

$$v_B^2 = \sqrt{2.10.0,8.\cos60°} = 2,82\ m/s$$

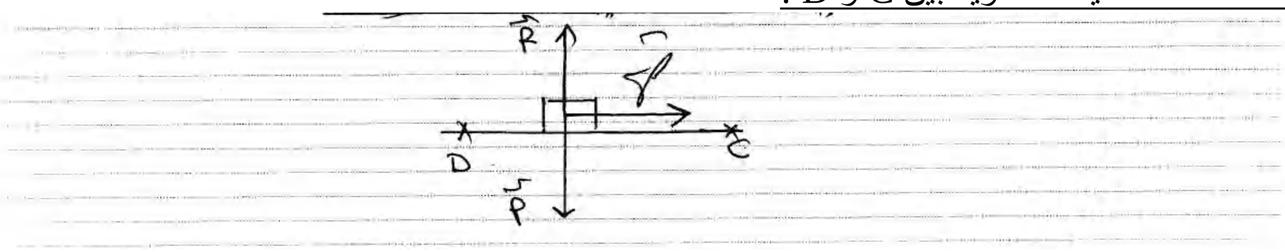
- السرعة عند C :

بنفس الطريقة السابقة مع أخذ $\alpha = 0$ نجد :

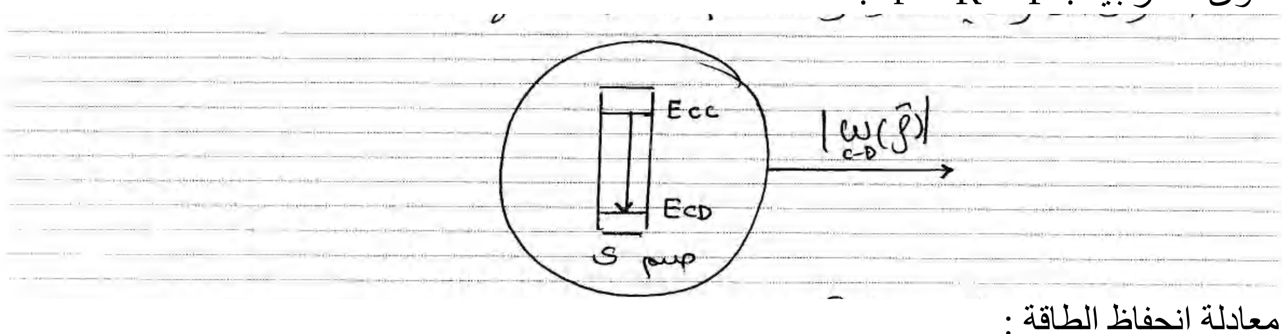
$$v_C^2 = \sqrt{2gR\cos 0} \rightarrow v_C^2 = \sqrt{2gR}$$

$$v_C^2 = \sqrt{2.10.0,8} = 4\ m/s$$

4- أ- مخطط الحصيلة الطاقوية بين C و D :



- الجملة المدروسة : جسم (S) .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية : $\vec{P}$ ، $\vec{R}$ ، $\vec{f}$.



- معادلة انحفاظ الطاقة :

بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين C و D و بالاعتماد على مخطط الحصيلة الطاقوية :

$$E_C + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_D$$

$$E_{CC} - |W_{CD}(\vec{f})| = E_{CD}$$

ب- المسافة CD :

مما سبق :

$$E_{CC} - \left|W_{CD}(\vec{f})\right| = E_{CD}$$

$$\frac{1}{2}mv_C^{\ 2} - |- f.CD| = \frac{1}{2}mv_D^{\ 2}$$

$$\frac{1}{2}mv_C^{\ 2} - f.CD = \frac{1}{2}mv_D^{\ 2}$$

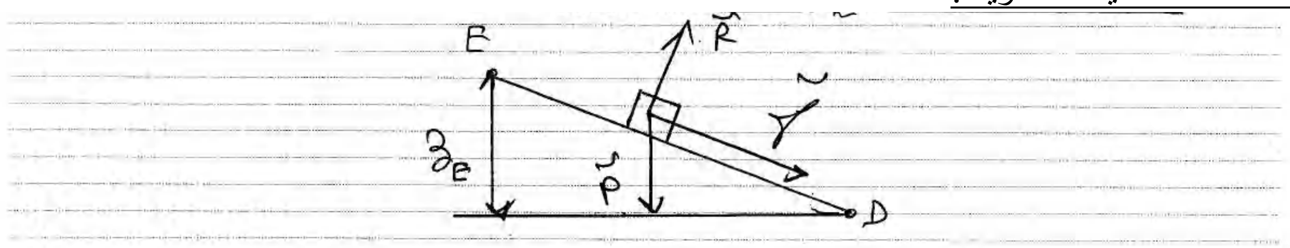
$$mv_C^{\ 2} - 2f.CD = mv_D^{\ 2}$$

$$mv_C^{\ 2} - mv_D^{\ 2} = 2f.CD$$

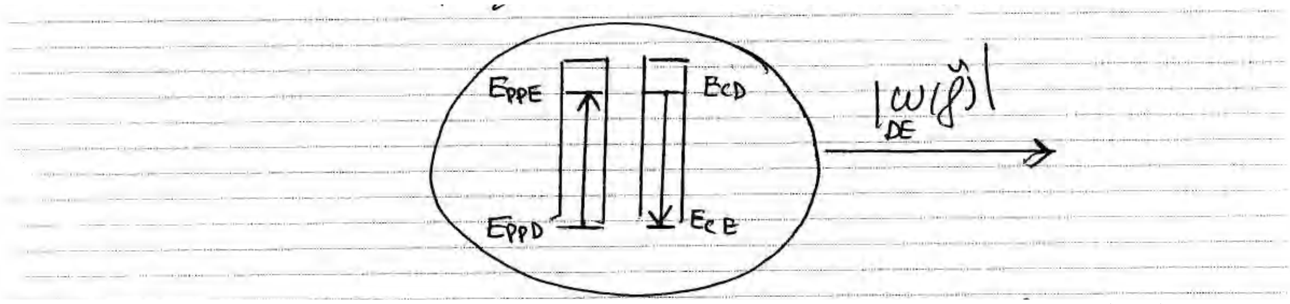
$$m(v_C^{\ 2} - v_D^{\ 2}) = 2f.CD \ \rightarrow CD = \frac{m(v_C^{\ 2} - v_D^{\ 2})}{2f}$$

$$CD = \frac{0,3(4^2 - 3^2)}{2f} = 1,05\,m$$

5- أ- مخطط الحصيلة الطاقوية :



- الجملة المدروسة : (جسم S + أرض) .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية : $\vec{f}$ ، $\vec{R}$



- معادلة انحفاظ الطاقة :

بتطبيق مبدا انحفاظ الطاقة بين D و E و بالاعتماد على مخطط الحصيلة الطاقوية :

$$E_D + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_E$$

$$E_D + E_{ppD} - \left| W_{DE}(\vec{f}) \right| = E_{CE} + E_{ppE}$$

$$E_D - \left| W_{DE}(\vec{f}) \right| = E_{ppE}$$

ب- الزاوية β :

مما سابقا :

$$E_D - \left| W_{DE}(\vec{f}) \right| = E_{ppE}$$

$$\frac{1}{2}mv_D^{\ 2}\ -|-f.DE| = mgz_E$$

$$\frac{1}{2}mv_D^{\ 2}\ -\ f.DE = mgz_E$$

من الشكل :

$$\sin\beta = \frac{z_E}{DE} \rightarrow z_E = DE.\sin\beta$$

يصبح :

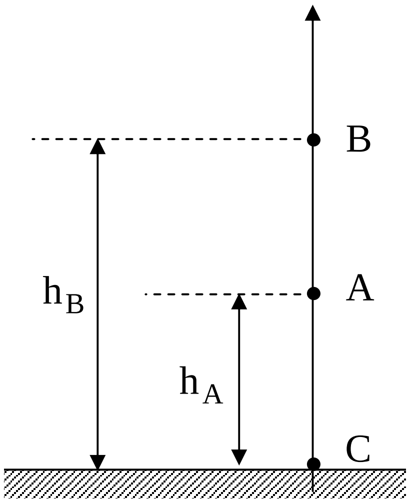
$$\frac{1}{2}mv_D^{\ 2}\ -\ f.DE = mg.DE.\sin\beta \ \rightarrow \ \sin\beta = \frac{\frac{1}{2}mv_D^{\ 2}\ -\ f.DE}{mg.DE}$$

$$\sin\beta = \frac{\frac{1}{2}.0,3.3^2 - 1.0,6}{0,3.10.0,6} = 0,147 \ \rightarrow \ \alpha = 24,6°$$

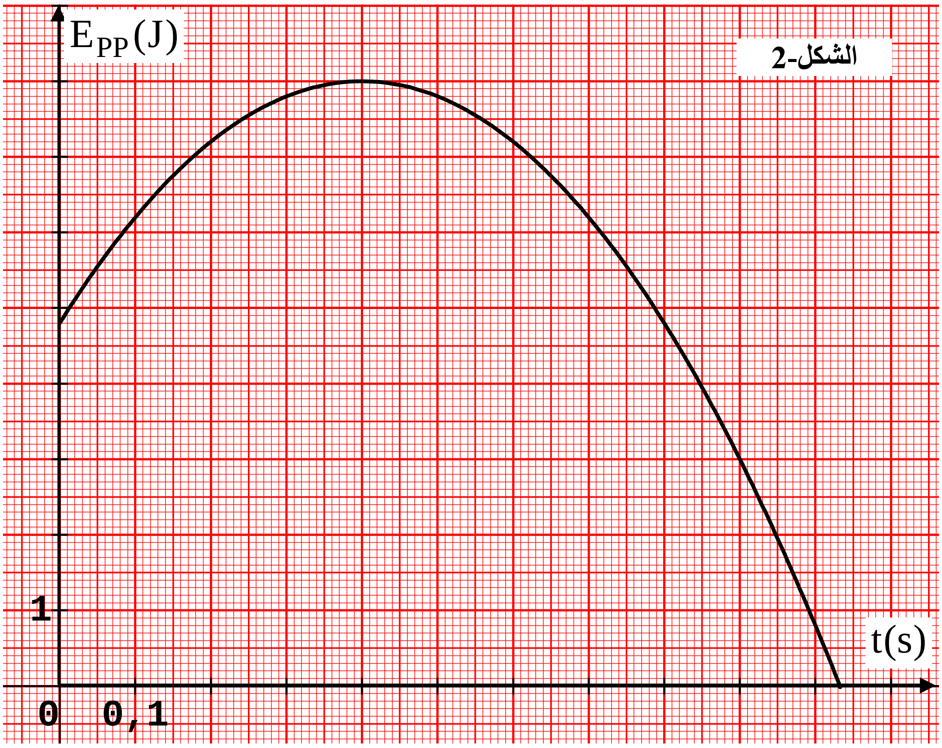
التمرين (3) : (التمرين : 012 في بنك التمارين على الموقع) (**)

نعتبر قيمة الجاذبية الأرضية $g = 10\ N/kg$ و قوى الاحتكاك مهملة .

يقذف طفل عند اللحظة $t = 0$ ، كرة كتلتها $m = 400\ g$ شاقوليا نحو الأعلى من موضع A ارتفاعه h_A عن سطح الأرض بسرعة v_A ، فترتفع حتى تبلغ الموضع B ارتفاعه h_B و هو أقصى ارتفاع تبلغه الكرة ، بعدها تسقط الكرية في الموضع C الواقع على سطح الأرض (الشكل-1) .



يمثل البيان المرفق في (الشكل-2) تغيرات الطاقة الكامنة الثقالية للجملة (كرة + أرض) بدلالة الزمن باعتبار سطح الأرض مرجعا لحساب الطاقات الكامنة الثقالية .



1- اعتمادا على البيان أوجد :

أ- أوجد ارتفاع الموضع A (h_A) عن سطح الأرض .

ب- أقصى ارتفاع h_B تبلغه الكرة .

2- مثل الحصيلة الطاقوية للجملة (كرة + أرض) بين A و B ثم أوجد :

أ- سرعة قذف الكرة v_A .

ب- سرعة سقوط الكرة v_C لحظة اصطدامها بالأرض .

3- عين من البيان لحظة انعدام الطاقة الحركية للكرة و لحظة سقوط الكرة على الأرض عند الموضع C .

4- على نفس البيان السابق ارسم منحنى تغير الطاقة الحركية للكرة بدلالة الزمن $E_C = f(t)$.

الأجوبة :

1- أ- ارتفاع الموضع A عن سطح الأرض :

الكرية تكون في الموضع A عند اللحظة t=0 وبالاسقاط في البيان نجد : $E_{PPA} = 4,8J$

ولدينا :

$$E_{PPA} = mgh_A \rightarrow h_A = \frac{E_{PPA}}{mg}$$

$$h_A = \frac{4,8}{0,4 \times 10} = 1,2m$$

ب- أقصى ارتفاع h_B :

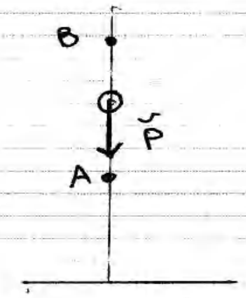
الموضع B هو أقصى ارتفاع تبلغه الكرة (الذروة) وعندها تكون الطاقة الكامنة الثقالية اعظمية $E_{PP} = E_{PPmax}$ ومن المنحنى $E_{PPmax} = 8J$

ولدينا :

$$E_{ppmax} = m g h_B \longrightarrow h_B = \frac{E_{ppmax}}{m . g}$$

$$h_B = \frac{8}{0,4 \times 10} = 2 \, m.$$

- سرعة القذف v_A :



- الجملة المدروسة : (كرة + ارض)
- القوى الخارجية : لا توجد
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين A و B :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مفقودة}} = E_B$$

$$E_{CA} + E_{PPA} = \cancel{E_{CB}}^{0} + E_{PPB}$$

$$\frac{1}{2} m v_A^2 + E_{PPA} = E_{PPB}$$

$$m v_A^2 = 2 (E_{PPB} - E_{PPA})$$

$$v_A = \sqrt{\frac{2 (E_{PPB} - E_{PPA})}{m}}$$

$$v_A = \sqrt{\frac{2 (8 - 4,8)}{0,4}} = 4 \, m/s$$

ب- سرعة سقوط الكرة على الارض عند C :

- الجملة المدروسة : (كرة + ارض)
- القوى الخارجية : لا توجد
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين A و C

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مفقودة}} = E_C$$

$$E_{CA} + E_{PPA} = E_{CC} + \cancel{E_{PPC}}^{0}$$

$$E_{PPA} = \frac{1}{2} m v_C^2$$

$$2 E_{PPA} = m v_C^2 \longrightarrow v_C = \sqrt{\frac{2 E_{PPA}}{m}}$$

$$v_C = \sqrt{\frac{2 \times 8}{0,4}} = 6,32 \, m/s$$

3- لحظة انعدام الطاقة الحركية :

تنعدم الطاقة الحركية عند بلوغ أقصى ارتفاع (الذروة B) أين تكون الطاقة الكامنة الثقالية أعظمية ومساوية $E_{pp} = 8J$ أي لحظة انعدام الطاقة الحركية هي اللحظة التي يكون فيها $E_{ppB} = 8J$ بالاسقاط في البيان نجد: $t_B = 0,4\,s$

- لحظة سقوط الكرة على الأرض في C :

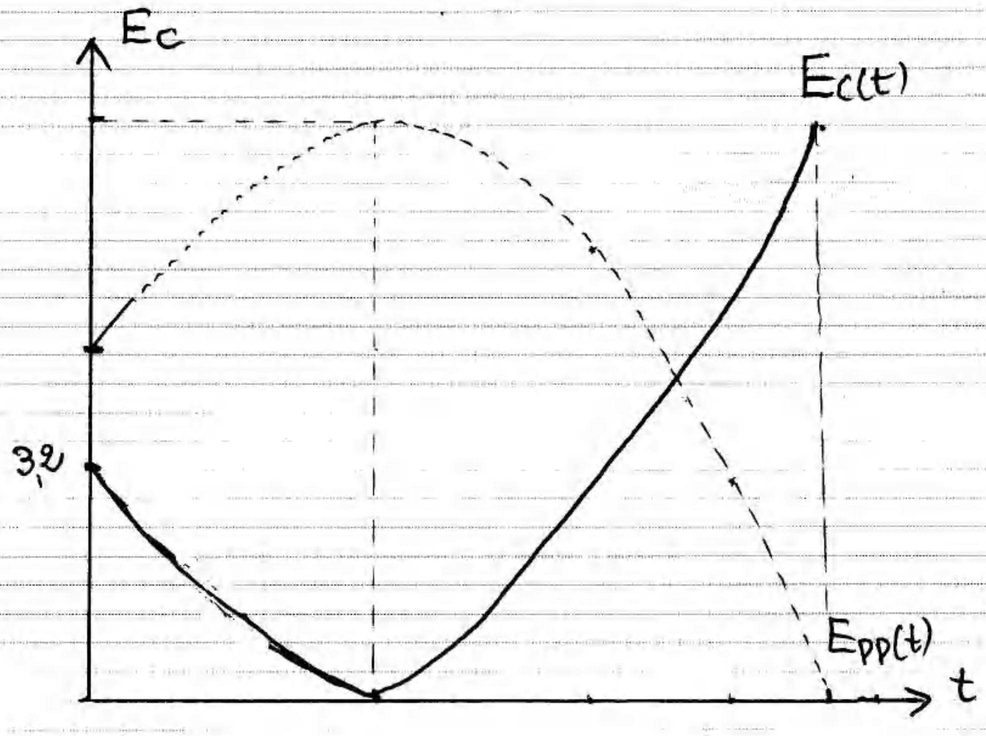
لحظة سقوط الكرة على الأرض في (C) تكون الطاقة الكامنة الثقالية معدومة بالاسقاط في البيان نجد: $t_C = 1,033\,s$

المنحنى $E_C = f(t)$:

- $E_{CA} = \frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{1}{2}\, 0,4 (4)^2 = 3,2\,J$

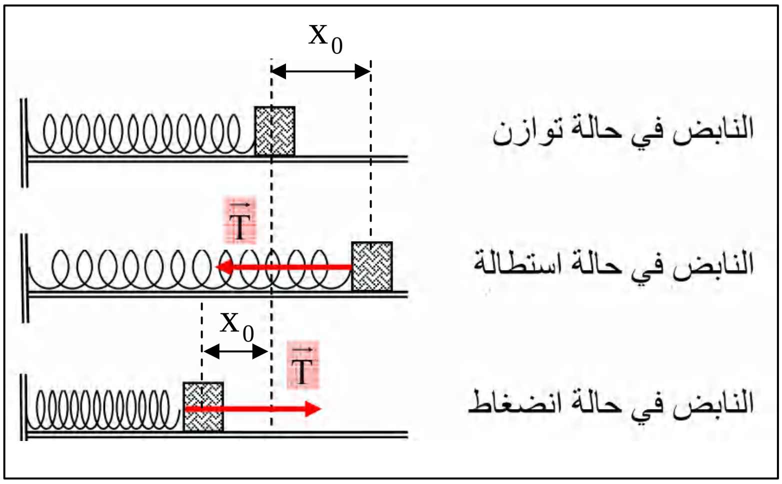
- $E_{CB} = 0 \quad (v_B = 0)$

- $E_{CC} = \frac{1}{2} m v_C^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,4 (6,32)^2 \simeq 8\,J$



2- الطاقة الكامنة المرونية

• القوة المرونية للنابض :

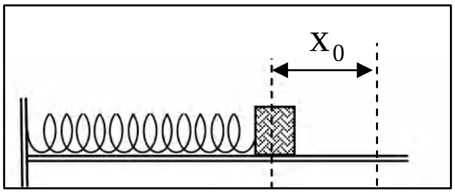


- عندما يستطيل نابض مرن ثابت مرونته K أو ينضغط بمقدار x ، يؤثر على الجسم المرتبط به بقوة توتر $\vec{T}$ حاملها موازي للنابض و جهتها متعلقة بحالة النابض (انضغاط أو استطالة) كما مبين في الشكل المقابل و شدتها يعبر عنها بالعلاقة :

$$\boxed{T = K\,x}$$

ثابت مرونة النابض K هو ثابت يميز النابض وحدته النيوتن على المتر (N/m)

• عبارة الطاقة الكامنة المرونية



- عندما يكون النابض مستطيل أو منضغط بمقدار x (الشكل) ، فإن الجملة (جسم + نابض) تمتلك طاقة كامنة مرونية يعبر عنها بالعلاقة التالية :

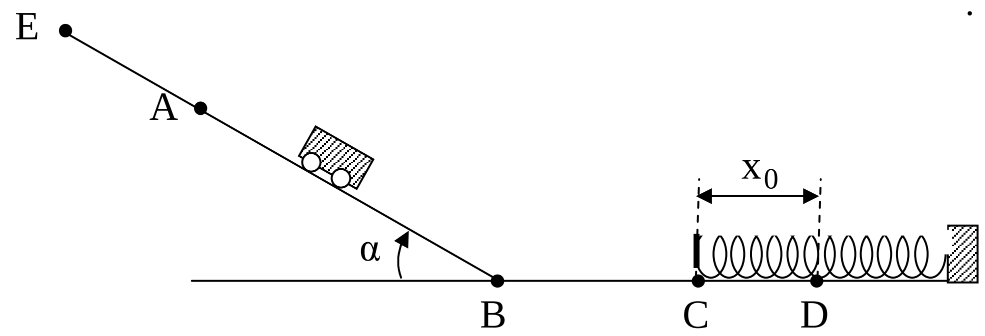
$$\boxed{E_{pe} = \frac{1}{2} K\,x^2}$$

حيث K هو ثابت مرونة النابض وحدته N/m .

التمرين (4) : (التمرين : 003 في بنك التمارين على الموقع) (*)

ندفع بسرعة ابتدائية $v_A = 2m/s$ عربة صغيرة كتلتها $m = 1\ Kg$ من أعلى مستوي مائل أملس يصنع زاوية $\alpha = 30°$ مع المستوي الأفقي . بعد قطعها المسافة $AB = 50\ cm$ على هذا المستوي تواصل حركتها على مستوي أفقي أملس BCD ، و عند بلوغها الموضع C تصطدم بنابض مرن حلقاته غير متلاصقة ثابت مرونته $K = 100\ N/m$ فتضغطه بمقدار x_0 ، عندها تتوقف في الموضع D (الشكل) .

يعطى : $g = 10\ m/s^2$.



1- باختيار الجملة (عربة + أرض) :

أ- أحسب سرعة العربة عن B .

ب- استنتج سرعتها عند ملامستها للنابض (الموضع C) .

2- باختيار الجملة (عربة + نابض) :

أ- مثل كل القوى المؤثرة على العربة في موضع بين (C) و (D) ثم صنف هذه القوى إلى داخلية أو خارجية .

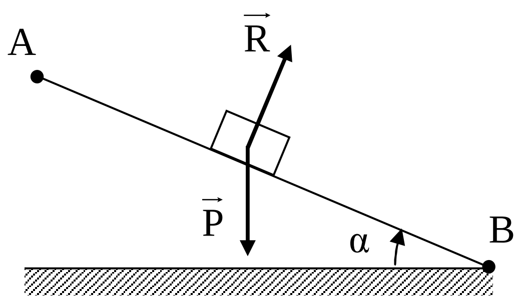
ب- أوجد مقدار الإنضغاط الأعظمي x_0 الذي يعانيه النابض .

جـ- أوجد شدة القوة التي يطبقها النابض على العربة في الموضع (D) .

3- بعد بلوغ العربة الموضع D أين يبلغ النابض أقصى انضغاط له ، تعود العربة باتجاه المستوي المائل AB فتتوقف في موضع E من هذا المستوي . بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (عربة + نابض + أرض) بين D و E أوجد المسافة BE .

الأجوبة :

1- أ- السرعة v_B عند B :



- الجملة المدروسة : (عربة + أرض) .

- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .

- القوى الخارجية المؤثرة : قوة رد الفعل $\vec{R}$ ، حيث : $W_{A\text{-}B}(\vec{R}) = 0$ لأن ($\vec{R} \perp \vec{AB}$) .

- نعتبر المستوي الأفقي المار من B مرجعا لحساب الطاقة الكامنة الثقالية .

- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين A و B :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} + E_{PPA} = E_{CB} + E_{PPB}$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgz_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + 0$$

$$\frac{1}{2}v_A^2 + gz_A = \frac{1}{2}v_B^2 \rightarrow v_A^2 + 2gz_A = v_B^2$$

من الشكل :

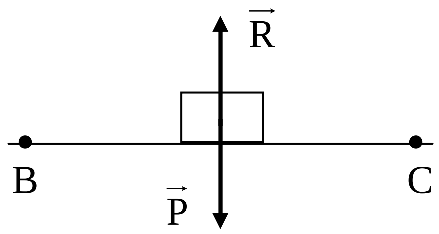
$$\sin\alpha = \frac{z_A}{AB} \rightarrow z_A = AB.\sin\alpha$$

و منه :

$$v_A^2 + 2\,g\,AB\sin\alpha = v_B^2 \rightarrow v_B = \sqrt{v_A^2 + 2\,g\,AB\sin\alpha}$$

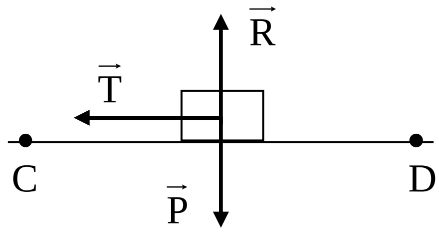
$$v_B = \sqrt{(2)^2 + (2\ .10\,.0.5\ .\ 0.5)} = 3\,m/s$$

ب- سرعة العربة عند C :



بما أنه لا توجد قوة تعيق حركة العربة أو تدفعها أثناء انتقالها من C ، D تحافظ العربة على سرعتها التي اكتسبتها عند الموضع C (مبدأ العطالة) و منه يكون : $v_C = v_B = 3\ m/s$.

2-أ- تمثيل القوى بين C و D :



تصنيف القوى إلى داخلية و خارجية :

الجملة (عربة – نابض)	
القوة	داخلية أم خارجية
الثقل $\vec{P}$	خارجية
رد الفعل $\vec{R}$	خارجية
توتر النابض $\vec{T}$	داخلية

ب- أقصى انضغاط يعانيه النابض :

- الجملة المدروسة : (عربة – نابض) .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوة الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$.

- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين C و D .

$$E_C + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_D$$

$$E_{CC} + E_{PeC} = E_{CD} + E_{PeD}$$

$$\frac{1}{2}mv_C{}^2 + 0 = 0 + \frac{1}{2}kx_0{}^2 \rightarrow \frac{1}{2}mv_C{}^2 = \frac{1}{2}kx_0{}^2$$

$$mv_C{}^2 = kx_0{}^2 \rightarrow x_0 = \sqrt{\frac{m\,v_C{}^2}{K}}$$

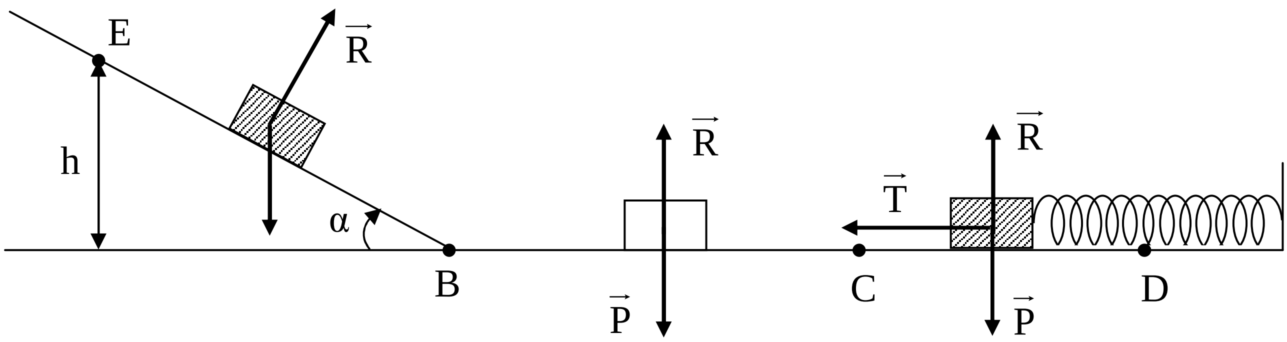
$$x_0 = \sqrt{\frac{1.(3)^2}{100}} = 0.3\,m = 30\,cm$$

جـ- شدة القوة التي يطبقها النابض عند الموضع D :

$T = K\,x_0$

$T = 100 . 0.3 = 30$ N

3- المسافة BC :



- الجملة المدروسة : (عربة + نابض + أرض)
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوة الخارجية المؤثرة : قوة رد الفعل $\vec{R}$.

- نعتبر المستوي BCD مرجعا لحساب الطاقة الكامنة الثقالية .
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين D و E .

$$E_D + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_E$$

$$E_{CD} + E_{PPD} + E_{PeD} = E_{CE} + E_{PPE}$$

$$0 + 0 + \frac{1}{2}Kx_0{}^2 = 0 + mgz_E$$

$$\frac{1}{2}Kx_0{}^2 = mgz_E \rightarrow Kx_0{}^2 = 2mgz_E$$

من الشكل :

$$\sin\alpha = \frac{z_E}{BE} \rightarrow z_E = BE.\sin\alpha$$

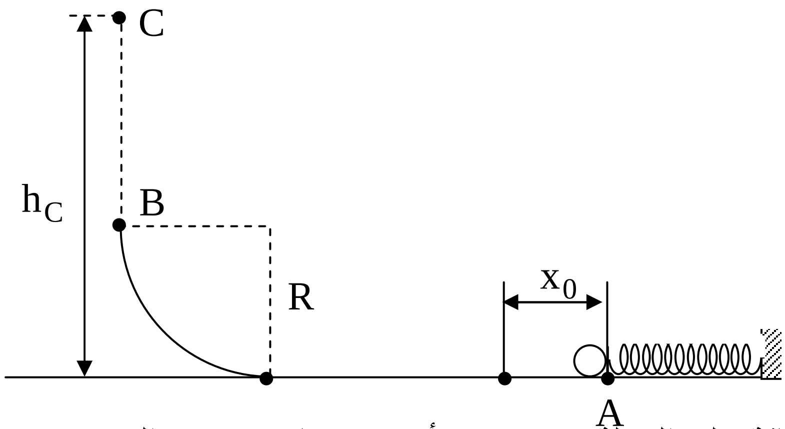
يصبح لدينا :

$$K\,x_0^{\,2} = 2m\,g\,BE\sin\alpha \rightarrow BE = \frac{K\,x_0^{\,2}}{2m\,g\sin\alpha}$$

$$BE = \frac{100\,(0.3)^2}{2\,.\,1\,.\,10\,.\,\sin 30°} = 0.90\ m = 90\ cm$$

التمرين (5) : (التمرين : 006 في بنك التمارين على الموقع) (**)

نابض مرن أفقي ثابت مرونته $K = 240\ N/m$ ، أحد طرفيه مثبت و طرفه الآخر حر ، بواسطة جسم صلب نعتبره نقطي كتلته $m = 500\ g$ نضغط على هذا النابض بمقدار X_0 ثم نتركه حرا لحاله دون سرعة ابتدائية فينطلق الجسم (S) من الموضع A وفق مسار مستقيم ثم مسار دائري نصف قطره $R = 1\ m$ و عند بلوغه الموضع B أعلى المسار الدائري يواصل حركته في الهواء باتجاه الموضع C الموافق لأقصى ارتفاع يبلغه الجسم (S) (الذروة) كما مبين في الشكل الآتي ، تهمل كل قوى الاحتكاك و يعطى : $g = 10\ m/s^2$.

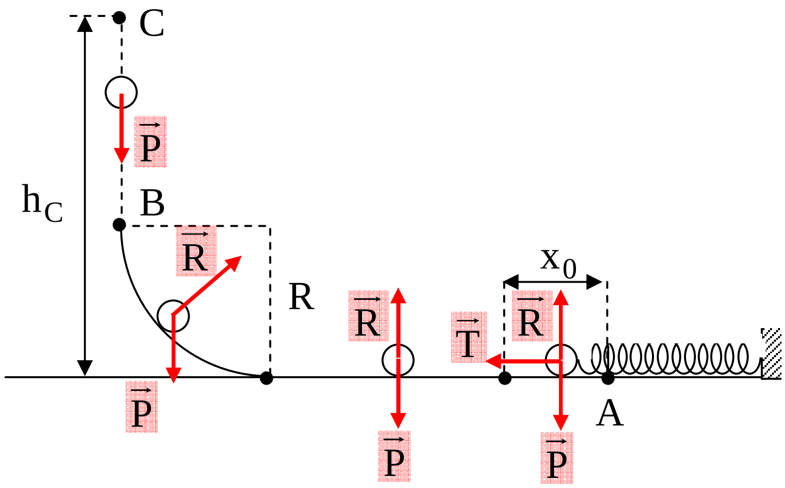


1- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (جسم S + أرض + نابض) بين الموضعين A و B أوجد المقدار X_0 الذي يجب أن يضغط به النابض حتى يبلغ الموضع B بسرعة $v_B = 10\ m/s$.

2- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على نفس الجملة السابقة (جسم S + أرض + نابض) بين الموضعين A و C أوجد h_C أقصى ارتفاع يبلغه الجسم S بالنسبة للأرض .

الأجوبة :

1- مقدار الإنضغاط X_0 :



- الجملة المدروسة : (جسم S + أرض + نابض)
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : قوة رد الفعل $\vec{R}$.

- نعتبر المستوي الأفقي المار من A مرجعا لحساب الطاقة الكامنة الثقالية .
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين A و B :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} + E_{PpA} + E_{PeA} = E_{CB} + E_{PpB} + E_{PeB}$$

$$0 + 0 + \frac{1}{2}kx_0^{\ 2} = \frac{1}{2}mv_B^{\ 2} + mgz_B + 0$$

$$\frac{1}{2}kx_0^{\ 2} = \frac{1}{2}mv_B^{\ 2} + mgz_B \rightarrow kx_0^{\ 2} = mv_B^{\ 2} + 2mgz_B$$

من الشكل $z_B = R$ و منه :

$$kX_0^{\ 2} = mv_B^{\ 2} + 2mgR \rightarrow X_0 = \sqrt{\frac{mv_B^{\ 2} + 2mgR}{k}}$$

$$X_0 = \sqrt{\frac{(0{,}5\,(10)^2) + (2\,.\,0{,}5\ .10\,.1)}{240}} = 0.5\,m = 50\,cm$$

<u>2- أقصى ارتفاع يبلغه الجسم (S) بالنسبة لسطح الأرض :</u>

- الجملة المدروسة : (جسم S + أرض + نابض)
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : قوة رد الفعل $\vec{R}$ أثناء وجوده على المسار AB ، حيث : $W_{AB}(\vec{R}) = 0$.
- نعتبر المستوي الأفقي المار من A مرجعا لحساب الطاقة الكامنة الثقالية .
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين A و C :

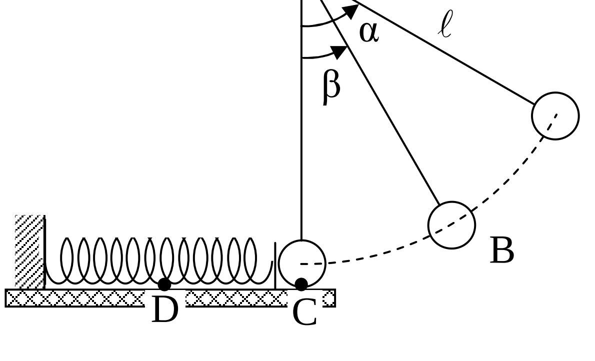
$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_C$$

$$E_{CA} + E_{PPA} + E_{PeA} = E_{CB} + E_{PPB} + E_{PeB}$$

$$0 + 0 + \frac{1}{2}kX_0^{\ 2} = 0 + m.g.h_C + 0 \rightarrow kX_0^{\ 2} = 2m.g.h_C \rightarrow h_C = \frac{kX_0^{\ 2}}{2m.g}$$

$$h_C = \frac{240\ .\ (0{,}5)^2}{2\ .\ (0{,}5)\,.\,10} = 6m$$

<u>التمرين (6) :</u> <u>(التمرين : 013 في بنك التمارين على الموقع) (**)</u>



جسم نقطي (S) كتلته m = 400 g معلق بخيط مهمل الكتلة و عديم الامتطاط طوله ℓ = 40 cm. نزيح الجسم عن وضع توزانه بزاوية α = 60° عند الموضع A ثم نتركه بدون سرعة ابتدائية ليمر بالموضع B حيث يصنع زاوية β = 30° مع الشاقول (الشكل) . يعطى : g = 10 N/kg و تهمل كل قوى الاحتكاك .

1- مثل القوى المطبقة على الجسم في الموضع A .

2- مثل الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم S) بين الموضعين A و B ، و بتطبيق مبدأ إنحفاظ الطاقة بين هذين الموضعين ،

أوجد سرعة الجسم (S) عند الموضع B .

3- استنتج سرعة الجسم (S) عند الوضع C .

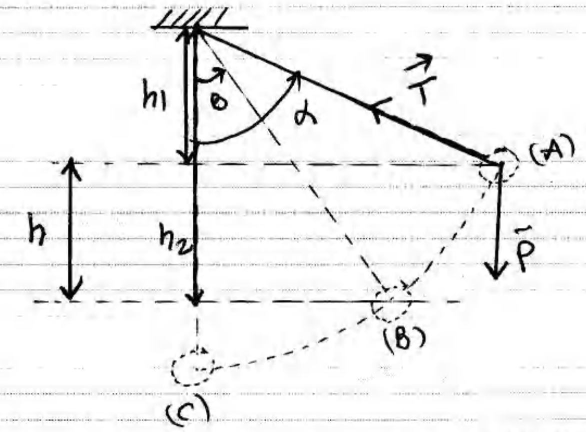
4- عندما يبلغ الجسم (S) الموضع C ينقطع الحبل فيواصل الجسم (S) بعدها حركته على مستوي أفقي ضاغطا نابضا مرنا حلقاته غير متلاصقة ثابت مرونته K = 10 N/m ، ليتوقف في النهاية في الموضع D و يكون النابض عندها عان انضغاطا قدره x_0 .

أ- مثل القوى المؤثرة على الجسم (S) في موضع كيفي بين C و D .

ب- بتطبيق مبدا انحفاظ الطاقة على الجملة (جسم S + نابض) ، أحسب مقدار انضغاط النابض x_0 عندما يبلغ الجسم (S) االموضع D .

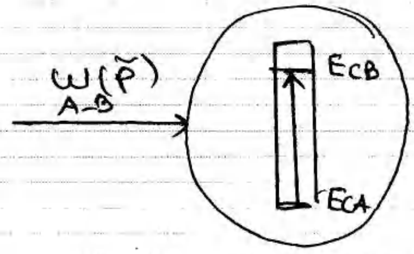
الأجوبة :

1- تمثيل القوى المطبقة على الجسم في الموضع A :



2- الحصيلة الطاقوية للجملة جسم (S) بين A و B :

- القوى الخارجية $\vec{P}$ ، $\vec{T}$ حيث : $W_{A-B}(\vec{P})>0$ ، $W_{A-B}(\vec{T})=0$



السرعة عند B :

بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين A و B وبالاعتماد على الحصيلة الطاقوية السابقة :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$\cancel{E_{CA}}^{0} + W_{A-B}(\vec{P}) = E_{CB}$$

$$mgh = \frac{1}{2} m v_B^2$$

$$2mgh = m v_B^2$$

من الشكل :

$$\begin{cases} h = h_2 - h_1 \\ \cos\beta = \dfrac{h_2}{\ell} \rightarrow h_2 = \ell\cos\beta \\ \cos\alpha = \dfrac{h_1}{\ell} \rightarrow h_1 = \ell\cos\alpha \end{cases}$$

ومنه :

$$h = \ell\cos\beta - \ell\cos\alpha = \ell(\cos\beta - \cos\alpha)$$

يصبح لدينا :

$$2\cancel{m}g\ell(\cos\beta - \cos\alpha) = \cancel{m}v_B^2$$

$$v_B = \sqrt{2g\ell(\cos\beta - \cos\alpha)}$$

$$v_B = \sqrt{2\times10\times0{,}4(\cos30 - \cos60)} = 1{,}71\ m/s$$

3- السرعة عند C :

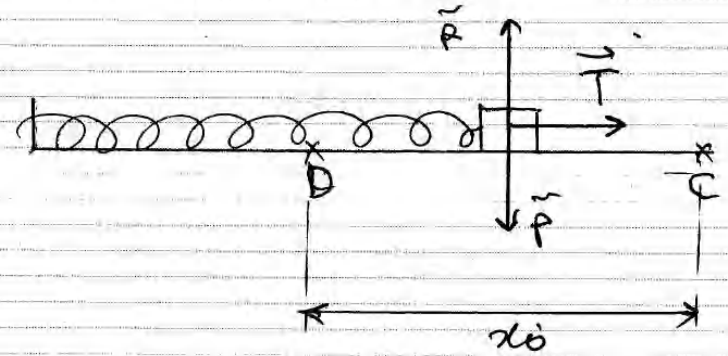
عند الموضع C يكون : $(\beta = 0 \rightarrow \cos\beta = 1)$

بالتعويض في عبارة السرعة السابقة نجد :

$$v_C = \sqrt{2g\ell(1 - \cos\alpha)}$$

$$v_C = \sqrt{2\times10\times0{,}4(1 - \cos60)} = 2\ m/s$$

4- أ- تمثيل القوى المؤثرة على (S) بين C و D :



ب- مقدار الانضغاط x_0 :

- الجملة (جسم + نابض)

- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$

بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين C و D :

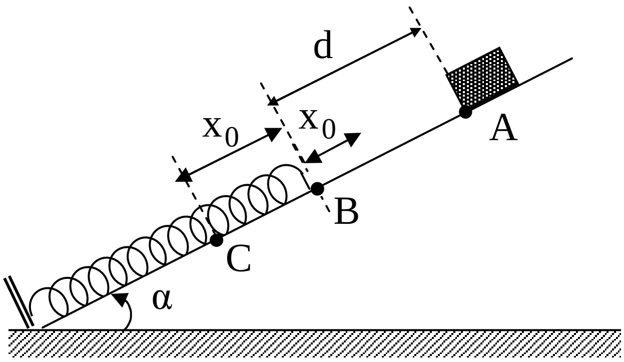
$$E_C + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_D$$

$$E_{CC} + \cancel{E_{PeC}}^{0} = \cancel{E_{CD}}^{0} + E_{PeD}$$

$$\cancel{\frac{1}{2}} m v_C^2 = \cancel{\frac{1}{2}} K x_0^2 \rightarrow x_0 = \sqrt{\frac{m v_C^2}{K}}$$

$$x_0 = \sqrt{\frac{0{,}4 \times (2)^2}{10}} = 0{,}4\ m.$$

التمرين (7) : (التمرين : 007 في بنك التمارين على الموقع) (**)



من موضع A أعلى مستوي مائل يميل على الأفق بزاوية $\alpha = 30°$ نترك بدون سرعة ابتدائية جسم نقطي (S) كتلته $m = 200\ g$ يتحرك على المستوي المائل دون أي احتكاك ، و عند بلوغه الموضع B يصطدم بنابض مرن حلقاته غير متلاصقة ثابت مرونته K ، فينضغط هذا النابض بمقدار $x_0 = 20\ cm$ ليتوقف عندها الجسم (S) في الموضع C (الشكل) .

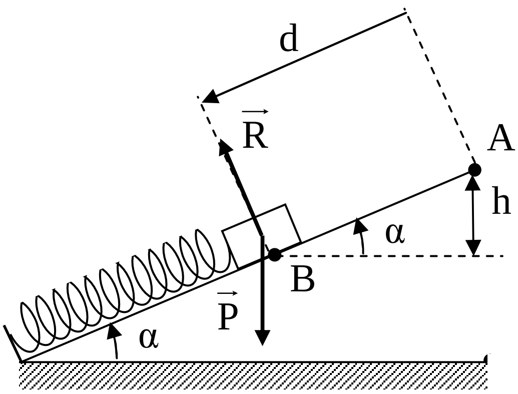
تهمل كل قوى الاحتكاك و يعطى : $g = 10\ m/s^2$ ، $AB = d = 0.4\ m$.

بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة جِد :

1- سرعة اصطدام الجسم (S) بالنابض باعتبار الجملة (جسم + أرض) .

2- ثابت مرونة النابض باعتبار الجملة (جسم + نابض) .

الأجوبة :



1- سرعة اصطدام (S) بالنابض :

- الجملة المدروسة : (جسم S + أرض) .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوة الخارجية المؤثرة : قوة رد الفعل $\vec{R}$ ، حيث : $W_{A\text{-}B}(\vec{R}) = 0$
- نعتبر المستوي الأفقي المار من B مرجعا لحساب الطاقة الكامنة الثقالية .
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين A و B :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} + E_{PPA} = E_{CB} + E_{PPB}$$

$$0 + mgz_A = \frac{1}{2} m v_B^{\ 2} + 0$$

$$mgz_A = \frac{1}{2} m v_B^{\ 2} \rightarrow gz_A = \frac{1}{2} v_B^{\ 2} \rightarrow 2gz_A = v_B^{\ 2}$$

من الشكل :

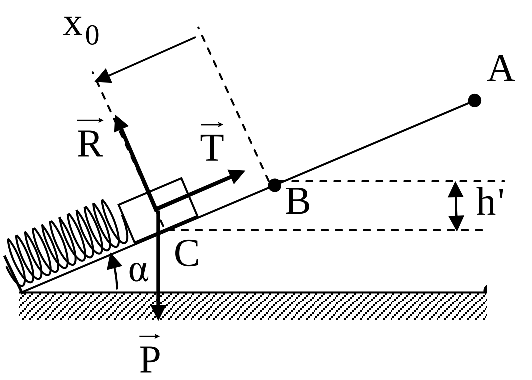
$$\sin\alpha = \frac{z_A}{AB} = \frac{z_A}{d} \rightarrow z_A = d.\sin\alpha$$

و منه يصبح :

$$2\,g\,d\,\sin\alpha = \; v_B{}^2 \;\; \rightarrow \;\; v_B = \sqrt{2\,g\,d\,\sin\alpha}$$

$$v_B = \sqrt{2\;.10\,.0.4\;.\;0.5} = 2\text{ m/s}$$

<u>2- ثابت مرونة النابض :</u>



- الجملة المدروسة : (جسم S + نابض) .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوة الخارجية المؤثرة : قوة رد الفعل $\vec{R}$ ، قوة الثقل $\vec{P}$.
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين B وC :

$$E_B + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_C$$

$$E_{CB} + E_{PeB} + W_{B\text{-}C}(\vec{P}) \;= E_{CC} + E_{PeC}$$

$$\frac{1}{2}mv_B{}^2 + 0 + mgh \;\; = 0 + \frac{1}{2}kx_0{}^2$$

$$\frac{1}{2}mv_B{}^2 + \; mgh \;\; = \frac{1}{2}kx_0{}^2 \rightarrow mv_B{}^2 + \; 2mgh \;\; = kx_0{}^2$$

من الشكل :

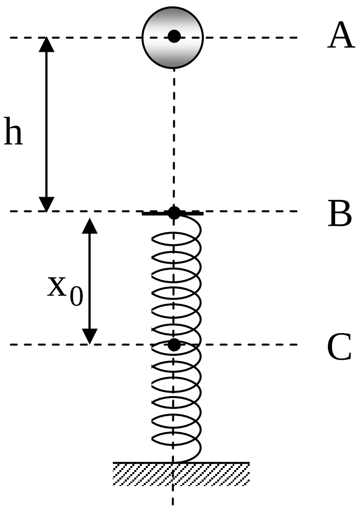
$$\sin\alpha = \frac{h}{x_0} \rightarrow h = x_0.\sin\alpha$$

و منه يصبح :

$$m\,v_B{}^2 + \; 2m\,g\,x_0\,\sin\alpha = K\,x_0{}^2 \rightarrow \; K = \frac{m\,v_B{}^2 + 2\,m\,g\,x_0\,\sin\alpha}{x_0{}^2}$$

$$K = \frac{(0.2\,.(2)^2) + (\;2\,.0.2\,.10\,.0.2\,.0.5\,)}{(0.2)^2} = 30\text{ N/m}$$

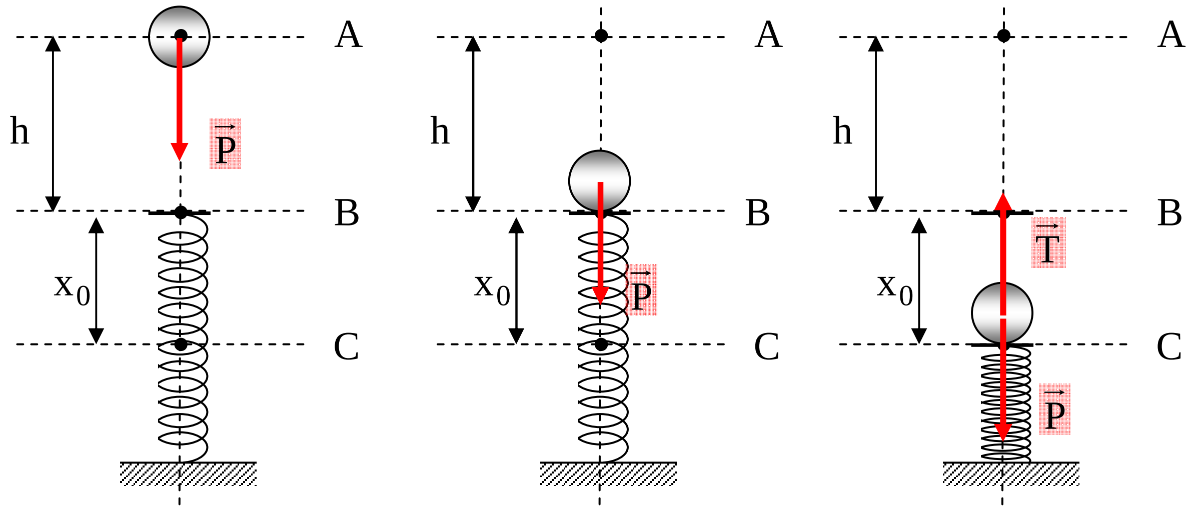
التمرين (8) : (التمرين : 009 في بنك التمارين على الموقع) (**)



نترك جسما (S) نعتبره نقطي كتله $m = 120\ g$ يسقط من موضع A يوجد على ارتفاع $h = 30\ cm$ من النقطة B طرف نابض شاقولي ثابت مرونته $K = 142\ N/m$ (الشكل) .
باعتبار الجملة (جسم S + أرض + نابض) و بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين A و C باعتبار المستوي الأفقي المار من الموضع B مرجعا لحساب الطاقة الكامنة الثقالية .
1- أوجد الإنضغاط الأعظمي X_0 للنابض .
2- شدة القوة المرونية (قوة التوتر) عندما يكون الجسم (S) في الموضع C .
نعتبر $g = 10\ m/s^2$.

الأجوبة :

1- الإنضغاط الأعظمي X_0 للنابض :



- الجملة المدروسة : (جسم S + أرض + نابض)
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : لا توجد .
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين A و C :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_C$$

$$E_{CA} + E_{PpA} + E_{PeA} = E_{CC} + E_{PPC} + E_{PeC}$$

$$0 + mgz_A + 0 = 0 + mgz_C + \frac{1}{2}kx_0{}^2$$

$$mgz_A = mgz_C + \frac{1}{2}kx_0{}^2$$

اعتمادا على الشكل :

$$mgh = mg(-x_0) + \frac{1}{2}kx_0{}^2$$

$$m.g.h = -m.g.X_0 + \frac{1}{2}kX_0{}^2 \rightarrow \frac{1}{2}kX_0{}^2 - m.g.X_0 - m.g.h = 0$$

$$(\frac{1}{2}.142)\ X_0^{\,2} - (0{,}12\ .\ 10)\ X_0 - (0.12\ .\ 10\ .\ 0.3) = 0$$

$$71\ X_0^{\,2} - 1.2\ X_0 - 0.36 = 0$$

$$\Delta = (-1{,}2)^2 - (4)(71)(-0.36) = 103.68 \rightarrow \sqrt{\Delta} = 10.18$$

- $X_1 = \frac{1.2 - 10.18}{2\ .\ 71} = -0{,}063\,m$ (مرفوض)
- $X_2 = \frac{1.2 + 10.18}{2\ .\ 71} = 0.08\,m$ (مقبول)

إذن مقدار الانضغاط الإعظمي هو : $X_0 = 0{,}08\ m = 8\ cm$.

2- شدة القوة المرونية عندما يكون (S) عند وضع الموضع C :

$T = k\,x$

في الموضع (C) يكون النابض مستطالا أعظميا أي يكون $x = X_0$ و منه :

$T = kX_0$

$T = 142\ .\ 0{,}08 = 11{,}36\ N$

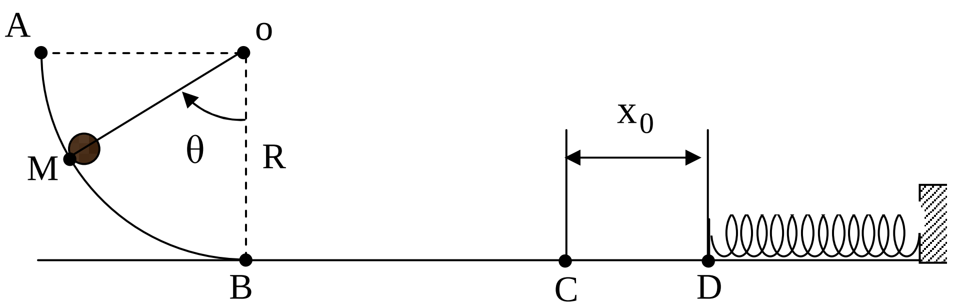
التمرين (9) : (التمرين : 011 في بنك التمارين على الموقع) (**)

يتألف طريق من جزئين حيث:

الجزء AB : ربع دائرة شاقوليا أملس (الاحتكاكات مهملة) نصف قطرها R و مركزها O .

الجزء BC : طريق أفقي خشن (الاحتكاكات تكافئ قوة $\vec{f}$ ثابتة في الشدة و معاكسة لاتجاه الحركة ، طوله $BC = 1\ m$.

عند اللحظة $t = 0$ نترك كرية بدون سرعة ابتدائية كتلتها $m = 500\ g$ انطلاقا من النقطة M من المسار AB ، حيث يشكل شعاع موضعها $\overrightarrow{OM}$ زاوية قدرها θ مع شاقول النقطة O كما في الشكل-1 .



الجزء الأول:

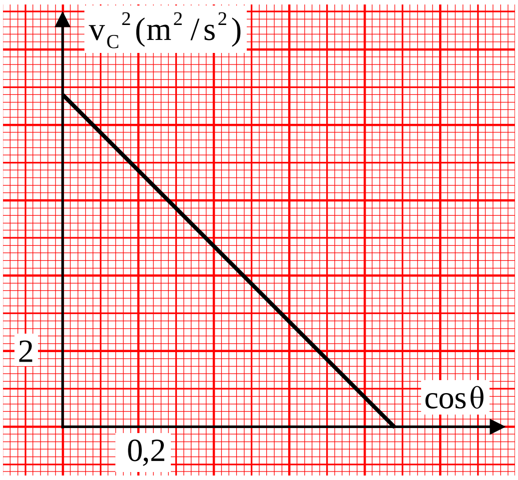
1- مثل القوى الخارجية المؤثرة على الكرية في الجزء MB .

2- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة للجملة (كرية) بين الموضعين M و B أوجد عبارة v_B^2 بدلالة g و R و θ .

3- مثل القوى الخارجية المؤثرة على الكرية في الجزء BC و استنتج طبيعة الحركة مبررا جوابك .

4- بين أن عبارة v_C^2 بدلالة θ تكتب على الشكل : $v_C^2 = A\cos\theta + B$ ، حيث A و B ثابتين يطلب تحديد عبارتهما .

الجزء الثاني:



قمنا بتغيير قيمة الزاوية θ و ذلك بتغيير موضع الكرية M و باستعمال برنامج مناسب تمكنا من تحديد سرعة وصول الكرية للموضع C ، فتحصلنا على البيان الموضح في الشكل-2 .

1- أكتب المعادلة الرياضية للبيان.

2- باستعمال البيان و العلاقة (الجزء الأول السؤال4) أوجد كلا من :

أ- نصف قطر المسار R .

ب- شدة قوة الاحتكاك f .

الجزء الثالث:

نترك الكرية من الموضع A دون سرعة ابتدائية لتصل إلى الموضع C فتصطدم بنهاية نابض مرن كتلته مهملة و حلقاته غير متلاصقة ، ثابت مرونته $K = 200 \ N/m$ ، فتنعدم سرعته عند الموضع D بعد قطعه المسافة $X_0 = CD$ في الاتجاه الموجب لمحور الحركة ، باعتبار مبدأ الأزمنة لحظة وصول الجسم إلى الموضع C (و الاحتكاكات مهملة في الجزء (CD) .

1- حدد السرعة التي تصل بها الكرية إلى الموضع C .

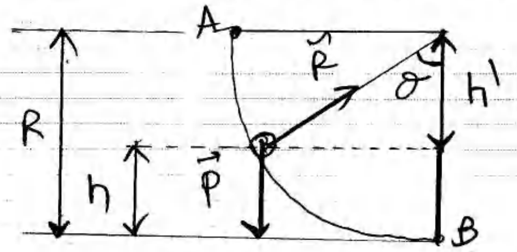
2- مثل القوى الخارجية المؤثرة على الكرية أثناء الانتقال CD ، و ما هي القوة المسؤولة عن انعدام سرعة الكرية.

3- باستعمال مبدأ انحفاظ الطاقة للجملة (كرية + نابض) أوجد المسافة X_0 .

الأجوبة :

الجزء الأول

1- تمثيل القوى الخارجية بين A و B :



2- عبارة v_B^2 بدلالة g ، R ، θ :

- الجملة المدروسة : كرية
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي
- القوى الخارجية المؤثرة : قوة الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$.
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين M و B :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$\cancel{E_{CM}}^{0} + W_{M-B}(\vec{P}) = E_{CB}$$

$\cancel{m} g h = \frac{1}{2} \cancel{m} v_B^2$

$2gh = v_B^2$

من الشكل:

$\begin{cases} h = R - h' \\ \cos\theta = \frac{h'}{R} \rightarrow h' = R\cos\theta \end{cases}$

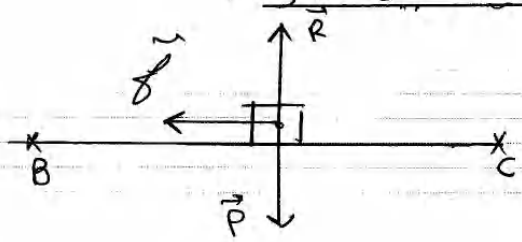
$h = R - R\cos\theta = R(1-\cos\theta)$

يصبح:

$2gR(1-\cos\theta) = v_B^2$

$v_B^2 = 2gR(1-\cos\theta)$

3- تمثيل القوى الخارجية بين B و C:



- طبيعة الحركة:

الكرية تخضع إلى تأثير قوة ثابتة تعيق حركتها تمثل قوة قوة الاحتكاك وعليه الحركة مستقيمة متباطئة بانتظام.

4- اثبات $v_C^2 = A\cos\theta + B$

نكتب عبارة v_B^2 بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين B و C على الجملة كرية:

$E_B + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مفقودة}} = E_C$

$E_{cB} - |W_{B-C}(\vec{f})| = E_{cC}$

$\frac{1}{2} m v_B^2 - |-f \cdot BC| = \frac{1}{2} m v_C^2$

$\frac{1}{2} m v_B^2 - f \cdot BC = \frac{1}{2} m v_C^2$

$m v_B^2 - 2 f BC = m v_C^2$

$m v_B^2 = m v_C^2 + 2 \cdot f \cdot BC$

بقسمة الطرفين على m ،

$$v_B^2 = \frac{\cancel{m} v_c^2}{\cancel{m}} + \frac{2 f . BC}{m}$$

$$v_B^2 = v_c^2 + \frac{2 . f . BC}{m} \quad ---(1)$$

ووجدنا سابقا :

$$v_B^2 = 2gR(1 - \cos\theta) \quad ---(2)$$

من (1) ، (2) :

$$v_c^2 + \frac{2 f . BC}{m} = 2gR(1 - \cos\theta)$$

$$v_c^2 + \frac{2 f . BC}{m} = 2gR - 2gR\cos\theta$$

$$v_c^2 = 2gR - 2gR\cos\theta - \frac{2 f . BC}{m}$$

$$v_c^2 = -2gR\cos\theta - \frac{2 f . BC}{m} + 2gR$$

بالمطابقة مع $v_c^2 = A\cos B + B$ نجد :

$$A = -2gR \quad , \quad B = -\frac{2 f . BC}{m} + 2gR$$

الجزء الثاني :

1- المعادلة الرياضية للبيان :

المنحنى $v_c^2 = f(\cos\theta)$ هو مستقيم معادلته من الشكل :

$$v_c^2 = A\cos\theta + B$$

حساب A ، B :

- $A = -\frac{4,4 \times 2}{4,4 \times 0,2} = -10$
- $B = 4,4 \times 2 = 8,8 \rightarrow \boxed{v_c^2 = -10\cos\theta + 8,8}$

2- قيمة R :

مما سبق :

$$A = -2gR \rightarrow R = -\frac{A}{2g}$$

$$= -\frac{(-10)}{2 \times 10} = 0,5\, m = 50\, cm$$

تتبع ...

مما سبق أيضا :

$$B = -\frac{2fBC}{m} + 2gR$$

$$\frac{2fBC}{m} = 2gR - B \longrightarrow f = \frac{m(2gR-B)}{2BC}$$

$$f = \frac{0,5(2.10.0,5 - 8,8)}{2 \times 1} = 0,3\,N$$

الجزء الثالث :

1- قيمة v_C :

وجدنا سابقا :

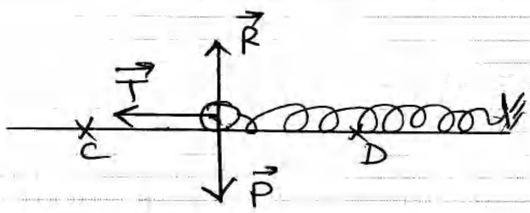
$$v_C^2 = -10\cos\theta + 8,8$$

$$v_C = \sqrt{-10\cos\theta + 8,8}$$

عندما نترك الكرية من A يكون $\theta = 90°$ ومنه تكون سرعتها عند C كما يلي :

$$v_C = \sqrt{-10\cos(90) + 8,8} = 2,97\ m/s$$

2- تمثيل القوى المؤثرة على الكرية بين C و D :



- القوة المسؤولة على توقف الكرية هي قوة توتر النابض $\vec{T}$

3- قيمة x_0 :

- الجملة المدروسة : (كرية + نابض)

- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي

- القوى الخارجية : $\vec{P}$ ، $\vec{R}$.

- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين C و D :

$$E_C + \underset{\text{مكتسبة}}{E} - \underset{\text{مفقودة}}{E} = E_D$$

$$E_{cC} + \cancel{E_{peC}}^{\,0} = \cancel{E_{cD}}^{\,0} + E_{peD}$$

$$\frac{1}{2} m v_C^2 = \frac{1}{2} K x_0^2$$

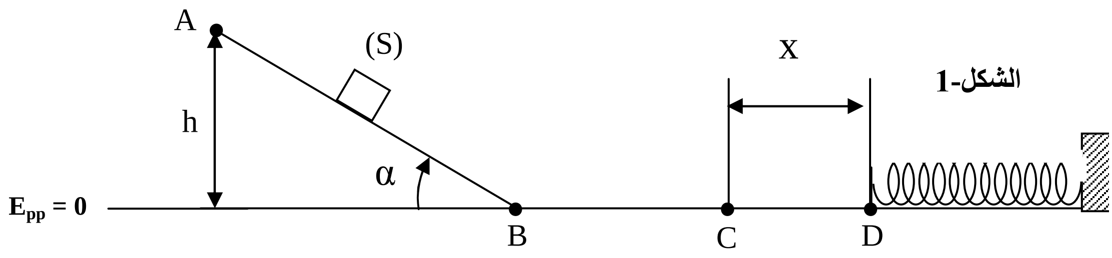
$$m v_C^2 = K x_0^2 \rightarrow x_0 = \sqrt{\frac{m v_C^2}{K}}$$

$$x_0 = \sqrt{\frac{0,5 \cdot (2,97)^2}{200}} = 2,21 \cdot 10^{-2}\, m \approx 2,2\, cm .$$

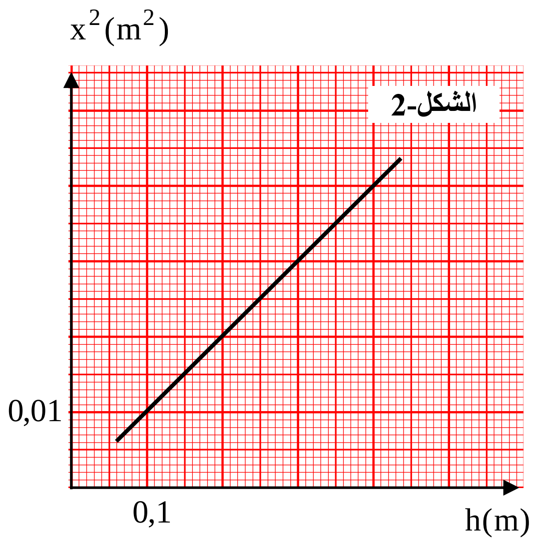
التمرين (10) : (التمرين : 028 في بنك التمارين على الموقع) (**)

نعتبر جسما (S) كتلته $m = 400\ g$ يتحرك على مسار ABCD حيث AB جزء مستقيم مائل بزاوية $\alpha = 30°$ أين يخضع الجسم إلى قوة احتكاك شدتها $f = 1\ N$ و معاكسة لجهة الحركة و الجزء BCD أفقي أملس (الشكل-1) .

1- نترك الجسم (S) من النقطة A بدون سرعة ابتدائية و التي تقع على إرتفاع h من سطح الأرض BCD الذي نعتبره مرجع لقياس الطاقة الكامنة الثقالية فيصدم نابض عند النقطة C ليضغطه بمقدار x و يتوقف عند الموضع D .



نكرر هذه التجربة في كل مرة بتغيير قيمة الارتفاع h ثم نقيس مقدار الانضغاط x للنابض ثم نرسم بيان الشكل-2 الذي يمثل تغيرات x^2 بدلالة الارتفاع h .



1- أ- مثل القوى المؤثرة على الجسم (S) أثناء انتقاله من A إلى B ثم بين أن طبيعة حركته مستقيمة متسارعة بانتظام .

ب- مثل مخطط الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم + أرض) بين الموضعين A و B ثم أكتب معادلة انحفاظ الطاقة أثناء هذا الانتقال .

جـ- باعتبار المستوي الأفقي المار من الموضع B مرجعا لحساب الطاقة الكامنة الثقالية ، بين أن عبارة مربع السرعة V_B^2 عند الموضع B تكتب على الشكل $v_B^2 = a\,h$ ، حيث a ثابت يطلب كتابة عبارته .

2- أ- مثل القوى المؤثرة على الجسم (S) أثناء انتقاله من B إلى C ثم استنتج طبيعة حركته .

3- أ- مثل القوى المؤثرة على الجسم (S) أثناء انتقاله من C إلى D .

ب- مثل الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم S + نابض) بين الموضعين C و D ، ثم أكتب معادلة انحفاظ الطاقة أثناء هذا الانتقال .

جـ- بين أن عبارة مربع مقدار الانضغاط x^2 عند الموضع D يكتب على الشكل : $x^2 = b v_C^2$ حيث b ثابت يطلب كتابة عبارته .

4- استنتج مما سبق أن : $x^2 = \frac{2}{K}(m.g - \frac{f}{\sin\alpha})h$.

5- أكتب المعادلة الرياضية للمنحنى .

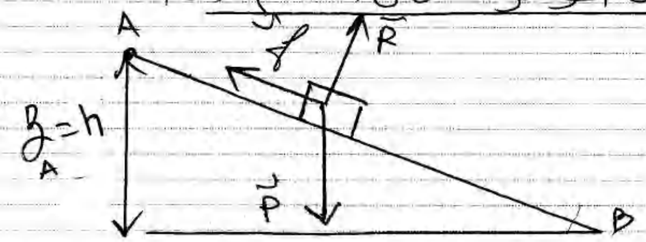
6- استنتج كل من :

أ- ثابت مرونة النابض k .

ب- شدة توتر النابض T عندما يكون : AB = 0,8 m . **يعطى :** g = 10 N/kg .

الأجوبة :

1- تمثيل القوى المؤثرة على الجسم (s)



- طبيعة الحركة :

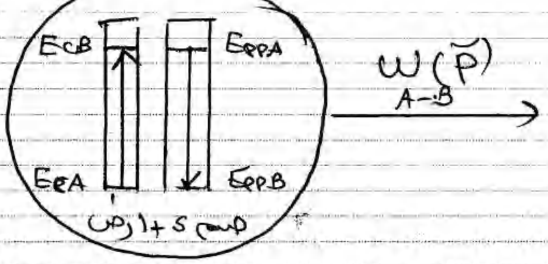
الجسم (s) انطلق من السكون وبلغ سرعة بعد ذلك ، وكون أن القوى المؤثرة ثابتة ، تكون الحركة مستقيمة متسارعة

ب- مخطط الحصيلة الطاقوية :

- الجملة المدروسة : (جسم (s) + ارض)

- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي

- القوى الخارجية المؤثرة : $\vec{R}$ ، $\vec{f}$.



- معادلة انحفاظ الطاقة :

بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين A و B وبالاعتماد على مخطط الحصيلة الطاقوية :

$$E_A + E_{مكتسبة} - E_{مقدمة} = E_B$$

$$\cancel{E_{CA}}^{0} + E_{PPA} - |W_{A\to B}(\vec{f})| = E_{CB} + \cancel{E_{PPB}}^{0}$$

$$\boxed{E_{PPA} - |W(\vec{f})| = E_{CB}}$$

ج- عبارة v_B^2:

وجدنا سابقا:

$$E_{ppA} - |W(\vec f)| = E_{cB}$$

$$mgz_A - |-f.AB| = \frac{1}{2} m v_B^2$$

$$mgz_A - f.AB = \frac{1}{2} m v_B^2$$

$$2mgz_A - 2f.AB = m v_B^2$$

من الشكل:

- $z_A = h$
- $\sin\alpha = \frac{h}{AB} \rightarrow AB = \frac{h}{\sin\alpha}$

تصبح:

$$2mgh - 2f.\frac{h}{\sin\alpha} = m v_B^2$$

$$\frac{2\cancel{m}gh}{\cancel{m}} - \frac{2fh}{m.\sin\alpha} = v_B^2$$

$$\boxed{v_B^2 = \left(2gh - \frac{2f}{m.\sin\alpha}\right) h}$$

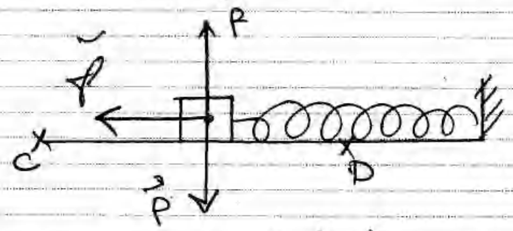
العبارة من الشكل $v_B^2 = \theta h$ حيث:

$$\theta = 2gh - \frac{2f}{m.\sin\alpha}$$

طبيعة الحركة:

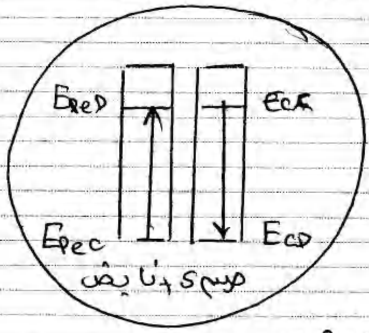
لا يخضع الجسم إلى قوة تعيق حركته أثناء الانتقال من A إلى B وبالتالي يحافظ على سرعته التي اكتسبها عند B، وعليه حركته مستقيمة منتظمة.

3- أ- القوى المؤثرة على الجسم (ς) أثناء انتقاله من إلى :



ج- مخطط الحصيلة الطاقوية:

- الجملة المدروسة: جسم (ς) + نابض
- مرجع الدراسة: سطح أرضي نعتبره غاليليا
- القوى الخارجية المؤثرة: $\vec P$ ، $\vec R$ ، $\vec f$



- معادلة انحفاظ الطاقة:

بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين A و D :

$$E_C + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_D$$

$$E_{cC} + \cancel{E_{peC}}^{0} = \cancel{E_{cD}}^{0} + E_{peD}$$

$$\boxed{E_{cC} = E_{peD}}$$

- عبارة x^2:

وجدنا سابقا:

$$E_{cC} = E_{peD}$$

ومنه:

$$\frac{1}{2} m v_C^2 = \frac{1}{2} K x^2$$

$$m v_C^2 = K x^2$$

$$x^2 = \frac{m v_C^2}{K} \rightarrow \boxed{x^2 = \frac{m}{K} v_C^2}$$

هي من الشكل: $x^2 = b v_C^2$ حيث $b = \frac{m}{K}$

4- اثبات أن $h\left(mg - \frac{f}{\sin\alpha}\right)\frac{2}{K} = x^2$:

وجدنا سابقا:

$$v_B^2 = \left(2g - \frac{2f}{m\sin\alpha}\right) h$$

وحيث أن: $v_C = v_B$ نكتب:

$$v_C^2 = \left(2g - \frac{2f}{m.\sin\alpha}\right) h^2 \text{ ------(1)}$$

وجدنا أيضا:

$$x^2 = \frac{m}{K} v_C^2 \text{ ---------(2)}$$

بتعويض (1) في (2):

$$x^2 = \frac{m}{K}\left(2g - \frac{2f}{m.\sin\alpha}\right) h$$

$$x^2 = \frac{1}{K}\left(2mg - \frac{2\cancel{m}f}{\cancel{m}\sin\alpha}\right) h$$

$$\boxed{x^2 = \frac{2}{K}\left(mg - \frac{f}{\sin\alpha}\right)h}$$

5- المعادلة الرياضية للمنحنى :

المنحنى $x^2 = f(h)$ هو مستقيم يمر من المبدأ معادلته من الشكل :

$$x^2 = a h$$

من البيان :

$$a' = \frac{0,01}{0,1} = 0,1$$

اذن :

$$\boxed{x^2 = 0,1\, h.}$$

6- أ- قيمة K :

- بيانيا :

$$x^2 = a h$$

حيث $a' = 0,1$

- نظريا ومما سبق :

$$x^2 = \frac{2}{K}\left(mg - \frac{f}{\sin\alpha}\right)h$$

بالمطابقة :

$$\frac{2}{K}\left(mg - \frac{f}{\sin\alpha}\right) = a$$

$$K = \frac{2\left(mg - \frac{f}{\sin\alpha}\right)}{a}$$

$$K = \frac{2\left(0,4 \times 10 - \frac{1}{\sin 30°}\right)}{0,1} = 40\,N/m$$

** الأستاذ : فرقاني فارس **
ثانوية مولود قاسم نايت بلقاسم
الخروب - قسنطينة
Fares_Fergani@yahoo.Fr