سلاسل المنجد - دروس و تمارين

علوم فيزيائية

2AS

الشعب العلمية و الرياضية

السلسلة 2-02-1

العمل و الطاقة الحركية الانسحابية

عرض نظري و تمارين محلولة

يمكن تحميل السلسلة بصيغة pdf من موقع المنجد :

www.sites.google.com/site/faresfergani

للمزيد (عرض نظري مفصل – تمارين – فيديوهات ......)
يرجى زيارتنا على صفحة الوحدة في نفس الموقع الإلكتروني .

لكي يصلك جديد موقع المنجد تابع صفحة الفايسبوك التالية :

facebook.com/elmoundjidff

الأستاذ فرقاني فارس
ثانوية مولود قاسم نايت بلقاسم - الخروب - قسنطينة
fares_fergani@yahoo.fr
0771998109

الإصدار : نوفمبر/2022

العلوم الفيزيائية

سلاسل المنجد في العلوم الفيزيائية – ثانية ثانوي – الوحدة 02

العمل و الطاقة الحركية الإنسحابية

إعداد الأستاذ فرقاني فارس
ثانوية مولود قاسم نايت بلقاسم ـ الخروب ـ قسنطينة
www.sites.google.com/site/faresfergani

****

السلسلة 2 –02– 01

عرض نظري و تمارين

1- عمل قوة ثابتة

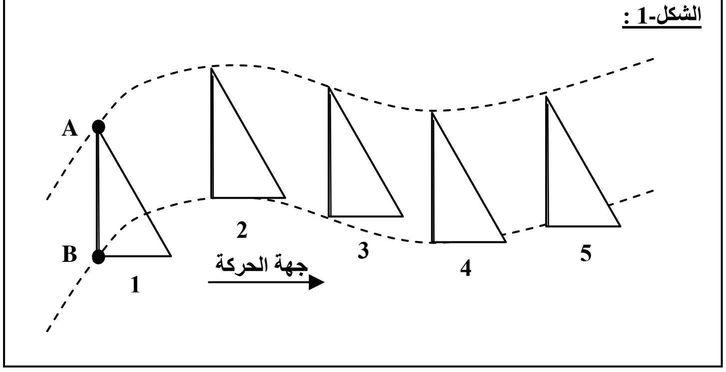
أ– مفهوم الحركة الانسحابية

- نقول عن جسم صلب أنه في حركة انسحابية ، إذا تحركت كل نقاطه بنفس الحركة و بالتالي تكون لها مسارات متماثلة .

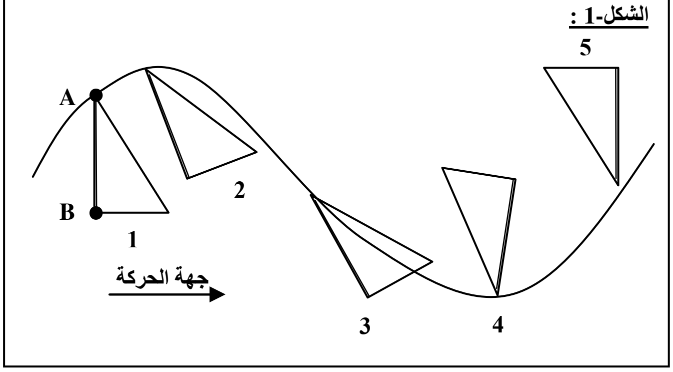
مثال :

- في (الشكل-1) ينسحب الضلع AB للكوس موازيا لنفسه كما أن مسارات كل نقاط الكوس متماثلة يمكن مطابقتها بالإزاحة ، نقول عن حركة الكوس في هذه الحالة انها انسحابية .
- في (الشكل-2) مسار النقطة B يختلف عن مسار النقطة A و لا يمكن مطابقتهما ، حركة الكوس في هذه الحالة ليست انسحابية .

الشكل-1 :

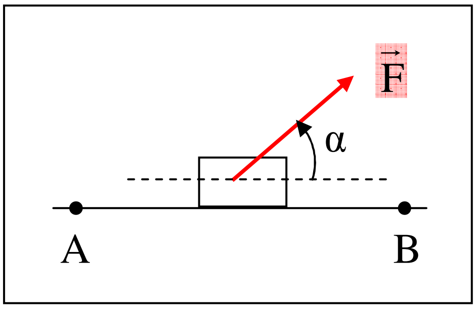


الشكل-1 :



ب- عمل قوة ثابتة في مسار مستقيم :

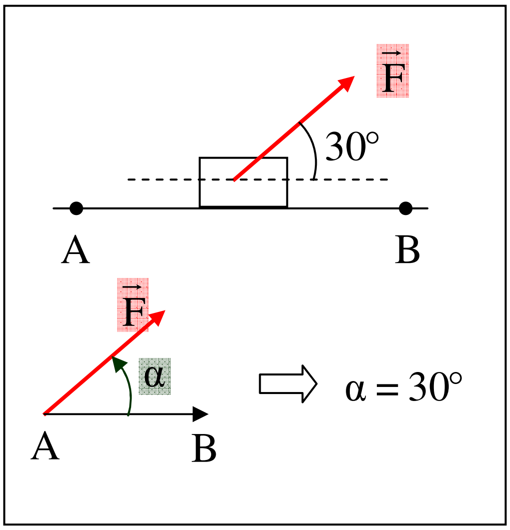
- نقول عن قوة أنها قامت بعمل إذا انتقلت نقطة تطبيقها من موضع إلى موضع آخر .
- عمل قوة $\vec{F}$ أثناء انتقال من موضع A إلى موضع B الذي يرمز له بـ $W_{AB}(\vec{F})$ وو حدته الجول هو مقدار جبري يكون موجب إذا كانت القوة $\vec{F}$ في جهة الحركة و يقال عنه **عمل محرك** بينما يكون سالبا إذا كانت القوة $\vec{F}$ معاكسة لجهة الحركة و يقال عنه في هذه الحالة **عمل مقاوم** .
- نعتبر جسم صلب (S) ينتقل من موضع A إلى موضع آخر B نتيجة خضوعه لقوة $\vec{F}$ ثابتة .

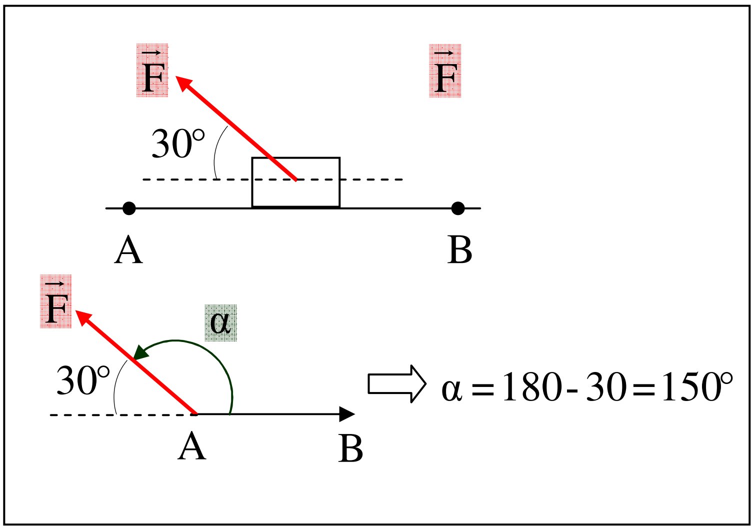


- يعبر عن عمل القوة $\vec{F}$ أثناء الانتقال من الموضع A إلى الموضع B بالعلاقة التالية :

$$\boxed{W_{AB}(\vec{F}) = F\ AB\ \cos\alpha}$$

حيث α هي الزاوية التي يصنعها الشعاع $\overrightarrow{AB}$ مع شعاع القوة $\vec{F}$ ، كما مبين في المثالين التاليين :

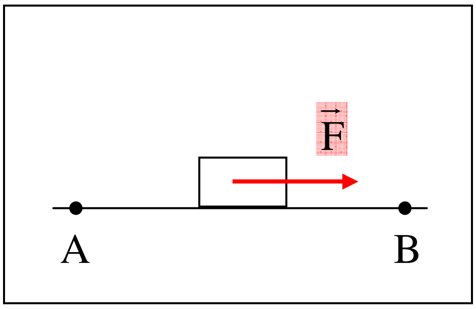




- تقدر المسافة AB بالمتر (m) و شدة القوة $\vec{F}$ بالنيوتن (N) و العمل W بالجول (J) .

حالات خاصة :

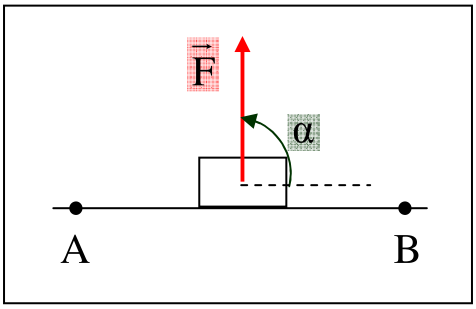
▪ القوة $\vec{F}$ توازي المسار و في جهة الحركة :



- في هذه الحالة يكون : $\cos\alpha = 1 \rightarrow \alpha = 0$. ومنه تصبح عبارة العمل كما يلي :

$$\boxed{W_{AB}(\vec{F}) = F\,AB}$$

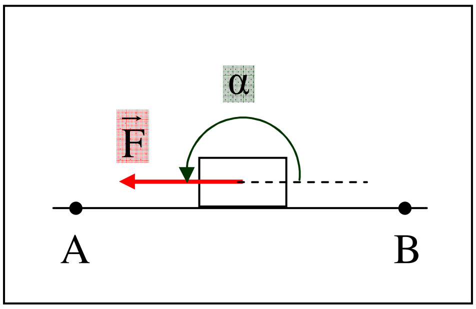
▪ القوة $\vec{F}$ عمودية على المسار :



- في هذه الحالة يكون : $\cos\alpha = 0 \rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2}$. ومنه تصبح عبارة العمل كما يلي :

$$\boxed{W_{AB}(\vec{F}) = 0}$$

▪ القوة $\vec{F}$ توازي المسار و معاكسة لجهة الحركة :



- في هذه الحالة يكون : $\cos\alpha = -1 \rightarrow \alpha = \pi$. ومنه تصبح عبارة العمل كما يلي :

$$\boxed{W_{AB}(\vec{F}) = -\ F\,AB}$$

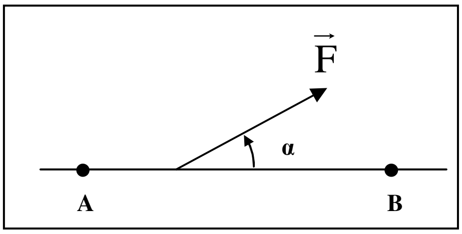
ملاحظة :

عمل قوة $\vec{F}$ أثناء انتقال من موضع A إلى الموضع B مرورا بمواضع أخرى A_1 ، A_2 ، ..... A_n مساوي لمجموع الأعمال لكل الانتقالات أي :

$$W_{AB}(\vec{F}) = W_{AA_1}(\vec{F}) + W_{A_1A_2}(\vec{F}) + W_{A_2A_3}(\vec{F}) + ... + W_{A_nB}(\vec{F})$$

التمرين (1) : (التمرين : 001 في بنك التمارين على الموقع) (*)

يتحرك جسم (S) كتلته m ، أفقيا من موضع A إلى موضع B على مسار مستقيم تحت تأثير قوة $\vec{F}$ تصنع زاوية α مع شعاع الانتقال شدتها $F = 20\ N$ (الشكل) .



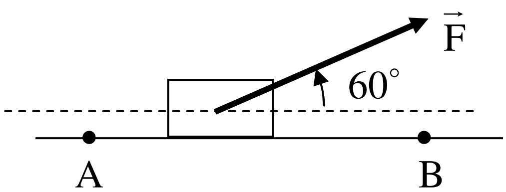
أحسب عمل القوة $\vec{F}$ عندما ينتقل الجسم M من الموضع A إلى الموضع B حيث $AB = 5\ m$ في الحالات التالية :

- القوة $\vec{F}$ تصنع زاوية $\alpha = 60^0$ مع المسار و جهتها في جهة الحركة .
- القوة $\vec{F}$ توازي للمسار و جهتها في جهة الحركة .
- القوة $\vec{F}$ توازي للمسار و جهتها معاكسة لجهة الحركة .
- القوة $\vec{F}$ عمودية على المسار .
- القوة $\vec{F}$ تصنع زاوية $\alpha = 30^0$ مع المسار و جهتها معاكسة لجهة الحركة .

الأجوبة :

حساب عمل القوة $\vec{F}$:

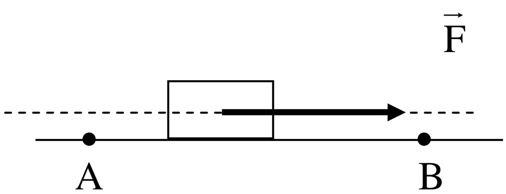
- القوة $\vec{F}$ تصنع زاوية $\alpha = 60^0$ مع المسار و جهتها في جهة الحركة :



$$W_{A\text{-}B}(\vec{F}) = F\,.\,AB\cos\alpha$$

$$W_{A\text{-}B}(\vec{F}) = 20\,.\,5\,.\cos 60° = 50\ J$$

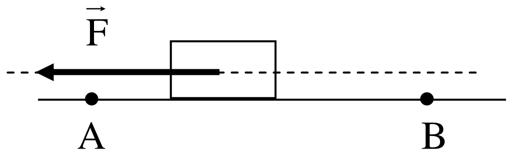
- القوة $\vec{F}$ توازي للمسار و جهتها في جهة الحركة :



$$W_{A\text{-}B}(\vec{F}) = F\,.\,AB$$

$W_{A\text{-}B}(\vec{F}) = 20.5 = 100\ J$

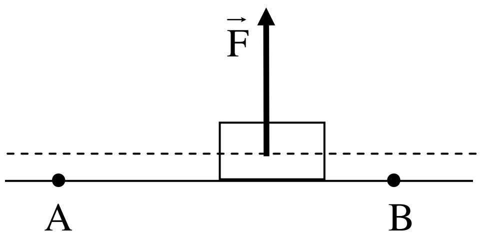
- القوة $\vec{F}$ توازي للمسار و جهتها معاكسة لجهة الحركة :



$W_{A\text{-}B}(\vec{F}) = -F.AB$

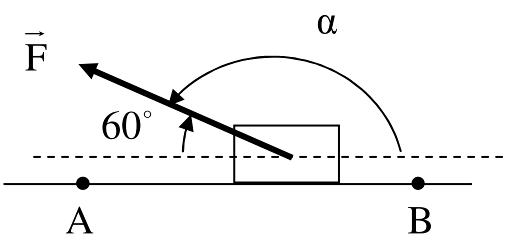
$W_{A\text{-}B}(\vec{F}) = -20.5 = -100\ J$

- القوة $\vec{F}$ عمودية على المسار :



$W_{A\text{-}B}(\vec{F}) = 0$

- القوة $\vec{F}$ تصنع زاوية $\alpha = 60^0$ مع المسار و جهتها معاكسة لجهة الحركة .



$W_{A\text{-}B}(\vec{F}) = F.AB\cos\alpha$

من الشكل :

$\alpha = 180° - 60° = 120°$

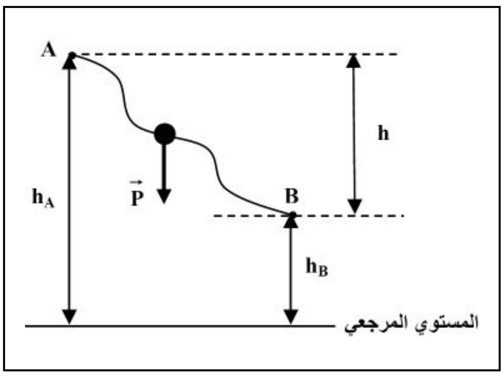
و منه :

$W_{A\text{-}B}(\vec{F}) = 20.5.\cos 120° = -50\ J$

جـ- عمل قوة الثقل :

- عندما ينتقل مركز ثقل جسم من موضع A موجود على ارتفاع h_A من سطح الأرض أو مستوي مرجعي ، إلى موضع B موجود على ارتفاع h_B من سطح الأرض أو من نفس المستوي المرجعي ، فإن عمل ثقل هذا الجسم أثناء الانتقال من الموضع A إلى الموضع B يعبر عنه بالعلاقة :

$$\boxed{W_{A\text{-}B}(\vec{P}) = m.g\,(h_A - h_B)}$$



أو بإحدى العلاقتين :

$$W_{A\text{-}B}(\vec{P}) = + m.g.h$$ (عمل الثقل محرك ، الجسم نازل)

$$W_{A\text{-}B}(\vec{P}) = - m.g.h$$ (عمل الثقل مقاوم ، الجسم صاعد)

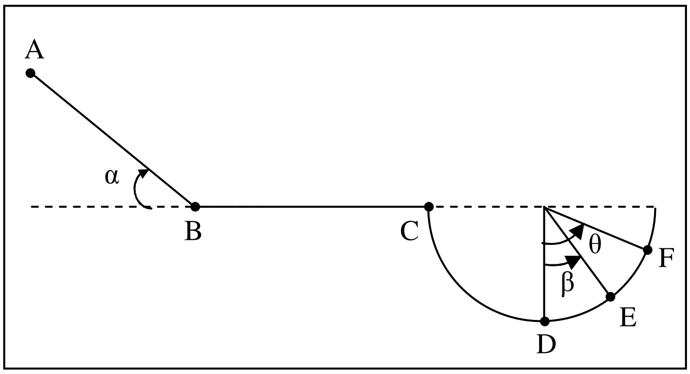
حيث h هو الفرق في الارتفاع بين الموضع الابتدائي A و الموضع النهائي B .

ملاحظة :

عمل الثقل لا يتعلق بالمسار و إنما يتعلق بالموضعين الإبتدائي و النهائي فقط .

التمرين (2) : (التمرين : 002 في بنك التمارين على الموقع) (*)

يتحرك جسم (S) كتلته $m = 2\ kg$ بدون احتكاك على المسار ABCDEF الموضح في (الشكل) التالي :



يعطى : $AB = 10\ m$ ، $R = 8\ m$ ، $g = 10\ N/kg$ ، $\alpha = 30°$ ، $\beta = 30°$ ، $\theta = 60°$

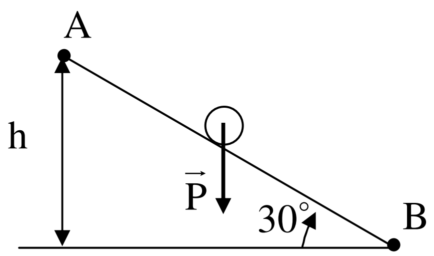
أحسب عمل قوة الثقل في الحالات التالية :

- عند الانتقال من الموضع A إلى الموضع B .
- عند الانتقال من الموضع B إلى الموضع C .
- عند الانتقال من الموضع C إلى الموضع D .
- عند الانتقال من الموضع D إلى الموضع E .
- عند الانتقال من الموضع E إلى الموضع F .

الأجوبة :

عمل قوة الثقل :

- الانتقال $(A \rightarrow B)$:



من الشكل :

$$W_{A\text{-}B}(\vec{P}) = m\,g\,h$$

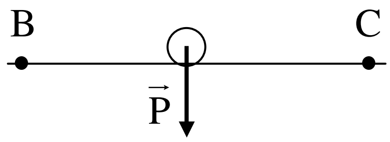
$$\sin\alpha = \frac{h}{AB} \rightarrow h = AB\sin\alpha$$

و منه :

$$W_{A-B}(\vec{P}) = m\,g\,AB\sin\alpha$$

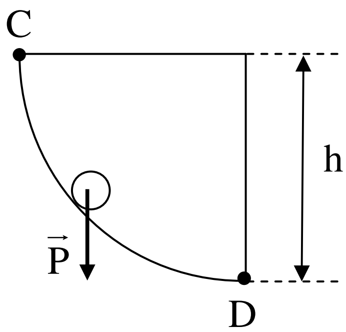
$$W_{A-B}(\vec{P}) = 2.10.10.\sin30° = 100\,J$$

▪ الانتقال $(B \rightarrow C)$:



في هذه الحالة قوة الثقل $\vec{P}$ عمودية على المسار و بالتالي يكون : $W_{B-C}(\vec{P}) = 0$

▪ الانتقال $(C \rightarrow D)$:



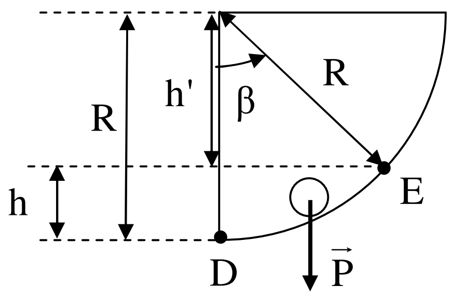
$$W_{C-D}(\vec{P}) = m\,g\,h$$

من الشكل : $h = R$ و منه :

$$W_{C-D}(\vec{P}) = m\,g\,R$$

$$W_{C-D}(\vec{P}) = 2.10.8 = 160\,J$$

▪ الانتقال $(D \rightarrow E)$:



$$W_{D-E}(\vec{P}) = -\,m\,g\,h$$

من الشكل :

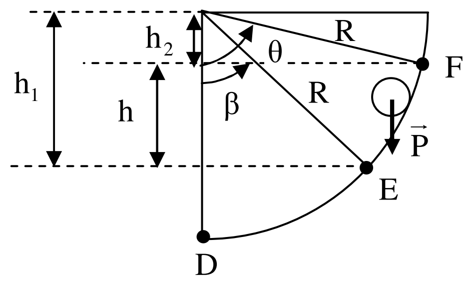
$$\begin{cases} h = R - h' \\ \cos\beta = \dfrac{h'}{R} \rightarrow h' = R\cos\beta \rightarrow h = R - R\cos\beta \rightarrow h = R\,(1-\cos\beta) \end{cases}$$

و منه تصبح عبارة عمل الثقل :

$$W_{D-E}(\vec{P}) = -\,m\,g\,R\,(1-\cos\beta)$$

$$W_{D-E}(\vec{P}) = -\,2.\ 10.\ 8\ (1-\cos30°) = -\,21{,}44\,J$$

▪ الانتقال (E →E) :



$$W_{E\text{-}F}(\vec{P}) = -\, m\, g\, h$$

من الشكل :

$$\begin{cases} h = h_1 - h_2 \\ \cos\beta = \dfrac{h_1}{R} \rightarrow h_1 = R\cos\beta \\ \cos\theta = \dfrac{h_2}{R} \rightarrow h_2 = R\cos\theta \end{cases}$$

و منه :

$$h = R\cos\beta - R\cos\theta = R\,(\cos\beta - \cos\theta)$$

و منه تصبح عبارة عمل الثقل :

$$W_{E\text{-}F}(\vec{P}) = -\, m\, g\, R\,(\cos\beta - \cos\theta)$$

$$W_{E\text{-}F}(\vec{P}) = -2\,.\,10\,.\,8\,(\cos 30° - \cos 60°) = -58{,}56\ J$$

2- الطاقة الحركية الانسحابية

أ- عبارة الطاقة الحركية الانسحابية

- عندما ينسحب جسم ذو كتلة m بسرعة v فإن طاقته الحركية Ec مقدرة بالجول عند كل لحظة تعطى بالعبارة التالية :

$$\boxed{Ec = \frac{1}{2} m v^2}$$

ملاحظة :
الطاقة الحركية لجملة تتكون من عدة أجسام (S_1) ، (S_2) ..... مساوية لمجموع الطاقات الحركية لهذه الأجسام أي :

$$\boxed{E_C = E_C(S_1) + E_C(S_2) + \ldots\ldots\ldots}$$

ب- تطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة في حركة انسحابية

• تعريف الجملة الميكانيكية :

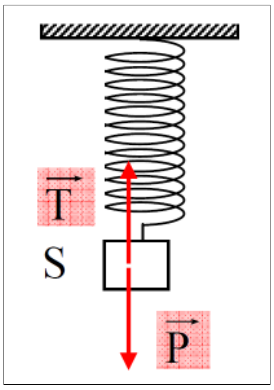
الجملة الميكانيكية هي الجسم أو جزء من الجسم أو مجموعة من الأجسام التي تكون محل الدراسة الفيزيائية .

• القوى الداخلية و الخارجية :

- أي جسم يخضع إلى قوة نتيجة تأثير جسم آخر عليه و لا يوجد جسم يخضع إلى قوة من تلقاء نفسه ، يمكن القول أن أي قوة ناتجة عن تأثير جسمين (مؤثر و متأثر) .

- تكون القوة داخلية إذا كان الجسمين المؤثر و المتأثر بهذه القوة ينتميان إلى نفس الجملة ، و تكون خارجية إذا كان أحد الجسمين داخل الجملة و الآخر خارجها .

مثال :



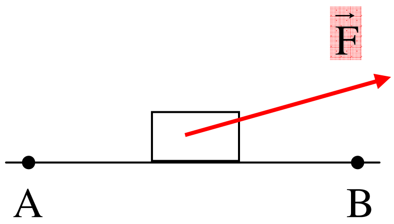
في الشكل المقابل يخضع الجسم (S) إلى تأثير قوتين الأولى قوة الثقل $(\vec{P})$ الناتجة عن تأثير (جذب) الأرض للجسم (S) و الثانية قوة توتر النابض $(\vec{T})$ الناتجة عن تأثير النابض على الجسم (S) .

- قوة الثقل $\vec{P}$ أو قوة التوتر $\vec{T}$ يمكن أن تكون داخلية أو خارجية حسب الجملة المختارة كما مبين في الجدول التالي :

الجملة	الثقل $\vec{P}$	التوتر $\vec{T}$
(جسم + أرض)	داخلية	خارجية
(جسم)	خارجية	خارجية
(جسم + نابض)	خارجية	داخلية
(جسم + أرض + نابض)	داخلية	داخلية

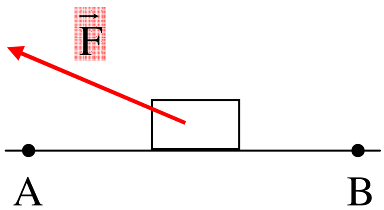
• متى تكتسب الجملة الميكانيكية طاقة و متى تفقدها :

- عندما نؤثر على جسم صلب ساكن بقوة خارجية $\vec{F}$ في جهة الحركة ينطلق هذا الجسم بحركة مستقيمة متسارعة من موضع A إلى موضع B .



و أثناء ذلك تكون سرعته متزايدة و بالتالي تزداد طاقته الحركية (الكتلة m ثابتة) و كون أن الطاقة الحركية تتزايد فهذا يعني أن الجسم اكتسب طاقة من الوسط الخارجي ، **مقدار الطاقة المكتسب هو عمل هذه القوة** $W_{AB}(\vec{F})$.

- عندما نؤثر على جسم في حالة حركة بقوة خارجية $\vec{F}$ تكون عكس جهة الحركة تنقص قيمة سرعته .



و أثناء ذلك تتناقص طاقته الحركية (الكتلة m ثابتة) و كون أن الطاقة الحركية تتناقص فهذا يعني أن الجملة قدمت طاقة إلى الوسط الخارجي ، **مقدار الطاقة المقدم هو عمل هذه القوة** $W_{AB}(\vec{F})$.

ملاحظة :

حتى تكتسب الجملة الميكانيكية طاقة ، لماذا يجب أن تكون القوة خارجية ؟ نعطي مثال بسيط ، أربع أشخاص عندما يدفعون سيارة من الخلف (قوة خارجية) تتحرك هذه السيارة و تزداد سرعتها و طاقتها و بالتالي تكون قد اكتسب طاقة نتيجة دفع الأشخاص للسيارة ، بينما لو ركب هؤلاء الأشخاص السيارة من الداخل و دفعوها من الداخل (قوة داخلية) السيارة في هذه الحالة لا تتحرك و بالتالي لا تكتسب طاقة و لا تقدمها . إذن تحركت السيارة عندما خضعت لقوى من الخارج (قوة حارجية) .

• معادلة انحفاظ الطاقة في الجملة الميكانيكية :

إذا انتقلت جملة ميكانيكية من موضع A إلى موضع B و كانت طاقتها عند A هي E_A و طاقتها عند B هي E_B ، حيث $E_A \neq E_B$ ، فإنه يعبر عن معادلة انحفاظ الطاقة لجملة ميكانيكية أثناء الإنتقال من A إلى B كما يلي :

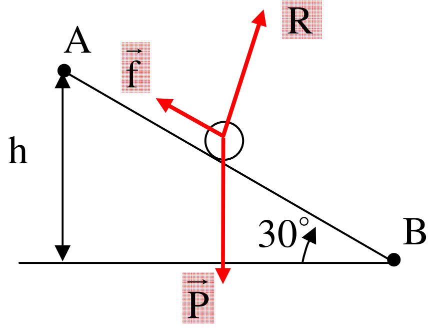
$$\underbrace{E_A} + \underbrace{E_{\text{مكتسبة}}} - \underbrace{E_{\text{مقدمة}}} = \underbrace{E_B}$$

- E_A : أشكال الطاقة عند A : حركية أو كامنة أو معا ، حسب الجملة المدروسة
- $E_{\text{مكتسبة}}$: مجموع أعمال القوى الخارجية التي تكون في جهة الحركة
- $E_{\text{مقدمة}}$: مجموع أعمال القوى الخارجية التي تكون في عكس جهة الحركة
- E_B : أشكال الطاقة عند B : حركية أو كامنة أو معا ، حسب الجملة المدروسة

و تكون الحصيلة الطاقوية الموافقة كما يلي :

مثال-1 :

جسم صلب (S) يتحرك على مستوي مائل بحركة مستقيمة متسارعة إنطلاقا من الموضع A أعلى مستوي مائل إلى الموضع B أسفل هذا المستوي المائل ، نريد تمثيل مخطط الحصيلة الطاقوية و كتابة معادلة انحفاظ الطاقة أثناء الانتقال AB .



- الجملة المدروسة : (جسم)

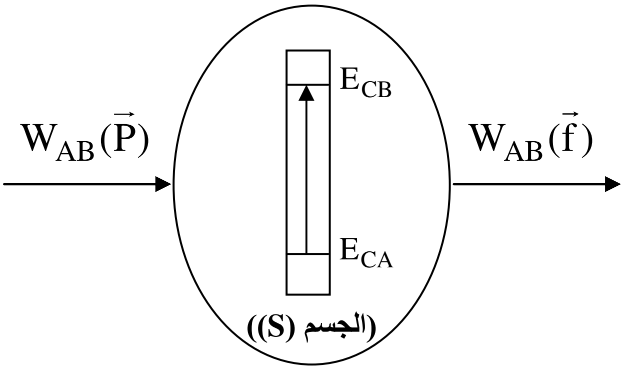
- القوى الخارجية :

- الثقل $\vec{P}$ ← في جهة الحركة ← تكتسب الجملة طاقة قدرها $W_{AB}(\vec{P})$.
- قوة رد الفعل $\vec{R}$ عموية على مسار الحركة ← لا تقدم الجملة طاقة و لا تكتسب .
- قوة الاحتكاك $\vec{f}$ ← عكس الحركة ← تقدم الجملة طاقة قدرها $\left|W_{AB}(\vec{f})\right|$.

- أشكال الطاقة :

- حركية متزايدة .

- مخطط الحصيلة الطاقوية :



- معادلة انحفاظ الطاقة :

$$\boxed{E_{CA} + W_{AB}(\vec{P}) - \left|W_{AB}(\vec{f})\right| = E_{CB}}$$

- الجملة المدروسة : (جسم + أرض)

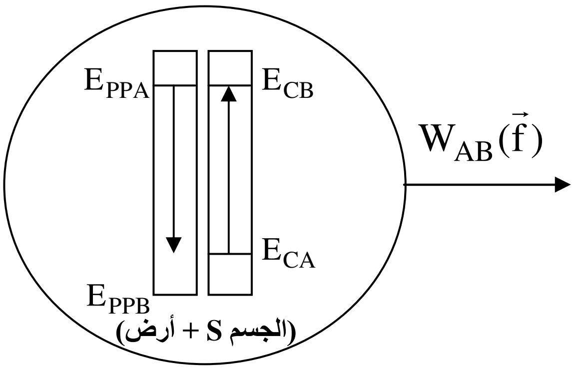
- القوى الخارجية :

- قوة رد الفعل $\vec{R}$ ← عمودية على المسار ← لا تقدم الجملة طاقة و لا تكتسب .
- قوة الاحتكاك $\vec{f}$ ← معاكسة لجهة الحركة ← تقدم الجملة طاقة قدرها $\left|W_{AB}(\vec{f})\right|$.

- أشكال الطاقة :

- حركية متزايدة .
- كامنة ثقالية متناقصة .

- مخطط الحصيلة الطاقوية :

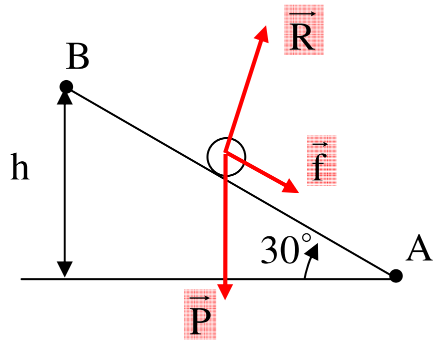


- معادلة انحفاظ الطاقة :

$$\boxed{E_{CA} + E_{PPA} - \left|W_{AB}(\vec{f})\right| = E_{CB} + E_{PPB}}$$

مثال-2:

جسم صلب (S) يتحرك على مستوي مائل إنطلاقا من الموضع A أسفل مستوي مائل إلى الموضع B أعلى هذا المستوي المائل ، نريد تمثيل مخطط الحصيلة الطاقوية و كتابة معادلة انحفاظ الطاقة أثناء الانتقال AB .



- الجملة المدروسة : (جسم)

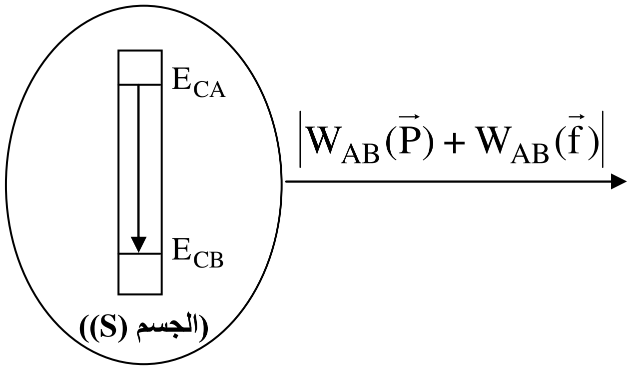
- القوى الخارجية :

- الثقل $\vec{P}$ ← معاكسة لجهة الحركة ← تقدم الجملة طاقة قدرها $|W_{AB}(\vec{P})|$.
- قوة رد الفعل $\vec{R}$ ← عمودية على المسار ← لا تقدم الجملة طاقة و لا تكتسب .
- قوة الاحتكاك $\vec{f}$ ← معاكسة لجهة الحركة ← تقدم الجملة طاقة قدرها $|W_{AB}(\vec{f})|$.

- أشكال الطاقة :

- حركية متناقصة .

- مخطط الحصيلة الطاقوية :



- معادلة انحفاظ الطاقة :

$$\boxed{E_{CA} - |W_{AB}(\vec{P}) + W_{AB}(f)| = E_{CB}}$$

- الجملة المدروسة : (جسم + أرض)

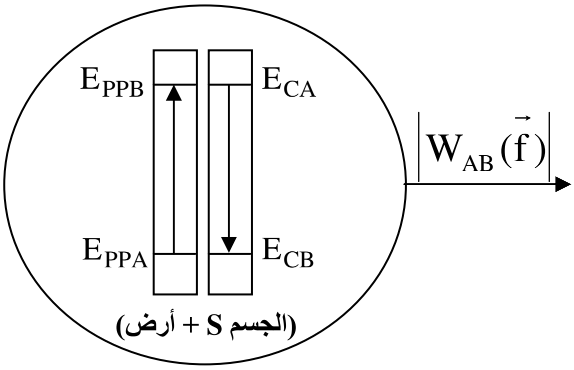
- القوى الخارجية :

- قوة رد الفعل $\vec{R}$ ← عمودية على المسار ← لا تقدم الجملة طاقة و لا تكتسب .
- قوة الاحتكاك $\vec{f}$ ← معاكسة لجهة الحركة ← تقدم الجملة طاقة قدرها $|W_{AB}(\vec{f})|$.

- أشكال الطاقة :

- حركية متناقصة .
- كامنة ثقالية متزايدة .

- مخطط الحصيلة الطاقوية :



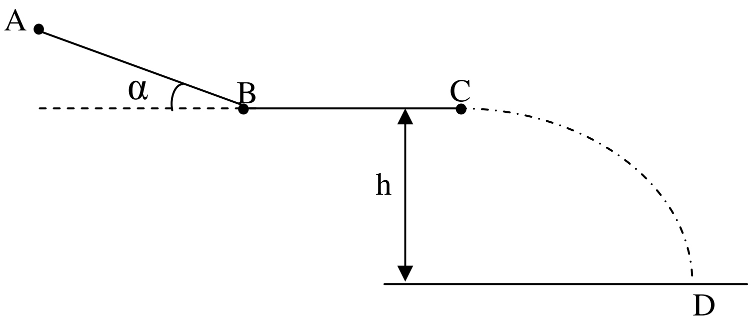
- معادلة انحفاظ الطاقة :

$$\boxed{E_{CA} + E_{PPA} - |W_{AB}(f)| = E_{CB} + E_{PPB}}$$

ملاحظة :
تقتصر دراستنا في هذه الوحدة فقط على الطاقة الحركية و بالتالي لتفادي الطاقة الكامنة التي سنتطرق لها لاحقا ، يجب أن تكون الجملة المدروسة (جسم) .

التمرين (3) : (التمرين : 004 في بنك التمارين على الموقع) (*)

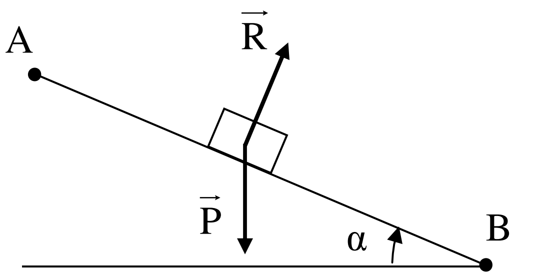
جسم (S) نعتبره نقطي (أبعاده مهملة) كتلته $m = 1\ Kg$ يتحرك على المسار ABCD (الشكل) حيث :
AB : مستوي مائل طوله $AB = 2\ m$ و يميل على الأفق بزاوية $\alpha = 30°$ به الاحتكاك مهمل .
BC : مسار مستقيم أفقي طوله $BC = 2\ m$
يخضع الجسم (S) على المسار BC لقوة احتكاك $\vec{f}$ شدتها ثابتة .



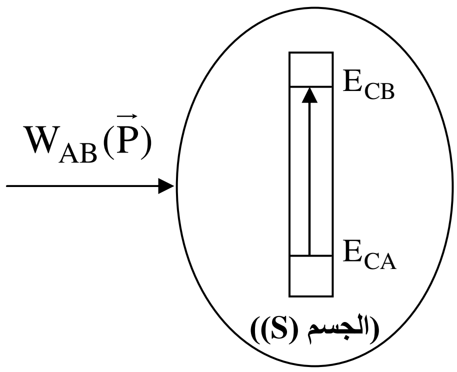
1- يُدفع الجسم (S) من الموضع (A) بسرعة ابتدائية قدرها $v_A = 4\ m/s$. يعطى : $g = 10\ m/s^2$.
أ- مثل مخطط الحصيلة الطاقوية للجملة جسم (S) ثم اكتب معادلة انحفاظ الطاقة أثناء الإنتقال من A إلى B
ب- أحسب سرعة مركز عطالة الجسم (S) عند الموضع (B) أسفل المستوي المائل .
2 – إذا علمت أن الجسم (S) يصل إلى الموضع C بسرعة قدرها 4 m/s .
أ- مثل مخطط الحصيلة الطاقوية و اكتب معادلة انحفاظ الطاقة أثناء الانتقال من B إلى C .
ب- جِد شدة قوة الاحتكاك f .
3 – عند وصول الجسم (S) إلى النقطة C التي تبعد عن سطح الأرض بمقدار h ، يندفع الجسم في الهواء و يسقط تحت تأثير ثقله حتى يصطدم بالأرض في الموضع D بسرعة $v_D = 7\ m/s$.
أ- مثل مخطط الحصيلة الطاقوية و اكتب معادلة انحفاظ الطاقة أثناء الانتقال من C إلى D .
ب- جِد الارتفاع h (تهمل كل قوى الاحتكاك و دافعة أرخميدس) .

الأجوبـة :

1- مخطط الحصيلة الطاقوية :



- الجملة المدروسة : جسم S .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$.



▪ معادلة انحفاظ الطاقة :

- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين A و B :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} + W_{A-B}(\vec{P}) = E_{CB}$$

▪ السرعة عند B :

اعتمادا على معادلة انحفاظ الطاقة السابقة :

$$\frac{1}{2} m\, {v_A}^2 + m\, g\, h = \frac{1}{2} m\, {v_B}^2$$

$$\frac{1}{2}\, {v_A}^2 + g\, h = \frac{1}{2}\, {v_B}^2 \rightarrow {v_A}^2 + 2g\, h = {v_B}^2$$

من الشكل :

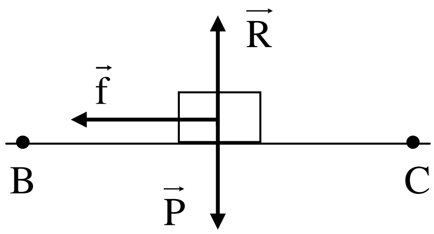
$$\sin\alpha = \frac{h}{AB} \rightarrow h = AB.\sin\alpha$$

و منه :

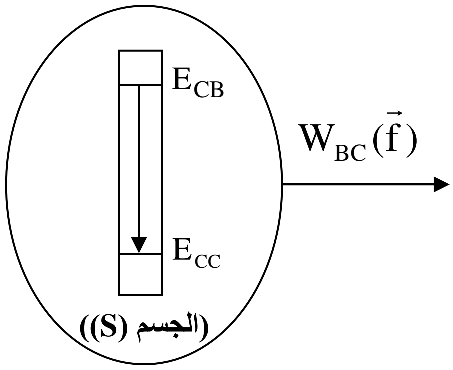
$${v_A}^2 + 2\, g\, AB \sin\alpha = {v_B}^2 \rightarrow v_B = \sqrt{{v_A}^2 + 2\, g\, AB \sin\alpha}$$

$$v_B = \sqrt{(4)^2 + (2\ .10\ .2\ .\ 0.5)} = 6\ m/s$$

2- أ- مخطط الحصيلة الطاقوية :



- الجملة المدروسة : جسم (S) .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$.



▪ معادلة انحفاظ الطاقة :
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين B و C :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CB} - \left|W_{B-C}(\vec{f})\right| = E_{CC}$$

ب- شدة قوة الاحتكاك f :

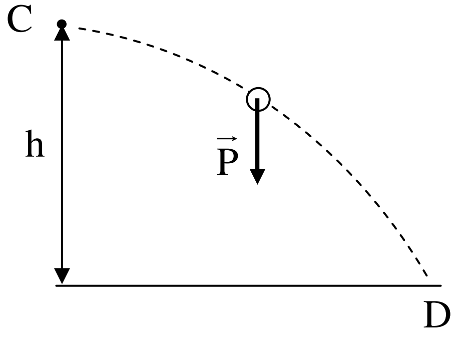
$$\frac{1}{2} m v_B{}^2 - \left|-f.BC\right| = \frac{1}{2} m v_C{}^2$$

$$\frac{1}{2} m v_B{}^2 - f.BC = \frac{1}{2} m v_C{}^2 \rightarrow m v_B{}^2 - 2f\,BC = m v_C{}^2$$

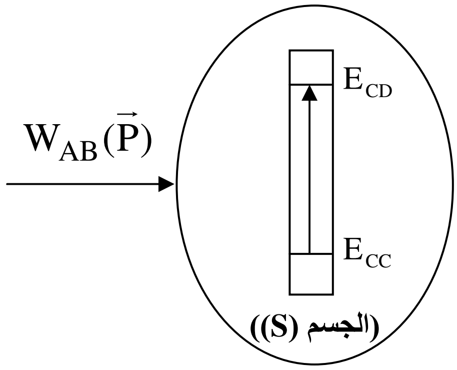
$$m v_B{}^2 - m v_C{}^2 = 2f\,BC \rightarrow f = \frac{m(v_B{}^2 - v_C{}^2)}{2.BC}$$

$$f = \frac{1(6^2 - 4^2)}{2\ .\ 2} = 5\,N$$

3- أ- مخطط الحصيلة الطاقوية :



- الجملة المدروسة : جسم (S) .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$.



▪ <u>معادلة انحفاظ الطاقة :</u>

بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين C و D حيث :

$$E_C + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_D$$

$$E_{CC} + W_{C\text{-}D}(\vec{P}) = E_{CD}$$

▪ <u>حساب الارتفاع h :</u>

بالاعتماد على معادلة انحفاظ الطاقة :

$$\frac{1}{2} m\, v_C^2 + m\, g\, h = \frac{1}{2} m\, v_D^2 \rightarrow v_C^2 + 2\, g\, h = v_D^2$$

$$2\, g\, h = v_D^2 - v_C^2 \rightarrow h = \frac{v_D^2 - v_C^2}{2\, g}$$

$$h = \frac{(7)^2 - (4)^2}{2.10} = 1.65\, m$$

<u>التمرين (3) :</u> <u>(التمرين : 034 في بنك التمارين على الموقع) (*)</u>

جسم صلب (S) كتلته $m = 300\ g$ ، يتحرك على المسار ABCD الموضح في الشكل و المتكون من :

▪ AB : ربع دائرة مركزها o نصف قطرها $R = 60\ cm$
▪ BC : مستوي أفقي ، يخضع فيه الجسم إلى قوة احتكاك $\vec{f}$ شدتها ثابتة $f = 1\ N$.
▪ CD : مستوي مائل طوله $CD = 60\ cm$ ، يميل على الأفق بزاوية α و الاحتكاك به مهمل .

1- يتحرك الجسم (S) على المستوي الدائري من الموضع A بسرعة ابتدائية ، تحت تأثير ثقله فيبلغ B بسرعة $v_B = 4\ m/s$.

أ- مثل القوى المؤثرة على الجسم (S) خلال حركته على المسار الدائري .

ب- مثل مخطط الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم S) أثناء الانتقال من الموضع A إلى الموضع B ، ثم أكتب معادلة انحفاظ الطاقة أثناء هذا الانتقال .

جـ- بتطبيق مبدا انحفاظ الطاقة ، أحسب سرعة الجسم (S) عند الموضع A .

2- يواصل الجسم (S) حركته على بقية المسار فيبلغ الموضع C بسرعة $v_C = 3\ m/s$ ، ليتوقف بعد ذلك في الموضع D ، بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (جسم S) جِد :

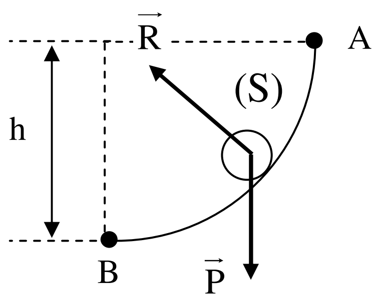
أ- أحسب المسافة BC .

ب- قيمة الزاوية α .

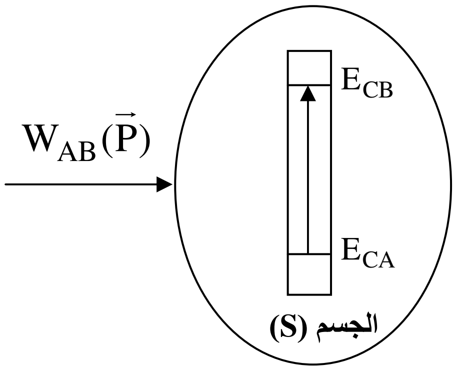
يعطى : $g = 10\ m/s^2$

<u>الأجوبة :</u>

<u>1- سرعة الكرية (S) عند الموضع A :</u>



- الجملة المدروسة : جسم (S) .
- مرجع الدراسة سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : $\vec{P}$ ، $\vec{R}$.



- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين A و B .

$$E_A + E_{\text{مكسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} + W_{AB}(\vec{P}) = E_{CB}$$

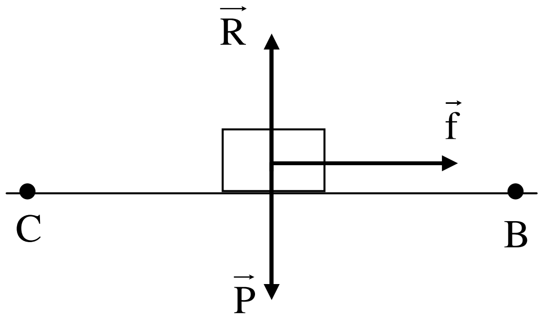
$$\frac{1}{2}m.v_A{}^2 + m.g.h = \frac{1}{2}mv_B{}^2 \rightarrow \frac{1}{2}v_A{}^2 + g.h = \frac{1}{2}v_B{}^2 \rightarrow v_A{}^2 + 2g.h = v_B{}^2$$

من الشكل : $h = R$ و منه :

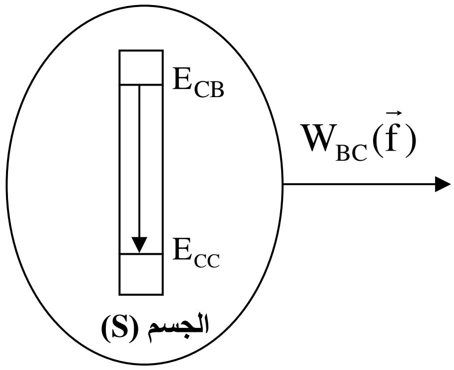
$$v_A{}^2 + 2g.R = v_B{}^2 \rightarrow v_A = \sqrt{v_B{}^2 - 2.g.R}$$

$$v_A = \sqrt{4^2 - 2.10.0,6} = 2\ m/s$$

ب- المسافة BC :



- الجملة المدروسة : جسم (S) .
- مرجع الدراسة سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : $\vec{P}$ ، $\vec{R}$ ، $\vec{f}$.



- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين B و C .

$$E_B + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_C$$

$$E_{CB} - |W_{BC}(f)| = E_{CC}$$

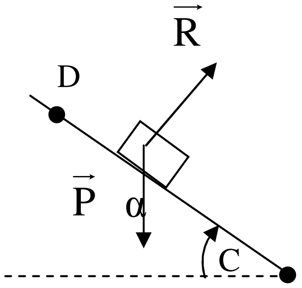
$$\frac{1}{2}mv_B{}^2 - |-f\ BC| = \frac{1}{2}mv_C{}^2 \rightarrow \frac{1}{2}mv_B{}^2 - f\ BC = \frac{1}{2}mv_C{}^2$$

$$mv_C{}^2 - 2f\ CD = mv_D{}^2 \rightarrow mv_B{}^2 - mv_C{}^2 = 2f\ BC$$

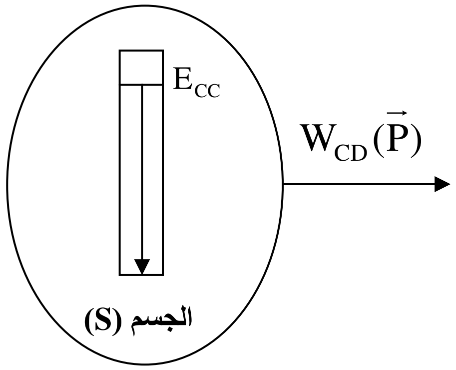
$$m(v_B{}^2 - v_C{}^2) = 2f\ BC \rightarrow BC = \frac{m(v_B{}^2 - v_C{}^2)}{2.\ f}$$

$$f = \frac{0.3\,(4^2 - 3^2)}{2\ .1} = 1{,}05\ \text{m}$$

ب- قيمة الزاوية α :



- الجملة المدروسة : جسم (S) .
- مرجع الدراسة سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : $\vec{P}$ ، $\vec{R}$.



- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين C و D .

$$E_C + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_D$$

$$E_{CC} - \left|W_{CD}(\vec{P})\right| = E_{CD}$$

$$\frac{1}{2}m.v_C{}^2 - \left|-m.g.h\right| = 0$$

$$\frac{1}{2}m.v_C{}^2 - m.g.h = 0 \rightarrow \frac{1}{2}v_C{}^2 - g.h = 0 \rightarrow v_C{}^2 - 2g.h = 0$$

من الشكل :

$$\sin\alpha = \frac{h}{CD} \rightarrow h = CD.\sin\alpha$$

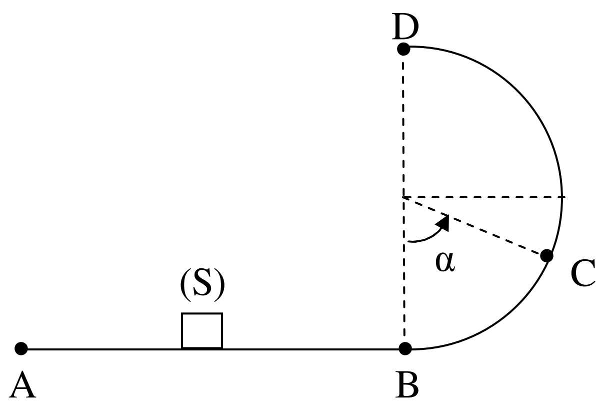
$$v_C{}^2 - 2g.CD.\sin\alpha = 0 \rightarrow \sin\alpha = \frac{v_C{}^2}{2.g.CD}$$

$$\sin\alpha = \frac{(3)^2}{2.10.0,9} = 0,5 \rightarrow \alpha = 30°$$

التمرين (3) : (التمرين : 030 في بنك التمارين على الموقع) (*)

جسم صلب (S) نعتبره نقطي كتلته $m = 200\ g$ يتحرك على المسار ABCD الموضح في (الشكل) التالي :

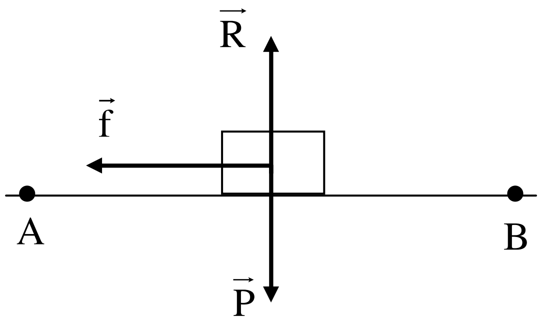
- المسار AB مستقيم طوله $AB = 2\ m$ ، و الجسم على هذا المسار خاضع إلى قوة احتكاك شدتها $f = 0.6\ N$.
- المسار BCD دائري نصف قطره $R = 80\ cm$ الاحتكاك به مهمل .



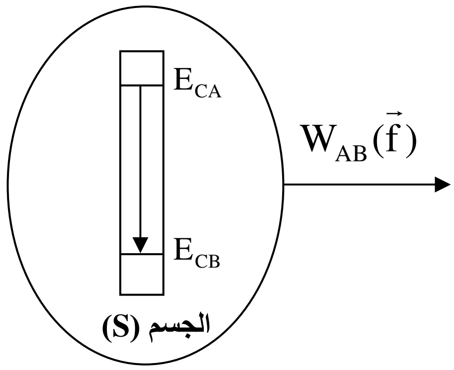
1- ندفع الجسم (S) من الموضع A بسرعة ابتدائية v_A فيبلغ سرعة $v_B = 2\ m/s$ عند الموضع B .
أ- مثل مخطط الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم S) بين A و B .
ب- أوجد سرعة الجسم (S) عند الموضع A .
2- بعد أن يصل الجسم (S) إلى الموضع B يواصل حركته على المسار الدائري فيتوقف عند الموضع C المعرف بالزاوية α . أوجد قيمة الزاوية α .
3- كم يجب أن تكون قيمة السرعة v_B حتى يبلغ الجسم (S) الموضع D من المسار الدائري بسرعة معدومة .
(يعطى : $g = 10\ m/s^2$).

<u>الأجوبة :</u>

<u>1- تمثيل مخطط الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم S) بين A و B :</u>



- الجملة المدروسة : جسم (S) .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : $\vec{P}$ ، $\vec{R}$ ، $\vec{f}$.



<u>ب- سرعة الجسم (S) عند الموضع A :</u>
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين A و B و بالاعتماد على الحصيلة الطاقوية السابقة :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} - \left| W_{AB}(\vec{f}) \right| = E_{CB}$$

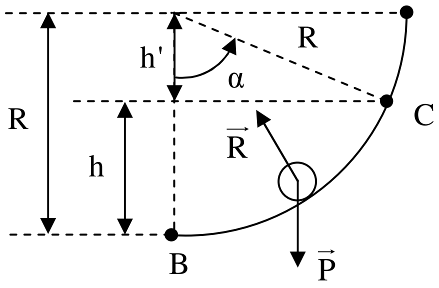
$$\frac{1}{2} m v_A{}^2 - \left| -f\ AB \right| = \frac{1}{2} m v_B{}^2 \quad \rightarrow \frac{1}{2} m v_A{}^2 - f\ AB = \frac{1}{2} m v_B{}^2$$

$$m v_A{}^2 - 2f.AB = m v_B{}^2$$

$$m v_A{}^2 = m v_B{}^2 + 2f.AB \quad \rightarrow v_A = \sqrt{\frac{m v_B{}^2 + 2f.AB}{m}}$$

$$v_A = \sqrt{\frac{0.2\,.\,2^2 + (2\,.\,0.6\,.\,2)}{0.2}} = 4\ m/s$$

2- الزاوية α :



- الجملة المدروسة : جسم (S) .
- مرجع الدراسة سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : $\vec{P}$ ، $\vec{R}$.
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين B و C .

$$E_B + E_{\text{مكسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_C$$

$$E_{CB} - |W_{BC}(\vec{P})| = E_{CC}$$

$$\frac{1}{2}mv_B{}^2 - |-m.g.h| = 0 \;\rightarrow\; \frac{1}{2}mv_B{}^2 - m.g.h = 0$$

$$\frac{1}{2}v_B{}^2 - g.h = 0 \;\rightarrow\; v_B{}^2 - 2g.h = 0$$

من الشكل :

- $h = R - h'$
- $\cos\alpha = \dfrac{h'}{R} \rightarrow h' = R\cos\alpha \rightarrow h = R - R\cos\alpha = R(1 - \cos)$

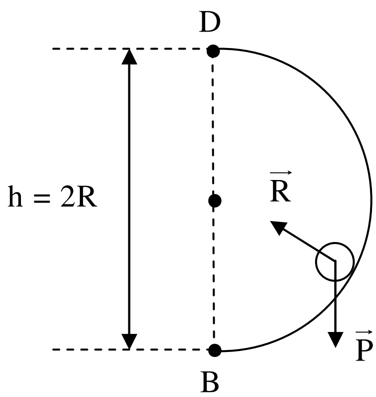
يصبح :

$$v_B{}^2 - 2g.R\,(1 - \cos\alpha) = 0 \;\rightarrow\; v_B{}^2 = 2g.R\,(1 - \cos\alpha)$$

$$1 - \cos\alpha = \frac{v_B{}^2}{2gR} \;\rightarrow\; \cos\alpha = 1 - \frac{v_B{}^2}{2gR}$$

$$\cos\alpha = 1 - \frac{(2°)^2}{2.10.0,8} = 0,75 \;\rightarrow\; \alpha = 41°$$

3- قيمة v_B حتى يبلغ الجسم (S) الموضع D :



- الجملة المدروسة : جسم (S) .
- مرجع الدراسة سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : $\vec{P}$ ، $\vec{R}$.
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين B و D .

$$E_B + E_{\text{مكسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_D$$

$$E_{CB} - |W_{BC}(\vec{P})| = E_{CD}$$

$$E_{CB} - |W_{BC}(\vec{P})| = 0$$

$$\frac{1}{2}mv_B{}^2 - |-m.g.h| = 0 \rightarrow \frac{1}{2}mv_B{}^2 - m.g.h = 0$$

$$\frac{1}{2}v_B{}^2 - g.h = 0 \rightarrow v_B{}^2 - 2g.h = 0$$

من الشكل : $h = 2R$ و منه :

$$v_B{}^2 - 2g(2R) = 0$$

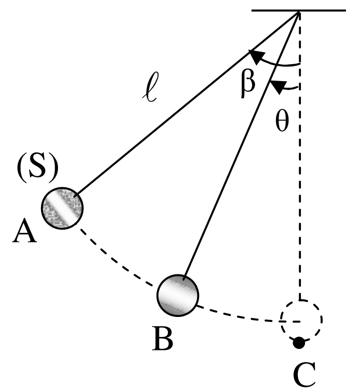
$$v_B{}^2 - 4gR = 0$$

$$v_B{}^2 = 4gR \rightarrow v_B = \sqrt{4gR}$$

$$v_B = \sqrt{4.10.0,8} = 5,66 \text{ m/s}$$

التمرين (3) : (التمرين : 019 في بنك التمارين على الموقع) (*)

كرية صغيرة (S) نعتبرها نقطية كتلتها $m = 600$ g مثبتة بطرف خيط مهمل الكتلة طوله $\ell = 90$ cm و الذي بدوره مثبت بنقطة ثابتة من الأعلى ، يزاح هذا الخيط مع الكرية عن وضع التوازن بزاوية $\beta = 60°$ ثم يترك بدون سرعة ابتدائية ، تمر الكرية من الموضع B المعرف بالزاوية $\theta = 30°$ ثم الموضوع C (الشكل) .



1- أثبت أن سرعة الكرية (S) عند الموضع B تعطى بالعلاقة التالية :

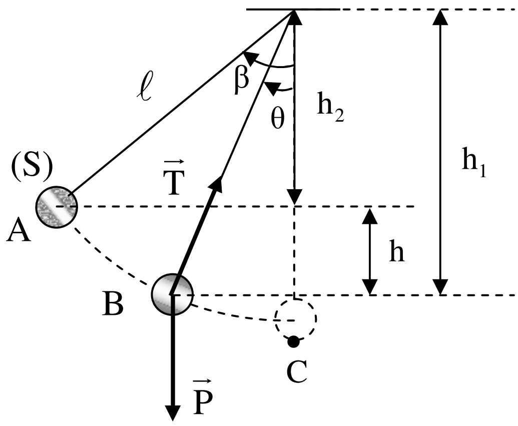
$$v_B = \sqrt{2g.R(\cos\theta - \cos\beta)}$$

2- أحسب سرعة الكرية عند B ثم بين أن سرعتها عند الموضع C هي $v_C = 3$ m/s .

يعطى : $g = 10$ m/s^2 .

الأجوبة :

1- عبارة سرعة الكرية (S) عند الموضع B :



- الجملة المدروسة : كرية (S) .
- مرجع الدراسة سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : $\vec{P}$ ، $\vec{T}$.
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين A و B .

$$E_A + E_{\text{مكسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} + W_{AB}(\vec{P}) = E_{CB}$$

$$m.g.h = \frac{1}{2} m v_B{}^2 \rightarrow g.h = \frac{1}{2} v_B{}^2 \rightarrow 2g.h = v_B{}^2$$

من الشكل :

$$\begin{cases} h = h_1 - h_2 \\ \cos\theta = \dfrac{h_1}{\ell} \rightarrow h_1 = \ell \cos\theta \\ \cos\beta = \dfrac{h_2}{\ell} \rightarrow h_2 = \ell \cos\beta \end{cases}$$

و منه :

$$h = \ell \cos\theta - \ell \cos\beta = \ell\,(\cos\theta - \cos\beta)$$

يصبح لدينا :

$$2\,g.\ell\,(\cos\theta - \cos\beta) = v_B{}^2 \rightarrow v_B = \sqrt{2\,g.\ell\,(\cos\theta - \cos\beta)}$$

2- قيمة v_B :

$$v_B = \sqrt{2\,.\,10\,.\,0.9\,(\cos30 - \cos60)} = 2.57\ m/s$$

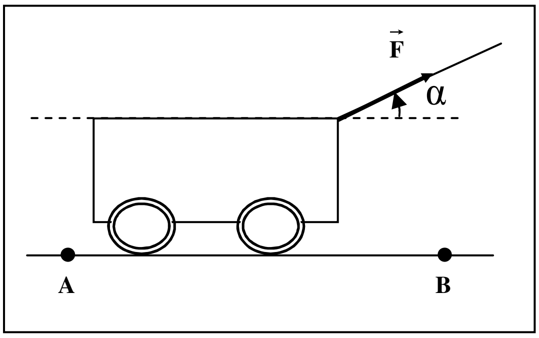
قيمة v_C :

عند الموضع C تكون $\theta = 0$ ، و بالاعتماد على عبارة v السابقة يمكن كتابة :

$$v_C = \sqrt{2\,.\,10\,.\,0.9\,(\cos0 - \cos60)} = 3\ m/s$$

التمرين (3) : (التمرين : 005 في بنك التمارين على الموقع) (*)

عربة صغيرة محملة بالفحم ، تجر على خط مستقيم بواسطة حبل يصنع زاوية $\alpha = 60^0$ ، مع الأفق (الشكل) و ذلك ببذل قوة $\vec{F}$ ثابتة شدتها 400 N (الشكل) ، العربة تتحرك بسرعة ثابتة قدرها $v = 2\ m/s$.



- أكتب عبارة الاستطاعة المحولة بواسطة الحبل بدلالة F ، v ، α ، ثم أحسب قيمتها .

الأجوبة :

- عبارة الاستطاعة المحولة بواسطة الحبل بدلالة F ، v ، α :

$$P = \frac{W_{A-B}(\vec{F})}{\Delta t} = \frac{F\,AB\cos\alpha}{\Delta t} = F\frac{AB}{\Delta t}\cos\alpha$$

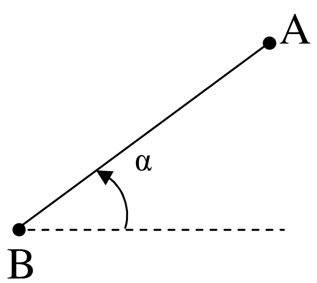
و حيث أن حاصل قسمة المسافة على الزمن تمثل السرعة v أي $v = \frac{AB}{\Delta t}$ في الحركة المستقيمة المنتظمة ، يمكن كتابة عبارة الإستطاعة كما يلي :

$$\boxed{P = F\,v\cos\alpha}$$

- قيمة الإستطاعة :

$$P = 400\ .\ 2\ .\ \cos 60° = 400\ W$$

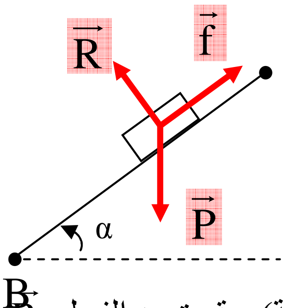
التمرين (3) : (التمرين : 007 في بنك التمارين على الموقع) (*)



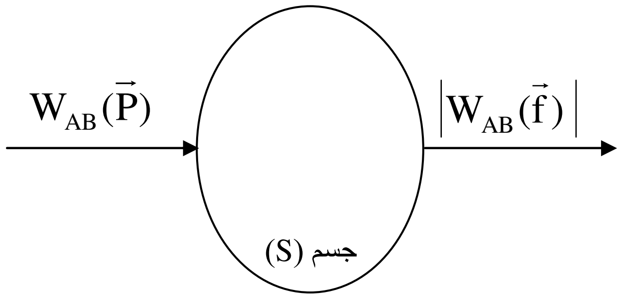
جسم صلب (S) كتلته $m = 200\ g$ ينتقل من الموضع A إلى الموضع B على مستوي مائل أملس طوله $AB = 1\ m$ يميل على الأفق بزاوية $\alpha = 30°$ و مستوي أفقي BC .
على هذا المسار يخضع الجسم (S) إلى قوة احتكاك $\vec{f}$ شدتها ثابتة .
يتحرك الجسم (S) من الموضع A إلى الموضع B بسرعة ثابتة قدرها $v = 5\ m/s$.
1- مثل مخطط الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم S) أثناء الانتقال من الموضع A إلى الموضع B .
2- أثبت أن الإستطاعة P المحولة من الأرض إلى الجسم يعبر عنها بالعلاقة : $P = m.g.v.\sin\alpha$ ثم أحسب قيمتها .
3- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين A و B . أوجد شدة قوة الاحتكاك f .
يعطى : $g = 10\ m/s^2$.

الأجوبة :

1- تمثيل الحصيلة الطاقوية بين A و B للجملة (جسم) :



- القوى الخارجية : الثقل $\vec{P}$ (في جهة الحركة) ، قوة رد الفعل $\vec{R}$ (عمودية على المسار) ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$ (معاكسة لجهة الحركة) .



2- عبارة الاستطاعة المحولة من الأرض إلى الجسم (S) :

$$P = \frac{W_{AB}(\vec{P})}{\Delta t}$$

$$P = \frac{m.g.h}{\Delta t} = \frac{m.g.AB.\sin\alpha}{\Delta t} = m.g.\frac{AB}{\Delta t}.\sin\alpha$$

كون أن السرعة ثابتة أثناء الحركة يكون : $v = \frac{AB}{\Delta t}$ و منه يصبح :

$$P = m.g.v.\sin\alpha$$

$$P = 0,2.10.5.\sin 30° = 5\ W$$

3- شدة قوة الاحتكاك :

- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة جسم (S) بين A و B و بالاعتماد على الحصيلة الطاقوية السابقة :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} + W_{AB}(\vec{P}) - |W_{AB}(\vec{f})| = E_{CB}$$

$$W_{AB}(\vec{P}) - |W_{AB}(\vec{f})| = E_{CB} - E_{CA} = 0$$ (لأن الحركة مستقيمة منتظمة)

$$mgh - |-f.AB| = 0 \rightarrow mgh - f.AB = 0$$

من الشكل :

$$\sin\alpha = \frac{h}{AB} \rightarrow h = AB.\sin\alpha$$

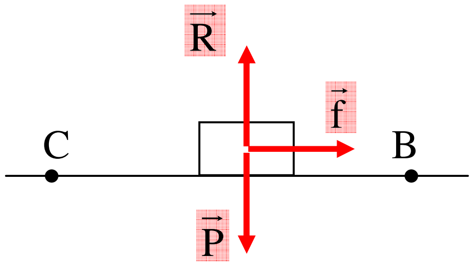
و منه :

$$m.g.AB.\sin\alpha - f.AB = 0$$

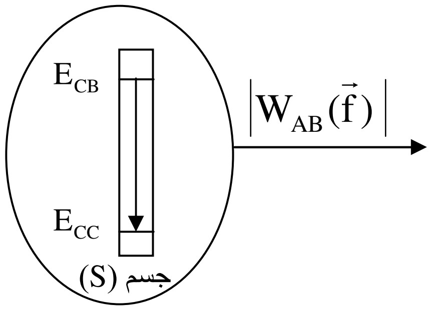
$$m.g.\sin\alpha - f = 0 \rightarrow f = m.g.\sin\alpha$$

$$f = 0,2.10.\sin 30° = 1\,N$$

2- مخطط الحصيلة الطاقوية بين B و C للجملة جسم (S) :



- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$.



ب- المسافة BC :

- بتطبيق مبدا انحفاظ الطاقة على الجملة جسم (S) في مرجع سطحي أرضي نعتبره غاليلي بين B و C و بالاعتماد على مخطط الحصيلة الطاقوية السابقة :

$$E_B + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_C$$

$$E_{CB} - |W_{BC}(\vec{f})| = E_{CC}$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - |-f.BC| = \frac{1}{2}mv_C^2 \rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 - f.BC = \frac{1}{2}mv_C^2$$

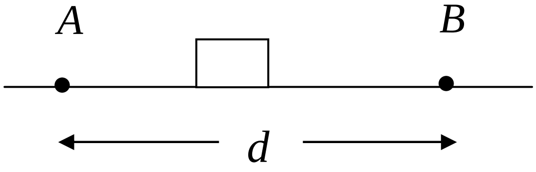
$$mv_B^2 - 2f.BC = mv_C^2 \rightarrow mv_B^2 - mv_C^2 = 2f.BC$$

$$m(v_B^2 - v_C^2) = 2f.BC \rightarrow BC = \frac{m(v_B^2 - v_C^2)}{2f}$$

$$BC = \frac{0.2\,((5)^2 - (4)^2)}{2\,.\,1} = 0.9\,m$$

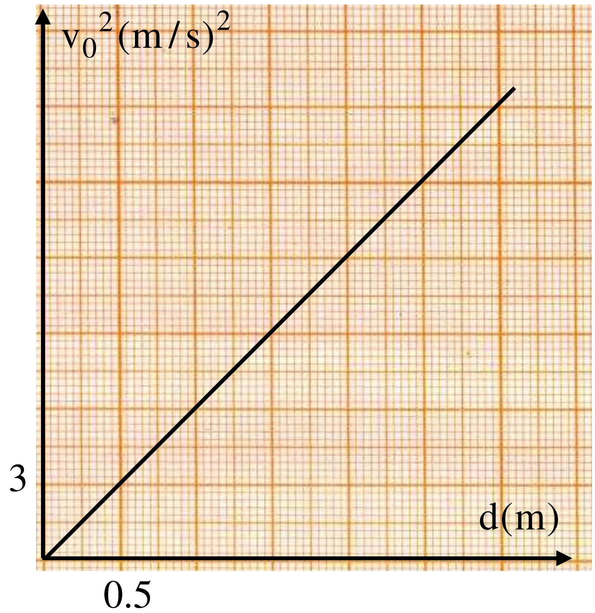
التمرين (3) : (التمرين : 008 في بنك التمارين على الموقع) (*)

نريد تعيين شدة قوة الإحتكاك $\vec{f}$ التي تعيق حركة جسم صلب (S) كتلته m = 400 g ينتقل على سطح طاولة أفقية كبيرة (الشكل) .



- نعطى للجسم (S) سرعة إبتدائية معلومة v_0 ، فينتقل على سطح الطاولة ليقطع مسافة $AB = d$ قبل أن يتوقف عن الحركة عند الموضع B .

نكرر هذه التجربة عدة مرات و نرسم البيان $v_0{}^2 = f(d)$ الذي يمثل تغيرات مربع السرعة الإبتدائية بدلالة المسافة المقطوعة d .



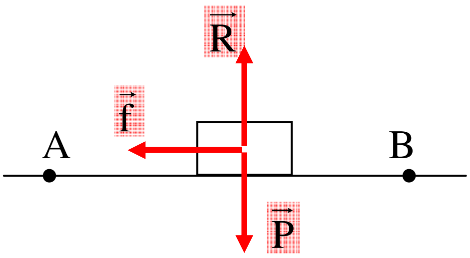
1- مثل القوى الخارجية المؤثرة على الجسم (S) .

2- بتطبيق مبدأ إنحفاظ الطاقة ، أوجد العلاقة التي تعطي $v_0{}^2$ بدلالة m ، d ، f .

3- اعتمادا على البيان أوجد شدة القوة $\vec{f}$.

الأجوبة :

1- تمثيل القوى الخارجية :



2- العلاقة بين $v_0{}^2$ و m ، d ، f :

- الجملة المدروسة : جسم (S) .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$.
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين A و B :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} - \left| W_{AB}(\vec{f}) \right| = E_{CB}$$

$$\frac{1}{2} m v_0{}^2 - |-f.d| = 0 \quad \rightarrow \frac{1}{2} m v_0{}^2 - f.d = 0 \quad \rightarrow \quad v_0{}^2 = \frac{2f}{m} d$$

3- قيمة f :

- بيانيا المنحنى $v_0{}^2 = f(d)$ هو مستقيم يمر من المبدأ معادلته من الشكل :

$$v_0{}^2 = a\, d$$

حيث a هو ميل هذا المستقيم

- نظريا و مما سبق :

$$v_0{}^2 = \frac{2f}{m}d$$

بالمطابقة :

$$\frac{2.f}{m} = a \;\rightarrow\; f = \frac{a.m}{2}$$

- من البيان :

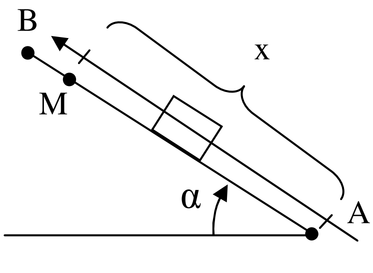
$$a = +\frac{6\times 3}{6\times 0.5} = 6$$

إذن :

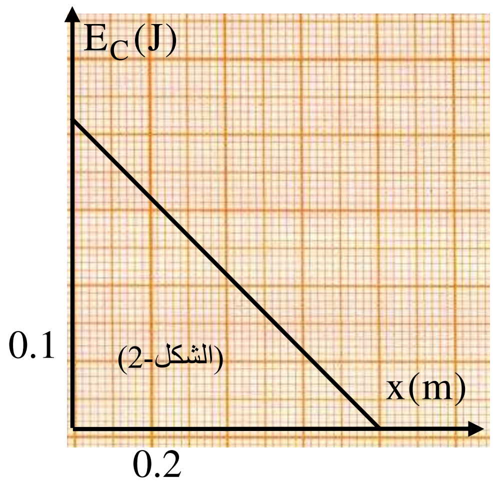
$$f = \frac{6\ .\ 0.4}{2} = 1.2\ N$$

التمرين (3) : (التمرين : 012 في بنك التمارين على الموقع) (*)

من موضع A أسفل مستوي مائل AB يميل على الأفق بزاوية $\alpha = 30°$ (الشكل-1) ، ندفع جسم نقطي (S) كتلته m و أبعاده مهملة بسرعة ابتدائية $\vec{v}_0$ ، فيتحرك هذا الجسم على المستوي المائل بدون احتكاك ، حتى تنعدم سرعته عند الموضع B ليقطع مسافة d عندئذ .
المخطط البياني المقابل (الشكل-2) يمثل تغيرات الطاقة الحركية للجملة (جسم (S)) بدلالة المسافة x التي يقطعها الجسم (S) أثناء انتقاله من الموضع A إلى الموضع M الكيفي .



(الشكل-1)

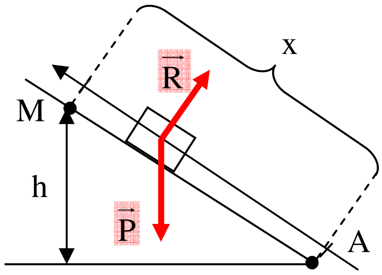


(الشكل-2)

1- أكتب العلاقة النظرية للطاقة الحركية E_C للجسم (S) عند الموضع M بدلالة m ، v_0 ، g ، x ، α .
2- اعتمادا على البيان جد :
أ- كتلة للجسم (S) و سرعته الابتدائية v_0 .
ب- المسافة d التي يقطعها الجسم (S) قبل أن يتوقف عند الموضع B .
يعطى : $g = 10\ m/s^2$.

الأجوبة :

1- العلاقة النظرية بين E_C و x :



- الجملة المدروسة : جسم (S) .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين A و M :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_M$$

$$E_{CA} - \left| W_{AM}(\vec{P}) \right| = E_C$$

$$E_{CA} - \left| - m.gh \right| = E_C$$

من الشكل :

$$\sin\alpha = \frac{h}{x} \rightarrow h = x.\sin\alpha$$

و منه :

$$\frac{1}{2}mv_0^{\,2} - \left| - m.g.x.\sin\alpha \right| = E_C \rightarrow E_C = \frac{1}{2}mv_0^{\,2} - m.g.x.\sin\alpha$$

2- أ- قيمتي m ، v_0 :

- بيانيا ، المنحنى $E_C(x)$ هو مستقيم معادلته من الشكل :

$$E_C = a\,x + b \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (1)$$

- نظريا و اعتمادا على ما سبق :

$$E_C = -(m.g.\sin\alpha)x + \frac{1}{2}mv_0^{\,2} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (2)$$

- بالمطابقة :

- $- m.g.\sin\alpha = a \quad \rightarrow \quad m = -\dfrac{a}{g.\sin\alpha}$
- $\dfrac{1}{2}mv_0^{\,2} = b \quad \rightarrow \quad v_0^{\,2} = \sqrt{\dfrac{2b}{m}}$

من البيان :

- $a = -\dfrac{4\ .\ 0,1}{4\ .\ 0,2} = -0.5$
- $b = 4\ .\ 0,1\ = 0,4$

إذن :

- $m = -\dfrac{(-0.5)}{10\ .\ \sin 30} = 0.1\,kg$
- $v_0^{\ 2} = \sqrt{\dfrac{2\ .\ 0{,}4}{0.1}} = 2{,}83\,m/s$

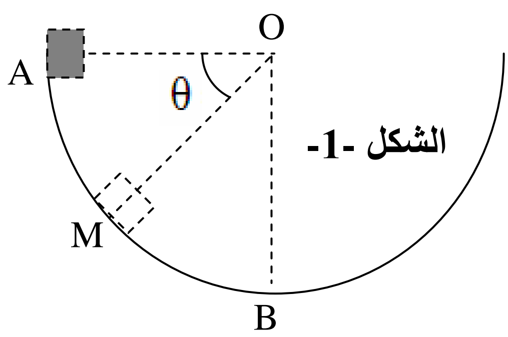
ب- المسافة d :

من البيان تنعدم الطاقة الحركية و بالتالي تنعدم السرعة عند $x = 0{,}8\ m$ و هي المسافة d التي يقطعها الجسم (S) عندما يتوقف عند الموضع B .

التمرين (3) : (التمرين : 027 في بنك التمارين على الموقع) (*)

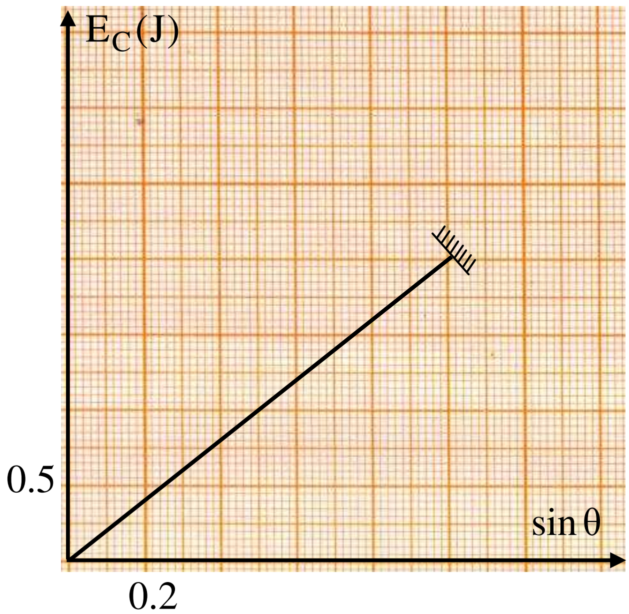
- نعتبر في هذا التمرين أن الاحتكاكات مهملة، و قيمة الجاذبية الأرضية هي : $g = 10\ m/s^2$.

يتحرك جسم كتلته m على مسار دائري أملس نصف قطره $R = 80\ cm$ ، حيث ينطلق ابتداء من الموضع A بدون سرعة ابتدائية ليمر بالموضع M المحدد بالزاوية θ (الشكل-1) .



الشكل -1-

قمنا بدراسة تغيرات الطاقة الحركية Ec للجملة (جسم) بدلالة sinθ فتحصلنا البيان المقابل :



1- مثل الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم) بين الموضعين A و M .

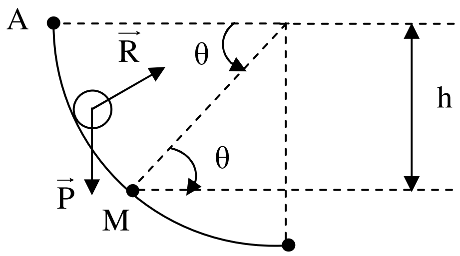
2- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاثة بين A و B ، جِد عبارة الطاقة الحركية E_C عند الموضع M بدلالة m ، g ، R و sinθ .

3- أكتب المعادلة الرياضية للمنحنى ، و استنتج من البيان كتلة الكرية m

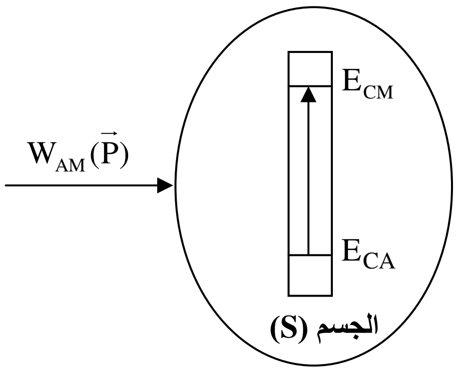
4- عين من المنحنى الطاقة الحركية للجسم في الموضع B ، و استنتج قيمة السرعة v_B في هذا الموضع .

الأجوبة :

1- تمثيل مخطط الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم) بين A و M :



- الجملة المدروسة : جسم (S) .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$.



2- معادلة انحفاظ الطاقة :
بتطبيق مبدا انحفاظ الطاقة بين A و M :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_M$$

بالاعتماد على مخطط الحصيلة الطاقوية السابقة يكون :

$$E_{CA} + m.g.h = E_C$$

من الشكل :

$$\sin\theta = \frac{h}{R} \quad \rightarrow h = R.\sin\theta$$

يصبح لدينا "

$$m.g.R.\sin\theta = E_C$$

إذن :

$$E_C = m.g.R.\sin\theta$$

3- المعادلة الرياضية للمنحنى :
المنحنى $E_C = f(\sin\theta)$ هو مستقيم يشمل المبدأ معادلته من الشكل :

$$E_C = a . \sin\theta$$

حيث a هو ميل مماس المنحنى (معامل التوجيه) و من البيان :

$$a = \frac{4 . 0,5}{5 . 0,2} = 2$$

و منه المعادلة الرياضية تكون كما يلي :

$$E_C = 2 \sin\theta$$

- قيمة m :

بمطابقة العلاقة البيانية (الرياضية) مع العلاقة النظرية :

$$m.g.R = a \rightarrow m = \frac{a}{g.R}$$

$$m = \frac{2}{10 . 0,8} = 0,25 \text{ kg}$$

4- الطاقة الحركية في الموضع B :

في الموضع B يكون :

$$\theta = 90 \rightarrow \sin\theta = 1$$

بالإسقاط في البيان :

$$E_{CB} = 4 . 0,5 = 2 \text{ J}$$

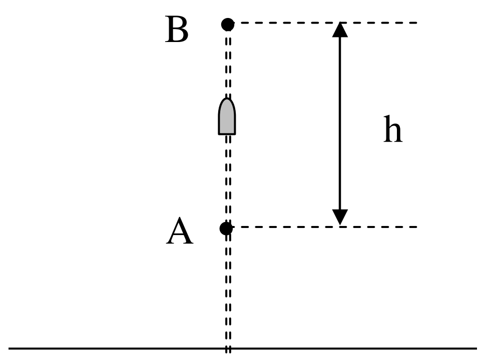
- قيمة v_B :

$$E_{CB} = \frac{1}{2} m v_B^2 \rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2E_{CB}}{m}}$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2 . 2}{0,25}} = 4 \text{ m/s}$$

التمرين (3) : (التمرين : 009 في بنك التمارين على الموقع) (*)

رصاصة كتلتها $m = 7$ g تقذف شاقوليا بواسطة مسدس من الموضع A نحو الأعلى بسرعة $v_A = 200$ m/s .



1- أحسب الطاقة الحركية للرصاصة لحظة قذفها .
2- بإهمال تأثير الهواء على الرصاصة ، أوجد أقصى ارتفاع تبلغه الرصاصة بالنسبة لموضع قذفها A .
3- إذا علمت أن الارتفاع الحقيقي الذي بلغته الرصاصة بالنسبة لموضع قذفها هو $h' = 1200$ m . أوجد شدة قوة الاحتكاك المعاكسة للحركة و التي يؤثر بها الهواء على الرصاصة باعتبار أن هذه القوة ثابتة .

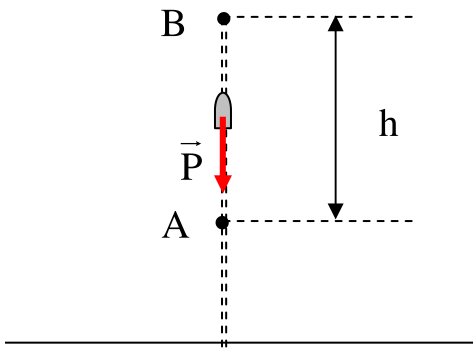
يعطى : $g = 10$ m/s^2 .

الأجوبة :

1- الطاقة الحركية للرصاصة لحظة قذفها :

$$E_{CA} = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow E_{CA} = 0.5 \ . 7 . 10^{-3} \ (200)^2 = 140 \text{ J}$$

2- أقصى ارتفاع تبلغه الرصاصة بالنسبة لموضع قذفها :



- الجملة المدروسة : رصاصة .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$.
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين A و B حيث A موضع القذف و B موضع الرصاصة عند بلوغها أقصى ارتفاع .

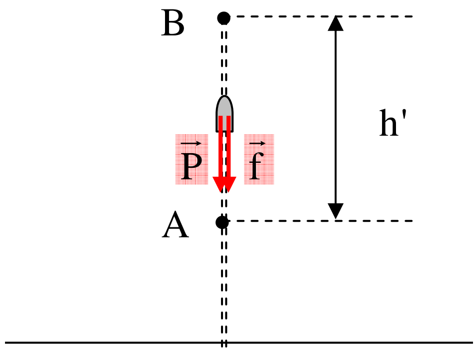
$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} - \left| W_{A\text{-}B}(\vec{P}) \right| = E_{CB}$$

$$\frac{1}{2} m\, v_A{}^2 - \left| - m\, g\, h \right| = 0 \;\rightarrow\; \frac{1}{2} m\, v_A{}^2 - m\, g\, h = 0 \;\rightarrow\; \frac{1}{2} m\, v_A{}^2 = m\, g\, h \;\rightarrow\; h = \frac{v_A{}^2}{2g}$$

$$h = \frac{(200)^2}{2 \times 10} = 2000\text{m} = 2\text{km}$$

3- شدة قوة الاحتكاك :



- الجملة المدروسة : رصاصة .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$.
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين A و B حيث A موضع القذف و B موضع الرصاصة عند بلوغها أقصى ارتفاع .

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} - \left| W_{A\text{-}B}(\vec{P}) + W_{A\text{-}B}(\vec{f}) \right| = E_{CB}$$

$$\frac{1}{2} m\, v_A{}^2 - \left| -m\,g\,h' - f\ AB \right| = 0 \rightarrow \frac{1}{2} m\, v_A{}^2 - \left| -(m\,g\,h' + f\ AB) \right| = 0$$

$$\frac{1}{2} m\, v_A{}^2 - (mgh' + f\ AB) = 0 \rightarrow \frac{1}{2} m\, v_A{}^2 - m\,g\,h' - f\ AB = 0$$

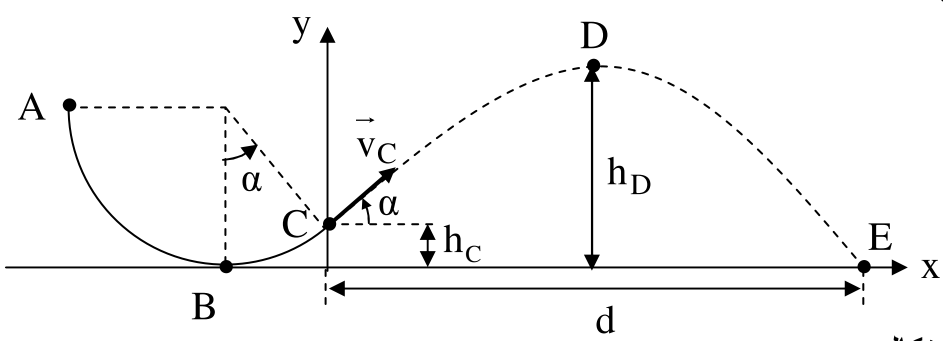
$$m\, v_A{}^2 - 2m\,g\,h' - 2f\ AB = 0 \rightarrow m\, v_A{}^2 - 2m\,g\,h' = 2f\ AB$$

$$f = \frac{m\,(v_A{}^2 - 2g\,h')}{2h'} \qquad (AB = h' = 1200\ m)$$

$$f = \frac{7.10^{-3}\ .\ ((200)^2 - (2\ .10.1.2.10^3))}{2\ .\ 1.2.10^3} = 4.67.10^{-2}\ N$$

التمرين (3) : (التمرين : 014 في بنك التمارين على الموقع) (*)

ينطلق جسم (S) نعتبره نقطي كتلته $m = 400\ g$ بسرعة ابتدائية v_A من موضع A ينتمي إلى مسار دائري ABC نصف قطره $R = 90\ cm$ ، يمر من النقطة B بسرعة $v_B = 5\ m/s$ ثم يبلغ النقطة C بسرعة v_C ، بعد ذلك يواصل حركته في الهواء مار بالنقطة D الموافقة لأعلى ارتفاع يبلغه (الذروة) ليصطدم في النهاية بالأرض في الموضع D (الشكل) .



- تهمل كل قوى الاحتكاك
- يعطي : $g = 10\ m/s^2$ ، $\alpha = 60°$.

1- مثل الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم S) بين A و B .

2- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (جسم S) بين الموضعين A و B :

أ- أكتب معادلة انحفاظ الطاقة .

ب- أوجد سرعة الجسم (S) عند الموضع A .

3- أحسب h_C ارتفاع الموضع C عن المستوي الأفقي BE .

4- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (جسم S) ، أحسب سرعة الجسم (S) عند الموضع C .

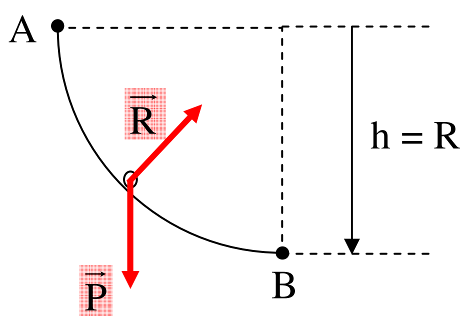
5- سرعة الجسم عند الموضع D هي $v_D = 2\ m/s$.

أ- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (جسم S) بين C و D أوجد h_D أقصى ارتفاع يبلغه الجسم S بالنسبة للمستوي الأفقي BE .

ب- عبر عن v_D سرعة الجسم (S) عند الموضع D بدلالة v_C و α من دون تطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة .

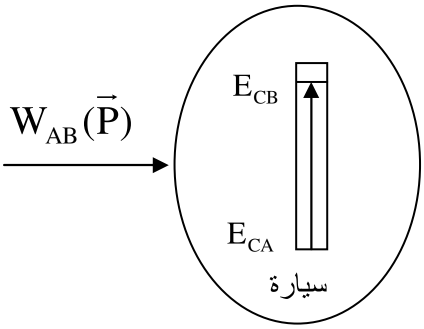
الأجوبة :

1- مخطط الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم) بين A و B :



- الجملة المدروسة : جسم (S) .

- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$.



3- أ- معادلة انحفاظ الطاقة :

- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (سيارة) بين A و B .

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

اعتمادا على الحصيلة الطاقوية السابقة :

$$E_{CA} + W_{AB}(\vec{P}) = E_{CB}$$

ب- سرعة الجسم (S) عند A :

من معادلة انحفاظ الطاقة :

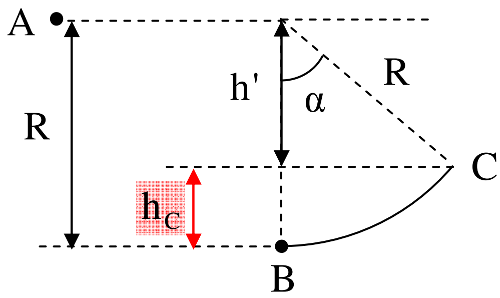
$$\frac{1}{2}mv_A{}^2 + m.g.R = \frac{1}{2}mv_B{}^2$$

$$mv_A{}^2 + 2m.g.R = mv_B{}^2$$

$$v_A{}^2 + 2g.R = v_B{}^2 \quad \rightarrow \quad v_A = \sqrt{v_B{}^2 - 2g.R}$$

$$v_A = \sqrt{(5)^2 - 2.10\ .0,9} = 2.65\ m/s$$

3- قيمة h_C :



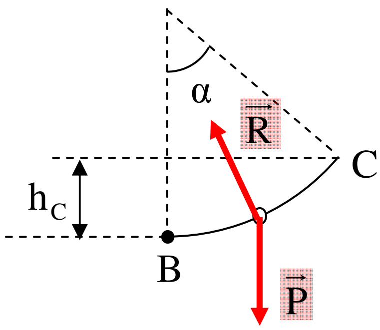
من الشكل :

$$\begin{cases} h_C = R - h' \\ \cos\alpha = \dfrac{h'}{R} \quad \rightarrow \quad h' = R.\cos\alpha \end{cases}$$

و منه :

$$h_C = R - R.\cos\alpha \quad \rightarrow h_C = R\ (\ 1 - \cos\alpha)$$
$$h_C = 0{,}9\ (\ 1 - \cos 60°) = 0{,}45\ \text{m}$$

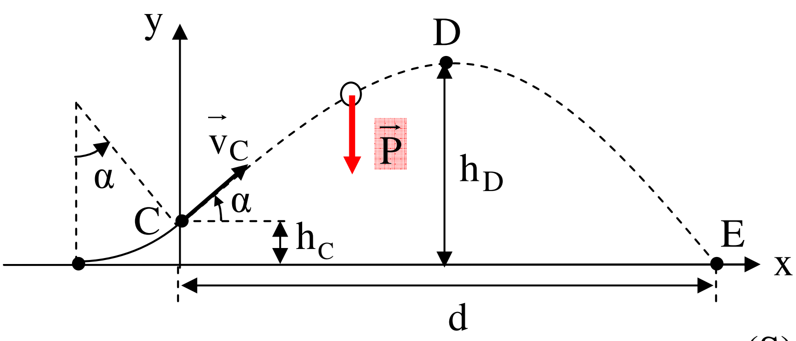
4- سرعة الجسم (S) عند C :



- الجملة المدروسة : جسم (S) .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$.
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (سيارة) بين B و C .

$$E_B + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_C$$
$$E_{CB} + W_{BC}(\vec{P}) = E_{CC}$$
$$\frac{1}{2} m v_B^2 - m.g.h_C = \frac{1}{2} m v_C^2$$
$$m v_B^2 - 2m.g.h_C = m v_C^2$$
$$v_B^2 - 2g.h_C = v_C^2 \quad \rightarrow \quad v_C = \sqrt{v_B^2 - 2g.h_C}$$
$$v_C = \sqrt{(5)^2 - 2.10\ .0{,}45} = 4\ \text{m/s}$$

5- قيمة h_D :



- الجملة المدروسة : جسم (S) .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$.
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (سيارة) بين C و D .

$$E_B + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_C$$

$$E_{CC} - |W_{BC}(\vec{P})| = E_{CD}$$

$$\frac{1}{2}mv_C{}^2 - |-m.g.h| = \frac{1}{2}mv_D{}^2$$

$$\frac{1}{2}mv_C{}^2 - m.g.h = \frac{1}{2}mv_D{}^2 \rightarrow \frac{1}{2}mv_C{}^2 - m.g(h_D - h_C) = \frac{1}{2}mv_D{}^2$$

$$mv_C{}^2 - 2m.g(h_D - h_C) = mv_D{}^2 \rightarrow v_C{}^2 - 2g(h_D - h_C) = v_D{}^2 \rightarrow v_C{}^2 - v_D{}^2 = 2g(h_D - h_C)$$

$$h_D - h_C = \frac{v_C{}^2 - v_D{}^2}{2g} \rightarrow h_D = \frac{v_C{}^2 - v_D{}^2}{2g} + h_C$$

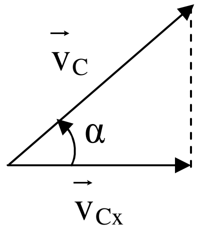
$$h_D = \frac{(4)^2 - (2)^2}{2\ .10} + 0,45 = 1,05\ \text{m}$$

ب- عبارة v_D بدلالة v_C و α :

نعلم أن مسقط حركة القذيفة على المحور ox هي حركة مستقيمة منتظمة لذا يكون :

$$v_{Dx} = v_{0x}$$

من الشكل :



$$\cos\alpha = \frac{v_{Cx}}{v_C} \rightarrow v_{Cx} = v_C\ .\cos\alpha$$

و منه :

$$v_{Dx} = v_C\cos\alpha$$

عند الذروة يكون $v_{Dy} = 0$ و منه :

$$v_D = \sqrt{v_{Dx}{}^2 + v_{Dy}{}^2} = |v_{Dx}| \rightarrow v_D = v_C\ \cos\alpha$$

** الأستاذ : فرقاني فارس **
ثانوية مولود قاسم نايت بلقاسم
الخروب - قسنطينة
Fares_Fergani@yahoo.Fr

نرجو إبلاغنا عن طريق البريد الإلكتروني بأي خلل في الدروس أو التمارين و حلولها .
وشكرا مسبقا

www.sites.google.com/site/faresfergani