

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
وزارة التربية الوطنية

مديرية التعليم الثانوي العام والتكنولوجي

اللجنة الجزائرية لأولمبياد الرياضيات

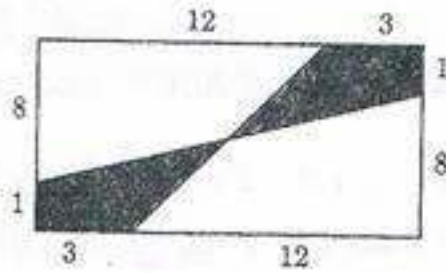
التبث 30 رجب 1437 هـ  
الموافق ( 7 ماي 2016 م

امتحان الترشيح للمرحلة الأولى من التحضير  
لأولمبياد الرياضيات الدولي  
المستوى الثانوي

تنبيه: هناك عشرة أسئلة، يقتصر حل التلميذ في كل سؤال على كتابة  
الناتج وهو عبارة عن عدد طبيعي. يمنع استعمال الآلة الحاسبة.

السؤال 01 : ليكن  $ABC$  مثلثا قائما أطوال أضلاعه  $a$  ،  $b$  ،  $c$  تحقق  $a + b + c = 22$  و  $a^2 + b^2 + c^2 = 200$ . احسب مساحة  $ABC$ .

السؤال 02 : ليكن  $ABCD$  رباعيا قائم الزاويتين في الرأسين  $B$  و  $C$ . تقع النقطة  $X$  على الضلع  $[BC]$ . إذا علمت أن  $AB = 40$  ،  $BC = 84$  ،  $CD = 23$  فاحسب أصغر قيمة ممكنة للمجموع  $AX + XD$ .



السؤال 03 : لدينا مستطيل من القياس  $9 \times 15$ . ما هي مساحة المنطقة المظلة باعتبار الأطوال المكتوبة في الشكل؟

السؤال 04 : ليكن  $x$  و  $y$  عددين حقيقيين يحققان  $13x^2 + 4y^2 + 64 \leq 12xy + 32x$ . احسب أكبر قيمة ممكنة للمقدار  $x^2 + y^2$ .

السؤال 05 : العدد الطبيعي  $m$  يحقق  $m + 7$  مربع تام و  $m - 34$  مربع تام. جد قيمة  $m$ .

السؤال 06 : ليكن  $a$  و  $b$  عددين طبيعيين يحققان  $ab + a + b = 79$  و  $a^2b + ab^2 = 1008$ . احسب قيمة  $a^2 + b^2$ .

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
وزارة التربية الوطنية

مديرية التعليم الثانوي العام والتكنولوجي

اللجنة الجزائرية لأولمبياد الرياضيات

السؤال 07 : نقول عن عدد إنه متزن إذا كانت أرقامه التي يكتب بها الفارق بين كل متجاورين منها لا يتعدى 1. فمثلا الأرقام 123 ، 343 ، 211 متزنة في حين أن الأرقام 312 ، 116 غير متزنة لأجل  $2 = 3 - 1$  و  $5 = 6 - 1$ . كم توجد من أعداد متزنة تكتب بثلاثة أرقام؟ ( ملاحظة: العدد  $12 = 012$  يكتب برقمين وليس بثلاثة أرقام ).

السؤال 08 : أراد فيصل أن يكون من الأعداد 1 ؛ 2 ؛ 3 ؛ ... ؛ 2016 قائمة لا يوجد فيها عدنان الفارق بينهما يساوي 17. فمثلا إذا اختار فيصل في قائمته العدد 1962 ، لا يمكنه أن يختار معه العدد 1979 ولا العدد 1945. كم يوجد من الأعداد في أطول قائمة يمكن لفیصل أن يكونها؟

السؤال 09 : اخترنا عددا صحيحا  $n \geq 2$  ، ثم قمنا بالعملية التالية: طرحنا من  $n$  أكبر قاسم له مختلف عنه فحصلنا على عدد جديد  $n_1$  ، طرحنا من  $n_1$  أكبر قاسم  $n_1$  مختلف عنه فحصلنا على عدد جديد  $n_2$  ، ثم كررنا العملية على  $n_2$  ، وهكذا إلى أن نصل إلى 1. فمثلا إذا اخترنا العدد 30 ، طرحنا منه 15 لنحصل على 15 ، ثم طرحنا 5 لنحصل على 10 ، ثم طرحنا 5 لنحصل على 5 ، ثم طرحنا 1 لنحصل على 4 ، ثم طرحنا 2 لنحصل على 2 ، ثم طرحنا 1 لنحصل على 1 ، فنكون قد طبقنا هذه العملية 6 مرات حتى نحصل على 1. إذا اخترنا العدد  $2016^{166}$  كم من مرة سنطبق هذه العملية حتى نحصل على 1؟

السؤال 10 : كتب ياسين الأعداد 1 ، 2 ، 3 ، ... ،  $n$  مرتبة على دائرة، ثم بدأ بالعدد 1 فمحاه ، ثم قفز العدد الذي يليه 2 فمحاه العدد 3 ، ثم قفز العدد 4 ، وهكذا كل مرة يمحو عددا يقابله ويقفز عددا ويمر هكذا بكل الأعداد المتبقية على الدائرة عدة مرات إلى أن يبقى عدد وحيد على الدائرة. فمثلا إذا كان  $n = 10$  ، محاه في الدورة الأولى الأعداد 1 ، 3 ، 5 ، 7 ، 9 وقفز الأعداد 2 ، 4 ، 6 ، 8 ، 10 ، وفي الدورة الثانية محاه الأعداد 2 ، 6 ، 10 وقفز الأعداد 4 ، 8 ، ولأنه محاه في الدورة الثانية آخر عدد 10 يضطر في الدورة الثالثة أن يقفز أول عدد 4 ليمحو العدد 8 ، فيكون العدد الذي يبقى في الأخير على الدائرة هو 4.

إذا كان  $n = 2016$  ، فما هو العدد الذي يبقى في الأخير على الدائرة؟