

## بكالوريا تجريبي في مادة: الرياضيات

الموضوع الاولالتمرين الأول (04):

الفضاء منسوب الى متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

نعتبر النقط  $A(1; 2; 2)$ ,  $B(1; 0; 1)$ ,  $C(3; 2; 1)$  من الفضاء والمستوي  $(P)$  الذي معادلته  $z = 1$  والنقطة  $D$  هي المسقط العمودي

$$\begin{cases} x = -3 + t \\ y = -4 - t \\ z = 1 \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$$

للقطة  $A$  على المستوي  $(P)$  و  $(\Delta)$  هو المستقيم المعرف بتمثيله الوسيطى

$$(S) \text{ هو السطح الكروي المعرف بالمعادلة } x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z = 0$$

من بين الاجوبة المقترحة، اختر الجواب الصحيح مع التبرير:

(د)	(ج)	(ب)	(ا)	
$\begin{cases} x = 1 + 2k \\ y = 2k \\ z = 3 \end{cases} ; k \in \mathbb{R}$	$\begin{cases} x = 1 - 2k \\ y = 2k \\ z = 1 \end{cases} ; k \in \mathbb{R}$	$\begin{cases} x = -1 + k \\ y = 2 + k \\ z = -3k \end{cases} ; k \in \mathbb{R}$	$\begin{cases} x = 1 + 2k \\ y = 2 + k \\ z = -3k \end{cases} ; k \in \mathbb{R}$	(1) تمثيل وسيطي لـ $(B)$ هو
ليسا من نفس المستوي	متقاطعان	منطبقان	متوازيات تماما	(2) المستقيمان $(\Delta)$ و $(BC)$
عمودي على المستوي $(P)$	لا يوازي المستوي $(P)$	يقطع المستوي $(P)$	محتوى في المستوي $(P)$	(3) المستقيم $(BC)$
$(1; 2; 0)$	$(1; 2; 1)$	$(1; 1; 2)$	$(1; 2; -1)$	(4) احداثيات النقطة $D$ هي
مركزه ينتمي الى المستوي $(P)$	لا يقطعه المستوي $(P)$	يقطعه المستوي $(P)$	يشمل النقطة $A$	(5) السطح الكروي $(S)$

التمرين الثاني (04):

لتكن  $(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي:  $u_n = \int_n^{n+1} e^{2-x} dx$

- احسب  $u_0$  ثم اثبت مستعملا مبدا الاستدلال بالتراجع، انه من اجل كل عدد طبيعي  $n: u_n > 0$
- احسب  $u_n$  بدلالة  $n$ ، وبرهن ان المتتالية  $(u_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين اساسها وحدها الاول
- (ا) احسب بدلالة  $n$  الفرق  $u_{n+1} - u_n$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$

(ب) استنتج ان المتتالية  $(u_n)$  متقاربة ثم احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

- نضع، من اجل كل عدد طبيعي  $n: S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$ ، ثم احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

التمرين الثالث (05):

المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{u}; \vec{v})$ ، لتكن النقط  $A, B, C$  التي لواحقها على الترتيب:  $z_A = 1 + i$

$$z_C = 4, z_B = \sqrt{3} - i,$$

- (ا) اكتب الاعداد  $z_A, z_B, z_C$  على الشكل المثلثي، ثم استنتج الشكل الاسمي

(ب) اكتب العدد المركب  $\frac{z_A}{z_B}$  على شكله الجبري، ثم استنتج القيمة المضبوطة لكل من  $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$  و  $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$

2. اوجد قيمة العدد الطبيعي  $n$  بحيث يكون  $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n = \frac{1}{8}(1 - \sqrt{3}i)$ ، احسب  $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^8$
3. ليكن التحويل النقطي  $S$  الذي يرفق بكل نقطة  $M(z)$  النقطة  $M'(z')$  حيث  $z' = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{i\frac{5\pi}{12}} z$

▪ حدد طبيعة التحويل النقطي  $S$  وعناصره المميزة

4. (ا) اوجد المجموعة  $(\Gamma_1)$  للنقط  $M(z)$  من المستوي والتي تحقق  $z = z_C + 2e^{i\theta}$  لما  $\theta \in \mathbb{R}$
- (ب) اوجد المجموعة  $(\Gamma_2)$  للنقط  $M(z)$  من المستوي والتي تحقق  $Arg(z - z_C) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$  مع  $k \in \mathbb{Z}$
5. اوجد صورة  $(\Gamma_1)$  بالتحويل النقطي  $S$ ، استنتج مساحتها.

### التمرين الرابع (07):

- (1) لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي  $f(x) = 2 - x^2 e^{1-x}$
- نسمي  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  حيث  $\|\vec{i}\| = 2cm$  و  $\|\vec{j}\| = 1cm$
- (ا) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- (ب) بين ان  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$  وفسر النتيجة هندسيا
- (2) (ا) اثبت انه من اجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $f'(x) = (x^2 - 2x)e^{1-x}$
- (ب) شكل جدول تغيرات الدالة  $f$
- (ج) عين معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1
- (3) لتكن الدالة  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي  $h(x) = 1 - x e^{1-x}$
- (ا) ادرس اتجاه تغير الدالة  $h$  ثم استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي  $x$ ،  $h(x) \geq 0$
- (ب) ادرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة لـ المماس  $(T)$
- (4) بين ان المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $-1 < \alpha < 0$
- (5) انشئ المماس  $(T)$  والمنحنى  $(C_f)$  على المجال  $[-1; +\infty[$
- (6) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة  $x^2 e^{1-x} = -m$
- (7) لتكن  $F$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي  $F(x) = 2x + (x^2 + 2x + 2)e^{1-x}$
- تحقق ان  $F$  دالة اصلية للدالة  $f$
- بين ان  $\int_1^2 f(x) dx = -3 + 10e^{-1}$

## بكالوريا تجريبي في مادة: الرياضيات

الموضوع الثانيالتمرين الأول (04):

الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ .  $(D_1)$  و  $(D_2)$  مستقيمان من الفضاء معرفان بمعادلاتهما:

$$(D_2): x + 1 = \frac{y}{2} = 2 - z \quad \text{و} \quad (D_1): \frac{x-2}{3} = -y - 1 = z - 3$$

1. اكتب تمثيلا وسيطيا لكل من  $(D_1)$  و  $(D_2)$
2. بين ان  $(D_1)$  و  $(D_2)$  يتقاطعان في نقطة  $A$  يطلب تعيين احداثياتها
3. اكتب معادلة ديكارتيية للمستوي  $(P)$  الذي يحوي المستقيمين  $(D_1)$  و  $(D_2)$
4.  $(S)$  سطح كرة تتقاطع من المستويين الذين معادلاتهما  $z = 0$ ،  $y = 0$  على الترتيب وفق الدائرتين المعرفتين ب:

$$\begin{cases} (x-2)^2 + (z+1)^2 = 10 \\ y = 0 \end{cases}, \begin{cases} (x-2)^2 + (y+2)^2 = 13 \\ z = 0 \end{cases}$$

عين الوضع النسبي لـ  $(S)$  و  $(P)$

التمرين الثاني (05):

(1) نعتبر في مجموعة الاعداد المركبة  $\mathbb{C}$  كثير الحدود  $P$  الذي متغيره  $z$  حيث:  $P(z) = z^3 - 4z^2 + 6z - 4$

(ا) بين ان المعادلة  $P(z) = 0$  لا تقبل حلا تخيليا صرفا

(ب) عين العددين الحقيقيين  $a, b$  حيث:  $P(z) = (z-2)(z^2 + az + b)$

(ج) حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة  $P(z) = 0$

(2) في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{u}; \vec{v})$ ، الوحدة  $\|\vec{u}\| = 2cm$  نعتبر النقط  $A, B, C$  التي لواحقها على

الترتيب:  $z_C = 1 + i, z_B = 1 - i, z_A = 2$

(ا) اكتب  $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$  على الشكل الجبري، استنتج طبيعة المثلث  $ABC$

(ب) اكتب  $z_C$  و  $z_B$  على الشكل الاسي

(ج) تحقق ان:  $\left(\frac{z_B}{\sqrt{2}}\right)^{1437} + \sqrt{2} \left(\frac{z_C}{\sqrt{2}}\right)^{2016} = \frac{\sqrt{2}}{2} z_C$

(3) ليكن  $R$  الدوران الذي مركزه  $A$  ويحول  $B$  الى  $C$

(ا) عين زاوية الدوران  $R$

(ب) اكتب العبارة المركبة للدوران  $R$ ، ثم عين لاحقة النقطة  $D$  صورة النقطة  $C$  بالدوران  $R$

(4) لتكن  $(\phi)$  الدائرة التي قطرها  $[BC]$  ومركزها النقطة  $I$  و  $(\phi')$  صورتها بالدوران  $R$

انشئ بعناية كلا من الدائرتين  $(\phi)$  و  $(\phi')$

### التمرين الثالث (04):

في الشكل المرفق ( $C_f$ ) هو التمثيل البياني للدالة  $f$  المعرفة على المجال  $]1; +\infty[$  بـ:  $f(x) = \frac{x}{\ln(x)}$  والمستقيم ( $d$ ) ذو المعادلة  $y = x$ . نعتبر

المتتالية العددية ( $u_n$ ) المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $u_0 = 5$  و  $u_{n+1} = f(u_n)$

1. باستعمال التمثيل البياني للدالة  $f$ ، مثل على محور الفواصل الحدود  $u_0, u_1, u_2, u_4$ . و اعط تخميناً حول سلوك المتتالية ( $u_n$ )

2. برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي  $n: u_n \geq e$

3. ادرس اتجاه تغير المتتالية ( $u_n$ )، ثم استنتج انها متقاربة نحو عدد حقيقي  $l$  من المجال  $[e; +\infty[$

4. لحساب نهاية المتتالية ( $u_n$ ) اثبت ان:  $f(l) = l$  ثم استنتج قيمة  $l$

### التمرين الرابع (07):

1. نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $g(x) = x - 1 - \ln x$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

(2) استنتج اشارة  $g(x)$  على المجال  $]0; +\infty[$  ثم استنتج انه من اجل  $x \in ]0; +\infty[$ ،  $\ln\left(\frac{x}{2}\right) \leq \frac{x}{2} - 1 \dots (*)$

1. نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = x^2 - 2 - 2x \ln x$  و  $f(0) = -2$

نسمي ( $C_f$ ) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) ا) احسب نهاية الدالة  $f$  عند  $0$  وماذا تستنتج؟

ب) احسب  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+2}{x}$  ماذا تستنتج بالنسبة للدالة  $f$  وبالنسبة للمنحنى ( $C_f$ )؟

ج) احسب نهاية الدالة  $f$  عند  $+\infty$

(2) ا) بين ان الدالة  $f$  قابلة للاشتقاق على المجال  $]0; +\infty[$  وان  $f'(x) = 2g(x)$

ب) استنتج اشارة  $f'(x)$  ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ . ثم استنتج نقطة انعطاف للمنحنى ( $C_f$ )

(3) بين ان المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  على المجال  $]2; 3[$

(4) ا) بين ان معادلة المماس ( $\Delta$ ) للمنحنى ( $C_f$ ) عند النقطة التي فاصلتها  $2$  هي  $y = 2(1 - \ln 2)x - 2$

ب) باستعمال العلاقة (\*) حدد الوضع النسبي للمنحنى ( $C_f$ ) والمستقيم ( $\Delta$ )

(5) ارسم كل من ( $\Delta$ ) و ( $C_f$ )

(6) ا) احسب مشتق الدالة  $(2 \ln x - 1) \mapsto x \frac{x^2}{2}$  على المجال  $]0; +\infty[$ . استنتج دالة اصليّة  $F$  للدالة  $f$

ب)  $\lambda$  عدد حقيقي موجب تماماً، احسب  $A(\lambda)$  مساحة الحيز المحدد بالمنحنى ( $C_f$ ) والمستقيمات التي معادلاتها  $y = 0$

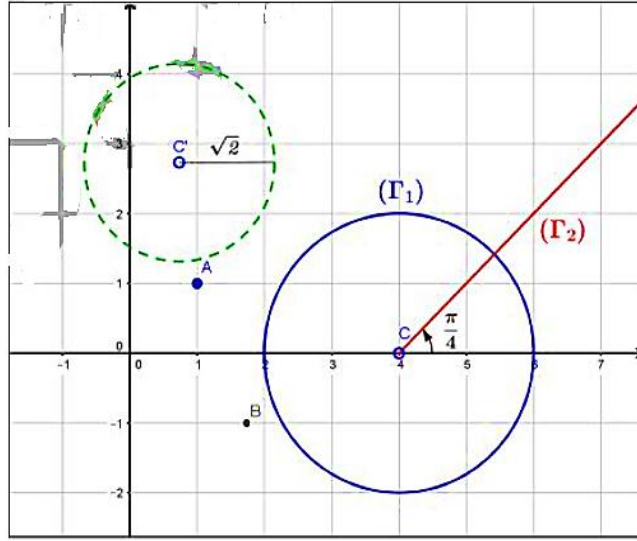
،  $x = 2$  و  $x = \lambda$ ، احسب  $\lim_{x \rightarrow 0} A(\lambda)$

التصحيح المفصل للباكالوريا التجريبي الاول ثالثة علوم تجريبية

السؤال	الجواب	التعليق	التنقيط
(1)		الجملة $\begin{cases} x = 1 - 2k \\ y = 2k \\ z = 1 \end{cases}; k \in \mathbb{R}$ هو تمثيل وسيطي للمستقيم $(BC)$ لان احداثيات $B$ تحقق الجملة اي $k = 0$ واحداثيات $C$ تحقق ايضا الجملة اي $k = 1$	0.75
(2)		المستقيمان و متقاطعان لان شعاعي التوجيه غير مرتبطين خطيا و $\begin{cases} -3 + t = 1 + 2k \\ -4 - t = 2k \\ 1 = 1 \end{cases}$ $M(-3; -4; 1) \in (\Delta) \cap (BC)$ و $\begin{cases} t = 0 \\ k = -2 \end{cases}$ أي	01
(3)		المستقيم $BC$ محتوى في $(\ )$ لان $1 = 1, C \in (P)$ و $1 = 1, B \in (P)$	0.75
(4)		احداثيات النقطة $D$ هي $(1; 2; 1)$ لانها تحقق معادلة $(P)$ اي $1 = 1$	0.75
(5)		$(P)$ يقطع سطح الكرة $(\ )$ لان $\omega(1; 2; 2)$ هي مركز $(S)$ ونصف قطرها $R = 3$ و $d < R$ و $d(\omega; (P)) = 1$	0.75

التنقيط	التصحيح المفصل	التصحيح المفصل	التنقيط												
0.5	<p>من اجل كل عدد طبيعي <math>n, u_n &gt; 0</math></p> $u_{n+1} - u_n = (e - 1)e^{-n} - (e - 1)e^{1-n}$ $(e - 1)e^{-n}(1 - e) = -(e - 1)^2 e^{-n}$ <p>نلاحظ: <math>u_{n+1} - u_n &lt; 0</math> و عليه المتتالية <math>(u_n)</math> متناقصة تماما</p> <p>(ب) استنتاج ان <math>(u_n)</math> متقاربة:</p>	<p><b>التمرين 02:</b></p> <p>(1) حساب <math>u_0</math> ثم البرهان بالتراجع ان: <math>u_n &gt; 0</math></p> <p>حساب <math>u_0</math>:</p> $u_0 = \int_0^1 e^{2-x} dx = -[e^{2-x}]_0^1 = e^2 - e$ <p>نضع <math>P(n): u_n &gt; 0</math></p> <p>المرحلة 01: من اجل <math>n = 0</math> نجد <math>u_0 = e^2 - e</math> ومنه <math>u_0 &gt; 0</math></p> <p>و عليه <math>P(0)</math> محققة</p> <p>المرحلة 02: من اجل عدد طبيعي <math>n</math>، نفرض صحة <math>P(n)</math> ونبرهن صحة <math>P(n+1)</math></p> <p>لدينا: <math>u_{n+1} = \int_{n+1}^{n+2} e^{2-x} dx</math> وبوضع <math>x = t + 1</math> نجد</p> $u_{n+1} = \int_n^{n+1} e^{2-(t+1)} dt$ <p>ومنه نجد <math>t = x - 1</math></p> <p>ومنه <math>u_{n+1} = \int_n^{n+1} e^{2-t} \times e^{-1} dt</math> و عليه نجد</p> $u_{n+1} = e^{-1} \int_n^{n+1} e^{2-t} dt$ <p><math>u_{n+1} &gt; 0</math> ومنه نجد: <math>u_{n+1} &gt; 0</math> و عليه</p> <p><math>P(n+1)</math> محققة. من اجل كل عدد طبيعي <math>n, u_n &gt; 0</math></p> <p>(2) حساب <math>u_n</math> بدلالة <math>n</math>:</p> $u_n = \int_n^{n+1} e^{2-x} dx = -[e^{2-x}]_n^{n+1} = (e - 1)e^{1-n}$ <p>(3) اثبات ان <math>(u_n)</math> متتالية هندسية:</p> <p>من اجل كل عدد طبيعي <math>n</math>:</p> $u_{n+1} = (e - 1)e^{1-(n+1)} = \frac{1}{e} \times u_n$ <p>اذن <math>(u_n)</math> متتالية هندسية اساسها <math>q = \frac{1}{e}</math> وحدها الاول <math>u_0 = e^2 - e</math></p> <p>(4) تعيين اتجاه تغير المتتالية <math>(u_n)</math>:</p>	0.25												
0.25	<p>بما ان المتتالية <math>(u_n)</math> متناقصة تماما ومحدودة من الاسفل بالعدد 0 فهي متقاربة</p>														
0.25	$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} (e - 1)e^{1-n} = 0$ <p>(5) حساب <math>S_n</math>:</p>														
0.5	$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n = e^2 \left(1 - \frac{1}{e^{n+1}}\right)$														
0.25	$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} e^2 \left(1 - \frac{1}{e^{n+1}}\right) = e^2$														
0.75	<p><b>التمرين 03:</b></p> <p>1. ا) كتابة <math>z_A, z_B, z_C</math> على الشكل المثلثي واستنتاج الشكل الاسي</p> <p>لدينا <math>arg(z_A) = \frac{\pi}{4},  z_A  = \sqrt{2}, arg(z_B) = -\frac{\pi}{6},  z_B  = 2</math></p> <p>و <math>arg\left(\frac{z_A}{z_B}\right) = arg(z_A) - arg(z_B) = \frac{\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{5\pi}{12}</math></p> <p><math>\left \frac{z_A}{z_B}\right  = \frac{ z_A }{ z_B } = \frac{\sqrt{2}}{2}</math></p> <p><math>arg(z_B) = \frac{5\pi}{12}</math></p>														
0.75	<table border="1"> <thead> <tr> <th>الشكل الاسي</th> <th>الشكل المثلثي</th> <th>العدد المركب</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}</math></td> <td><math>\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)</math></td> <td><math>z_A</math></td> </tr> <tr> <td><math>2e^{-i\frac{\pi}{6}}</math></td> <td><math>2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)</math></td> <td><math>z_B</math></td> </tr> <tr> <td><math>\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}</math></td> <td><math>\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{5\pi}{12} + i\sin\frac{5\pi}{12}\right)</math></td> <td><math>\frac{z_A}{z_B}</math></td> </tr> </tbody> </table>	الشكل الاسي	الشكل المثلثي	العدد المركب	$\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$	$\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$	$z_A$	$2e^{-i\frac{\pi}{6}}$	$2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$	$z_B$	$\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{5\pi}{12} + i\sin\frac{5\pi}{12}\right)$	$\frac{z_A}{z_B}$		
الشكل الاسي	الشكل المثلثي	العدد المركب													
$\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$	$\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$	$z_A$													
$2e^{-i\frac{\pi}{6}}$	$2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$	$z_B$													
$\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{5\pi}{12} + i\sin\frac{5\pi}{12}\right)$	$\frac{z_A}{z_B}$													

0.25



القطر  $r'$  حيث :

$$\begin{cases} C' = 2\sqrt{2}e^{i\frac{5\pi}{12}} \\ r' = \sqrt{2} \end{cases} \text{ وبعد الحساب نجد : } \begin{cases} C' = S(C) \\ r' = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 2 \end{cases}$$

0.25

**التمرين 04 :**  
 $f(x) = 2 - x^2 e^{1-x}$  (5)

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2 - x^2 e^{1-x}) = -\infty$  (ا)

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2 - x^2 e^{1-x})$  (ب)

$\lim_{x \rightarrow +\infty} (2 - \frac{x^2}{e^x}) = 2$

فان المستقيم ذو المعادلة  $y = 2$  مستقيم مقارب لـ  $(C_f)$  عند  $+\infty$

(6)  $f'$  تقبل الاشتقاق على  $\mathbb{R}$  ولدينا

$f'(x) = e^{1-x}(-2x + x^2)$

(ب) إشارة  $f'(x)$  من إشارة  $(-2x + x^2)$  وبالتالى جدول تغيرات

الدالة  $f$  كالتالى :

$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$		$2$	$2 - 4e^{-1}$	$2$	

0.5

(ج) معادلة المماس عند  $x_0 = 1$  هي :  $y = -x + 2$

(7) (ا) الاشتقاق :  $h'(x) = (x - 1)e^{1-x}$

(ب) إشارة  $h'(x)$

$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$
إشارة $h'(x)$	$-$	$0$	$+$

0.5

اتجاه التغير : الدالة متناقصة تماما على المجال  $]-\infty; 1]$  ومتزايدة تماما

على المجال  $[1; +\infty[$

إشارة  $h(x)$  :

$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$
إشارة $h(x)$	$+$	$0$	$+$

0.5

(ب) كتابة العدد المركب  $\frac{z_A}{z_B}$  على الشكل الجبري :

$\frac{z_A}{z_B} = \frac{1+i}{\sqrt{3}-i} = \frac{(1+i)(\sqrt{3}+i)}{(\sqrt{3}-i)(\sqrt{3}+i)} = \frac{\sqrt{3}-i}{4} + i \frac{\sqrt{3}+1}{4}$

استنتاج القيمة المضبوطة لكل من  $\sin \frac{5\pi}{12}$  و  $\cos \frac{5\pi}{12}$

لدينا مما سبق :

بمطابقة الشكل الجبري  $\frac{z_A}{z_B} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \left(\frac{5\pi}{12}\right) + i \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \frac{5\pi}{12}$

والمثلثي للعدد المركب  $\frac{z_A}{z_B}$  نجد :  $\begin{cases} \cos \frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} \\ \sin \frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} \end{cases}$

0.25

0.5

1. إيجاد قيمة العدد الطبيعي  $n$  :

$\left(\frac{\sqrt{2}}{2} e^{i\frac{5\pi}{12}}\right)^n = \frac{1}{4} e^{i\frac{5\pi n}{12}}$  تكافئ  $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n = \frac{1}{8} (1 - \sqrt{3}i)$

$n = 4$  ومنه  $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n e^{i\frac{5\pi n}{12}} = \frac{1}{4} e^{i\frac{5\pi n}{12}}$

$\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^8 = \left(\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^4\right)^2 = \left(\frac{1}{8} (1 - \sqrt{3}i)\right)^2 = \frac{1}{16} (-2 - 2\sqrt{3}i) = -\frac{1}{8} (1 + \sqrt{3}i)$

0.25

0.5

2. طبيعة التحويل النقطي  $S$  وعناصره المميزة :

التحويل النقطي  $S$  معادلته من الشكل  $z' = az + b$

حيث  $b = 0$  و  $a = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{i\frac{5\pi}{12}}$

بما ان  $S$  وفان  $S$  عبارة عن تشابه مباشر

نسبته :  $k = |a| = \frac{\sqrt{2}}{2}$  وزاويته :  $\theta = \arg(a) = \frac{5\pi}{12}$  مركزه

النقطة  $O$  لان  $b = 0$

0.5

3. (ا) تعيين المجموعة  $(\Gamma_1)$  للنقط  $M(z)$  من المستوى والتي

تحقق  $z = z_C + 2e^{i\theta}$  لما  $\theta$  تسبح  $\mathbb{R}$  :

$z - z_C = 2e^{i\theta}$  تكافئ  $z = z_C + 2e^{i\theta}$

تكافئ  $|z - z_C| = 2$

تكافئ  $CM = 2$  ومنه  $(\Gamma_1)$  هي الدائرة ذات المركز  $C$  ونصف

القطر 2

تعيين المجموعة  $(\Gamma_2)$  للنقط  $M(z)$  من المستوى والتي تحقق

$\arg(z - z_C) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$

$\arg(z - z_C) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$  يكافئ

$(\vec{u}; \vec{CM}) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$

يكافئ  $M$  تنتمي الى نصف المستقيم الذي مبدؤه  $C$  والموجه بالشعاع

$(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{\pi}{4}$  حيث :

0.5

4. إيجاد صورة المجموعة  $(\Gamma_1)$  بالتحويل  $S$  :

لدينا  $(\Gamma_1)$  هي الدائرة ذات المركز  $C$  ونصف القطر 2، بما ان

التحويل  $S$  تشابه مباشر فانه يحافظ على طبيعة الاشكال وعليه

صورة  $(\Gamma_1)$  بالتحويل  $S$  هي الدائرة ذات المركز  $C'$  ونصف  $\sqrt{2}$

(ج) الوضعية :

0.5

$f(x) - (-x + 2) = xh(x)$

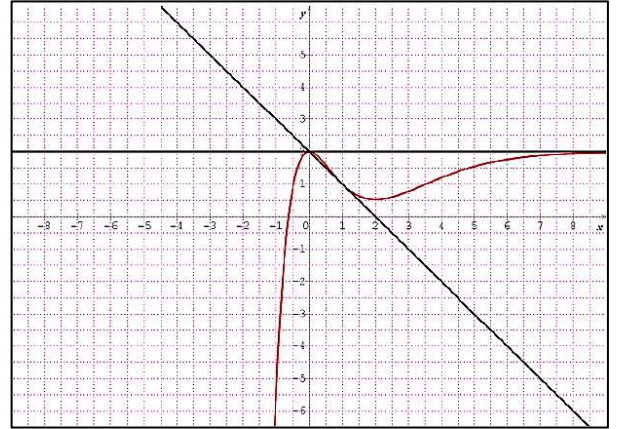
$x$	$-\infty$	$0$	$1$	$+\infty$
$x$	$-$	$0$	$+$	$+$
$h(x)$	$+$	$+$	$0$	$+$
إشارة الفرق	$-$	$0$	$+$	$+$

0.5

الوضع النسبي:  $(C_f)$  يقع تحت  $(T)$  على المجال  $]-\infty; 0[$   
 $(C_f)$  يقع فوق  $(T)$  على المجالين  $]0; 1[$  و  $]1; +\infty[$   
 $(T)$  و  $(C_f)$  يتقاطعان عند النقطتين ذات الفاصلتين  
 $x = 1$  و  $x = 0$

(1) نطبق مبرهنة القيم المتوسطة على المجال  $]0; 1[$   
 (2) الإنشاء:

0.5



0.75

(3) المناقشة:

لدينا  $x^2 e^{1-x} = -m$  ومنه  $2 - x^2 e^{1-x} = m + 2$   
 $f(x) = m + 2 = M$  ومنه  $2 - x^2 e^{1-x} = m + 2$   
 (مناقشة افقية)

إذا كان:

- $M < 2 - 4e^{-1}$  أي  $m < -4e^{-1}$  فالمعادلة تقبل حلا وحيدا
- $M = 2 - 4e^{-1}$  أي  $m = -4e^{-1}$ . فالمعادلة تقبل حلين احدهما مضاعف
- $2 - 4e^{-1} < M < 2$  أي  $-4e^{-1} < m < 0$ . فالمعادلة تقبل ثلاث حلول
- $M = 2$  أي  $m = 0$  فالمعادلة تقبل حلا وحيدا مضاعفا
- $M > 2$  أي  $m > 0$  فالمعادلة لا تقبل حلول

0.75

(4) انتحقق ان:  $F'(x) = f(x)$

(ب)  $\int_1^2 f(x) dx = F(2) - F(1)$

ومنه  $\int_1^2 f(x) dx = -3 + 10e^{-1}$

0.5

0.5

التصحيح المفصل للباكالوريا التجريبي الموضوع الثاني ثالثة علوم تجريبية

التنقيط	التصحيح المفصل	التصحيح المفصل	التنقيط
01	<p><math>\begin{cases} (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = r^2 - z_0^2 \\ z = 0 \end{cases}</math> اي ومع المستوي الذي معادلته <math>y = 0</math> ينتج اي <math>\begin{cases} (x-x_0)^2 + y_0^2 + (z-z_0)^2 = r^2 \\ y = 0 \end{cases}</math> وعليه نجد <math>\begin{cases} (x-x_0)^2 + (z-z_0)^2 = r^2 - y_0^2 \\ y = 0 \end{cases}</math> معادلة لـ <math>(S)</math> هي: <math>(x-2)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 14</math> هو <math>\Omega(2; -2; -1)</math> ولدينا المسافة بين <math>\Omega</math> و <math>(P)</math> هي <math>d(\Omega, P) = \frac{16}{23} &lt; \sqrt{14}</math> هي <math>(P)</math> و <math>(S)</math> متقاطعان وتقاطعهما دائرة</p>	<p><b>التمرين 01:</b> <b>(1)</b> اكتب تمثيلا وسيطيا لكل من <math>(D_1)</math> و <math>(D_2)</math>: معناه <math>(D_1): \frac{x-2}{3} = -y-1 = z-3</math> <math>\begin{cases} x = 3t + 2 \\ y = -1 - t \\ z = 3 + t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}</math> أي <math>\begin{cases} \frac{x-2}{3} = t \\ -y-1 = t \\ z-3 = t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}</math> وهو تمثيل وسيطي لـ <math>(D_1)</math> معناه <math>(D_2): x+1 = \frac{y}{2} = 2-z</math> <math>\begin{cases} x = -1 + t' \\ y = 2t' \\ z = 2 - t' \end{cases} ; t' \in \mathbb{R}</math> أي <math>\begin{cases} x+1 = t' \\ \frac{y}{2} = t' \\ 2-z = t' \end{cases} ; t' \in \mathbb{R}</math> وهو تمثيل وسيطي لـ <math>(D_2)</math></p>	0.5
0.25	<p><b>التمرين 02:</b> <b>(1)</b> لنفرض ان <math>P(z) = 0</math> لتقبل حلا تخيليا صرفا هو <math>a_i \in \mathbb{R}</math> حيث وبالتالي نجد: <math>-ia^3 + 4a^2 - 6ai - 4 = 0</math> يكافئ <math>\begin{cases} 4a^2 - 4 = 0 \\ -a^3 - 6a = 0 \end{cases}</math> وهذا مستحيل اذن <math>P(z) = 0</math> لا تقبل حلا تخيليا صرفا</p>	<p><b>(2)</b> بين ان <math>(D_1)</math> و <math>(D_2)</math> يتقاطعان في نقطة <math>A</math> يطلب تعيين احداثياتها اذا كانت <math>M(x; y; z)</math> نقطة من الفضاء فان <math>\begin{cases} 3t+2 = -1+t' \\ -1-t = 2t' \\ 3+t = 2-t' \end{cases}</math> معناه <math>M \in (D_1) \cap (D_2)</math>: بجمل هذه الجملة نجد ان: <math>t = 0, t' = 0</math> وعليه بالتعويض في احدي العبارتين نجد ان <math>(D_1)</math> و <math>(D_2)</math> يتقاطعان في النقطة <math>A(-1; 0; 2)</math></p>	0.5
0.5	<p>ب) ان <math>P(z) = (z-2)(z^2 - 2z + 2)</math> بالنشر والمطابقة ج) <math>P(z) = 0</math> يكافئ <math>z = 0</math> او <math>z^2 - 2z + 2 = 0 \dots (I)</math></p>	<p><b>(3)</b> اكتب معادلة ديكارتية للمستوي <math>(P)</math> الذي بجوي المستقيمين <math>(D_1)</math> و <math>(D_2)</math> لدينا: <math>\vec{u}_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{u}_1 \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}</math> شعاعا توجيه لـ <math>(D_1)</math> و <math>(D_2)</math> على الترتيب، ليكن <math>\vec{n} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}</math> شعاعا ناظميا للمستوي <math>(P)</math>، عندئذ <math>\begin{cases} \vec{n} \cdot \vec{u}_1 = 0 \\ \vec{n} \cdot \vec{u}_2 = 0 \end{cases}</math> أي <math>\begin{cases} 3a - b + c = 0 \\ a + 2b - c = 0 \end{cases}</math> باخذ <math>a = 1</math> نجد بجمل الجملة ان <math>\vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -7 \end{pmatrix}</math> وعليه معادلة المستوي <math>(P)</math> من الشكل <math>x - 4y - 7z + d = 0</math> ولكون <math>A \in (P)</math> وبتعويض احداثياتها في المعادلة نجد ان <math>d = 15</math> اي معادلة لـ <math>(P)</math> هي: <math>x - 4y - 7z + 15 = 0</math></p>	0.5
0.5	<p>لنحل: <math>(I): \Delta = (2i)^2</math> وبالتالي المعادلة <math>(I)</math> تقبل حلين مركبين مترافقين هما: <math>1+i, 1-i</math> المعادلة <math>P(z) = 0</math> حلولها هي: <math>S = \{2; 1-i; 1+i\}</math> <math>(\vec{AB}; \vec{AC}) = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k</math> ومنه <math>\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = -i</math> (2) والمثلث <math>ABC</math> قائم في <math>A</math> ب) <math>z_C = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}</math> و <math>z_B = \sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}</math> ج) <math>\left(\frac{z_B}{\sqrt{2}}\right)^{1437} + \sqrt{2}\left(\frac{z_C}{\sqrt{2}}\right)^{2016} = \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i) = \frac{\sqrt{2}}{2}z_C</math></p>	<p><b>(3)</b> تعيين زاوية الدوران <math>R</math> لدينا: <math>z_C - z_A = a(z_B - z_A)</math> ومنه: <math>a = -1</math> اذن <math>\theta = \arg(a) = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k</math> ب) العبارة المركبة للدوران <math>R</math> هي: <math>z' = -iz + 2 + 2i</math> <math>z_D = 3 + i</math></p>	0.5
0.25	<p><b>(4)</b> الدائرة <math>(\phi)</math> مركزها <math>I(1; 0)</math> ونصف قطرها 1 والدائرة <math>(\phi')</math> مركزها <math>I'(2; 1)</math> بصورة <math>I</math> بالدوران <math>R</math> ونصف قطرها 1 لان الدوران تقايس</p>	<p>معادلة ديكارتية لسطح الكرة هي تقاطع <math>(S)</math> مع المستوي الذي معادلته <math>z = 0</math> ينتج: <math>\begin{cases} (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + z_0^2 = r^2 \\ z = 0 \end{cases}</math></p>	0.5

0.5

ومنه المتتالية  $(u_n)$  متناقصة تماما  
وبما انها محدودة من الاسفل فهي متقاربة نحو عدد حقيقي  $l$  من  
المجال  $[e; +\infty[$

0.5

ت) نهاية متتالية  $(u_n)$  :

المتتالية متقاربة نحو  $l$  معناه :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_{n+1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} f(u_n) = f(\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n) = f(l) = l$$

0.5

مستمرة على المجال  $[1; +\infty[$

$$f(l)l = e : l \text{ يجاد}$$

**التمرين 04 :**

1) دراسة تغيرات الدالة :

0.25

■ النهايات :  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty$  و

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(1 - \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x}\right) = +\infty$$

$$g'(x) = 1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x}$$

■ اشارة  $g(x)$  :

0.25

$x$	0	1	$+\infty$	
$g'(x)$		-	0	+

■ اتجاه التغير : الدالة  $g$  متناقصة تماما على المجال  $]0; 1[$

ومتزايدة تماما على المجال  $]1; +\infty[$

■ جدول تغيرات الدالة  $g$  :

$x$	0	1	$+\infty$	
$g'(x)$		-	0	+
$g(x)$	$+\infty$			$+\infty$

0.5

■ اشارة  $g(x)$  :

$x$	0	1	$+\infty$	
$g(x)$		+	0	+

0.25

■ اذا كان  $X \in ]0; +\infty[$  فان  $X - 1 - \ln X \geq 0$

■ بوضع  $X = \frac{x}{2}$  يكون  $\ln X \leq X - 1$

0.25

■  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -2$  (1) فستنتج ان الدالة  $f$  مستمرة

0.5

على يمين العدد 0

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+2}{x} = +\infty \text{ (ب)}$$

0.25

■ الاستنتاج : الدالة  $f$  غير قابلة للاشتقاق عند العدد 0 من اليمين

0.25

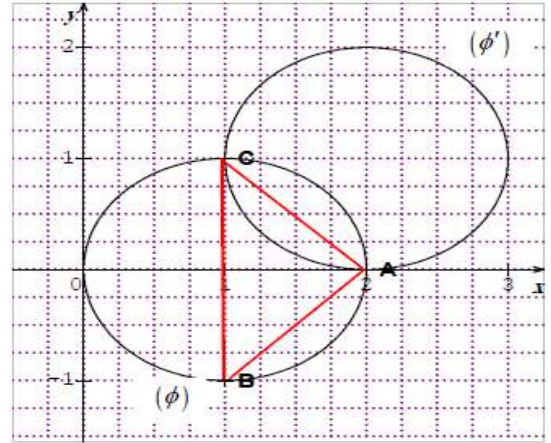
المنحنى  $(C_f)$  يقبل نصف مماس يوازي محور الترتيب

معادلته  $x = 0$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \text{(ج)}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(1 - \frac{2}{x^2} - \frac{2 \ln x}{x}\right) = +\infty$$

0.25

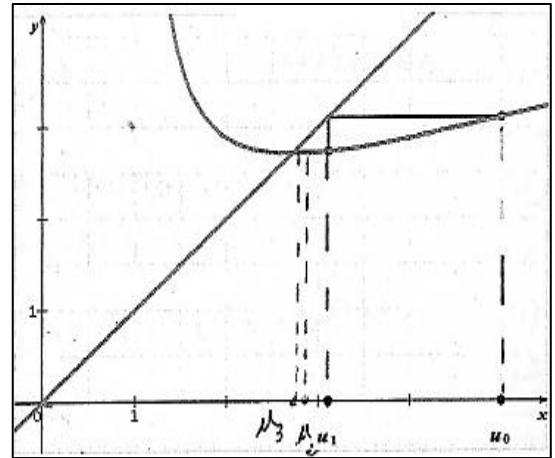


0.5

**التمرين 03 :**

$$f(x) = \frac{x}{\ln x} ]1; +\infty[$$

1. تمثيل الحدود  $u_3, u_2, u_1, u_0$



0.75

(ب) التخمين : المتتالية  $(u_n)$  متناقصة تماما ومتقاربة

2. اثبات بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  ان  $u_n \geq e$

0.5

نسمي هذه الخاصية  $P(n)$

• نبرهن ان  $P(n)$  صحيحة من اجل  $n = 0$

لدينا  $u_0 = 5$  و  $u_0 \geq e$  ومنه  $P(0)$  صحيحة

0.5

• نفرض ان  $P(n)$  صحيحة اي ان  $u_n \geq e$  ونبرهن ان

$$u_{n+1} \geq e$$

لدينا  $u_n \geq e$  وبما ان الدالة  $f$  مستمرة ومتزايدة تماما على

المجال  $[e; +\infty[$  فان  $f(u_n) \geq f(e)$  ومنه  $u_{n+1} \geq e$  اذن

الخاصية صحيحة .

ومنه نستنتج حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع فان : من اجل كل

$$e \leq u_n \text{ طبيعي } n$$

(د) نبين ان المتتالية  $(u_n)$  متقاربة نحو  $l$

اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(1 - \ln u_n)}{\ln u_n} \leq 0$$

$$1 - \ln u_n \leq 0$$

0.75

0.25

(5) (أ) مشتق الدالة  $x \mapsto \frac{x^2}{2}(2 \ln x - 1)$  على المجال

$x \mapsto 2x \ln x$ : هو  $]0; +\infty[$

0.25

الدالة  $F(x) = \frac{x^3}{3} - 2x - \frac{x^2}{2}(2 \ln x - 1) + C$  حيث

$(C \in \mathbb{R})$  أصلية للدالة  $f$  على المجال  $]0; +\infty[$

(ب)

$$A(x) = \int_{\lambda}^2 -f(x) = \left[ -\frac{x^3}{3} + 2x + \frac{x^2}{2}(2 \ln x - 1) \right]_{\lambda}^2$$

0.75

$$= -\frac{2}{3} + 4 \ln 2 + \frac{\lambda^3 - 6\lambda}{3} - \frac{\lambda^2}{2}(2 \ln \lambda - 1)$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} A(\lambda) = -\frac{2}{3} + 4 \ln 2$$

(2) (أ) الدالتان  $x \mapsto -2x \ln x$  و  $x \mapsto x^2 - 2$  قابلتين للاشتقاق

على المجال  $]0; +\infty[$  وبالتالي الدالة  $f$  حيث

$f(x) = x^2 - 2 - 2x \ln x$  قابلة للاشتقاق على المجال

$]0; +\infty[$  ولدينا  $f'(x) = 2x - 2(\ln x + 1)$

$$f'(x) = 2g(x)$$

(ب) إشارة  $f'(x)$  من إشارة  $g(x)$  وبالتالي :

$x$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		+	+

0.25

0.25

جدول تغيرات الدالة  $f$  :

$x$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		+	+
$f(x)$			$+\infty$

0.5

(ج)  $f'(x)$  انعدم عند  $x = 1$  ولم يغير إشارته ، إذن المنحنى

$(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف إحداثياتها  $(1; -1)$

(3) نطبق مبرهنة القيم المتوسطة على المجال  $]2; 3[$ .

$$f(3) \approx 0.40 \text{ و } f(2) \approx -0.77$$

(4) (أ)  $f(2) = 2 - 4 \ln 2$  و  $f'(2) = 2(1 - \ln 2)$  إذن

$$y = 2(1 - \ln 2)x - 2$$

(ب)

$$f(x) - [2(1 - \ln 2)x - 2] = 2x \left[ \frac{x}{2} - 1 - \ln \left( \frac{x}{2} \right) \right] \geq 0$$

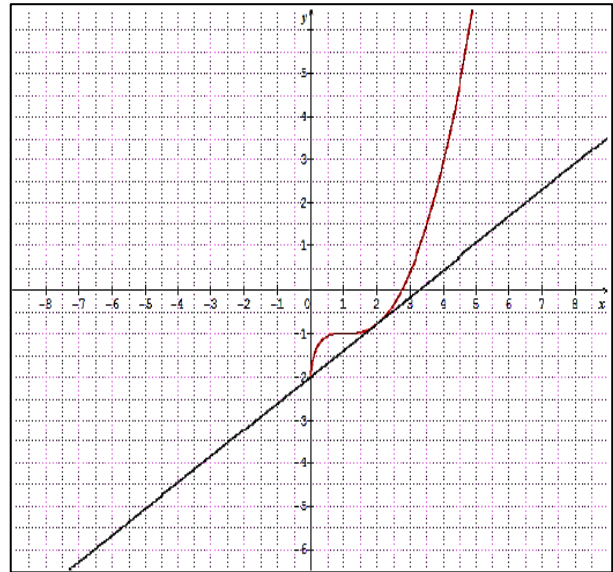
الوضع النسبي:  $(C_f)$  يقع فوق  $(\Delta)$  على المجالين  $]2; +\infty[$  و

$]0; 2[$

$(C_f)$  و  $(\Delta)$  يتقاطعان عند النقطتين ذاتا الفاصلتين:  $x = 0$  و

$$x = 2$$

(4) الإنشاء :



0.75

0.5