المؤسسة : ثانوية سليماني جلول المادة : رياضيات الأستاذ : بلبحري

المستوى و الشعبة : 2 عت + 2 تر

المحتوى المعرفي : الاشتقاقية

الكفاءات المستهدفة: – مقاربة مفهوم العدد المشتق – حساب العدد المشتق لدالة عند عدد حقيقي .

– سير الحصة

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

الإنطلاق:

⋆ التهيئة النفسية:

مناقشة النشاط 01 ص 62 :

❶ التحقق أن $v_m = 20 + 5h$:

لدينا : $\dfrac{d(2+h) - d(2)}{h}$ و لدينا : $d(t) = 5t^2$

⋆ نحسب $d(2+h)$ و $d(2)$:

$$d(2+h) = 5(2+h)^2 = 5h^2 + 20h + 20 \quad \text{و} \quad d(2) = 20$$

و عليه : $v_m = \dfrac{5h^2 + 20h + 20 - 20}{h} = \dfrac{h(5h+20)}{h}$

إذن : $v_m = 5h + 20$

❷ نكمل الجدول :

h	-0.2	-0.1	-0.05	-0.001	0.000001	0.0001	0.005	0.01
v_m	19	19.5	19.75	19.99	20	20.005	20.0025	20.05

❸ القيمة المقربة لـ $v(2)$ هي : $20\ ms^{-1}$

نلاحظ من الجدول أنه كلما اقترب h من الصفر فإن قيمة v_m قريبة جدا من 20

نقول إن نهاية v_m هي 20 لما h يؤول إلى الصفر و نكتب : $\lim\limits_{h \to 0} v_m(h) = 20$

المدة: 15 د

ملاحظات: مناقشة النشاط من طرف التلاميذ

بناء المفاهيم:

العدد المشتق :

❶ نهاية دالة عند الصفر :

تعريف : D_f مجال من $\mathbb{R}$ يشمل الصفر .

نقول إن العدد الحقيقي l هو نهاية الدالة f عند النقطة 0 معناه : عندما يأخذ x قيما قريبة من 0 بالقدر الكافي فإن العدد $f(x)$ يأخذ قيما قريبة من l بالقدر الذي نريد .

و نكتب : $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = l$

مثال «❶» : لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = 2x + 4$

$$\lim_{x \to 0} f(x) = \lim_{x \to 0} (2x + 4) = 4$$

مثال «❷» : لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ : $f(x) = \dfrac{x+2}{x-1}$

$$\lim_{x \to 0} f(x) = \lim_{x \to 0} \frac{x+2}{x-1} = -2$$

المدة: 10 د

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم:	❷ دالة قابلة للإشتقاق عند عدد : **تعريف :** f دالة معرفة على مجال D_f من $\mathbb{R}$. x_0 و x_0+h عددان حقيقيان من D_f مع: $h \neq 0$. نقول إن f تقبل الإشتقاق عند x_0 معناه الدالة $g : h \mapsto \dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ تقبل نهاية حقيقية l عند 0 . أي : $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = l$ يسمى العدد l العدد المشتق للدالة f في العدد x_0 و نرمز له بـ : $f'(x_0)$. و عليه نكتب : $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = f'(x_0)$	15 د	
	✣ العدد $\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ يسمى نسبة تزايد الدالة f بين العددين x_0 و x_0+h . **مثال «❶» :** لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^2 - 1$ ⋆ لنعين العدد المشتق للدالة f في العدد 2 : من أجل كل عدد حقيقي h يختلف عن 0 لدينا : $\dfrac{f(2+h)-f(2)}{h} = \dfrac{(2+h)^2-1-3}{h} = \dfrac{h^2+4h}{h} = h+4$ $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(2+h)-f(2)}{h} = \lim\limits_{h\to 0}(h+4) = 4$ إذن الدالة f قابلة للاشتقاق عند 2 و $f'(2) = 4$ **مثال «❷» :** لتكن الدالة g المعرفة على $[1;+\infty[$ بـ : $g(x) = \sqrt{x-1}$ ⋆ لنبين أن الدالة f تقبل الاشتقاق من أجل 5 : من أجل كل عدد حقيقي h يختلف عن 0 لدينا : $\dfrac{f(5+h)-f(5)}{h} = \dfrac{\sqrt{5+h-1}-2}{h} = \dfrac{\sqrt{4+h}-2}{h} = \dfrac{1}{\sqrt{4+h}+2}$ $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(5+h)-f(5)}{h} = \lim\limits_{h\to 0}(\dfrac{1}{\sqrt{4+h}+2}) = \dfrac{1}{4}$ إذن الدالة f قابلة للاشتقاق عند 5 و $f'(5) = \dfrac{1}{4}$ حل التمرين 24 صفحة 83 :	35 د	

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

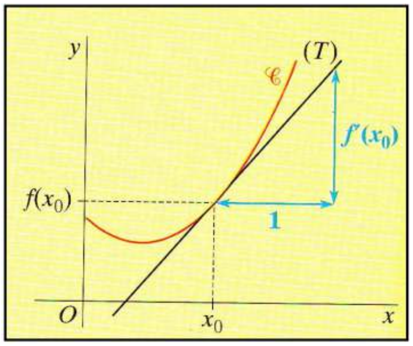
المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
	الدالة المشتقة لدالة f :		
	تعريف : f دالة معرفة على مجال I من $\mathbb{R}$. نقول إن f قابلة للاشتقاق على I إذا و فقط إذا كانت قابلة للاشتقاق في كل نقطة من I . الدالة التي ترفق بكل x من I العدد المشتق $f'(x)$ تسمى الدالة المشتقة للدالة f على I . و يرمز لها بـ f' و نكتب : $f' : x \mapsto f'(x)$	20 د	
بناء المفاهيم:	**مثال :** لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^2$ $\star$ ليكن x_0 من $\mathbb{R}$: $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \lim\limits_{h\to 0}\frac{(x_0+h)^2-x_0^2}{h}$ $= \lim\limits_{h\to 0}\frac{h(h+2x_0)}{h} = \lim\limits_{h\to 0}(h+2x_0) = 2x_0$ إذن f تقبل الاشتقاق عند كل x_0 من $\mathbb{R}$ و لدينا : $f'(x_0) = 2x_0$ و منه : f تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة f' معرفة بـ : $f'(x) = 2x$	25 د	
تقويم	حل التمرين $32 - 25$ صفحة 83 حل التمرين 35 و 38 صفحة 84		

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة : ثانوية سليماني جلول المادة : رياضيات الأستاذ : بلبحري
المستوى و الشعبة : 2 عت + 2 تر
المحتوى المعرفي : الاشتقاقية
الكفاءات المستهدفة: - تعيين معادلة مماس لمنحن في نقطة منه .

- سير الحصة

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: **مناقشة النشاط 02 ص 62 :** ❶ تعيين a معامل توجيه (LM) : لدينا : $a=\dfrac{y_M-y_L}{x_M-x_L}=\dfrac{f(x)-\frac{3}{4}}{x-2}=\dfrac{f(2+h)-\frac{3}{4}}{h}$ ❷ $a)$ المستقيم (LE) يمس القوس $\widehat{AB}$ في النقطة L . $b)$ لما h يؤول إلى 0 فإن : $a=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(2+h)-\frac{3}{4}}{h}=-\dfrac{1}{2}$ نقول إن وضعية المستقيم (LM) القاطع للقوس $\widehat{AB}$ تؤول إلى وضعية مماس للقوس $\widehat{AB}$ في النقطة L . ⋆ معامل توجيه (LE) هو : $-\dfrac{1}{2}$ ❸ كتابة معادلة للمستقيم (LE) : معادلة للمستقيم (LE) هي من الشكل $y=-\dfrac{1}{2}x+b$	15 د	مناقشة النشاط من طرف التلاميذ
بناء المفاهيم:	لدينا $L\in(LE)$ معناه : $b=\dfrac{7}{4}$ إذن : $(LE): y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{7}{4}$ **مماس لمنحن عند نقطة :** **تعريف :** f دالة معرفة على مجال D_f من $\mathbb{R}$. x_0 عدد من D_f حيث f قابلة للاشتقاق عند x_0 و $f'(x_0)$ العدد المشتق عند x_0 . ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$. مماس المنحني (C_f) عند النقطة $A(x_0;f(x_0))$ هو المستقيم الذي يشمل A و معامل توجيهه $f'(x_0)$. معادلته هي : $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$	10 د	

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم:	 المماس (T) هو عبارة عن مستقيم معامل توجيهه $f'(x_0)$ إذن معادلة (T) من الشكل : $y=f'(x_0)x+b$ و النقطة $A(x_0;f(x_0))$ تنتمي إلى (T) . ومنه بالتعويض ينتج : $b=f(x_0)-f'(x_0)x_0$ و بالتالي : $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$	10 د	
	مثال : f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^2+2$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$. ⋆ نعين معادلة المماس لـ (C_f) في النقطة ذات الفاصلة -1 : لدينا : $f'(-1)=\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(-1+h)-f(-1)}{h}=-2$ و $f(-1)=3$ و منه : معادلة المماس لـ (C_f) في النقطة ذات الفاصلة -1 هي : $y=-2(x-(-1))+3$ أي : $y=-2x+1$ حل التمرين 72 صفحة 87 : ① ⋆ معادلة المماس (T_1) لـ (C_1) في النقطة $A(x_0;f(x_0))$ هي : $\boxed{y=-2x_0+x_0^2+3}$ ⋆ معادلة المماس (T_2) لـ (C_2) في النقطة $A(x_0;f(x_0))$ هي : $\boxed{y=-\dfrac{2x_0}{x_0^2}+\dfrac{4}{x_0}}$ بالمطابقة نجد : $x_0=1$ إذن يوجد مماس واحد مشترك (Δ) بين المنحنيين في النقطة $A(1;2)$ ② معادلة للمستقيم (Δ) هي : $\boxed{y=-2x+4}$ ③ ⋆ لدينا $-x^2+3-(-2x+4)=-(x-1)^2$ و منه : (C_1) يقع تحت (Δ) . ⋆ لدينا $\dfrac{2}{x}-(-2x+4)=\dfrac{2}{x}(x-1)^2$ و منه : (C_2) يقع تحت (Δ) في المجال $]-\infty;0[$ و يقع فوق (Δ) في المجال $]0;+\infty[$.	25 د	
تقويم	حل التمرين 49و 50و 51و 54صفحة 85 حل التمرين 71و 75صفحة 87		

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة : ثانوية سليماني جلول　　　　المادة : رياضيات　　　　الأستاذ : بلبحري

المستوى و الشعبة : 2 عت + 2 تر

المحتوى المعرفي : الاشتقاقية

الكفاءات المستهدفة: − التقريب التآلفي لدالة قابلة للاشتقاق بجوار قيمة x_0 .

− سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية:	20 د	مناقشة النشاط من طرف التلاميذ
بناء المفاهيم:	مناقشة النشاط :		

الإنطلاق:

⋆ التهيئة النفسية:

نشاط : نعتبر الدالة f المعرفة على $[-1;+\infty[$ بـ : $f(x)=\sqrt{1+x}$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

❶ ادرس قابلية الاشتقاق للدالة f عند 0

❷ اكتب معادلة المماس لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

❸ لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=1+\frac{1}{2}x$

⋆ أكمل الجدول التالي :

x	-0.003	-0.002	-0.001	0.001	0.002	0.003
$f(x)$						
$g(x)$						

⋆ ماذا تستنتج ؟

❹ عين قيمة مقربة لكل من : $\sqrt{1,0005}$ و $\sqrt{0.999}$

بناء المفاهيم:

مناقشة النشاط :

❶ $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(h)-f(0)}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\sqrt{1+h}-1}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{1}{\sqrt{1+h}+1}=\dfrac{1}{2}$

إذن : f تقبل الاشتقاق عند 0 و لدينا : $f'(0)=\frac{1}{2}$

❷ معادلة المماس عند 0 هي : $y=1+\frac{1}{2}x$

❸ نكمل الجدول :

x	-0.003	-0.002	-0.001	0.001	0.002	0.003
$f(x)$	0.9984988	0.998999	0.999499	1.00049	1.000999	1.001498
$g(x)$	0.9985	0.999	0.9995	1.0005	1.001	1.0015

⋆ نلاحظ من الجدول أنه إذا كان x قريب من 0 فإن $f(x)\simeq g(x)$

معناه أن : $\sqrt{1+x}\simeq 1+\frac{1}{2}x$

❹ حساب القيم المقربة :

⋆ لدينا : $\sqrt{1,0005}=\sqrt{1+0.0005}$

ولدينا : $\sqrt{1+x}\simeq 1+\frac{1}{2}x$ و منه : $\sqrt{1+0.0005}\simeq 1+\frac{1}{2}(0.0005)$

إذن : $\sqrt{1,0005}\simeq 1,00025$

⋆ لدينا : $\sqrt{0.999}=\sqrt{1-0.001}$

ولدينا : $\sqrt{1+x}\simeq 1+\frac{1}{2}x$ و منه : $\sqrt{1-0.001}\simeq 1+\frac{1}{2}(-0.001)$

إذن : $\sqrt{0.999}\simeq 0,9995$

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

التقريب التآلفي لدالة :

(C_f) هو التمثيل البياني لدالة f قابلة للإشتقاق عند نقطة x_0 و (T) مماس لـ (C_f) في النقطة $A(x_0; f(x_0))$.

بناء المفاهيم:

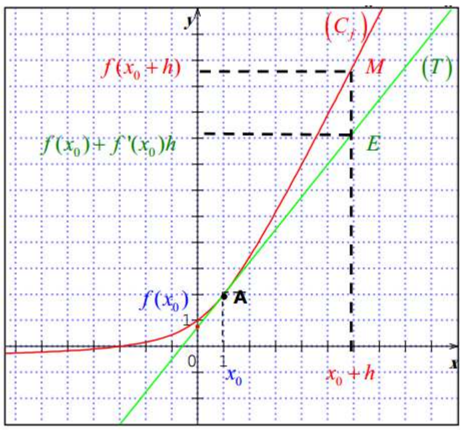
15 د

نعوض محليا عند x_0 الدالة f بالدالة التآلفية g الممثلة بالمستقيم (T) .

أي نعوض العدد الحقيقي $f(x_0+h)$ بالعدد $f(x_0)+f'(x_0)h$.

⋆ من أجل h قريب من الصفر العدد $f(x_0)+f'(x_0)h$ يسمى تقريبا تآلفيا للعدد $f(x_0+h)$.

⋆ بوضع $x = x_0+h$ و من أجل x قريب من x_0 فإن : $f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ يسمى تقريبا تآلفيا لـ $f(x)$ بجوار x_0 .



✣ نقبل أن أحسن تقريب تآلفي للدالة f بجوار x_0 هو الدالة $x \mapsto f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ و نكتب : $f(x) \simeq f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$

مثال : f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^2$
و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

① التقريب التآلفي للدالة f بجوار 1 هو $f'(1)(x-1)+f(1)$

لدينا : $f'(1) = \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(1+h)-f(1)}{h} = 2$ و $f(1) = 1$

إذن : التقريب التآلفي للدالة f بجوار 1 هو : $2x-1$ أي : $x^2 \simeq 2x-1$ بجوار 1 .

② نعين قيمة تقريبية للعدد $(1.002)^2$:

طريقة 1 : لدينا : $(1.002)^2 \simeq 2\times 1,002 - 1$ ومنه : $(1.002)^2 \simeq 1,004$

25 د

طريقة 2 : لدينا : $1,002 = 1+0.002$ ومنه : $(1.002)^2 = f(1,002) = f(1+0.002)$
و $f(1+0.002) \simeq f(1)+f'(1)(0.002)$
ومنه : $f(1+0.002) \simeq 1,004$ إذن : $(1.002)^2 \simeq 1,004$

حل التمرين 45 صفحة 85 :

تقويم

حل التمرين 43 و 44 و 47 صفحة 85

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة : ثانوية سليماني جلول　　المادة : رياضيات　　الأستاذ : بلبحري

المستوى و الشعبة : 2 عت + 2 تر

المحتوى المعرفي : الاشتقاقية

الكفاءات المستهدفة: – حساب مشتقات الدوال المألوفة .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: **مشتقات الدوال المألوفة :** **نشاط :** ✣ بين أن الدالة f دالة قابلة للاشتقاق على المجال I معينا دالتها المشتقة في كل حالة مما يلي : ❶ $f(x)=ax+b$ ($a\in\mathbb{R}$ و $b\in\mathbb{R}$) و $I=\mathbb{R}$ ❷ $f(x)=x^2$ و $I=\mathbb{R}$ ❸ $f(x)=\frac{1}{x}$ و $I=]-\infty;0[$ أو $I=]0;+\infty[$ ❹ $f(x)=\sqrt{x}$ و $I=]0;+\infty[$	25 د	مناقشة النشاط من طرف التلاميذ
بناء المفاهيم:	**مناقشة النشاط :** ❶ ليكن $x_0\in\mathbb{R}$ و $h\neq 0$ لدينا : $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\frac{a(x_0+h)+b-ax_0-b}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\frac{ah}{h}=a$ و عليه f تقبل الاشتقاق عند كل x_0 من $\mathbb{R}$ و لدينا : $f'(x_0)=a$ **مبرهنة:** a و b عددان حقيقيان . الدالة $f:x\mapsto ax+b$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة هي : $f':x\mapsto a$ **ملاحظة :** ✣ إذا كان $a=1$ و $b=0$ نستنتج أن الدالة $f:x\mapsto x$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة هي : $f':x\mapsto 1$ ✣ إذا كان $a=0$ نستنتج أن الدالة $f:x\mapsto b$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة هي : $f':x\mapsto 0$ ❷ ليكن $x_0\in\mathbb{R}$ و $h\neq 0$ لدينا : $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\frac{(x_0+h)^2-x_0^2}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\frac{h^2+2x_0h}{h}=2x_0$ و عليه f تقبل الاشتقاق عند كل x_0 من $\mathbb{R}$ و لدينا : $f'(x_0)=2x_0$	25 د	

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

مبرهنة: n عدد طبيعي غير معدوم .
الدالة $f : x \mapsto x^n$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة
هي : $f' : x \mapsto nx^{n-1}$

مثال : f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^5$
f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة هي : $f'(x) = 5x^4$

45 د

بناء المفاهيم:

❸ ليكن $x_0 \in \mathbb{R}^*$ و $h \neq 0$
لدينا : $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{1}{x_0+h}-\frac{1}{x_0}}{h} = \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{-h}{x_0h(x_0+h)} = -\dfrac{1}{x_0^2}$
و عليه f تقبل الاشتقاق عند كل x_0 من $]-\infty;0[$ أو من $]0;+\infty[$
و لدينا : $f'(x_0) = -\dfrac{1}{x_0^2}$

مبرهنة:
الدالة $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$ قابلة للاشتقاق على $]-\infty;0[$ و على $]0;+\infty[$ و دالتها
المشتقة هي : $f' : x \mapsto -\dfrac{1}{x^2}$

❹ ليكن $x_0 \in]0;+\infty[$ و $h \neq 0$ لدينا :
$\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\sqrt{x_0+h}-\sqrt{x_0}}{h} = \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{1}{\sqrt{x_0+h}+\sqrt{x_0}} = \dfrac{1}{2\sqrt{x_0}}$
و عليه f تقبل الاشتقاق عند كل x_0 من $]0;+\infty[$ و لدينا : $f'(x_0) = \dfrac{1}{2\sqrt{x_0}}$

مبرهنة:
الدالة $f : x \mapsto \sqrt{x}$ قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ و دالتها المشتقة
هي : $f' : x \mapsto \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

مبرهنة (تقبل دون برهان):
- الدالة $f : x \mapsto \sin x$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة
هي : $f' : x \mapsto \cos x$
- الدالة $f : x \mapsto \cos x$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة
هي : $f' : x \mapsto -\sin x$

تقويم

25 د

تمرين تطبيقي : دون استعمال تعريف العدد المشتق ، احسب $f'(2)$ في كل حالة :
① $f(x) = \sqrt{x}$ ② $f(x) = x^3$ ③ $f(x) = \dfrac{1}{x}$

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة :ثانوية سليماني جلول   المادة :رياضيات   الأستاذ :بلبحري
المستوى و الشعبة :2 عت + 2 تر
المحتوى المعرفي : الاشتقاقية
الكفاءات المستهدفة: − قواعد حساب مشتقات الدوال $f+g$ ، $f\times g$ ، $\frac{1}{f}$ ، $\frac{f}{g}$ ، $x\mapsto f(ax+b)$.

− سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية:		
بناء المفاهيم:	**عمليات على الدوال المشتقة :** ❶ مشتقة مجموع وفرق دالتين : مبرهنة: u و v دالتان قابلتان للاشتقاق على مجال D من $\mathbb{R}$. الدالتان $u+v$ و $u-v$ قابلتان للاشتقاق على D . و لدينا : $(u+v)'=u'+v'$ و $(u-v)'=u'-v'$ برهان : من أجل كل عدد حقيقي h يختلف عن 0 لدينا : $\frac{(u+v)(x_0+h)-(u+v)(x_0)}{h}=\frac{u(x_0+h)+v(x_0+h)-u(x_0)-v(x_0)}{h}=\frac{u(x_0+h)-u(x_0)}{h}+\frac{v(x_0+h)-v(x_0)}{h}$ نضع : $g_1(h)=\frac{u(x_0+h)-u(x_0)}{h}$ و $g_2(h)=\frac{v(x_0+h)-v(x_0)}{h}$ بما أن u و v قابلتان للاشتقاق على D فإنه من أجل كل x_0 من D لدينا : $\lim_{h\to 0} g_1(h)=u'(x_0)$ و $\lim_{h\to 0} g_2(h)=v'(x_0)$ ومنه : $\lim_{h\to 0}\frac{(u+v)(x_0+h)-(u+v)(x_0)}{h}=u'(x_0)+v'(x_0)$ تطبيق : لتكن f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ $f(x)=x^4+\frac{1}{x}$ ✣ عين الدالة المشتقة f' للدالة f . ❷ مشتقة جداء دالتين : مبرهنة: u و v دالتان قابلتان للاشتقاق على D حيث : D مجال أو اتحاد مجالات من $\mathbb{R}$. الدالة $u.v$ قابلة للاشتقاق على D و لدينا : $(u.v)'=u'.v+u.v'$ برهان : من أجل كل عدد حقيقي h يختلف عن 0 لدينا : $\frac{(u.v)(x_0+h)-(u.v)(x_0)}{h}=\frac{u(x_0+h).v(x_0+h)-u(x_0).v(x_0)}{h}$ $=\frac{u(x_0+h).v(x_0+h)-u(x_0).v(x_0)+v(x_0+h).u(x_0)-v(x_0+h).u(x_0)}{h}$ $=\frac{u(x_0+h)-u(x_0)}{h}v(x_0+h)+\frac{v(x_0+h)-v(x_0)}{h}u(x_0)$	25 د 25 د	

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم:	نضع : $g_1(h) = \frac{u(x_0+h)-u(x_0)}{h}$ و $g_2(h) = \frac{v(x_0+h)-v(x_0)}{h}$ بما أن u و v قابلتان للاشتقاق على D فإنه من أجل كل x_0 من D لدينا : $\lim_{h\to 0} g_1(h) = u'(x_0)$ و $\lim_{h\to 0} g_2(h) = v'(x_0)$ و $\lim_{h\to 0} v(x_0+h) = v(x_0)$ ومنه : $\lim_{h\to 0} \frac{(u.v)(x_0+h)-(u.v)(x_0)}{h} = u'(x_0).v(x_0)+u(x_0).v'(x_0)$ **حالة خاصة :** ✣ الدالة ku (حيث k عدد حقيقي) قابلة للاشتقاق على D و دالتها المشتقة هي : $(ku)' = ku'$ **تطبيق :** لتكن f الدالة المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ $f(x) = (3x-2)\sqrt{x}$ ✣ عين الدالة المشتقة f' للدالة f . ❸ **مشتقة مقلوب دالة :** **مبرهنة:** v دالة قابلة للاشتقاق على مجال D من $\mathbb{R}$ و لا تنعدم على D . الدالة $\frac{1}{v}$ قابلة للاشتقاق على D و دالتها المشتقة هي : $\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$ **برهان :** من أجل كل عدد حقيقي h يختلف عن 0 لدينا : $\frac{\left(\frac{1}{v}\right)(x_0+h)-\left(\frac{1}{v}\right)(x_0)}{h} = \frac{\left(\frac{1}{v(x_0+h)}\right)-\left(\frac{1}{v(x_0)}\right)}{h}$ $= \frac{v(x_0)-v(x_0+h)}{v(x_0+h).v(x_0).h} = \frac{1}{v(x_0+h).v(x_0)}\left(-\frac{v(x_0+h)-v(x_0)}{h}\right)$ بما أن v قابلة للاشتقاق على D فإنه من أجل كل x_0 من D : $\lim_{h\to 0} \frac{\left(\frac{1}{v}\right)(x_0+h)-\left(\frac{1}{v}\right)(x_0)}{h} = -\frac{v'(x_0)}{(v(x_0))^2}$ **تطبيق :** لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = \frac{1}{x^2+x+1}$ ✣ عين الدالة المشتقة f' للدالة f . ❹ **مشتقة نسبة دالتين :** **مبرهنة:** u و v دالتان قابلتان للاشتقاق على D حيث : D مجال أو اتحاد مجالات من $\mathbb{R}$ و v لا ينعدم على D . الدالة $\frac{u}{v}$ قابلة للاشتقاق على D و لدينا : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'.v-u.v'}{v^2}$	25 د	

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم:	**برهان :** نلاحظ أن : $\frac{u}{v}=u\times\frac{1}{v}$ بتطبيق مبرهنة مشتقة جداء دالتين و مشتقة مقلوب دالة : $\left(\frac{u}{v}\right)'=\left(u\times\frac{1}{v}\right)'=u'\frac{1}{v}+u\left(-\frac{v'}{v^2}\right)$ و منه : $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'.v-u.v'}{v^2}$ **تطبيق :** لتكن f الدالة المعرفة على $]2;+\infty[$ بـ $f(x)=\frac{x^2+1}{3x-6}$ ✣ عين الدالة المشتقة f' للدالة f . ❹ مشتقة الدالة $f:x\mapsto u(ax+b)$: **مبرهنة (تقبل دون برهان):** u قابلة للإشتقاق على مجال D من $\mathbb{R}$. a و b عددان حقيقيان . E مجموعة الأعداد الحقيقية x حيث : $ax+b$ ينتمي إلى D . الدالة $f:x\mapsto u(ax+b)$ قابلة للاشتقاق على E و دالتها المشتقة هي : $f':x\mapsto au'(ax+b)$ حيث : u' مشتقة الدالة u على D . **تطبيق :** لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=(4x+1)^2$ ✣ عين الدالة المشتقة f' للدالة f .	25 د	
تقويم	**تمرين تطبيقي :** باستعمال النظريات على المشتقات ، احسب الدالة المشتقة للدالة f في كل حالة مما يلي : ① $f(x)=7x^5-3x^4+2x^2+6x-3$ ② $f(x)=\frac{3}{2x-5}$ ③ $f(x)=\frac{3x-1}{x+1}$ ④ $f(x)=\sqrt{2x+2}$ ⑤ $f(x)=\cos(2-6x)$ حل التمرين 62و64و65و66و68و74صفحة 87	20 د	

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة : ثانوية سليماني جلول   المادة : رياضيات   الأستاذ : بلبحري

المستوى و الشعبة : 2 عت + 2 تر

المحتوى المعرفي : الاشتقاقية

الكفاءات المستهدفة: – تعيين اتجاه تغير دالة .

– سير الحصة

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية:		
	نشاط 02 صفحة 92 :	20 د	مناقشة النشاط من طرف التلاميذ
	تطبيقات الاشتقاقية :		
	❶ اتجاه تغير دالة :		
بناء المفاهيم:	**مبرهنة (تقبل دون برهان):** f دالة معرفة و قابلة للإشتقاق على مجال D_f من $\mathbb{R}$ و f' دالتها المشتقة . ✥ إذا كان من أجل كل x من D_f ، $f'(x) > 0$ ما عدا ممكن من أجل عدد محدود من القيم التي تنعدم الدالة f من أجلها ، فإن : الدالة f متزايدة تماما على D_f . ✥ إذا كان من أجل كل x من D_f ، $f'(x) < 0$ ما عدا ممكن من أجل عدد محدود من القيم التي تنعدم الدالة f من أجلها ، فإن : الدالة f متناقصة تماما على D_f . ✥ إذا كان من أجل كل x من D_f ، $f'(x) = 0$ فإن : الدالة f ثابتة على D_f .	15 د	
	ملاحظة : ✥ إذا كانت f إما متزايدة تماما و إما متناقصة تماما على مجال D_f نقول إن الدالة f رتيبة تماما على D_f .		
	مثال : لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^3$ f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و لدينا : $f'(x) = 3x^2$ و منه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) > 0$ و $f'(0) = 0$ إذن : f متزايدة تماما على $\mathbb{R}$.		
	حل التمرين 23 صفحة 104 : ⋆ f' سالبة تماما على المجالين $]-\infty;-2[$ و $]0;2[$ ومنه : f متناقصة تماما على المجالين $]-\infty;-2]$ و $[0;2]$. ⋆ f' موجبة تماما على المجالين $]-2;0[$ و $]2;+\infty[$ ومنه : f متزايدة تماما على المجالين $[-2;0]$ و $[2;+\infty[$.		
	تمرين تطبيقي : ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال I في كل حالة : ① $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 2$ $\quad I = \mathbb{R}$ ② $f(x) = \dfrac{x-1}{2x+2}$ $\quad I =]-1;+\infty[$ ③ $f(x) = \sqrt{1-x}$ $\quad I =]-\infty;1]$	25 د	
تقويم	حل التمرين 27 و 29 صفحة 105		

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة : ثانوية سليماني جلول   المادة : رياضيات   الأستاذ : بلبحري

المستوى و الشعبة : 2 عت + 2 تر

المحتوى المعرفي : الاشتقاقية

الكفاءات المستهدفة: – تعيين القيم الحدية لدالة .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية:		
بناء المفاهيم:	تطبيقات الاشتقاقية (تابع) :	10 د	
		20 د	

⋆ التهيئة النفسية:

تطبيقات الاشتقاقية (تابع) :

❷ القيم الحدية المحلية لدالة :

مبرهنة (تقبل دون برهان):

f دالة معرفة و قابلة للإشتقاق على مجال D_f من $\mathbb{R}$ و f' دالتها المشتقة .

✣ إذا انعدمت الدالة المشتقة عند قيمة c من I مغيرة إشارتها فإنه يوجد مجال مفتوح I' محتوى في I يشمل c تقبل فيه f قيمة حدية $f(c)$.

تسمى $f(c)$ قيمة حدية محلية .

ملاحظات :

✣ يمكن وجود عدة قيم حدية محلية على I .

✣ إذا انعدمت الدالة المشتقة f' عند قيمة c من I فإن تمثيلها البياني يقبل مماسا موازيا لحامل محور الفواصل عند النقطة التي فاصلتها c

✣ إذا قبلت f قيمة حدية محلية عند c فإن : $f'(c) = 0$

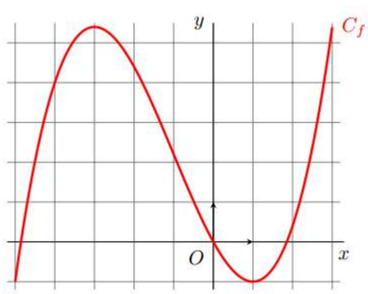
مثال :

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $[-4;4]$

بـ: $f(x) = \dfrac{1}{5}(x^3 + 3x^2 - 9x)$

تمثيلها موضح في الشكل المقابل .

نلاحظ أن : $\dfrac{27}{5}$ هي قيمة حدية محلية عظمى للدالة عند $x=-3$ و -1 قيمة حدية محلية صغرى للدالة عند $x=1$



تمرين تطبيقي :

ادرس إتجاه تغير الدوال التالية على المجال I ، ثم عين القيم الحدية المحلية إن وجدت :

❶ $f(x) = -x^4 + 2x^2 + 1$ ، $I = \mathbb{R}$ ❷ $g(x) = \dfrac{x^3}{x^2+1}$ ، $I = \mathbb{R}$

❸ $h(x) = (2x-3)\sqrt{x}$ ، $I = [0;+\infty[$

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

❸ حصر دالة :

نتيجة: لتكن f دالة معرفة على مجال $[a;b]$ و f' دالتها المشتقة .

- إذا كانت f متزايدة تماما على $[a;b]$ فإن من أجل كل x من $[a;b]$
  لدينا : $f(a) \leq f(x) \leq f(b)$
- إذا كانت f متناقصة تماما على $[a;b]$ فإن من أجل كل x من $[a;b]$
  لدينا : $f(b) \leq f(x) \leq f(a)$

15 د

بناء المفاهيم:

مثال : f دالة معرفة على $[-4;2]$ بـ: $f(x) = x^2 + 4x + 1$

f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة هي : $f'(x) = 2x + 4$

f متناقصة تماما على المجال $[-4;-2]$ و متزايدة تماما على المجال $[-2;2]$

- من أجل كل x من $[-4;-2]$: $f(-2) \leq f(x) \leq f(-4)$ أي : $-3 \leq f(x) \leq 1$
- من أجل كل x من $[-2;2]$: $f(-2) \leq f(x) \leq f(2)$ أي : $1 \leq f(x) \leq 13$

حل التمرين 43 صفحة 106 :

❹ عنصر حاد من الأعلى ـ عنصر حاد من الأسفل :

تعريف : لتكن f دالة معرفة على مجال D_f .

- يسمى عدد حقيقي k عنصرا حادا من الأعلى للدالة f على D_f إذا وفقط إذا كان من أجل كل عدد حقيقي x من D_f : $f(x) \leq k$
- يسمى عدد حقيقي k عنصرا حادا من الأسفل للدالة f على D_f إذا وفقط إذا كان من أجل كل عدد حقيقي x من D_f : $f(x) \geq k$

15 د

مثال : في المثال السابق

-3 عنصر حاد من الأسفل على $[-4;2]$ و كذلك توجد عدة حواد من الأسفل لـ f على هذا المجال مثلا : -3.5 ، -5 ، -20 .

13 عنصر حاد من الأعلى و كذلك 13.5 ، 15 ، 100 هي حواد من الأعلى لـ f .

ملاحظات :

- القيمة الحدية الكبرى للدالة f على D_f إن وجدت هي العنصر الحاد من الأعلى و هي أصغر العناصر الحادة من الأعلى .
- القيمة الحدية الصغرى للدالة f على D_f إن وجدت هي العنصر الحاد من الأسفل و هي أكبر العناصر الحادة من الأسفل .

تقويم

حل التمرين 42و45صفحة 106

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: ثانوية سليماني جلول　　　المادة: رياضيات　　　الأستاذ: بلبحري

المستوى و الشعبة: 2 عت + 2 تر

المحتوى المعرفي: الاشتقاقية

الكفاءات المستهدفة: – حل مسائل تستخدم فيها دوال ناطقة .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

الإنطلاق:

تمرين «❶» ص 99 :

❶ **إثبات أن** $KL^2 = x^2 + y^2$:

بتطبيق نظرية فيتاغورث في المثلث القائم KBL نجد : $KL^2 = KB^2 + LB^2$

و منه : $KL^2 = x^2 + y^2$

❷ **إثبات أن** $KL = 4 - x - y$:

لدينا : $KL = KM + ML$ لكن : $KM = KA$ و $ML = LC$

و منه : $KL = KA + LC$

و لكن : $KA = 2x$ و $LC = 2 - x$ إذن : $KL = 4 - x - y \ldots (1)$

⋆ **إثبات أن** $KL^2 = x^2 + y^2 - 8x - 8y + 2xy + 16$:

لدينا : $KL^2 = (4 - x - y)^2 = x^2 + y^2 - 8x - 8y + 2xy + 16 \ldots (2)$

بناء المفاهيم:

❸ **استنتاج أن** $y = \dfrac{4x - 8}{x - 4}$:

من (1) و (2) نستنتج أن : $-8x - 8y + 2xy + 16 = 0$ أي : $y(4 - x) = -4x + 8$

و منه : $y = \dfrac{4x - 8}{x - 4}$

⋆ **استنتاج أن** $KL = \dfrac{-x^2 + 4x - 8}{x - 4}$:

لدينا : $KL = 4 - x - y$ و منه : $KL = 4 - x - \dfrac{4x - 8}{x - 4}$ إذن : $KL = \dfrac{-x^2 + 4x - 8}{x - 4}$

❹ **دراسة تغيرات الدالة** f :

f قابلة للإشتقاق على $[0; 2]$ و لدينا : $f'(x) = \dfrac{-x^2 + 8x - 8}{(x - 4)^2}$

$f'(x) = 0$ معناه : $-x^2 + 8x - 8 = 0$ و $x \neq 4$

المعادلة $-x^2 + 8x - 8 = 0$ تقبل حلين مختلفين هما : $x_1 = 4 + 2\sqrt{2}$ (مرفوض)

و $x_2 = 4 - 2\sqrt{2}$

⋆ **جدول التغيرات :**

x	0	$4 - 2\sqrt{2}$	2
$f(x)$	2 ↘	$f(4 - 2\sqrt{2})$	↗ 2

تقويم

نلاحظ من جدول التغيرات أن $f(4 - 2\sqrt{2})$ قيمة حدية صغرى لـ f على $[0; 2]$ و تبلغها من أجل $x = 4 - 2\sqrt{2}$

بما أن $KL = f(x)$ فإن : $f(4 - 2\sqrt{2})$ هي أصغر قيمة يأخذها الطول KL من أجل $x = 4 - 2\sqrt{2}$

المدة: 60 د

ملاحظات عامة حول الحصة: ....