

المستوى: 2 عيج 2تر

ميدان التعلم: الحساب

المحور: الإحصاء والإحتمالات

الموضوع: الإحتمالات

ثانوية: الراحل علي كافي

السنة الدراسية: 2021/2022

المدة: 2 ساعة

المكتسبات القبلية: التواتر الوسط الحسابي

الكفاءة المستهدفة: ممارسة الحساب الإحتمالي على فضاء إحتال منته -تذكير بمحاكاة تجربة عشوائية بسيطة إبراز مفهوم ميل التواترات نحو الإستقرار من خلال أمثلة متنوعة

ملاحظات	سير الدرس	المراحل																																																																																																														
	<p>نشاط:</p> <p>I أكتب على 6 قصاصات متماثلة الأرقام من 1 إلى 6 ثم اطوها جيدا ،أسحب واحدة تلو الأخرى 10 مرات وفي كل مرة سجل الرقم الذي تحصلت عليه مع إعادة القصاصة المسحوبة في كل مرة</p> <p>أحسب تواتر كل نتيجة (، نأخذ نتائج 10 تلاميذ) ونحسب التواتر لـ 3 عينات</p> <p>أنشئ مضع التواترات لـ 3 عينات</p> <p>أحسب الوسط الحسابي لكل عينة من العينات الثلاث السابقة</p> <p>II ندمج نتائج العينات العشر 10 مع بعض فنحصل على عينة مقاسها 100</p> <p>أكمل الجدول التالي:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>النتائج</th> <th></th> <th></th> <th></th> <th></th> <th></th> <th></th> <th></th> <th></th> <th></th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>التكرار</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>التواتر</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	النتائج											التكرار											التواتر											الإطلاق																																																																													
النتائج																																																																																																																
التكرار																																																																																																																
التواتر																																																																																																																
مناقشة النشاط	<p>ملاحظة 1:</p> <p>النتائج الممكنة لهذه التجربة هي: {1; 2; 3; 4; 5; 6}</p> <p>لا يمكننا توقع الرقم الذي سنسحبه</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>العينة 1</th> <th>3</th> <th>6</th> <th>6</th> <th>2</th> <th>2</th> <th>6</th> <th>3</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>2</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>العينة 2</td> <td>3</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>4</td> <td>2</td> <td>6</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>1</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>العينة 3</td> <td>3</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>العينة 4</td> <td>4</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>6</td> <td>2</td> <td>1</td> <td>6</td> <td>5</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>العينة 5</td> <td>5</td> <td>1</td> <td>6</td> <td>6</td> <td>4</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>العينة 6</td> <td>6</td> <td>6</td> <td>1</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>4</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>العينة 7</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>4</td> <td>2</td> <td>6</td> <td>6</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>العينة 8</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>2</td> <td>2</td> <td>1</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>2</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>العينة 9</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>1</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>6</td> <td>3</td> <td>6</td> <td>1</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>العينة 10</td> <td>3</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>3</td> <td>3</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>1</td> <td>5</td> </tr> </tbody> </table>	العينة 1	3	6	6	2	2	6	3	2	3	2	العينة 2	3	3	4	4	2	6	3	4	1	3	العينة 3	3	3	4	5	1	2	1	1	1	5	العينة 4	4	2	4	6	6	2	1	6	5	1	العينة 5	5	1	6	6	4	1	3	2	4	2	العينة 6	6	6	1	4	5	4	1	3	3	4	العينة 7	1	2	4	1	1	4	2	6	6	6	العينة 8	2	4	5	2	2	1	4	6	2	4	العينة 9	1	3	1	5	6	6	3	6	1	5	العينة 10	3	5	6	3	3	1	2	4	1	5	
العينة 1	3	6	6	2	2	6	3	2	3	2																																																																																																						
العينة 2	3	3	4	4	2	6	3	4	1	3																																																																																																						
العينة 3	3	3	4	5	1	2	1	1	1	5																																																																																																						
العينة 4	4	2	4	6	6	2	1	6	5	1																																																																																																						
العينة 5	5	1	6	6	4	1	3	2	4	2																																																																																																						
العينة 6	6	6	1	4	5	4	1	3	3	4																																																																																																						
العينة 7	1	2	4	1	1	4	2	6	6	6																																																																																																						
العينة 8	2	4	5	2	2	1	4	6	2	4																																																																																																						
العينة 9	1	3	1	5	6	6	3	6	1	5																																																																																																						
العينة 10	3	5	6	3	3	1	2	4	1	5																																																																																																						

ملاحظة 2:

عند ملاحظة النتائج يتبين لنا ببساطة تذبذبها من عينة إلى أخرى وبالتالي فإن كل ما يمكن قوله أن حظوظ ظهور كل رقم تتراوح بين 0,1 و 0,4

النتائج	1	2	3	4	5	6
العينة 1	0,4	0,1	0,2	0,1	0,2	0
العينة 2	0,2	0,2	0	0,2	0,1	0,3
العينة 3	0,2	0,1	0,3	0,1	0,2	0,1

ملاحظة 3:

أنجزنا نفس التجربة في نفس الظروف ولم نتحصل على نفس النتائج تسمى هذه الظاهرة بـ: **تذبذب العينات نظريا**: كل النتائج لها نفس حظ الظهور لكن التجربة أعطت خلاف ذلك

حساب الوسط الحسابي لكل عينة:

$$\bar{X}_1 = 1 \times 0,1 + 2 \times 0,1 + 3 \times 0,2 + 4 \times 0,1 + 5 \times 0,2 + 6 \times 0 = 2,6$$

$$\bar{X}_2 = 4,7$$

$$\bar{X}_3 = 3,3$$

تمة الجدول:

النتائج	1	2	3	4	5	6
التكرار	20	17	17	17	11	18
التواتر	0,2	0,17	0,17	0,17	0,11	0,2

ملاحظة 4:

نلاحظ أن التواترات تميل نحو الإستقرار في القيمة 0,17

مفهوم التجربة العشوائية:

هي كل تجربة تتوزع فيها مجموعة نتائجها مسبقا دون الجزم بإحداها

مثال:

رمي زهرة نرد سداسي الأوجه مرقمة من 1 إلى 6 وتسجيل الرقم الظاهر على الوجه العلوي
-لا يمكن الجزم بالحصول على الرقم 1 في الرمية الأولى
-لا يمكن الجزم بالحصول على الرقم 2 في الرمية الثانية
إذن فهي تجربة عشوائية

ملاحظة:

نرمز لمجموعة النتائج الممكنة بـ Ω ونسميها **مجموعة الإمكانيات** الممكنة أو 'المخارج'
كل عنصر من Ω يسمى **إمكانية** أو **حادث**

خاصية: قانون الأعداد الكبرى: lois des grandes nombres:

إذا أعدنا تجربة ما في نفس الشروط k مرة فإنه كلما كان k إقترب تواتر كل مخرج من مخارجها أكثر نحو إحتيال تحقق هذا المخرج عندما نجري التجربة مرة واحدة أي

♦ توزيع التواترات للسلاسل ذات المقاس n تميل للاستقرار نحو قيمة ثابتة p كلما كان n كبيرا أي: $f_i \simeq p_i$.

المستوى: 2 عيج 2 تر

ميدان التعلم: الحساب

المحور: الإحصاء والإحتمالات

الموضوع: الإحتمالات

ثانوية: الرئيس الراحل علي كافي

السنة الدراسية: 2022/2021

المدة: 3 ساعة

المكتسبات القبلية: التواتر الوسط الحسابي

الكفاءة المستهدفة: ممارسة الحساب الإحتمالي على فضاء إحتمال منته-وصف تجربة عشوائية بسيطة عدد النتائج فيها منته-تمذجة بعض الوضعيات البسيطة

ملاحظات	سير الدرس	المراحل
	<p>نشاط:</p> <p>ضع في كيس 10 كريات مرقمة من 21 إلى 30 نسحب عشوائيا كرة واحدة ونسجل رقمها</p> <p>1- عين مجموعة النتائج الممكنة Ω</p> <p>2- عين مجموعة إمكانيات كلا من الحادثتين التاليتين:</p> <p>أ- 'A' الرقم المسجل على الكرة المسحوبة مضاعف للعدد 3</p> <p>ب- 'B' الرقم المسجل على الكرة المسحوبة مضاعف للعدد 4</p> <p>ج- 'C' الرقم المسجل على الكرة المسحوبة يساوي العدد 12</p> <p>ج- عين مجموعة الإمكانيات لكل من الحادثتين:</p> <p>أ- الرقم المسجل على الكرة المسحوبة مضاعف للعدد 3 و4 في آن واحد</p> <p>ب- الرقم المسجل على الكرة المسحوبة مضاعف للعدد 3 أو 4</p> <p>الحل:</p> <p>مجموعة الإمكانيات الممكنة:</p> $\Omega = \{21; 22; 23; 24; 25; 26; 27; 28; 29; 30\}$ <p>حادثة ظهور رقم مضاعف للعدد 3:</p> $A = \{21; 24; 27; 30\}$ <p>حادثة ظهور رقم مضاعف للعدد 4:</p> $B = \{24; 28\}$ <p>حادثة ظهور الرقم 12:</p> $C = \phi$ <p>حادثة ظهور رقم مضاعف للعدد 3 و4 في آن واحد:</p> $A \cap B = \{24\}$ <p>حادثة ظهور رقم مضاعف لـ 3 أو 4:</p> $A \cup B = \{21; 24; 27; 28; 30\}$ <p>مفهوم الحادثة: نسمي حادثة كل مجموعة جزئية من مجموعة الإمكانيات Ω</p> <p>أمثلة: رمي قطعة نقدية</p>	الإطلاقي

$$\Omega = \{P; F\}$$

الحوادث الممكنة هي: $\{P\}; \{F\}; \phi; \{P; F\}$

أنماط الحوادث:

الحادث المستحيل: هو الحادث الذي سستحيل وقوعه ونرمز له بالرمز ϕ

الحادث البسيط: هو الحادث الذي يحتوي على نتيجة واحدة

مثال: رمي قطعة نقدية حادثة ظهور وجه $\{F\}$ حادث بسيط

الحادث المركب: هو الحادث الذي يحتوي على الأقل على نتيجتين

مثال: رمي زهرة نرد غير مزيف مرقمة من 1 إلى 6

حادثة ظهور رقم مضاف للعدد 3 على الوجه العلوي $\{3; 6\}$ حادث مركب

حادثة ظهور رقم زوجي على الوجه العلوي $\{2; 4; 6\}$ هي حادث مركب

الحادثة العكسية: إذا كانت A حادثة يسمى الحادث المرموز له \bar{A} الحادث العكسي للحادثة A ويطلق عليه أيض ممتمة A

$$\bar{A} = \Omega / A$$

مثال: نرmi زهرة نرد غير مزيف ونسجل الرقم الظاهر على الوجه العلوي

$$\bar{A} = \Omega / A$$

A هي حادثة ظهور رقم زوجي ومنه

$$\bar{A} = \{1; 3; 5\}$$

الحادث $A \cap B$: هو الحادث الذي يقع بوقوع A و B معاً:

الحادث $A \cup B$: هو الحادث الذي يقع بوقوع A أو B

الكتابة $A \subset B$ تعني وقوع الحادث A يستلزمه وقوع الحادث B

نشاط:

كيس به 14 كرية لا تميز بينها باللمس منها 5 كرات بيضاء و 3 سوداء و 6 حمراء

أحسب تواتر الحصول على لون أبيض ثم تواتر الحصول على لون أحمر ثم تواتر الحصول على لون أسود

الحل:

$$\Omega = \{B_1; B_2; B_3; B_4; B_5; N_1; N_2; N_3; R_1; R_2; R_3; R_4; R_5; R_6\}$$

تواتر الحصول على كرة بيضاء:

$$f_1 = \frac{5}{14}$$

تواتر الحصول على كرة سوداء:

$$f_2 = \frac{3}{14}$$

تواتر الحصول على كرة حمراء:

$$f_3 = \frac{6}{14}$$

ملاحظة:

$$f_1 + f_2 + f_3 = 1$$

البناء
والترسيخ

الإطلاق

تعريف:

لتكن Ω مجموعة النتائج الممكنة و $P(\Omega)$ مجموعة الحوادث، نسمي احتمالا على Ω كل تطبيق P لمجموعة من الحوادث في

$$P(A) = \frac{\text{card}A}{\text{card}\Omega} \text{ : يحقق مايلي}$$

$\text{card}A$: عدد عناصر المجموعة A

$\text{card}\Omega$: عدد عناصر Ω

$$0 \leq P(A) \leq 1 \text{ فإن كل حادثة } A$$

$$P(\emptyset) = 0 \text{ و } P(\Omega) = 1$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \text{ : إذا كانت } A \text{ و } B \text{ حادثتين كيفيتين فإن}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \text{ فإن } (A \cap B = \emptyset) \text{ حادثتين غير متلامتين}$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) \text{ حيث } \bar{A} \text{ الحادثة العكسية للحادثة } A$$

$$P(A) \leq P(B) \text{ فإن } (A \subset B) \text{ الحادثة } A \text{ جزءا من الحادثة } B$$

تطبيق:

نعتبر تجربة سحب رقم من علبة تحتوي على الأرقام: 1; 2; 3; 4; 5; 6

ونسجل الرقم المسحوب في كل مرة، لتكن الحوادث التالية:

"A" حادثة ظهور رقم أكبر من 5

"B" حادثة سحب رقم أصغر من 6

"C" حادثة سحب رقم زوجي

1- عين عناصر Ω

2- عين الحوادث: $\bar{A} \cup \bar{B}; \bar{B}; \bar{A}; A \cup B; A \cap B; C; B; A$

3- أحسب احتمال كل حادثة من الحوادث المذكورة في السؤال 2

الحل:

$$\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$$

$$A = \{4; 5; 6\}; \bar{A} = \{1; 2; 3\}$$

$$B = \{1; 2; 3; 4; 5\}; \bar{B} = \{6\}$$

$$C = \{2; 4; 6\}$$

$$A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$$

$$A \cap B = \{4; 5\}$$

$$\overline{A \cup B} = \emptyset$$

$$\bar{A} \cup \bar{B} = \{1; 2; 3; 6\}$$

حساب احتمال كل حادثة من الحوادث السابقة:

$$P(A) = \frac{1}{2};$$

$$P(B) = \frac{5}{6};$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{1}{2}$$

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = \frac{1}{6}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{3}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = 1$$

$$P(\overline{A \cup B}) = P(\phi) = 0$$

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = \frac{2}{3}$$

قانون الإحتمال:

بناء

لتكن Ω مجموعة ذات n إمكانية لتجربة عشوائية $\Omega = \{x_1; x_2; \dots; x_i; \dots; x_n\}$ يعرف قانون إحتمال P على E بإرفاق

كل إمكانية x_i بعدد موجب P_i حيث مجموع الأعداد P_i يساوي 1 $\sum_{i=1}^n P_i = 1; P_i \leq 1$

x_1	x_2	...	x_n
P_1	P_2	...	P_n

هذا الجدول يسمى قانون الإحتمال

إذا كان $P_1 = P_2 = P_3 = \dots = P_n = \alpha$ فإن $n\alpha = 1$ ومنه $\alpha = \frac{1}{n}$

ملاحظة: تقول عن تجربة أنها متساوية الإحتمال عندما يكون لكل الحوادث الأولية نفس الإحتمال وتقول قانون الإحتمال متساوي

التوزيع

مثال: رمي زهرة نرد متوازنة، بما أن الحوادث الأولية لها نفس حظوظ الظهور فإن:

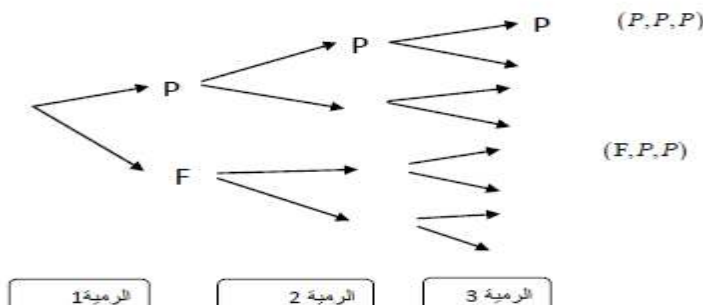
$$P(\{1\}) = P(\{2\}) = P(\{3\}) = P(\{4\}) = P(\{5\}) = P(\{6\}) = \frac{1}{6}$$

إستثمار

تمرين:

في تجربة عشوائية نرمي قطعة نقدية ثلاث مرات متتالية ونسجل الوجه العلوي في كل مرة نرمز إلى الوجه بـ F وللظهر بـ P

لتكن النتائج كما هو موضح أدناه:

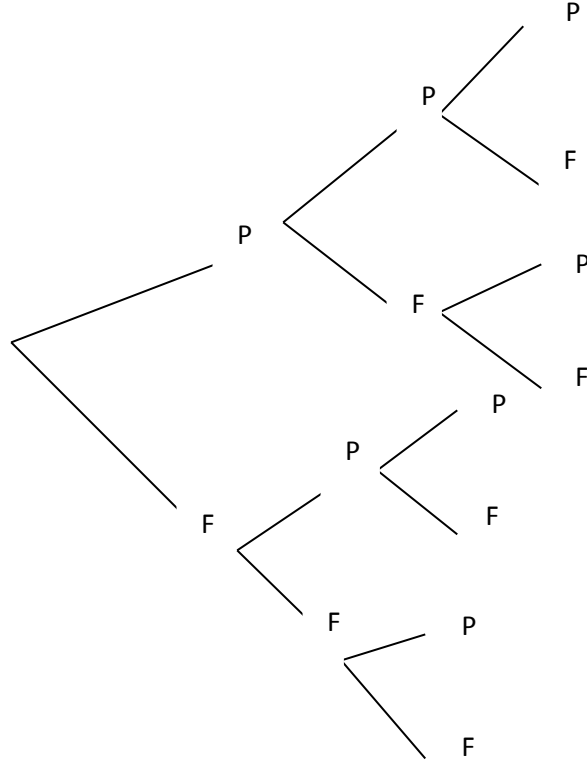


1-أكمل الخطط (يسمى هذا الخطط **بشجرة الإمكانيات**)

2-ماهي مجموعة الامكانيات Ω

3-عين الحدث A ظهور وجهين وظهور

الحل:



مجموعة الامكانيات هي :

$$\Omega = \{(P,P,P), (P,P,F), (P,F,P), (P,F,F), (F,P,P), (F,P,F), (F,F,P), (F,F,F)\}$$

$$A = \{(P,F,F), (F,P,F), (F,F,P)\} : \text{الحدث } A$$

تمرين:

زهرتي نرد غير مزيفتين أوجه كل منها مرقمة من 1 إلى 6 أحدهما خضراء والأخرى حمراء، نرمي كل منهما في آن واحد ثم نسجل

الرقم الظاهر على الوجه العلوي لكل منهما

1-عين مجموعة الإمكانيات الممكنة Ω

2-عين قانون احتمال التجربة

3-أحسب احتمال الحصول على رقمين متساويين

4-أحسب احتمال أن يكون الرقم الظاهر على زهرة النرد الخضراء أكبر من الرقم الظاهر على زهرة النرد الحمراء

الحل:

لتكن مجموعة الإمكانيات Ω هي مجموعة الثنائيات المرتبة $(a;b)$ حيث $1 \leq a \leq 6; 1 \leq b \leq 6$

مجموعة الإمكانيات الممكنة موضحة في الجدول أدناه:

R \ V	1	2	3	4	5	6
1	(1;1)	(1;2)	(1;3)	(1;4)	(1;5)	(1;6)
2	(2;1)	(2;2)	(2;3)	(2;4)	(2;5)	(2;6)
3	(3;1)	(3;2)	(3;3)	(3;4)	(3;5)	(3;6)
4	(4;1)	(4;2)	(4;3)	(4;4)	(4;5)	(4;6)
5	(5;1)	(5;2)	(5;3)	(5;4)	(5;5)	(5;6)
6	(6;1)	(6;2)	(6;3)	(6;4)	(6;5)	(6;6)

ومنه $card\Omega = 36$ حيث إحتمال كل مخرج هو $\frac{1}{36}$ هنا قانون الإحتمال متساوي التوزيع وإحتمال كل مخرج يساوي $\frac{1}{36}$

حادثة ظهور رقمين متساويين:

$$A = \{(1;1); (2;2); (3;3); (4;4); (5;5); (6;6)\}$$

$$P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \text{ ومنه:}$$

حادثة ظهور رقم أخضر أكبر تماما من الرقم الأحمر:

$$B = \{(4;3); (5;2); (5;3); (5;4); (6;2); (6;3); (6;4); (6;5); (2;1); (3;1); (4;1); (5;1); (6;1); (3;2); (4;2)\}$$

إحتمال الحادثة B:

$$P(B) = \frac{15}{36}$$

$$P(B) = \frac{5}{12}$$

يمكن التدرّب أكثر على تمارين الكتاب المدرسي ص 390 و 391

ثانوية: الرئيس الراحل علي كافي

السنة الدراسية: 2022/2021

المدة: 3 ساعة

المستوى: 2 عيج 2 متر

ميدان التعلم: الحساب

المحور: الإحصاء والإحتمالات

الموضوع: الإحتمالات

المكتسبات القبلية: مجموعة الإمكانيات الممكنة لتجربة عشوائية- حساب إحتال حادثة- قانون إحتال

الكفاءة المستهدفة: ممارسة الحساب الإحتالي على فضاء إحتال منته- حساب الأمل الرياضي-التباين- الانحراف المعياري لمتغير عشوائي

ملاحظات

سير الدرس

المراحل

المتغير العشوائي:

ليكن الفضاء E حيث: $E = \{x_1; x_2; \dots; x_n\}$ نسمي متغيرا عشوائيا كل دالة معرفة على E لتكن $\{t_1; t_2; t_3; \dots; t_k\}$ مجموعة صور عناصر E بالدالة T حيث: $k \leq n$ نرمز بـ: $(T = t_i)$ للحادثة المكونة من الإمكانيات التي صورها t_i حيث: $1 \leq i \leq k$ فيكون قانون الإحتال:

القيم	t_1	t_2	...	t_k
الإحتال	$P(T = t_1)$	$P(T = t_2)$...	$P(T = t_k)$

مثال:

يحتوي كيس على 5 كرات مرقمة من 1 إلى 5 نسحب في آن واحد كرتان ونفرض أن جميع السحبات متساوية الإحتال

ليكن T المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع الرقمين الناتجينسأهي قيم المتغير العشوائي T ثم عين قانون الإحتال للمتغير العشوائي T

الحل:

السحبات الممكنة:

 $\{(1; 2); (1; 3); (1; 4); (1; 5); (2; 3); (2; 4); (2; 5); (3; 4); (3; 5); (4; 5)\}$

وعددها 10 وعليه: عند سحب كرتين مجموع الرقمين هو أحد هذه الأعداد: 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

إذن: $T = \{3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$

$$P(T = 3) = \frac{1}{10}; P(T = 4) = \frac{1}{10}; P(T = 5) = \frac{2}{10}$$

$$P(T = 6) = \frac{2}{10}; P(T = 7) = \frac{2}{10}; P(T = 8) = \frac{1}{10}$$

$$P(T = 9) = \frac{1}{10}$$

ويكون قانون الإحتال للمتغير العشوائي T كما يلي:

T	3	4	5	6	7	8	9
$P(T)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

الأمّل الرياضيائي:

$$E = \sum_{i=1}^k t_i P_i \text{ : نضع } P(T = t_i) = P_i \text{ نجد الأمّل الرياضيائي كما يلي}$$

في المثال السابق لدينا:

$$E = 3 \times \frac{1}{10} + 4 \times \frac{1}{10} + 5 \times \frac{2}{10} + 6 \times \frac{2}{10} + 7 \times \frac{2}{10} + 8 \times \frac{1}{10} + 9 \times \frac{1}{10} = 6$$

التباين:

$$V(t) = \sum_{i=1}^n (t_i - E(t))^2 p_i$$

في المثال السابق:

$$V = \frac{1}{10}(3-6)^2 + \frac{1}{10}(4-6)^2 + \frac{2}{10}(5-6)^2 + \frac{2}{10}(6-6)^2 + \frac{2}{10}(7-6)^2 + \frac{1}{10}(8-6)^2 + \frac{1}{10}(9-6)^2 = 2.8$$

الانحراف المعياري:

$$\sigma(T) = \sqrt{V(T)}$$

في المثال السابق:

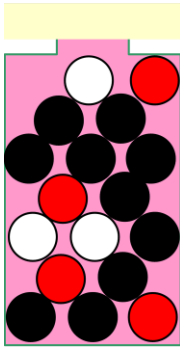
$$\sigma(T) = \sqrt{V(T)} = 1.67$$

تمرين:

يحتوي كيس على 3 كريات بيضاء ، 4 كريات حمراء و 10 كريات سوداء لا نميز بينها باللمس .
تُسحب عشوائيا كرية من الصندوق فيربح الساحب دينارا واحدا إذا كانت الكرية سوداء ،
يربح ثلاثة دنانير إذا كانت حمراء و عشرة دنانير إذا كانت الكرية بيضاء .

نعرف المتغير العشوائي X الذي يأخذ قيمة الربح المحتمل في اللعبة

- 1- عين القيم الممكنة للمتغير X
- 2- عرّف قانون الاحتمال للمتغير X
- 3- أحسب الأمّل الرياضيائي للمتغير X
- 4- أحسب الانحراف المعياري للمتغير X



- قيم X الممكنة هي : 1 ، 3 ، 10

-2- الحادثة " X=1 " هي " سحب كرية سوداء " عدد الكريات السوداء 10 و عدد كل الكريات 17

$$\text{ومنه } P(X=1) = \frac{10}{17} \text{ (حالة تساوي احتمال)}$$

$$\text{بنفس الطريقة نجد : } P(X=3) = \frac{4}{17} \text{ و } P(X=10) = \frac{3}{17}$$

تجمع النتائج في الجدول التالي :

X_i	1	3	10
$P(X = X_i)$	$\frac{10}{17}$	$\frac{4}{17}$	$\frac{3}{17}$

$$-3 \quad E(X) = \frac{10}{17} + 3 \times \frac{4}{17} + 10 \times \frac{3}{17} = \frac{52}{17} \approx 3,06 \text{ و يمثل هذا العدد متوسط الربح في اللعبة}$$

$$-4 \quad V(X) = 1^2 \times \frac{10}{17} + 3^2 \times \frac{4}{17} + 10^2 \times \frac{3}{17} - \left(\frac{52}{17}\right)^2 = \frac{3178}{289}$$

$$\sigma(X) = \frac{\sqrt{3178}}{17} = 3,32 \quad \text{و بالتالي :}$$

مسألة:

يحتوي صندوق على 90 كرة حيث :

للـ ألوان الكريات هي : الأحمر ، الأسود و الأبيض .

للـ 30 كرة على الأقل حمراء .

للـ عدد الكريات الحمراء و السوداء معا هو 60 على الأقل

يشارك شخص في لعبتين و قبل البدء في أية لعبة يُختر بين قاعدتين :

اللعبة الثانية			
يسحب اللاعب كرة واحدة و حسب لونها			
و القاعدة المختارة يربح اللاعب :			
	كرة حمراء	كرة بيضاء	كرة سوداء
القاعدة C	100DA	0 DA	100 DA
القاعدة D	0 DA	100 DA	100 DA

اللعبة الأولى			
يسحب اللاعب كرة واحدة و حسب لونها			
و القاعدة المختارة يربح اللاعب :			
	كرة حمراء	كرة بيضاء	كرة سوداء
القاعدة A	100 DA	0 DA	0 DA
القاعدة B	0 DA	100DA	0 DA

1- ماهي القاعدة المناسبة للترج أكثر بالنسبة للعبة الأولى ؟

2- ماهي القاعدة المناسبة للترج أكثر بالنسبة للعبة الثانية ؟

الحل:

عموما يختار المشاركون بالنسبة للعبة الأولى القاعدة A و بالنسبة للعبة الثانية للقاعدة D

بتوظيف الأمل الرياضي يتبين أن الإختيار مناسب

نرمز بالرموز $(N), P(R), P(B)$ لاحتمالات سحب كرة حمراء ، سوداء و بيضاء على الترتيب .

حسب المعطيات لدينا :

$$P(R) + P(N) + P(B) = 1 \quad \text{و} \quad P(R) + P(N) \geq \frac{2}{3} \quad \text{و} \quad P(R) \geq \frac{1}{3}$$

بالنسبة للعبة الثانية

نعتبر y_1 و y_2 المتغيرين العشوائيين المناسبين

للربح حسب القاعدتين C و D على الترتيب

$$E(y_1) = 100(P(R) + P(N)) \geq \frac{200}{3}$$

$$E(y_2) = 100(P(B) + P(N))$$

$$P(B) + P(N) = 1 - P(R) \leq 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\text{و منه } E(y_2) \leq \frac{200}{3}$$

اختيار القاعدة D أفضل

بالنسبة للعبة الأولى

نعتبر x_1 و x_2 المتغيرين العشوائيين المناسبين

للربح حسب القاعدتين A و B على الترتيب

$$E(x_1) = 100 \times P(R) \geq \frac{100}{3}$$

$$E(x_2) = 100 \times P(B)$$

$$P(B) = 1 - (P(R) + P(N))$$

$$P(B) \leq 1 - \frac{2}{3} \text{ أي أن } P(B) \leq \frac{1}{3}$$

$$\text{و منه } E(x_2) \leq \frac{100}{3}$$

اختيار القاعدة A أفضل