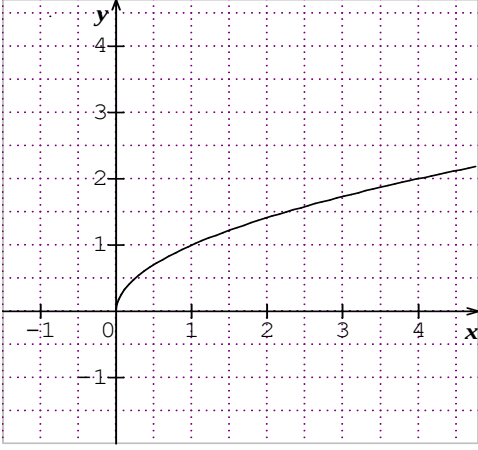
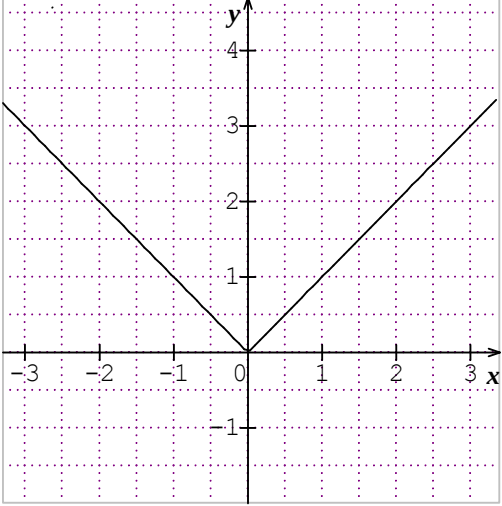


الأستاذ: يحي رشيد		ثانوية عبد المجيد علام.	
المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية		الميدان: تحليل	
التاريخ: 2014/09/15		الوحدة التعليمية: الدوال العددية.	
الزمن: 3سا		الموضوع: اتجاه تغير والتمثيل البياني للدوال المرجعية.	
الوسائل التعليمية: الكوس .		الكفاءات المستهدفة(المراد تحقيقها)	
المحتوى المعرفي (كل الحصة عبارة عن تطبيقات)		مراحل الدرس	
توجيهات وتعليقات		المدة	
		60د	
		60د	
		60د	

			دالة الجذر تربيعي $f : x \mapsto \sqrt{x}$ f متزايدة تماما على المجال $]0; +\infty[$ إذا كان $x_1 < x_2$ ، فإن $\sqrt{x_1} < \sqrt{x_2}$	
			دالة القيمة المطلقة $f : x \mapsto x$ f متناقصة تماما على المجال $]-\infty, 0]$ إذا كان $x_1 < x_2 \leq 0$ ، فإن $x_1 > x_2$ f متزايدة تماما على المجال $[0; +\infty[$ إذا كان $0 \leq x_1 < x_2$ ، فإن $x_1 < x_2$	
		التمثيل البياني للدالة التآلفية في معلم هو مستقيم معامل توجيهه a.	إذا كان $a < 0$ فإن f متناقصة تماما على $\mathbb{R}$ إذا كان $a > 0$ فإن f متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ إذا كان $a = 0$ فإن f ثابتة تماما على $\mathbb{R}$ الدالة التآلفية $f : x \mapsto ax + b$	
		تطبيق 02: نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^2 + 6x + 2$. 1. أحسب صور الأعداد 1، -2 و $\sqrt{3}$ بالدالة f. 2. أوجد سوابق العددين 2 و -7 بالدالة f. 3. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (x+a)^2 - 7$ حيث a عدد حقيقي يطلب تعيينه. هل يقبل العدد (-8) سوابق بالدالة f ؟		

4. أدرس اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $[-3; +\infty[$ ، $]-\infty; -3]$.

حل التطبيق 02

1. حساب صور الأعداد 1، -2، $\sqrt{3}$ بالدالة f .
 $f(\sqrt{3}) = 11 + 6\sqrt{3}$; $f(-2) = -4$; $f(1) = 9$
2. إيجاد سوابق العددين 2 و -7 بالدالة f .
 - إيجاد سابقة العدد 2. من أجل ذلك نحل المعادلة $f(x) = 2$ ، تكافئ $x^2 + 6x = 0$ و منه $x = 0$ أو $x = -6$ إذا سوابق العدد 2 هي 0 و -6 .
 - إيجاد سابقة العدد -7. من أجل ذلك نحل المعادلة $f(x) = -7$ ، تكافئ $x^2 + 6x + 9 = 0$ تكافئ $(x+3)^2 = 0$ و منه $x = -3$ إذا سوابق العدد -7 هي -3 .
3. تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (x+a)^2 - 7$ حيث a عدد حقيقي يطلب تعيينه.
 لدينا: $f(x) = x^2 + 6x + 2 = (x+3)^2 - 3^2 + 2 = (x+3)^2 - 7$
 ومنه $a = -7$

العدد (-8) يقبل سوابق بالدالة f إذا قبلت المعادلة $f(x) = -8$ حلول في $\mathbb{R}$. $f(x) = -8$ تكافئ $(x+3)^2 - 7 = -8$ و هذا يكافئ $(x+3)^2 = -1$ وبما أنه لا يوجد عدد حقيقي مربعه عدد سالب فإن المعادلة $f(x) = -8$ لا تقبل حلول في $\mathbb{R}$ وعليه لا توجد سوابق للعدد (-8) بالدالة f .

4. دراسة اتجاه تغير الدالة على كل من المجالين $[-3; +\infty[$ ، $]-\infty; -3]$.

- على المجال $]-\infty; -3]$

ليكن x_1, x_2 عدنان حقيقيان من المجال $]-\infty; -3]$ حيث $x_1 < x_2 \leq -3$ بإضافة 3 نجد $x_1 + 3 < x_2 + 3 \leq 0$ وبم أن الدالة مربع متناقصة تماما على المجال $]-\infty; 0]$ فإن:
 $(x_1 + 3)^2 > (x_2 + 3)^2$ بإضافة -7 لطرفي المتباينة نجد: $(x_1 + 3)^2 - 7 > (x_2 + 3)^2 - 7$
 أي: $f(x_1) > f(x_2)$ ومنه الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty; -3]$.
 - على المجال $[-3; +\infty[$

ليكن x_1, x_2 عدنان حقيقيان من المجال $[-3; +\infty[$ حيث $-3 \leq x_1 < x_2$ بإضافة 3 نجد $0 \leq x_1 + 3 < x_2 + 3$ وبم أن الدالة مربع متزايدة تماما على المجال $[0; +\infty[$ فإن:
 $(x_1 + 3)^2 < (x_2 + 3)^2$ بإضافة -7 نجد: $(x_1 + 3)^2 - 7 < (x_2 + 3)^2 - 7$
 أي: $f(x_1) < f(x_2)$ ومنه الدالة f متزايدة تماما على المجال $[-3; +\infty[$.

تطبيق 03:

نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$ بـ $f(x) = \frac{3x-5}{x-2}$

1. تحقق أنه من أجل كل x من $]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$ ، يكون: $f(x) = \frac{1}{x-2} + 3$

2. أدرس اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]-\infty; 2[$ و $]2; +\infty[$.

حل التطبيق 03:

1. التحقق أنه من أجل كل x من $]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$ ، يكون: $f(x) = \frac{1}{x-2} + 3$

من أجل كل x من $]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$ لدينا: $\frac{1}{x-2} + 3 = \frac{1+3(x-2)}{x-2} = \frac{3x-5}{x-2} = f(x)$

2. دراسة اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]-\infty; 2[$ ، $]2; +\infty[$.

- على المجال $]2; +\infty[$

ليكن x_1, x_2 عدداً حقيقياً من المجال $]2; +\infty[$ حيث $x_1 < x_2 < 2$ بإضافة -2 نجد $0 < x_1 - 2 < x_2 - 2$ وبم أن الدالة مقلوب متناقصة تماماً على المجال $]0; +\infty[$ فإن:

$$\frac{1}{x_1 - 2} + 3 > \frac{1}{x_2 - 2} + 3 \text{ لطرفي المتباينة نجد: } \frac{1}{x_1 - 2} > \frac{1}{x_2 - 2}$$

أي: $f(x_1) > f(x_2)$ ومنه الدالة f متناقصة تماماً على المجال $]2; +\infty[$.

- على المجال $]2; +\infty[$

ليكن x_1, x_2 عدداً حقيقياً من المجال $]2; +\infty[$ حيث $2 < x_1 < x_2$ بإضافة -2 نجد $0 < x_1 - 2 < x_2 - 2$ وبم أن الدالة مقلوب متناقصة تماماً على المجال $]0; +\infty[$ فإن:

$$\frac{1}{x_1 - 2} + 3 > \frac{1}{x_2 - 2} + 3 \text{ لطرفي المتباينة نجد: } \frac{1}{x_1 - 2} > \frac{1}{x_2 - 2}$$

أي: $f(x_1) > f(x_2)$ ومنه الدالة f متناقصة تماماً على المجال $]2; +\infty[$.

الأستاذ: ياحي رشيد المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية التاريخ: 2014/09/17 الزمن: 2 سا الوسائل التعليمية: الكوس - الكتاب المدرسي.		ثانوية عبد المجيد علاهم الميدان: تحليل الوحدة التعليمية: الدوال العددية. الموضوع: عمليات على الدوال. • الكفاءات المستهدفة (المراد تحقيقها)	
توجيهات وتعليقات	المدة	المحتوى المعرفي	مراحل الدرس

35د

التشخيص نشاط: نعتبر الدالتين f و g حيث : $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 2}$ و $g(x) = x + 1$

1. أوجد مجموعة تعريف كلا من الدالتين f و g .

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فإن : $(x + 2)(x + 1) = x^2 + 3x + 2$.

3. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D_f فإن : $f(x) = x + 1$.

4. أحسب $g(-2)$ ، هل يمكن حساب صورة -2 بالدالة f (برر جوابك)

5. هل الدالتين f و g متساويتان ؟

6. نعتبر الدوال f_1 ، f_2 ، f_3 و f_4 المعرفة على المجال $\mathbb{R} - \{-2\}$ كما يلي :

$$f_1(x) = f(x) + g(x) , f_2(x) = f(x) \times g(x) , f_3(x) = -2 f(x) \text{ و } f_4(x) = g(x) + 1$$

- عين بدلالة x عبارة كل من $f_1(x)$ ، $f_2(x)$ ، $f_3(x)$ و $f_4(x)$.

إنجاز النشاط

40د

1. إيجاد تعريف كلا من الدالتين f و g

- الدالة f معرفة تكافئ $x + 2 \neq 0$ أي $x \neq -2$ ومنه $D_f = \mathbb{R} - \{-2\}$.

- بم أنه لا توجد قيمة ممنوعة للدالة g فإن : $D_g = \mathbb{R}$.

2. تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فإن : $(x + 2)(x + 1) = x^2 + 3x + 2$.

- من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ لدينا :

$$(x + 2)(x + 1) = x^2 + x + 2x + 2 = x^2 + 3x + 2$$

3. تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D_f فإن : $f(x) = x + 1$.

- من أجل كل عدد حقيقي x من D_f لدينا :

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 2} = \frac{(x + 2)(x + 1)}{x + 2} = x + 1$$

4. حساب $g(-2)$ ، $g(-2) = -1$. لا يمكن حساب صورة -2 بالدالة f لأن الدالة f غير معرفة عند -2 .

5. الدالتين f و g غير متساويتان لأنه ليس لهما نفس مجموعة التعريف.

6. التعبير بدلالة x عن عبارة كل من $f_1(x)$ ، $f_2(x)$ ، $f_3(x)$ و $f_4(x)$.

.....

20د

الإكتشاف عمليات على الدوال

1. تساوي دالتين

تعريف: القول عن دالتين f و g أنها متساويتان يعني أن لهما نفس مجموعة التعريف D و أن من أجل

كل عدد حقيقي x من D لدينا : $f(x) = g(x)$ و نكتب : $f = g$

2. العمليات الجبرية على الدوال

f و g دالتان معرفتان على D_f و D_g على الترتيب. k و λ عددان حقيقيان.

العملية	الرمز	التعريف	مجموعة التعريف
مجموع f و k	$f + k$	$(f + k)(x) = f(x) + k$	D_f
مجموع f و g	$f + g$	$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$	$D_f \cap D_g$
جاء f بالعدد λ	λf	$(\lambda f)(x) = \lambda f(x)$	D_f
جاء f و g	$f \times g$	$(f \times g)(x) = f(x) \times g(x)$	$D_f \cap D_g$
حاصل قسمة f على g	$\frac{f}{g}$	$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$	$\{x \in D_f \cap D_g : g(x) \neq 0\}$

التقييم

مثال: f و g دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x^2$ و $g(x) = x + 2$

- الدوال $f + 3$ ، $f + g$ ، $-2f$ ، $f \times g$ هي الدوال المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$(-2f)(x) = -2x^2 \text{ ، } (f + g)(x) = x^2 + x + 2 \text{ ، } (f + 3)(x) = x^2 + 3$$

$$(f \times g)(x) = x^2(x + 2)$$

- الدالة $\frac{f}{g}$ هي الدالة المعرفة على $]-\infty, -2[\cup]-2, +\infty[$ بـ: $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{x^2}{x + 2}$

نشاط : نعتبر الدالتين f و g حيث : $f(x) = x - 5$ و $g(x) = \sqrt{x}$.

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x \geq 5$ فإن $f(x) \in D_g$.

2. أحسب $g[f(x)]$.

إنجاز النشاط

1. تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x \geq 5$ فإن $f(x) \in D_g$.

- من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x \geq 5$ لدينا $x - 5 \geq 0$ أي $f(x) \geq 0$ ومنه $f(x) \in D_g$.

2. حساب $g[f(x)]$ ، $g[f(x)] = g(x - 5) = \sqrt{x - 5}$.

مركب دالتين.

تعريف: f و g دالتان معرفتان على D_f و D_g على الترتيب. مركب الدالة f متبوعة بالدالة g هي الدالة

التي نرمز إليها بالرمز $g \circ f$ و المعرفة على: $D_{g \circ f} = \{x / f(x) \in D_g \text{ و } x \in D_f\}$ بـ:

$$(g \circ f)(x) = g[f(x)]$$

مثال: لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = -x + 3$ و لتكن g الدالة الجذر التربيعي $(x \mapsto \sqrt{x})$

الدالة $g \circ f$ معرفة إذا كان: $f(x) \in D_g$ أي يكون $-x + 3 \geq 0$ ومنه $x \leq 3$ إذا مجموعة تعريف الدالة

$g \circ f$ هي: $D =]-\infty, 3]$ و لدينا:

$$(g \circ f)(x) = \sqrt{-x+3}$$

تمرين محلول 6 ص 15.

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على $[0; +\infty[$ و $[1; +\infty[$ على الترتيب بـ: $f(x) = 2x^2 + 1$ و $g(x) = \sqrt{x-1}$

1. اكتب كلا من f و g على شكل مركب دالتين مرجعيتين يطلب تحديدهما.

2. عرف الدالتين $f \circ g$ و $g \circ f$.

الأستاذ: المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية التاريخ: الزمن: 2س الوسائل التعليمية: الكوس - الكتاب المدرسي.	ثانوية عبد المجيد علاهم الميدان: تحليل الوحدة التعليمية: الدوال العددية. الموضوع: اتجاه تغير الدوال من الشكل $f \circ g, \lambda f, f + k$. الكفاءات المستهدفة (المراد تحقيقها):		
توجيهات وتعليقات	المدة	المحتوى المعرفي	مراحل الدرس
	02د 10د 13د 10د	التذكير باتجاه تغير كل من الدالة مربع، الدالة مقلوب، دالة الجذر تربيعي و الدالة التآلفية. نشاط: h و g دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x) = x^2$ و $g(x) = h(x) + 2$ - أدرس اتجاه تغير كل من الدالتين h و g على المجال $[0; +\infty[$. ماذا تلاحظ؟ انجاز النشاط: اتجاه تغير الدالة h: الدالة h هي الدالة مربع اذا هي متناقصة تماما على المجال $]-\infty, 0]$ و متزايدة تماما على المجال $[0; +\infty[$ اتجاه تغير الدالة g: الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = h(x) + 2 = x^2 + 2$ - على المجال $]-\infty, 0]$ ليكن x_1, x_2 عددان حقيقيين من المجال $]-\infty, 0]$ حيث $x_1 < x_2 \leq 0$ وبم أن الدالة مربع متناقصة تماما على المجال $]-\infty, 0]$ فإن: $x_1^2 > x_2^2$ بإضافة 2 لطرفي المتباينة نجد: $x_1^2 + 2 > x_2^2 + 2$ أي: $g(x_1) > g(x_2)$ ومنه الدالة g متناقصة تماما على المجال $]-\infty, 0]$. - على المجال $[0; +\infty[$ ليكن x_1, x_2 عددان حقيقيين من المجال $[0; +\infty[$ حيث $0 \leq x_1 < x_2$ وبم أن الدالة مربع متزايدة تماما على المجال $[0; +\infty[$ فإن: $x_1^2 < x_2^2$ بإضافة 2 لطرفي المتباينة نجد: $x_1^2 + 2 < x_2^2 + 2$ أي: $g(x_1) < g(x_2)$ ومنه الدالة g متزايدة تماما على المجال $[0; +\infty[$. للدالتين h و g نفس اتجاه التغير على $\mathbb{R}$.	التشخيص الاكتشاف
	15د	اتجاه التغير الدالة: $f + k$ مبرهنة: f دالة رتيبة تماما على مجال I (متناقصة تماما أو متزايدة تماما) و k عدد حقيقي. للدالتين f و $f + k$ نفس اتجاه التغير على المجال I. مثال: نعتبر الدالتين f و g المعرفة على $]-1; +\infty[$ كالاتي: $f(x) = \frac{1}{x+1} - 1$ ، $g(x) = \frac{1}{x+1}$. لدينا $g = f - 1$ ومنه للدالتين f و g نفس اتجاه التغير على المجال $]-1; +\infty[$.	البناء و الترسيخ
	20د	نشاط: h و g دالتان معرفتان على المجال $[0; +\infty[$ كما يلي: $h(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = -2h(x)$ - أدرس اتجاه تغير كل من الدالتين h و g على المجال $[0; +\infty[$. ماذا تلاحظ. انجاز النشاط:	الاكتشاف

البناء و الترسيخ	اتجاه تغير الدالة h: الدالة h هي دالة الجذر تربيعي اذا هي متزايدة تماما على المجال $[0; +\infty[$. اتجاه تغير الدالة g: الدالة g المعرفة على $[0; +\infty[$ بـ: $g(x) = -2h(x) = -2\sqrt{x}$. - على المجال $[0; +\infty[$ ليكن x_1, x_2 عدداً حقيقيين من المجال $[0; +\infty[$ حيث $0 \leq x_1 < x_2$ وبم أن دالة الجذر تربيعي متزايدة تماما على المجال $[0; +\infty[$ فإن: $\sqrt{x_1} < \sqrt{x_2}$ بضرب طرفي المتباينة في العدد (-2) نجد: $-2\sqrt{x_1} > -2\sqrt{x_2}$ أي: $g(x_1) < g(x_2)$ ومنه الدالة g متزايدة تماما على المجال $[0; +\infty[$.	
البناء و الترسيخ	للدالتين h و g نفس اتجاه التغير على المجال $[0; +\infty[$. اتجاه تغير الدالة: λf مبرهنة: f دالة رتيبة تماماً على مجال I و λ عدد حقيقي غير معدوم. - إذا كان $\lambda > 0$ يكون للدالتين f و λf نفس اتجاه التغير على المجال I. - إذا كان $\lambda < 0$ يكون اتجاهها تغير الدالتين f و λf متعاكسين على المجال I. مثال: نعتبر الدالتين f و h المعرفتين على $[0; +\infty[$ كالآتي: $f(x) = \frac{1}{x}$ ، $h(x) = \frac{5}{x}$ لدينا $h = 5f$ ومنه للدالتين f و g نفس اتجاه التغير على $[0; +\infty[$. ملاحظة: لا يمكن إعطاء قواعد عامة تمكن من استنتاج اتجاه تغير الدالتين $(f + g)$ و $(f \times g)$ في كل الحالات إلا أن ذلك يكون ممكناً إذا أضيفت شروط على الدالتين f و g.	
الإكتشاف	تطبيق. أدرس اتجاه تغير كل من الدوال التالية: 1. f هي الدالة المعرفة على $]-\infty; 0[$ بـ: $f(x) = \frac{1}{x} - 3$ 2. g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = -2x^2$ 3. g هي الدالة المعرفة على $]-\infty; 0[$ بـ: $g(x) = \frac{-3}{x} + 1$	البناء
و الترسيخ الترسيخ	نشاط نعتبر الدالتين u و v المعرفتين على $[1.5; +\infty[$ و $]-\infty; 0[$ على الترتيب بـ: $u(x) = -2x + 3$ و $v(x) = x^2$ - أدرس اتجاه تغير كل من الدالتين u و v. - عرف الدالة g حيث $g = v \circ u$ ثم أدرس اتجاه تغيراتها. انجاز النشاط دراسة اتجاه تغير الدالة u: الدالة u هي الدالة مربع اذا متزايدة تماماً على المجال $[1.5; +\infty[$ () $[0; +\infty[$ دراسة اتجاه تغير الدالة v: الدالة v هي دالة تآلفية وبما $-2 < 0$ فإن الدالة v متناقصة تماماً على المجال $]-\infty; 0[$ بـ:	و الترسيخ الترسيخ

لدينا من أجل كل x من $[1; +\infty[$: $g(x) \geq 0$ أي $g(x) \in [0; +\infty[$ ومنه الدالة $f \circ g$ معرفة على $[1; +\infty[$

الدالة معرفة إذا كان من أجل كل عدد حقيقي

اتجاه تغير الدالة: $g \circ f$

مبرهنة: f دالة رتيبة تماما على مجال I و g دالة رتيبة تماما على مجال J حيث: من أجل كل x من I ، $f(x)$ ينتمي إلى J .

• إذا كان للدالتين f و g نفس اتجاه التغير تكون الدالة $g \circ f$ متزايدة تماما على I .

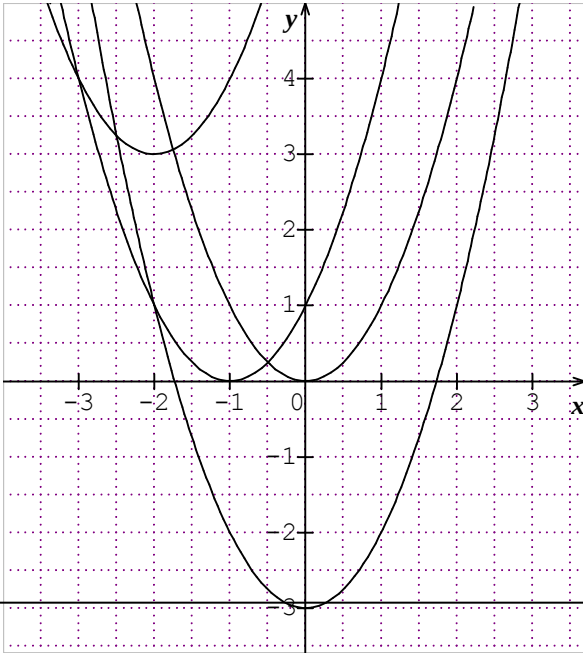
• إذا كان اتجاهها تغير الدالتين f و g متعاكسين تكون الدالة $g \circ f$ متناقصة تماما على I .

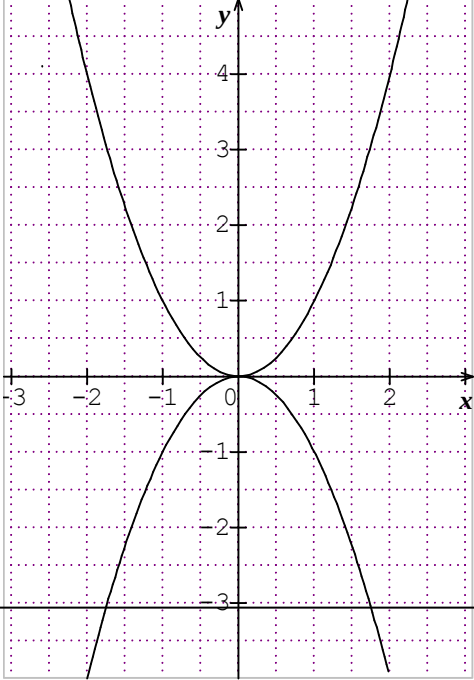
تطبيق: أدرس اتجاه تغير كل من الدالتين الآتيتين:

(1) f هي الدالة المعرفة على $]-\infty; 1]$ بـ: $f(x) = \sqrt{-x+1}$

(2) g هي الدالة المعرفة على $]-\infty; -1[$ بـ: $g(x) = \frac{1}{x+1}$

الأستاذ: المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية التاريخ: الزمن: 3 سا و 30 د . الوسائل التعليمية: الكوس - الكتاب المدرسي.		ثانوية عبد المجيد علاهم الميدان: تحليل الوحدة التعليمية: الدوال العددية. الموضوع: التمثيل البياني للدوال من الشكل: $x \mapsto f(x+a)+b$, λf, f. الكفاءات القاعدية: تمثيل دالة بيانيا باستعمال الدوال المرجعية عندما يكون ذلك ممكنا.	
توجيهات وتعليقات	المدة	المحتوى المعرفي	مراحل الدرس

نمّثل بيانيا الدوال $x \mapsto f(x+b)+k$ λf	25 د نشاط: نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^2$ و $g(x) = (x+2)^2 + 1$ و ليكن (C_f)، (C_g) تمثيلهما البيانيين على الترتيب . 1. استعن بجدول قيم مساعدة لإنشاء (C_f) و (C_g) . 2. لتكن M نقطة من (C_f) فاصلتها x ولتكن M' نقطة من (C_g) فاصلتها $x-2$.	التشخيص و الإكتشاف
45 د	- بين أن الشعاع $\overrightarrow{MM'}$ ثابت ثم أوجد العلاقة بين (C_f) و (C_g) . التمثيل البياني للدالة: $x \mapsto f(x+b)+k$ لتكن f و g دالتين معرفتين على D حيث: من أجل كل x من D لدينا: $g(x) = f(x+b)+k$ حيث b و k عدنان حقيقيان معلومان. نرمز بـ: (C_f) و (C_g) إلى تمثيلهما البيانيين على الترتيب في معلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (C_g) هو صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $-b\vec{i} + k\vec{j}$. حالات خاصة 1. إذا كانت $b=0$ فإن: (C_g) هو صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $k\vec{j}$. 2. إذا كانت $k=0$ فإن: (C_g) هو صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $-b\vec{i}$. مثال: نعتبر الدوال f, g, h، المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (x+2)^2 + 3$ ، $h(x) = (x+1)^2$ ، $g(x) = x^2 - 3$ (C_f) هو صورة منحنى الدالة مربع بالانسحاب الذي شعاعه $-2\vec{i} + 3\vec{j}$ (C_g) هو صورة منحنى الدالة مربع بالانسحاب الذي شعاعه $-3\vec{j}$ (C_h) هو صورة منحنى الدالة مربع بالانسحاب الذي شعاعه $-\vec{i}$ 	البناء و الترسيع
25 د	نشاط: f و g دالتان معرفتان على المجال $[0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = 2\sqrt{x}$ 1. إستعن بجدول قيم مساعدة لإنشاء (C_f) و (C_g) . 2. لتكن M نقطة من (C_f) فاصلتها x ولتكن M' نقطة من (C_g) فاصلتها x	التشخيص و الإكتشاف
	- قارن بين ترتيبتي النقطتين M و M' ثم أوجد العلاقة بين (C_f) و (C_g) .	

	45	التمثيل البياني للدالة: λf <u>مبرهنة:</u> ليكن (C_f) و $(C_{\lambda f})$ التمثيلين البيانيين في معلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ للدالتين f و (λf) على الترتيب حيث λ عدد حقيقي غير معدوم. و لتكن M نقطة من (C_f) فاصلتها x. نحصل على نقطة من $(C_{\lambda f})$ ذات الفاصلة x بضرب ترتيب النقطة M في العدد λ. <u>ملاحظة:</u> إذا كان $\lambda = -1$ يكون المنحنيان (C_f) و (C_{-f})، المرسومان في معلم متعامد، متناظرين بالنسبة لمحور الفواصل. مثال: نعتبر الدالتين f ، g المعرفتين على $\mathbb{R}$ كالآتي: $g(x) = -x^2 , f(x) = x^2$ و لتكن (C_f) ، (C_g) تمثيليهما البيانيين في معلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ لدينا $g = -f$ ومنه (C_g) و (C_f) متناظران بالنسبة لمحور الفواصل 	البناء و الترسيخ
	20 35	نشاط: - ذكر بالقيمة المطلقة لعدد حقيقي x. - نعتبر دالة f معرفة على مجال I من $\mathbb{R}$. أكتب العدد $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة. - أكمل ماييلي: إذا كان من أجل كل عدد حقيقي x من I : $f(x) \leq 0$ فإن (C_f) يقع - إذا كان من أجل كل عدد حقيقي x من I : $f(x) \geq 0$ فإن (C_f) يقع تمرين محلول 10 ص 19. نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على $\mathbb{R}$: $f(x) = x^2 - 4$ و $g(x) = f(x)$. نسمي (C_f) و (C_g) تمثيليهما البيانيين على الترتيب في معلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$. 1. ارسم المنحني (C_f) انطلاقا من التمثيل البياني للدالة $h: x \mapsto x^2$ (h هي الدالة " مربع ") 2. بين كيف يمكن استنتاج (C_g) انطلاقا من (C_f) ثم ارسمه. 3. إقترح طريقة لرسم التمثيل البياني للدالة f. تمرين 50 ص 30.	التشخيص و التقييم

		الأستاذ: المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية التاريخ: الزمن: 2 سا. الوسائل التعليمية: الكوس - الكتاب المدرسي.	ثانوية عبد المجيد علاهم الميدان: تحليل الوحدة التعليمية: دوال كثيرات الحدود. الموضوع: التعرف على دالة كثير حدود ودرجتها. الكفاءات القاعدية:
توجيهات وتعليقات	المدة	المحتوى المعرفي	مراحل الدرس

10د	نشاط : 1. بسط ثم رتب العبارة $f(x)$ حيث: $f(x) = 3x + 2x^5 - 3(2x + x^2 + 1)$. 2. ما هو الحد الأعلى درجة في العبارة $f(x)$ وحدد معامل هذا الحد ودرجته.	الاكتشاف
35د	الدالة كثير حدود تعريف: – نسمي دالة كثير حدود كل دالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ حيث n عدد طبيعي و $a_0, a_1, \dots, a_n$ أعداد حقيقية ثابتة. – يسمى العدد الطبيعي n درجة كثير الحدود f، تسمى الأعداد $a_0, a_1, \dots, a_n$ معاملاته و يسمى $a_p x^p$ الحد الذي درجته p. أمثلة: ■ كل دالة ثابتة: $x \mapsto a_0$ ($a_0 \neq 0$) هي كثير حدود درجته 0. ■ كل دالة تآلفية: $x \mapsto ax + b$ ($a \neq 0$) هي كثير حدود درجته 1. ■ كل دالة: $x \mapsto ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) هي كثير حدود درجته 2 (تسمى أيضا ثلاثي حدود من الدرجة الثانية) تطبيق: عين الصيغة العامة لكثير حدود من الدرجة الثالثة، من الدرجة الرابعة. تساوي كثيري حدود مبرهنة: يكون كثيرا حدود ، غير معدومين، متساويين إذا و فقط إذا كانا من نفس الدرجة وكانت معاملات الحدود من نفس الدرجة متساوية.	البناء
25د	مثال : إذا كان لدينا من أجل كل عدد حقيقي x : $ax^3 + bx^2 + cx + d = 2x^3 - x + 3$ فإن: $a = 2$ ، $b = 0$ ، $c = -1$ و $d = 3$.	التقييم
25د	تمرين : f دالة كثير حدود معرفة بـ $f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$ – عين بطريقتين مختلفتين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (x+1)(ax^2 + bx + c)$ جذر كثير حدود تعريف: ليكن f كثير حدود درجته أكبر من أو تساوي 1 و α عدد حقيقي. العدد α جذر لكثير الحدود f يعني $f(\alpha) = 0$. مثال: ليكن f كثير الحدود المعرف بـ: $f(x) = x^3 - x^2 - x - 2$. لدينا: $f(2) = 0$ ومنه 2 هو جذر لكثير الحدود f تحليل كثير حدود باستعمال العامل $(x - \alpha)$ مبرهنة: ليكن f كثير حدود درجته أكبر من أو تساوي 1 و α عدد حقيقي. – إذا كان $f(\alpha) = 0$ (α جذر لكثير الحدود f) فإنه يوجد كثير حدود g بحيث من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f(x) = (x - \alpha)g(x)$	البناء
25د		

		التقييم مثال: ليكن f كثير الحدود المعرف بـ: $f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$ لدينا $f(2) = 0$ ، إذا يوجد كثير حدود g من الدرجة الثانية أي $g(x) = ax^2 + bx + c$ حيث $f(x) = (x - 2)(ax^2 + bx + c)$. تمرين 24 ص 53.
--	--	---

الأستاذ:		ثانوية عبد المجيد علاهم													
المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية		الميدان:تحليل													
التاريخ:		الوحدة التعليمية: دوال كثيرات الحدود.													
الزمن: 2 سا و 30د.		الموضوع: المعادلات والمتراجحات من الدرجة الثانية.													
الوسائل التعليمية: الصبورة-الكتاب المدرسي.		الكفاءات القاعدية:													
توجيهات وتعليقات	المدة	المحتوى المعرفي	مراحل الدرس												
	10د	حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية: أ) $x^2 + x + 1 = 0$ ب) $x^2 - 4x + 4 = 0$ ج) $x^2 + x - 6 = 0$	التشخيص												
	20د	1. حل المعادلة: $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) مبرهنة: نعتبر المعادلة من الدرجة الثانية ذات المجهول x التالية: $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)	البناء و الترسيع												
		<table><tr><td>إذا كان:</td><td>حلول المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ هي:</td><td>يتم تحليل $ax^2 + bx + c$ على الشكل:</td></tr><tr><td>$\Delta > 0$</td><td>$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ ، $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$</td><td>$a(x - x_1)(x - x_2)$</td></tr><tr><td>$\Delta = 0$</td><td>$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$</td><td>$a(x - x_1)^2$</td></tr><tr><td>$\Delta < 0$</td><td>لا توجد حلول</td><td>$ax^2 + bx + c$ لا يمكن تحليل</td></tr></table>		إذا كان:	حلول المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ هي:	يتم تحليل $ax^2 + bx + c$ على الشكل:	$\Delta > 0$	$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ ، $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$	$a(x - x_1)(x - x_2)$	$\Delta = 0$	$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$	$a(x - x_1)^2$	$\Delta < 0$	لا توجد حلول	$ax^2 + bx + c$ لا يمكن تحليل
		إذا كان:		حلول المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ هي:	يتم تحليل $ax^2 + bx + c$ على الشكل:										
		$\Delta > 0$		$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ ، $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$	$a(x - x_1)(x - x_2)$										
$\Delta = 0$	$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$	$a(x - x_1)^2$													
$\Delta < 0$	لا توجد حلول	$ax^2 + bx + c$ لا يمكن تحليل													
30د	ملاحظة: إذا كان $\Delta = 0$ نقول أن المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ تقبل حلا مضاعفا. تمرين 33 صفحة 54. في كل حالة من الحالات ، حل المعادلة $f(x) = 0$ ثم استنتج تحليلا لـ $f(x)$. $f(x) = x^2 - 3x + 2$ (1) $f(x) = 3x^2 - 5x + 2$ (2) $f(x) = -9x^2 - 3x + 2$ (3)	التقييم													
20د	$f(x) = -5x^2 + 8x - 3$ (4) نشاط: - ذكر بإشارة العبارة $ax + b$ حيث a و b عدنان حقيقيان و $a \neq 0$.	التشخيص													
		- أدرس إشارة العبارات التالية: $3x + 1$ ، $-3x + 5$ ، $-2x - 7$. - حل في مجموعة الأعداد الحقيقية المتراجحة التالية: $(3x - 4)(x - 1) \leq 0$ 2. المتراجحات من الدرجة الثانية: تعريف: نسمي متراجحة من الدرجة الثانية، ذات المجهول x ، كل متراجحة يمكن كتابتها على أحد الشكلين التاليين: $ax^2 + bx + c \geq 0$ ، $ax^2 + bx + c > 0$ حيث a ، b و c أعداد حقيقية ثابتة مع $a \neq 0$. 3. إشارة ثلاثي الحدود: $ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) الحالة 1: $\Delta > 0$	البناء و												

د60

x	x_1	x_2	$+\infty$
			$-\infty$
$x - x_1$	-	0	+
$x - x_2$	-	0	+
	إشارة a	0	إشارة $(-a)$

لدينا $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$
حيث:

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ و } x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

بفرض $x_1 < x_2$ نحصل على الجدول المقابل

مثال: أدرس إشارة العبارة: $x^2 + 5x + 4$.
الحالة 2: $\Delta = 0$

لدينا $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)^2$ حيث: $x_1 = \frac{-b}{2a}$ ومنه إشارة $ax^2 + bx + c$ من إشارة a . ويمكن

تلخيصها في جدول كالآتي

x	$-\infty$	x_1	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	إشارة a	ϕ	إشارة a

مثال: أدرس إشارة العبارة: $x^2 + 6x + 9$.

الحالة 3: $\Delta < 0$

د30

x	$-\infty$	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	إشارة a	

إشارة $ax^2 + bx + c$ ملخصة في الجدول التالي:

مثال: أدرس إشارة العبارة: $-2x^2 + 6x - 9$.

تمرين: حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية:

$$x^2 - x + 4 < 0 \text{ (ج) } -x^2 + 10x - 25 \geq 0 \text{ (ب) } 2x^2 + 4x - 6 \leq 0 \text{ (ا)}$$

التربيع

التقييم

--	--	--	--

الأستاذ: المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية التاريخ: الزمن: 1 سا و 30د. الوسائل التعليمية: الصبورة-الكتاب المدرسي.		ثانوية عبد المجيد علام الميدان: تحليل الوحدة التعليمية: الدوال كثرات الحدود. الموضوع: حلّ مسائل تستخدم فيها معادلات و/أو متراجحات من الدرجة الثانية.. الكفاءات القاعدية:	
توجيهات وتعليقات	المدة	المحتوى المعرفي	مراحل البرس

مسألة 1 ص 49

نعتبر دائرة قطرها $[AB]$ حيث $AB = 4$. M نقطة من $[AB]$

ننشئ الدائرتين اللتين قطراهما $[AM]$ و $[MB]$.

نرمز بـ S إلى مساحة الحيز الملون و بـ a إلى مساحة القرص

الذي قطره $[AB]$. نضع $AM = x$

1. أحسب S بدلالة x .

2. هل توجد وضعية للنقطة M يكون من أجلها:

$$S = \frac{1}{2}a$$

3. عين قيم x التي يكون من أجلها: $S > \frac{1}{4}a$.

مسألة 2 (ص 87)

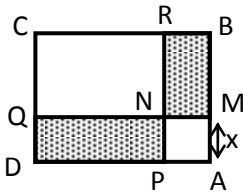
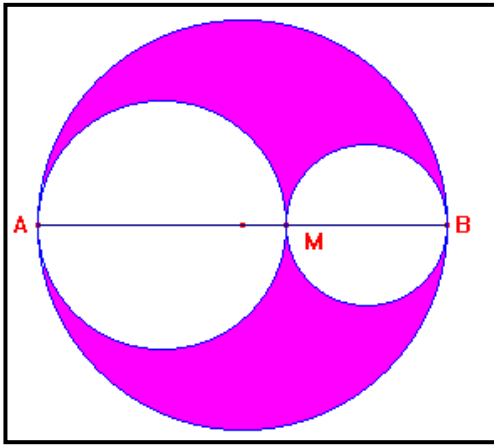
ليكن المستطيل $ABCD$ عرضه $AB = 3$ cm وطوله $BC = 5$ cm.

النقطة M تتغير على القطعة المستقيمة $[AB]$ ونضع $AM = x$.

نرسم المربع $AMNP$ حيث $P \in [AD]$ والمستطيلين $MBRN$ و $NPDQ$.

(1) عين قيم العدد الحقيقي x حتى تكون $S(x)$ مجموع مساحتي المستطيلين $MBRN$ و $NPDQ$ أكبر ما يمكن.

(2) من أجل أي قيم للعدد x تكون $S(x)$ تساوي نصف مساحة المستطيل $ABCD$.



الأستاذ: ياحي رشيد

المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية

التاريخ: 2013/10/24م

الزمن: 6 سا.

الوسائل التعليمية: الكوس - المدور - الكتاب المدرسي.

ثانوية عبد المجيد علاهم

الميدان: هندسة

الوحدة التعليمية: المرجح في المستوي.

الموضوع: مرجح نقطتين.

الكفاءات القاعدية: إنشاء مرجح نقطتين - استعمال المرجح لإثبات استقامية نقط - تعيين

مجموعات نقطية باستعمال المرجح.

مراحل الدرس	المحتوى المعرفي	المدة	توجيهات وتعليقات
التشخيص	نشاط 1: - أذكر متى تكون نقط A, B, C في استقامة واحدة . - A و B نقطتان من المستوي ولتكن G نقطة من المستوي تحقق: $\vec{GA} + \vec{GB} = \vec{0}$ حيث α و β عددين حقيقيين ثابتين. أنشئ النقطة G في الحالات التالية: (1) $\vec{GA} + 2\vec{GB} = \vec{0}$ (2) $-2\vec{GA} + 5\vec{GB} = \vec{0}$ (3) $5\vec{GA} - 2\vec{GB} = \vec{0}$ نشاط 2: (1 صفحة 178)		توظيف نظرية طاليس في إنشاء مرجح نقطتين.
الإكتشاف	تعريف: لتكن A و B نقطتين متمايزتين و ليكن α و β عددين حقيقيين حيث $\alpha + \beta \neq 0$. نسمي مرجح النقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين α و β على الترتيب النقطة G حيث: $\alpha\vec{GA} + \beta\vec{GB} = \vec{0}$. ملاحظات:		
البناء	1. إذا كانت نقطة A مرفقة بالعدد الحقيقي α الثنائية (A, α) تسمى نقطة مثقلة . 2. الجملة $\{(A, \alpha); (B, \beta)\}$ تسمى جملة نقطتين مثقلتين و النقطة G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A, \alpha); (B, \beta)\}$. 3. إذا كانت A منطبقة على B فإن A منطبقة على G . 4. إذا كان $\alpha = \beta$ نحصل على $\vec{GA} = -\vec{GB}$ (أي النقطة G منتصف القطعة $[AB]$) تسمى عندئذ G مركز المسافتين المتساويتين للنقطتين A و B . وفي هذه الحالة نأخذ $\alpha = \beta = 1$. مبرهنة: إذا كانت النقطة G مرجح النقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين α و β على الترتيب فإن النقطة G وحيدة.		
و	برهان: $\alpha\vec{GA} + \beta\vec{GB} = \vec{0}$ معناه $\alpha\vec{GA} + \beta\vec{GA} + \beta\vec{AB} = \vec{0}$ ومنه $(\alpha + \beta)\vec{GA} = -\beta\vec{AB}$ بما أن		
الترسيخ	برهان: $\alpha\vec{GA} + \beta\vec{GB} = \vec{0}$ معناه $\alpha\vec{GA} + \beta\vec{GA} + \beta\vec{AB} = \vec{0}$ ومنه $(\alpha + \beta)\vec{GA} = -\beta\vec{AB}$ بما أن		
التقييم	$\alpha + \beta \neq 0$ فإن $\vec{AG} = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \vec{AB}$. A و B نقطتان ثابتتان إذا G وحيد . تطبيق 1 A و B نقطتان متمايزتان من المستوي. - أنشئ النقطة G مرجح النقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين 3 و 1 على الترتيب . - أنشئ النقطة H مرجح النقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين 4- و 3 على الترتيب . - لتكن النقطة K حيث أن: $\vec{AK} = -\frac{8}{3} \vec{AB}$. - أثبت أن K مرجح النقطتين A و B مرفقتين بمعاملين صحيحين يطلب تعيينها - أثبت أن كل نقطة من المستقيم (AB) هي مرجح للنقطتين A و B مرفقتين بمعاملين يطلب تعيينها .		

✓ بين أنه إذا كانت النقطة G مرجح الجملة المثقاة $\{(A, \alpha); (B, \beta)\}$ فإن:

- G مرجح الجملة المثقاة $\{(A, k\alpha); (B, k\beta)\}$ حيث k عدد حقيقي غير معدوم .

- النقط A ، B و G على استقامة واحدة .

- من أجل كل نقطة M من المستوي فإن: $\alpha \overrightarrow{MA} + \beta \overrightarrow{MB} = (\alpha + \beta) \overrightarrow{MG}$.

تمرين 29 ص 194 (إستعمال المرجح لأثبت إستقامة نقط) ليكن ABC مثلثا .

B' مرجح $(A, -2)$ و $(C, 1)$

A' مرجح $(A, 2)$ و $(B, -3)$

C' مرجح $(C, -1)$ و $(B, 3)$

1. أنشئ الشكل.

2. بين انه ممحا كانت النقطة M من المستوي:

$$-\overrightarrow{MA'} - \overrightarrow{MB'} + 2\overrightarrow{MC'} = \vec{0}$$

3. استنتج أن النقط A' ، B' و C' في استقامة.

التشخيص

نشاط: A ، B نقطتان متمايزتان من المستوي، لتكن M نقطة من المستوي .

1. ما هي مجموعة النقط M التي تحقق: $MA = 3cm$.

2. ما هي مجموعة النقط M التي تحقق: $MA = MB$.

التقييم

حيث (M مجموعة النقط Γ_1 3) عين وأنشئ المجموعة (

$$\{M \in (P) / \|\overrightarrow{-MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\|\}$$

حيث (M مجموعة النقط Γ_2 4) عين وأنشئ المجموعة (

$$\{M \in (P) / \|\overrightarrow{-MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = AB\}$$

(Γ_3 5) نفس السؤال (

$$\{M \in (P) / \|\overrightarrow{-MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = \|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\|\}$$

تطبيق 66 ص 199 (تعيين مجموعات نقطية باستعمال المرجح)

A ، B نقطتان متمايزتان من المستوي حيث $AB = 3cm$. نعرف النقطة K بالعلاقة $\overrightarrow{AK} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

(1) أثبت أن K مرجح للنقطتين A و B بمعاملات يطلب تعيينها.

(2) عين ثم أنشئ المجموعة E_1 ، مجموعة النقط M من المستوي حيث $\|5\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}\| = AB$.

(3) عين ثم أنشئ المجموعة E_2 ، مجموعة النقط M من المستوي حيث

$$\|5\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}\| = 2MB$$

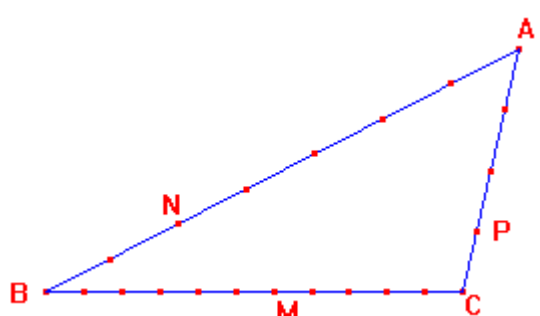
تمرين 03: (إحداثي مرجح نقطتين)

المستوي منسوب إلى معلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$. لتكن النقطة G مرجح الجملة $\{(A, \alpha); (B, \beta)\}$. نضع $A(x_A; y_A)$ ،

$B(x_B; y_B)$ و $G(x_G; y_G)$



		- بين أن: $\alpha \overrightarrow{OA} + \beta \overrightarrow{OB} = (\alpha + \beta) \overrightarrow{OG}$ ثم أوجد إحداثي النقطة G. تطبيق 04: المستوي منسوب إلى معلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$. لتكن النقط $A(1; 2)$ ، $B(-1; 4)$. (1) عين إحداثيات النقطة G منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$. (2) عين إحداثيات النقطة H مرجح الجملة $\{(A, -3); (B, 1)\}$.	
		الأستاذ: يحي رشيد المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية التاريخ: 2013/11/10 م الزمن: 3 سا . الوسائل التعليمية: المدور-الكوس-الكتاب المدرسي.	ثانوية عبد المجيد علاهم الميدان: هندسة الوحدة التعليمية: المرجح في المستوي. الموضوع: مرجح ثلاث نقط. الكفاءات القاعدية: إنشاء مرجح ثلاث نقاط . استعمال المرجح لإثبات تلاقي مستقيمت.
توجيهات وتعليقات	المدة	المحتوى المعرفي	مراحل الدرس

20د	التشخيص والإكتشاف نشاط 02 ص 178.	
40د	مرجح ثلاث نقط 1. تعريف مرجح ثلاث نقط تعريف: A, B, C ثلاث نقط و α, β, γ ثلاث أعداد حقيقية حيث $\alpha + \beta + \gamma \neq 0$. نسمي مرجح النقطة A, B, C و المرفقة بالمعاملات α, β, γ على الترتيب النقطة G حيث: $\alpha \vec{GA} + \beta \vec{GB} + \gamma \vec{GC} = \vec{0}$ ملاحظة: إذا كانت المعاملات متساوية و غير معدومة يسمى G مركز المسافات المتساوية للنقط A, B, C و نأخذ في هذه الحالة المعاملات مساوية لـ 1، عندئذ و إذا كانت النقط ليست على استقامة واحدة النقطة G هي مركز ثقل المثلث ABC. مبرهنة 1: إذا كانت النقطة G مرجحا للنقط A, B, C و المرفقة بالمعاملات α, β, γ على الترتيب فإن النقطة G وحيدة. 2. خاصية التجميع مبرهنة: G مرجح النقطة A, B, C و المرفقة بالمعاملات α, β, γ على الترتيب إذا كان $\alpha + \beta \neq 0$ و كانت D مرجح النقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين α و β على الترتيب. فإن النقطة G مرجح النقطتين C و المرفقتين بالمعاملين $\alpha + \beta$ و γ على الترتيب.	البناء و الترسيخ
120د	تمرين 01: A, B, C و ثلاث نقط من المستوي. أنشئ النقطة G مرجح النقطة A, B, C و المرفقة بالمعاملات $-1, 1, 2$ على الترتيب. تمرين 33 ص 195 (إستعمال المرجح لأثبات تلاقي مستقيمتين) ABC مثلث. M, N, P نقاط من $[BC]$ ، $[AB]$ و $[AC]$ على الترتيب كما هو مبين في الشكل  (1) عبر عن M كمرجح للنقطتين B و C و عن N كمرجح للنقطتين A و B و عن P كمرجح للنقطتين A و C. (2) بين أن المستقيمتين (AM) ، (NC) و (BP) متقاطعة في نقطة واحدة. تمرين 03: المستوي منسوب إلى معلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$. لتكن النقطة G مرجح النقطة A, B, C و المرفقة بالمعاملات α, β, γ على الترتيب. نضع $A(x_A; y_A)$ ، $B(x_B; y_B)$ و $C(x_C; y_C)$ و $G(x_G; y_G)$ 1. بين أنه من أجل كل نقطة M من المستوي فإن ، $\alpha \vec{MA} + \beta \vec{MB} + \gamma \vec{MC} = (\alpha + \beta + \gamma) \vec{MG}$ 2. استنتج أن: $\alpha \vec{OA} + \beta \vec{OB} + \gamma \vec{OC} = (\alpha + \beta + \gamma) \vec{OG}$ ثم أوجد إحداثي النقطة G. تمرين 04: المستوي منسوب إلى معلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$. لتكن النقط $A(1; 2)$ ، $B(-1; 4)$ و $C(-3; 3)$. (3) أثبت أن النقط A, B, C ليست على استقامة واحدة.	التقييم

- (4) عين إحداثيات مركز ثقل المثلث ABC .
- (5) عين إحداثيات النقطة H مرشح الجملة $\{(A, -1); (B, -3); (C, 2)\}$.

الأستاذ: يحيى رشيد المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية التاريخ: 2013/11/24م الزمن: 2 سا. الوسائل التعليمية: الكتاب المدرسي.	ثانوية عبد المجيد علاهم الميدان: تحليل الوحدة التعليمية: الإشتقاقية. الموضوع: العدد المشتق. الكفاءات القاعدية: حساب العدد المشتق لدالة عند عدد حقيقي.		
توجيهات وتعليقات	المدة	المحتوى المعرفي	مراحل الدرس
يمكن مقارنة العدد المشتق ببيانيا بعدة طرق، ونقترح كمثال على ذلك، المرور من السرعة المتوسطة إلى السرعة اللحظية في الحركات المستقيمة حيث نبدأ بتلك التي معادلاتها الزمنية للحركة من الدرجة الثانية نعرف العدد المشتق للدالة f عند x_0 بأنه النهاية المنتهية للدالة : $h \mapsto \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ لماؤول h إلى 0 نقول عندئذ إن f قابلة للاشتقاق عند x_0 ونرمز للعدد المشتق للدالة f بالرمز $f'(x_0)$.	30د	نشاط 1 ص 62	الإكتشاف
	60د	1. نهاية حقيقية لدالة عند الصفر تعريف: D_f مجال من مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ يشمل الصفر . القول أن العدد الحقيقي l هو نهاية للدالة f عند العدد 0 معناه عندما يأخذ x قيما قريبة من 0 بالقدر الكافي فإن العدد $f(x)$ يأخذ قيما قريبة من l بالقدر الذي نريد . و نكتب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = l$ 2. دالة قابلة للاشتقاق عند عدد. تعريف: f دالة معرفة على مجال D_f من $\mathbb{R}$. x_0 عدد من D_f. القول أن الدالة f قابلة للاشتقاق عند العدد x_0 معناه الدالة: $h \mapsto \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ تقبل نهاية حقيقية l عند 0 . أي $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = l$ يسمى l العدد المشتق للدالة f في العدد x_0 . و نرمز له بـ $f'(x_0)$ أي $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = l$ ملاحظة: العدد $\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ يسمى نسبة تزايد الدالة f بين العددين x_0 و x_0+h مثال نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = x^2 + 3$. أحسب العدد المشتق للدالة g عند $x_0 = 0$ ؛ $x_0 = -2$ 3. الدالة المشتقة لدالة f. تعريف: f دالة معرفة على مجال D_f من $\mathbb{R}$. نقول أن الدالة f قابلة للاشتقاق على D_f إذا وفقط إذا كانت قابلة للاشتقاق عند كل عدد من D_f . تسمى الدالة التي ترفق بكل x من D_f العدد المشتق $f'(x)$ الدالة المشتقة للدالة f على D_f . ويرمز لها بـ f' . و نكتب $f': x \mapsto f'(x)$	البناء و الترسيع
	15د	تمرين محلول 2 صفحة 65. f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = -x^2 + 2$. أثبت أن الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ وعين دالتها المشتقة f' .	التقييم

الأستاذ: ياحي رشيد. المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية. التاريخ: 2013/12/01م. الزمن: 2 سا. الوسائل التعليمية: الكتاب المدرسي.	ثانوية عبد المجيد علاهم الميدان: تحليل الوحدة التعليمية: الإشتقاقية. الموضوع: التفسير الهندسي للعدد المشتق. الكفاءات القاعدية: تعيين معادلة مماس دالة عند قيمة .		
توجيهات وتعليقات	المدة	المحتوى المعرفي	مراحل الدرس

التشخيص	نشاط 1 f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \sqrt{x}$. وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O; I, J)$. 1. أنشئ (C_f) على المجال $[0; 3]$. 2. A نقطة من (C_f) فاصلتها 1. - أكتب معادلة للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A ومعامل توجيهه هو $f'(1)$. - أنشئ (Δ). ماذا تلاحظ؟ 3. لتكن الدالة التآلفية g الممثلة بالمستقيم (Δ). - أعط عبارة $g(x)$. - بإستعمال آلة حاسبة أعط قيمة مقربة للعدد $f(1,001)$ إلى 10^{-4}. - أحسب $g(1,001)$ ماذا تستنتج؟	و	الإكتشاف
البناء	التفسير الهندسي للعدد المشتق. 1. معادلة المماس لمنحن دالة عند نقطة. تعريف: f دالة معرفة على مجال D_f من $\mathbb{R}$. x_0 عدد من D_f حيث f قابلة للإشتقاق عند x_0 و $f'(x_0)$ العدد المشتق عند العدد x_0. ليكن (C_f) رسمها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد $(O, \vec{i}, \vec{j})$. مماس المنحنى (C_f) عند النقطة $A(x_0, f(x_0))$ هو المستقيم الذي يشمل A و معامل توجيهه $f'(x_0)$. معادلته هي: $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$. مثال f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = -x^2 + 2$. ليكن (C_f) رسمها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$. • عين معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة A التي فاصلتها 1. 2. التقريب التآلفي لدالة عند قيمة. في التعريف السابق لدينا $(T): y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$ إذن (T) هو التمثيل البياني لدالة تآلفية g حيث: $g(x) = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$. الدالة التآلفية g تسمى تقريبا تآلفيا للدالة f بجوار العدد x_0 ونقبل أنها هي أحسن تقريب تآلفي للدالة f بجوار x_0 ونكتب $f(x) \approx f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$.	و	الترسيخ
التقييم	تمرين محلول 4 ص 67.		25د
ثانوية عبد المجيد علاهم	الأستاذ: ياحي رشيد.		
الميدان: تحليل	المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية.		
الوحدة التعليمية: الإشتقاقية.	التاريخ: 2013/12/04م.		
الموضوع: الدالة المشتقة.	الزمن: 1 سا.		
الكفاءات القاعدية مشتقات دوال مألوفة .	الوسائل التعليمية: الكتاب المدرسي.		

مراحل الدرس	المحتوى المعرفي	المدة	توجيهات وتعليقات
التشخيص و الإكتشاف	نشاط أحسب مشتقات الدوال التالية $f: x \mapsto ax+b$ (حيث a و b عددا حقيقيان و $a \neq 0$) على $\mathbb{R}$؛ $f: x \mapsto x^2$ على $\mathbb{R}$؛ $f: x \mapsto \sqrt{x}$ على المجال $]0; +\infty[$؛ $f: x \mapsto \frac{1}{x}$ على $\mathbb{R}^*$.	20د	• نجعل التلميذ يستعمل الرمز f' و $f'(x)$ بينهما. • نلاحظ أن مجموعة قابلية الاشتقاق مطابقة لمجموعة التعريف في كل أنواع الدوال المقررة في هذا المستوى ماعدا دالة الجذر التربيعي. • نجد في استخراج قواعد حساب مشتقات هذه الدوال فرصة يمارس فيها التلميذ البرهان.
البناء و الترسيخ	مبرهنة 1: الدالة التآلفية $f: x \mapsto ax+b$ حيث a و b عددا حقيقيان، قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة هي : حالة خاصة * إذا كان $a=0$ نستنتج أن الدالة $f: x \mapsto b$ (الدالة الثابتة) قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة هي : $f': x \mapsto 0$ مثال: أحسب مشتقات الدوال التالية $f: x \mapsto -2x+3$ ؛ $f: x \mapsto 2x$ ؛ $f: x \mapsto x$ ؛ $f: x \mapsto 5$. مبرهنة 2: الدالة $f: x \mapsto x^n$ (n عدد طبيعي غير معدوم) قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة هي : مثال f دالة معرفة على $\mathbb{R}$: $f(x) = x^5$. أحسب دالتها المشتقة. مبرهنة 3: الدالة $f: x \mapsto \frac{1}{x}$ قابلة للاشتقاق على $]0, +\infty[$ و على $]-\infty, 0[$ و دالتها المشتقة هي : $f': x \mapsto -\frac{1}{x^2}$ مبرهنة 4: الدالة $f: x \mapsto \sqrt{x}$ قابلة للاشتقاق على $]0, +\infty[$ و دالتها المشتقة هي : $f': x \mapsto \frac{1}{2\sqrt{x}}$ مبرهنة 5: (تقبل بدون برهان) الدالة $f: x \mapsto \sin x$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة هي : $f': x \mapsto \cos x$ مبرهنة 6: (تقبل بدون برهان) الدالة $f: x \mapsto \cos x$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة هي : $f': x \mapsto -\sin x$	40د	

الأستاذ: يحيى رشيد. المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية. التاريخ: 2013/12/08م. الزمن: 2 سا. الوسائل التعليمية: الكتاب المدرسي.	ثانوية عبد المجيد علاهم الميدان: تحليل الوحدة التعليمية: الاشتقاقية. الموضوع: عمليات على المشتقات. الكفاءات القاعدية: حساب مشتقات الدوال $x \mapsto f(ax+b), \frac{f}{g}, f \times g, f+g$.		
توجيهات وتعليقات	المدة	المحتوى المعرفي	مراحل الدرس
	30د	نشاط . نعتبر الدالتان f و g المعرفتان على $\mathbb{R}$: $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$ ؛ $g(x) = -x + 2$ 1. قارن بين $(f+g)'(x)$ ؛ $f'(x) + g'(x)$. 2. قارن بين $(f \times g)'(x)$ ؛ $f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$. 3. قارن بين $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'$ ؛ $\frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$.	التشخيص و الإكتشاف
	70د	عمليات على الدوال المشتقة: مبرهنة: u و v دالتان قابلتان للإشتقاق على مجال D من $\mathbb{R}$. 1. الدالة $(u+v)$ قابلة للإشتقاق على D ودالتها المشتقة هي : $(u+v)' = u' + v'$ 2. الدالة $(u.v)$ قابلة للإشتقاق على D ودالتها المشتقة هي : $(u.v)' = u'.v + u.v'$ 3. الدالة (λu) (حيث λ عدد حقيقي) قابلة للإشتقاق على D ودالتها المشتقة هي : $(\lambda u)' = \lambda u'$ 4. الدالة $\left(\frac{u}{v}\right)$ قابلة للإشتقاق على D ودالتها المشتقة هي : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'.v - u.v'}{v^2}$ حيث $v(x) \neq 0$ 5. الدالة $\left(\frac{1}{v}\right)$ قابلة للإشتقاق على D ودالتها المشتقة هي : $\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$ حيث $v(x) \neq 0$. مثال: أحسب مشتق الدالة f في كل حالة ممايلي $f(x) = 2(x^4 - 1)$ ، $f : x \mapsto \frac{-2}{x}$ ، $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x$ ، $f(x) = 4x + 8$ $f : x \mapsto \frac{2x^2 + 3x - 1}{x^2 - 3}$ ، $h(x) = \frac{1}{x-1}$ ، $f : x \mapsto 2x + 1 - \frac{x+1}{x-3}$ ، $f : x \mapsto \frac{-x+1}{x+2}$ $f(x) = 2\cos x + 3.\sin x$ ، $f(x) = \frac{-6}{3}\sqrt{x}$ ، $f(x) = (x^3 - 1)(x^6 + 1)$ ، $f(x) = \frac{-6}{3}\sqrt{x}$ مشتقة الدالة: $f : x \mapsto u(ax+b)$ مبرهنة: (تقبل بدون برهان) u دالة قابلة للإشتقاق على مجال D من $\mathbb{R}$. a و b عددين حقيقيين. E مجموعة الأعداد الحقيقية x حيث $ax+b$ ينتمي إلى D . الدالة $f : x \mapsto u(ax+b)$ قابلة للإشتقاق على E ودالتها المشتقة هي : $f' : x \mapsto au'(ax+b)$. حيث u' مشتقة الدالة u على D .	البناء و الترسيع

	20د		التقييم تمرين 68 ص 87.
الأستاذ: يحيى رشيد. المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية. التاريخ: 2014/01/29م. الزمن: 2 سا. الوسائل التعليمية: الكتاب المدرسي.	ثانوية عبد المجيد علاهم الميدان: تحليل الوحدة التعليمية: تطبيقات الإشتقاقية. الموضوع: اتجاه تغير دالة والقيم الحدية المحلية. الكفاءات القاعدية الربط بين إشارة المشتق واتجاه التغير.		
توجيهات وتعليقات	المدة	المحتوى المعرفي	مراحل الدرس

الإكتشاف	نشاط 2ص 62	20د	تختار أمثلة ندرس فيها اتجاه تغير دالة كثير حدود أو دالة ناطقة. تقترح أنشطة تهدف إلى استنتاج حصر دالة على مجال بثوابت. أو دوال بسيطة تعالج مسائل "الاستمثال" التي نبحث فيها عن القيم المثلى. التي تحقق المطلوب.
البناء و الترسيع	1. اتجاه تغير دالة: مبرهنة: لتكن دالة f معرفة و قابلة للإشتقاق على مجال D_f و f' دالتها المشتقة . • إذا كانت f' موجبة تماما (يمكن أن تكون f' معدومة من أجل قيم منعزلة من D_f) على المجال D_f فإن الدالة f متزايدة تماما على المجال D_f . • إذا كانت f' سالبة تماما (يمكن أن تكون f' معدومة من أجل قيم منعزلة من D_f) على المجال D_f فإن الدالة f متناقصة تماما على المجال D_f . • إذا كانت f' معدومة على المجال D_f فإن الدالة f ثابتة على المجال D_f .	20د	
القيم	تمرين: أدرس اتجاه تغير الدالة f . المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ: $f : x \mapsto \frac{x+2}{x-1}$.	10د	
الإكتشاف و التشخيص	نشاط 02 أسئلة إضافية (تابع للنشاط 01) (7) ماذا تمثل القيمة 1 بالنسبة للدالة g على المجال $\left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$ (8) بين أن الدالة تنعدم f' عند 1 مغيرة إشارتها . (9) ما هو التخمين الذي يمكن أن تدلي به فيما يخص العلاقة الموجودة بين القيم الحدية المحلية لدالة f والدالة f' .	10د	
البناء و الترسيع	2. القيم الحدية المحلية لدالة: مبرهنة لتكن دالة f معرفة و قابلة للإشتقاق على مجال I و f' دالتها المشتقة . • إذا انعدمت الدالة المشتقة f' عند قيمة c من I مغيرة إشارتها فإنه يوجد مجال مفتوح I' محتوى في I يشمل c تقبل فيه f قيمة حدية $f(c)$. تسمى $f(c)$ قيمة حدية محلية . • يمكن وجود عدة قيم حدية محلية على I . • إذا انعدمت الدالة المشتقة f' عند قيمة c من I فإن الرسم البياني للدالة f يقبل مماسا موازيا لحامل محور الفواصل عند النقطة التي فاصلتها c .	15د	
القيم	تمرين لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$. - أدرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها. - عين مجالات من $\mathbb{R}$ تقبل فيها f قيمة حدية محلية يطلب تعيينها. مسألة محلولة ص 101		
ثانوية عبد المجيد علاهم الميدان: تحليل الوحدة التعليمية: تطبيقات الإشتقاقية. الموضوع: حصر دالة. الكفاءات القاعدية:			
الأستاذ: ياحي رشيد. المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية. التاريخ: 2014/02/01م. الزمن: 1 سا. الوسائل التعليمية: الكتاب المدرسي.			

مراحل الدرس	المحتوى المعرفي	المدة	توجيهات وتعليقات
التشخيص و الإكتشاف	نشاط : لتكن الدالة f المعرفة على $[-3,1]$ كما يلي : $f : x \mapsto x^2 + 2x - 3$. 1. أدرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها. 1. عين حصرا للعدد $f(x)$ على كل من المجالين $[-3,-1]$ و $[-1,1]$.	20د	تقترح أنشطة تهدف إلى استنتاج حصر دالة على مجال بثوابت أو دوال بسيطة.
البناء و الترسيخ	حصر دالة: نتائج: لتكن دالة f معرفة و قابلة للإشتقاق على مجال $[a,b]$ و f' دالتها المشتقة . • إذا كانت الدالة f متزايدة تماما على المجال $[a,b]$ فإن من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[a,b]$ $f(a) \leq f(x) \leq f(b)$ • إذا كانت الدالة f متناقصة تماما على المجال $[a,b]$ فإن من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[a,b]$ $f(b) \leq f(x) \leq f(a)$	20د	
التقييم	تمرين 43 ص 106.	20د	
		20د	

الأستاذ: يحيى رشيد. المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية. التاريخ: 2014/02/03م. الزمن: 2 سا. الوسائل التعليمية: الكتاب المدرسي.	ثانوية عبد المجيد علاهم الميدان: تحليل الوحدة التعليمية: المتتاليات العددية. الموضوع: مفهوم متتالية عددية. الكفاءات القاعدية: وصف ظاهرة بواسطة متتالية.		
توجيهات وتعليقات	المدة	المحتوى المعرفي	مراحل الدرس
	30د	نشاط 01 1. نعتبر الدالة f المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية كالتالي: $f(n) = 2n + 5$. - أحسب صور كل من 0، 3، 12، 100، 140 بالدالة f. 2. لتكن A مجموعة الأعداد الطبيعية الفردية الأصغر من 16. - أوجد العدد الذي رتبته 1 والعدد الذي رتبته 2 والعدد الذي رتبته 6 في المجموعة A.	التشخيص و الإكتشاف
	70د	1. مفهوم متتالية تعريف: نسمي متتالية عددية كل دالة معرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية أو جزء منها نحو مجموعة الأعداد الحقيقية. اصطلاحات وتراميز - يرمز لمتتالية بأحد الرموز $T, U, H, (u_n), (v_n)$. - يرمز لصورة عدد طبيعي n بالمتتالية (u_n) بالرمز $u(n)$ أو u_n ويسمى n دليل الحد u_n. - الحد u_n هو الحد الذي دليله n ويسمى أيضا الحد العام للمتتالية (u_n). أمثلة: نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب: $u_n = 2n + 5$ - أحسب الحدود u_2, u_9, u_{40}. - أحسب الحد الذي دليله 15. ملاحظات 1. نرمز لمتتالية معرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية ب: (u_n) وحدها الأول في هذه الحالة هو u_0 ما لم يذكر عكس ذلك (لم يصرح بالحد الأول) 2. يمكن لمتتالية أن تكون معرفة انطلاقا من دليل معين n_0 نرمز لها في هذه الحالة بالرمز $(u_n)_{n \geq n_0}$ وحدها الأول هو u_{n_0}. أمثلة: - نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة ب: $u_n = 3^n$. حدها الأول هو: $u_0 = 2^0 = 1$. - نعتبر المتتالية $(u_n)_{n \geq 4}$ المعرفة ب: $u_n = \sqrt{n-4}$. حدها الأول هو $u_4 = \sqrt{4-4} = 0$. العلاقة بين رتبة حد ودليله في متتالية. نعتبر المتتالية $(u_n)_{n \geq n_0}$ والتي حدها الأول هو u_{n_0}. وليكن u_p هو الحد الذي دليله p إذا رتبة الحد u_p هي $p - n_0 + 1$. مثال: نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة ب: $v_n = 2n + 5$ و v_2 هو حدها الأول. 1. أحسب الحد الذي دليله 10 ثم أحسب رتبته.	البناء و الترسيخ
	20د		

		2. أحسب رتبة الحد الذي قيمته 13. <u>تطبيق:</u> نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة ب: $v_n = 4n - 3$ و v_0 حددها الأول . 1. أحسب $v_0, v_3, v_{10}, v_{15}, v_{18}$. 2. أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل - رتبة الحد الذي دليله 5 هي 5 . - الحد الذي قيمته 21 دليله هو 6 . الحد الذي قيمته 37 رتبته هي 11.	التقييم
--	--	---	---------

الأستاذ: يحيى رشيد. المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية. التاريخ: 2014/02/03م. الزمن: 2 سا. الوسائل التعليمية: الكتاب المدرسي.	ثانوية عبد المجيد علاهم الميدان: تحليل الوحدة التعليمية: المتتاليات العددية. الموضوع: توليد متتالية عددية. الكفاءات القاعدية:		
توجيهات وتعليقات	المدة	المحتوى المعرفي	مراحل الدرس
	30د	نشاط 01 1. لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية كما يلي : $u_n = \frac{1}{2^n}$. - أحسب u_0 ؛ u_1 ؛ u_2 . 2. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة بـ: $v_0 = 2$ و $v_{n+1} = v_n + 5$ من أجل كل عدد طبيعي n . - أحسب v_1 ؛ v_2 ؛ v_3 .	التشخيص و الإكتشاف
	70د	1. طرق توليد متتالية عددية 1. إعطاء عبارة الحد العام : يمكن تعريف متتالية بعبارة صريحة (دستور) تسمح بحساب كل حد بدلالة n مباشرة. مثال: لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية كما يلي : $u_n = 2n + 5$. - أحسب u_0 ؛ u_3 ؛ u_6 . ملاحظة: يمكن التعبير عن الحد العام لمتتالية (u_n) باستعمال دالة f و نكتب $u_n = f(n)$ وتسمى الدالة f الدالة المرافقة للمتتالية (u_n). مثال الدالة المرافقة للمتتالية (u_n) المعرفة بحددها العام $u_n = 3n + 5$ هي $f : x \mapsto 3x + 5$. 2. بعلاقة تراجعية: يمكن تعريف متتالية بإعطاء: - الحد الأول . - وعلاقة تسمح بتعيين كل حد إنطلاقا من الحد السابق له مباشرة. مثال: لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = u_n + 3$ من أجل كل عدد طبيعي n . - أحسب u_1 ؛ u_2 ؛ u_3 . 2. اتجاه تغير متتالية عددية تكون متتالية (u_n) متزايدة إذا كان كل حد من حدودها أكبر من الحد السابق لها أي $u_{n+1} \geq u_n$ من أجل كل عدد طبيعي n . تكون متتالية (u_n) متناقصة إذا كان كل حد من حدودها أصغر من الحد السابق لها أي $u_{n+1} \leq u_n$ من أجل كل عدد طبيعي n . تكون متتالية (u_n) ثابتة إذا كان $u_{n+1} = u_n$ من أجل كل عدد طبيعي n .	البناء و الترسيخ

- نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_n = 3n + 5$ من أجل كل عدد طبيعي n .
- أحسب u_1 ؛ u_2 ؛ u_3 ؛ u_8 .
 - أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

ملاحظة: لدراسة اتجاه تغير متتالية (u_n) يمكن أن:

- (1) ندرس إشارة $u_{n+1} - u_n$.
- (2) نقارن بين $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ و 1 (إذا كانت إشارة المتتالية (u_n) ثابتة) .
- (3) إذا وجدت دالة f حيث من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = f(n)$ ندرس تغيرات الدالة f .

تمرين

أدرس اتجاه تغير كل من المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتين على $\mathbb{N}$ كما يلي $u_n = \frac{n+1}{3^n}$ و $v_n = \frac{2n-1}{n+3}$

3. التمثيل البياني لمتتالية عددية.

1. متتالية معرفة بالحد العام

المستوي منسوب إلى معلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ لكن المتتالية (u_n) و f الدالة المرافقة لها. مجموعة النقط $M(n, f(n))$ هي التمثيل البياني للمتتالية (u_n) .

تطبيق: المستوي منسوب إلى معلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$. لكن المتتالية (u_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية كما يلي : $u_n = 2n + 5$. و f الدالة المرافقة للمتتالية (u_n) .
أ. أعط عبارة الدالة f ثم مثلها بيانيا على المجال $[0; +\infty[$.
ب. مثل (u_n) بيانيا من أجل $n \leq 3$.

2. متتالية معرفة بعلاقة تراجعية .

لكن المتتالية (u_n) المعرفة بعدها الأول u_0 و العلاقة التراجعية $u_{n+1} = f(u_n)$ حيث f دالة معرفة على $\mathbb{R}$.
مجموعة النقط $M(u_n, f(u_n))$ هي التمثيل البياني في المستوي المنسوب إلى معلم للمتتالية (u_n) .

تطبيق: لكن المتتالية (u_n) المعرفة بعدها الأول $u_0 = 1$ و العلاقة التراجعية $u_{n+1} = u_n^2 + 1$ من أجل كل عدد طبيعي n . لكن f الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty[$. وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس (O, I, J) .

نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$. (Δ) مستقيم معادلته $y = x$. النقطة A من (C_f) التي فاصلتها u_0 . المستقيم الذي يشمل النقطة A و يوازي محور الفواصل يقطع (Δ) في النقطة B .

- أعط عبارة الدالة f ثم مثلها بيانيا على المجال $[0; +\infty[$.
- مثل المستقيم (Δ) .
- أثبت أن فاصلة B هي u_1 .
- عين بنفس الطريقة النقط C ، D ، E من (C_f) التي فواصلها على الترتيب u_2 ، u_3 ، u_4 . دون حساب الحدود u_2 ، u_3 ، u_4

--	--	--	--

الأستاذ: يحيى رشيد. المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية. التاريخ: 2014/02/10م. الزمن: 2 سا. الوسائل التعليمية: الكتاب المدرسي.		ثانوية عبد المجيد علام الميدان: تحليل الوحدة التعليمية: المتتاليات العددية. الموضوع: المتتاليات الحسابية. • الكفاءات القاعدية:	
توجيهات وتعليقات	المدة	المحتوى المعرفي	مراحل الدرس

30د	التشخيص و الإكتشاف نشاط 01 نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = u_n + 5$ من أجل كل عدد طبيعي n. أحسب u_1؛ u_2؛ u_3؛ u_4. أكتب الحدود u_1؛ u_2؛ u_3؛ u_4، بدلالة u_0 ثم خمن كتابة u_n بدلالة u_0.
70د	البناء مفهوم متتالية حسابية : تعريف: نقول أن المتتالية (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 إذا و فقط إذا وجد عدد حقيقي r بحيث أن من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = u_n + r$. يسمى r أساس المتتالية (u_n). ملاحظة: إذا كان $r = 0$ فإن المتتالية (u_n) ثابتة و كل حدودها تساوي الحد الأول u_0. أمثلة: المتتالية (u_n) حيث أن $u_n = 3n + 5$ متتالية حسابية حدها الأول $u_0 = 5$ و أساسها $r = 3$. وبالفعل لدينا $u_{n+1} = 3(n+1) + 5 = 3n + 5 + 3 = u_n + 3$. الحد العام لمتتالية حسابية : مبرهنة: (تقبل بدون برهان) (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 أساسها r. الحد العام للمتتالية الحسابية (u_n) هو $u_n = u_0 + nr$ من أجل كل عدد طبيعي n. ملاحظات: • إذا كان u_1 الحد الأول فإن عبارة الحد العام هي $u_n = u_1 + (n-1)r$. • بصفة عامة إذا كان u_p الحد الأول $(p$ عدد طبيعي أصغر من $n)$ فإن عبارة الحد العام هي: $u_n = u_p + (n-p)r$. • تعيين الحد العام يعود إلى كتابة u_n بدلالة n. • العلاقة $u_n = u_p + (n-p)r$ تسمح بحساب الأساس والحد الأول لمتتالية حسابية انطلاقا من معرفة حدين لهذه المتتالية. تمرين (u_n) متتالية حسابية حيث: $u_{11} = 38$ و $u_{19} = 62$ - أحسب الأساس r والحد الأول u_0. - اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n. - اوجد قيمة العدد الطبيعي n حتى يكون $u_n = 305$. هل الحد الذي قيمته 128 هو حد من حدود المتتالية (u_n)؟ التقييم

الأستاذ: يحيى رشيد المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية. التاريخ: 2014/02/12م الزمن: 1 سا و 10د. الوسائل التعليمية: الصبورة.		ثانوية عبد المجيد علام الميدان: تحليل الوحدة التعليمية: المتتاليات العددية. الموضوع: اتجاه تغير متتالية حسابية - حساب مجموع حدود متعاقبة من متتالية حسابية. الكفاءات المستهدفة.	
مراحل الدرس	المحتوى المعرفي	المدة	توجيهات وتعليقات
التشخيص و الإكتشاف	نشاط أدرس اتجاه تغير المتتاليات الحسابية التالية : - المتتالية (u_n) المعرفة ب: $u_n = 3n + 5$ من أجل كل عدد طبيعي n . - المتتالية (v_n) المعرفة ب: $v_n = -n - 5$ من أجل كل عدد طبيعي n . - المتتالية (w_n) المعرفة ب: $w_n = 5$ من أجل كل عدد طبيعي n .	10د	
البناء و الترسيخ	اتجاه تغير متتالية حسابية : مبرهنة (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 و أساسها r . - المتتالية (u_n) متناقصة تماما اذا فقط اذا كان $r < 0$. - المتتالية (u_n) متزايدة تماما اذا فقط اذا كان $r > 0$. - المتتالية (u_n) ثابتة اذا فقط اذا كان $r = 0$. اعطاء أمثلة	15د	
الإكتشاف	نشاط 2. نعتبر المتتالية الحسابية (u_n) المعرفة ب: $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = u_n + 5$ من أجل كل عدد طبيعي n . أحسب $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5$ ؛ $\frac{6}{2}(u_0 + u_5)$ ، قارن بينهما.	15د	
البناء و الترسيخ	مجموع حدود متتابة من متتالية حسابية : مبرهنة : (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 و أساسها r . ليكن المجموع $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1} + u_n$ من أجل كل عدد طبيعي n : $S = \frac{n+1}{2}(u_0 + u_n)$. وبصفة عامة وبصفة عامة مجموع حدود متتابة من متتالية حسابية يساوي: $\frac{\text{عدد الحدود}}{2} \times (\text{الحد الأول الوارد في المجموع} + \text{الحد الأخير})$ ملاحظة : عدد الحدود يساوي: دليل الحد الأخير - دليل الحد الأول الوارد في المجموع + 1	15د	

15د

تطبيق:

نعتبر المتتالية الحسابية (u_n) المعرفة بـ: $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = u_n - 2$ من أجل كل عدد طبيعي n
- أحسب المجاميع التالية

$$u_0 + u_1 + \dots + u_{12} \quad \bullet$$

$$u_1 + \dots + u_{18} \quad \bullet$$

$$u_{45} + \dots + u_{108} \quad \bullet$$

التقييم

الأستاذ:ياحي رشيد المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية. التاريخ:2014/02/24م الزمن: 1 سا. الوسائل التعليمية: الصبورة.	ثانوية عبد المجيد علاهم الميدان: تحليل الوحدة التعليمية: المتتاليات العددية. الموضوع: المتتالية الهندسية. الكفاءات المستهدفة: تعريف متتالية هندسية والتعرف عليها تبعا لطريقة توليدها ووصفها باستعمال التعبير المناسب.		
توجيهات وتعليقات	المدة	المحتوى المعرفي	مراحل البرس
	15د	نشاط: لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية كما يلي : $u_n = 2 \times 3^n$. أحسب $u_0 ; u_1 ; u_2 ; u_3 ; u_4$. أكتب الحدود $u_1 ; u_2 ; u_3 ; u_4$ ، بدلالة u_0 ثم خمن كتابة u_n بدلالة u_0 .	التشخيص و الإكتشاف
	30د	مفهوم متتالية هندسية : تعريف: نقول أن المتتالية (u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_0 إذا و فقط إذا وجد عدد حقيقي q حيث أن من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = u_n \times q$. يسمى q أساس المتتالية (u_n) . ملاحظة: • إذا كان $q = 1$ فإن المتتالية ثابتة جميع حدودها تساوي u_0 . • إذا كان $q = 0$ فإن حدود المتتالية معدومة ابتداء من الحد الثاني . مثال: المتتالية (u_n) حيث أن $u_n = 3 \times 2^n$ متتالية هندسية حدها الأول $u_0 = 3$ أساسها $q = 2$. الحد العام لمتتالية هندسية : مبرهنة (u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_0 أساسها q .عبارة الحد العام للمتتالية الهندسية (u_n) هي $u_n = u_0 \times q^n$ من أجل كل عدد طبيعي n . ملاحظات: • إذا كان الحد الأول u_1 عبارة الحد العام $u_n = u_1 \times q^{n-1}$. • بصفة عامة إذا كان u_p (p عدد طبيعي أصغر من n) فإن: $u_n = u_p \times q^{n-p}$.	البناء و الترسيع
	15د	تطبيق: (u_n) متتالية هندسية حيث $u_6 = 192$ و $u_3 = 24$ أحسب الأساس q والحد الأول u_0 . اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .	التقييم

الأستاذ:ياحي رشيد المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية. التاريخ:2014/02/24م الزمن: 1 سا. الوسائل التعليمية: الصبورة.		ثانوية عبد المجيد علام الميدان: تحليل الوحدة التعليمية: المتتاليات العددية. الموضوع: حساب مجموع n حدا متتابعة من متتالية هندسية.. الكفاءات المستهدفة :حساب مجموع n حدا متتابعة لمتتالية هندسية.	
توجيهات وتعليقات	المدة	المحتوى المعرفي	مراحل الدرس

التشخيص و الإكتشاف	نشاط نعتبر المتتالية الهندسية (u_n) المعرفة ب: $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = 3u_n$ من أجل كل عدد طبيعي n أحسب $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5$ ؛ $2 \left(\frac{1 - 3^6}{1 - 3} \right)$ ، قارن بينهما.	15د
البناء 		

مراحل الدرس	المحتوى المعرفي	المدة	توجيهات وتعليقات																		
التشخيص و الإكتشاف	نشاط 01: نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{3\}$ كما يلي: $f(x) = \frac{1}{(x-3)^2}$ 1. أكمل، باستعمال آلة حاسبة، جدول القيم الموالي : <table><tr><td>3.1</td><td>3.01</td><td>3.001</td><td>3.0001</td><td>2.9999</td><td>2.999</td><td>2.99</td><td>2.9</td><td>x</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>$f(x)$</td></tr></table> 2. ماذا تلاحظ ؟ 3. ماذا يمكن القول عن نهاية f لما يؤول x إلى 3.	3.1	3.01	3.001	3.0001	2.9999	2.999	2.99	2.9	x									$f(x)$	10د	
3.1	3.01	3.001	3.0001	2.9999	2.999	2.99	2.9	x													
								$f(x)$													
البناء و الترسيخ	1. نهاية غير منتهية عند عدد حقيقي تعريف: القول أن نهاية دالة f عند عدد حقيقي x_0 هي $+\infty$ يعني أنه يمكن جعل قيم $f(x)$ كبيرة جدا بالقدر الذي نريد شريطة أن يأخذ x قيمة قريبة من x_0 بالقدر الكافي ونكتب $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$. مبرهنة: نقبل دون برهان النتيجة التالية: $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{(x-a)^2} = +\infty$ مثال : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{(x-5)^2} = +\infty$	15د																			
التشخيص و الإكتشاف	نشاط 02: نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ كما يلي: $g(x) = \frac{1}{x-1}$ 1. أكمل، باستعمال آلة حاسبة، جدول القيم الموالي : <table><tr><td>1.1</td><td>1.01</td><td>1.001</td><td>1.0001</td><td>0.9999</td><td>0.999</td><td>0.99</td><td>0.9</td><td>x</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>$g(x)$</td></tr></table> 2. ماذا تلاحظ ؟ 3. ماذا يمكن القول عن نهاية g لما يؤول x إلى 1 بقيم أصغر. 4. ماذا يمكن القول عن نهاية g لما يؤول x إلى 1 بقيم أكبر.	1.1	1.01	1.001	1.0001	0.9999	0.999	0.99	0.9	x									$g(x)$	15د	
1.1	1.01	1.001	1.0001	0.9999	0.999	0.99	0.9	x													
								$g(x)$													
البناء و الترسيخ	2. النهاية من اليمين والنهاية من اليسار. تعريف 2: القول أن نهاية دالة f عند عدد حقيقي x_0 بقيم صغرى (النهاية من اليسار) هي $-\infty$ يعني أنه يمكن جعل قيم $f(x)$ صغيرة جدا بالقدر الذي نريد شريطة أن يأخذ x قيمة قريبة من x_0 بالقدر الكافي ونكتب $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$. تعريف 3: القول أن نهاية دالة f عند عدد حقيقي x_0 بقيم كبرى (النهاية من اليمين) هي $+\infty$ يعني أنه يمكن جعل قيم $f(x)$ كبيرة جدا بالقدر الذي نريد شريطة أن يأخذ x قيمة قريبة من x_0 بالقدر الكافي ونكتب $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$. مبرهنة 3: نقبل دون برهان النتيجتين التاليتين: $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{(x-a)} = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{(x-a)} = -\infty$ أمثلة: $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{(x-5)} = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)} = -\infty$	25د																			

20

نشاط 03: نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$ كما يلي: $h(x) = \frac{2x+1}{x}$

- بين أن $h(x) = a + \frac{b}{x}$ حيث a و b عدنان حقيقيان يطلب تعيينهما.
- أكمل جدولتي القيم المواليتين:

x	10	10^2	10^3	-10^4
$h(x)$				

x	-10	-10^2	-10^3	-10^4
$h(x)$				

3. ماذا تلاحظ ؟

ب-ماذا يمكن القول عن نهاية الدالة h لما يؤول x إلى $+\infty$ ، $-\infty$.

التشخيص

و

الإكتشاف

30

نهاية منتهية عند ما لانهاية

تعريف: القول أن نهاية دالة f عند عدد حقيقي $+\infty$ هي b (عدد حقيقي) يعني أنه يمكن جعل قيم $f(x)$ قريبة جدا من b بالقدر الذي نريد شريطة أن يأخذ x قيما كبيرة جدا بالقدر الكافي ونكتب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$.

مبرهنة: نقبل دون برهان النتيجة التالية : $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} \frac{1}{(x-a)} = 0$. حيث a عدد حقيقي.

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$ كما يلي: $f(x) = \frac{1}{x} + 3$

أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ملاحظات:

1. يمكن الحصول على تعاريف لنهايات أخرى. مثال ، $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$ ، $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ،

البناء

و

الترسيع

الأستاذ:ياحي رشيد المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية. التاريخ:2014/03/09م الزمن: 2 سا. الوسائل التعليمية: الصبورة.	ثانوية عبد المجيد علام الميدان: تحليل. الوحدة التعليمية: النهايات. الموضوع: السلوك التقاربي لمنحنى دالة. الكفاءات القاعدية : التفسير البياني لنهاية غير منتهية لدالة عندما يؤول x إلى x_0 - معرفة شرط وجود مستقيم مقارب للمنحنى يوازي أحد محوري المعلم- تبرير أن مستقيما معلوما هو مستقيم مقارب.		
توجيهات وتعليقات	المدة	المحتوى المعرفي	مراحل الدرس
	10د	نشاط 01: نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{3\}$ كما يلي: $f(x) = \frac{1}{(x-3)^2}$ - أحسب $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{(x-3)^2}$ - كيف تفسر هذه النتيجة بيانيا.	التشخيص و الإكتشاف
	25د	1. المستقيم المقارب الموازي لمحور الترتيب تعريف: ليكن (C_f) التمثيل البياني لدالة f في معلم و ليكن a عدد حقيقي. إذا كانت النهاية للدالة f عند العدد a هي $+\infty$ أو $-\infty$ نقول أن المستقيم الموازي لمحور الترتيب ذو المعادلة $x = a$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f). مثال: نعتبر الدالة f المعرفة على $[-2; -1[\cup]-1; 0]$ بـ: $f(x) = -1 + \frac{1}{(x+1)^2}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم. 1. أحسب نهاية الدالة f عند (-1)، ثم فسر النتيجة بيانيا .	البناء و الترسيع
	10د	نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$ كما يلي: $f(x) = \frac{1}{x} + 3$ - أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ كيف تفسر هذه النتيجة بيانيا.	التشخيص و الإكتشاف
	25د	2. مستقيم المقارب الموازي لمحور الفواصل ليكن (C_f) التمثيل البياني لدالة f في معلم و ليكن b عدد حقيقي. القول أن المستقيم الموازي لمحور الفواصل ذو المعادلة $y = b$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ (على الترتيب عند $-\infty$) يعني أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$ (على الترتيب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = b$) مثال: نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ: $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{-1\}$ يكون: $f(x) = 2 - \frac{1}{x+1}$.	البناء و الترسيع التقييم

	60	أحسب : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتائج بيانياً. نشاط نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$ كما يلي: $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x}$ 1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{0\}$ لدينا: $f(x) = x + 1 + \frac{1}{x}$ 2. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - (x + 1)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (x + 1)$. فسر النتائج بيانياً. 3. المستقيم المقارب المائل تعريف: ليكن (C_f) التمثيل البياني لدالة f في معلم و ليكن (Δ) المستقيم ذو المعادلة: $y = ax + b$ القول أن المستقيم (Δ) مستقيم مقارب للمنحني (C_f) عند $+\infty$ (على الترتيب عند $-\infty$) يعني أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0 \quad (\text{على الترتيب} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0)$	
	30	تمرين نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty; 3[\cup]3; +\infty[$: $f(x) = x + 2 + \frac{1}{x-3}$ ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم. و ليكن في نفس المعلم المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x + 2$ بين أن المستقيم (Δ) مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$ و عند $+\infty$.	التقييم

الأستاذ:ياحي رشيد		ثانوية عبد المجيد علام											
المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية.		الميدان: تحليل.											
التاريخ:2014/03/12م		الوحدة التعليمية: النهايات.											
الزمن: 2 سا.		الموضوع: عمليات على النهايات.											
الوسائل التعليمية: الصبورة.		الكفاءات القاعدية :											
توجيهات وتعليقات		المحتوى المعرفي										مراحل الدرس	
10د 													

60د

ملاحظة: تسمى الحالات التي لا تسمح فيها النظريات السابقة من استنتاج النهاية بحالات "عدم التعيين"

مثال: أحسب النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 - x + 1, \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 + x + 1$$

نتيجة: نهاية دالة كثير عند $-\infty$ أو $+\infty$ هي نهاية الحد الأعلى درجة.

أحسب النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 8}{x - 3}, \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 8}{x - 3}$$

نتيجة: نهاية دالة ناطقة عند $-\infty$ أو $+\infty$ هي نهاية حاصل قسمة الحد الأعلى درجة في البسط على الحد الأعلى درجة في

المقام.

تطبيق: أحسب النهايات التالية:

التقييم

30د

التقييم

الأستاذ: ياحي رشيد المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية. التاريخ: 2014/03/23م الزمن: 1 سا. الوسائل التعليمية: الصبورة.	ثانوية عبد المجيد علام الميدان: تحليل. الوحدة التعليمية: المتتاليات العددية. الموضوع: نهاية متتالية . الكفاءات القاعدية :		
توجيهات وتعليقات	المدة	المحتوى المعرفي	مراحل البرس
تخمين نهاية متتالية عددية حدها العام يؤول إلى ما لا نهاية. يمكن أن يتم.	15د	نشاط 01 أحسب نهاية كل متتالية هندسية مما يلي: (1) المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_n = 3 \times 2^n$. (2) المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_n = -5 \times 3^n$. (3) المتتالية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_n = 5 \times \frac{1}{2^n}$.	الإكتشاف
نختار كمثال على ذلك نهاية متتالية هندسية أساسها أكبر من 1.	40د	نهاية متتالية هندسية. مبرهنة: (u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_0 وأساسها q . • إذا كان $q > 1$ و $u_0 > 0$ فإن $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ • إذا كان $q > 1$ و $u_0 < 0$ فإن $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$ • إذا كان $-1 < q < 1$ فإن $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$ • إذا كان $q \leq -1$ فإن نهاية المتتالية (u_n) غير موجودة . أمثلة: أحسب نهاية كل متتالية هندسية مما يلي إن وجدت : (1) المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_n = 3 \left(\frac{1}{2}\right)^n$. (4) المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = 3^n$. (3) المتتالية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $w_n = (-3)^n$.	البناء و الترسيخ

الأستاذ: ياحي رشيد المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية. التاريخ: 2014/03/25م الزمن: 2 سا. الوسائل التعليمية: الصبورة.	ثانوية عبد المجيد علاهم الميدان: هندسية. الوحدة التعليمية: الزوايا الموجهة وحساب المثلثات. الموضوع: الزوايا الموجهة. الكفاءات القاعدية: استعمال خواص الزوايا الموجهة لإثبات تقايس الزوايا. تعيين أقياس زاوية موجهة لشعاعين.	المحتوى المعرفي	مراحل الدرس
توجيهات وتعليقات	المدة		

اتمجدول التناسبية التالي

الراديان	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	360^0
الدرجة		45^0	120^0			

(C) الدائرة المثلثية التي مركزها O و نصف قطرها 1 الموجهة الاتجاه الموجب المعاكس لإتجاه دوران عقارب الساعة .

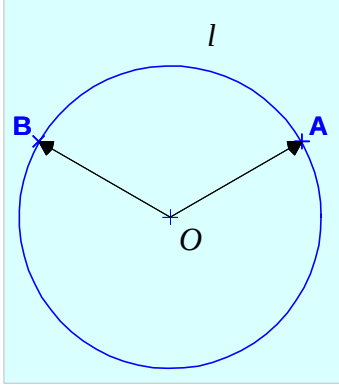
لتكن A و B نقطتين من الدائرة (C) (أنظر الشكل المقابل) .

بتحرك A نحو B في الإتجاه الموجب (للمرة الأولى) تعرف لنا النقطتان A و B قوسا $\widehat{AB}$ طوله l . اصطلاحا نقول ان l قيس بالراديان للزاوية $\widehat{AOB}$ المعرفة بالشعاعين $\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{OB}$. و نكتب $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = l$. وإذا تحركت B نحو A في الإتجاه الغير مباشر نكتب $(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OA}) = -l$.

ضع على الدائرة المثلثية (C) النقط C ، D ، E ، F ، G ، H ، K ، L في الحالات الآتية :

$$(1) \text{ ح } \text{ علما أن: } (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}) = \frac{\pi}{4} , (\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD}) = \frac{\pi}{6} , (\overrightarrow{OD}, \overrightarrow{OE}) = \frac{\pi}{2} , (\overrightarrow{OE}, \overrightarrow{OF}) = \frac{5\pi}{6} .$$

$$(2) \text{ ح } \text{ علما أن: } (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}) = -\frac{\pi}{3} , (\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD}) = -\frac{\pi}{4} , (\overrightarrow{OD}, \overrightarrow{OE}) = -\frac{2\pi}{3} , (\overrightarrow{OE}, \overrightarrow{OF}) = -\frac{\pi}{6} .$$



الزوايا الموجهة

1. مفاهيم عامة

المستوي الموجه هو المستوي الذي وجهت كل دوائره.

الدائرة الموجهة هي دائرة اختير عليها اتجاهها للحركة .

الدائرة المثلثية هي دائرة موجهة نصف قطرها 1 ، والدائرة المثلثية المرفقة بمعلم هي دائرة مثلثية مركزها مبدأ المعلم المتعامد والمتجانس.

2. قياس الزوايا الموجهة: في كل ما يأتي نعتبر المستوي موجه:

1. الزاوية موجهة:

ليكن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ شعاعين غير معدمين . الثنائية $(\vec{u}, \vec{v})$ تسمى زاوية موجهة لشعاعين .

إذا كان x قياسا للزاوية الموجهة $(\vec{u}, \vec{v})$ فإن كل الأعداد من الشكل $x + 2k\pi$ هي أقياس للزاوية $(\vec{u}, \vec{v})$ مع

k عدد صحيح

إصطلاح: نقبل التجاوز في التعبير الذي نعبر به على الزاوية و قيس لها في نفس الوقت ونقول الزاوية $(\vec{u}, \vec{v})$ تساوي x .

2. القيس الرئيسي

من بين أقياس الزاوية الموجهة $(\vec{u}, \vec{v})$ يوجد قيس وحيد على المجال $]-\pi, \pi]$ يسمى القيس الرئيسي للزاوية الموجهة $(\vec{u}, \vec{v})$.

15

30

40

		مثال (1) القيس الرئيسي للزاوية المعدومة $(\vec{u}, \vec{u})$ هو 0 . (2) القيس الرئيسي للزاوية المستقيمة $(\vec{u}, -\vec{u})$ هو π . (3) القيس الرئيسي للزاوية القائمة المباشرة هو $\frac{\pi}{2}$. (4) القيس الرئيسي للزاوية القائمة غير المباشرة هو $-\frac{\pi}{2}$. ملاحظة: قيس الزاوية الموجهة يمكن أن يكون سالبا، وقيس الزاوية الهندسية دوما موجب.
		نشاط 03. $\vec{u}, \vec{v}$ شعاعان من المستوي الموجه حيث $(\vec{v}; \vec{u}) = \alpha$ مثل كل زاوية مما يلي ثم اذكر قيسا لها بدلالة α . $(\vec{v}; \vec{u}), (\vec{v}; -\vec{u}), (-\vec{v}; \vec{u}), (-\vec{v}; -\vec{u}), (2\vec{v}; 3\vec{u}), (2\vec{v}; -3\vec{u})$.
		نتائج: 1. علاقة شال: (تقبل بدون برهان) من أجل كل ثلاثة أشعة غير معدومة $\vec{u}, \vec{v}$ و $\vec{w}$ لدينا $(\vec{u}, \vec{v}) + (\vec{v}, \vec{w}) = (\vec{u}, \vec{w})$ 2. من أجل كل شعاعين غير معدومين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ لدينا : $(\vec{v}, \vec{u}) = -(\vec{u}, \vec{v})$ ، $(-\vec{u}, -\vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v}) \quad , \quad (-\vec{u}, \vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v}) + \pi \quad , \quad (\vec{u}, -\vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v}) + \pi$ 3. إذا كان $(\vec{v}; \vec{u}) = k\pi$ مع k عدد صحيح فإن الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مرتبطين خطيا. 4. إذا كان $(\vec{v}; \vec{u}) = \alpha$ و $(\vec{v}'; \vec{u}') = \beta$ فإن $(\vec{u}'; \vec{v}') = (\vec{u}, \vec{v})$ متقايستين يكافئ وجود عدد صحيح k حيث $\beta - \alpha = 2k\pi$. نقول في هذه الحالة أن α و β قيسان لنفس الزاوية أو قيسان لزاويتين متقايستين. 5. k و k' عددين صحيحين إذا كان k و k' من نفس الإشارة فإن $(k\vec{u}, k'\vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v})$. وإذا كانا مختلفين في الإشارة فإن $(k\vec{u}, k'\vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v}) + \pi$. تمرين 01 لتكن (C) الدائرة المثلثية المرفقة بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. لتكن النقطتين A و B من الدائرة (C) حيث $(\vec{OI}, \vec{OA}) = \frac{\pi}{6}$ و $(\vec{OI}, \vec{OB}) = \frac{3\pi}{4}$. - عين قيسا للزاويا الموجهة : (1) $(\vec{OJ}, \vec{OA})$ (2) $(\vec{OJ}, \vec{OB})$ (3) $(\vec{OA}, \vec{OB})$. - M نقطة من (C) حيث $(\vec{OI}; \vec{OM}) = \frac{2013\pi}{4}$ أوجد القيس الرئيسي للزاوية $(\vec{OI}; \vec{OM})$ ثم أنشئ النقطة M .

الأستاذ:ياحي رشيد		ثانوية عبد المجيد علاهم	
المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية.		الميدان: هندسية.	
التاريخ:2014/03/30م		الوحدة التعليمية: الزوايا الموجهة وحساب المثلثات.	
الزمن: 2 سا.		الموضوع: جيب و جيب تمام عدد حقيقي.	
الوسائل التعليمية: الصبورة.		الكفاءات القاعدية : استعمال خواص الزوايا الموجهة لإثبات تقايس الزوايا.	
		تعيين أقياس زاوية موجهة لشعاعين.	

تعريف: • جيب تمام زاوية موجهة $(\vec{u}, \vec{v})$ هو جيب تمام أحد أقياسها بالرديان و نرمز له بالرمز $\cos(\vec{u}, \vec{v})$.
 • جيب زاوية موجهة $(\vec{u}, \vec{v})$ هو جيب أحد أقياسها بالرديان و نرمز له بالرمز $\sin(\vec{u}, \vec{v})$.

تطبيق

إستعن بالدائرة المثلثية لإثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي x و من أجل كل عدد صحيح k لدينا :

$$\left. \begin{array}{l} \cos(\pi + x) = -\cos x \\ \sin(\pi + x) = -\sin x \end{array} \right\} , \left. \begin{array}{l} \cos(\pi - x) = -\cos x \\ \sin(\pi - x) = \sin x \end{array} \right\} , \left. \begin{array}{l} \cos(-x) = \cos x \\ \sin(-x) = -\sin x \end{array} \right\} \\
\left. \begin{array}{l} \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x \\ \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x \end{array} \right\} , \left. \begin{array}{l} \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x \\ \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \end{array} \right\}$$

تمرين

بدون استعمال الآلة الحاسبة عين القيم المضبوطة لكل من:

$$\begin{array}{ll} \sin \frac{25\pi}{6} & (2) \quad \cos \frac{9\pi}{4} & (1) \\ \cos \left(-\frac{31\pi}{4}\right) & (4) \quad \sin \left(-\frac{11\pi}{3}\right) & (2) \end{array}$$

الأستاذ:ياحي رشيد المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية. التاريخ:2014/04/06م الزمن: 2 سا. الوسائل التعليمية: الصبورة.	ثانوية عبد المجيد علاهم الميدان: هندسية. الوحدة التعليمية: الزوايا الموجهة وحساب المثلثات. الموضوع: المعادلات والمتراجحات المثلثية. الكفاءات القاعدية: حلّ المعادلات المثلثية الأساسية. حلّ متراجحات مثلثية بسيطة.		
توجيهات وتعليقات	المدة	المحتوى المعرفي	مراحل الدرس
نقصد هنا المتراجحات من النوع : $\cos x < a$ $\sin x < b$ فيما يخص المتراجحات ،نكتفي بحلها على مجال طولها 2π على الأكثر ونمثل مجموعة الحلول على الدائرة المثلثية.	15د	نشاط 01: a و b عددين حقيقيين. استعن بالدائرة المثلثية لإيجاد علاقة بين a و b في الحالات التالية : 1. $\cos a = \cos b$ 2. $\sin a = \sin b$ حل معادلات مثلثية بسيطة: تطبيق 01 حل في مجموعة الأعداد الحقيقية المعادلات ذات المجهول الحقيقي x التالية ثم مثل صور الحلول على الدائرة المثلثية	الإكتشاف و
	30د	$\cos(2x + \frac{\pi}{2}) = \frac{\sqrt{2}}{2}, \sin x = \frac{1}{2}, \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$	التشخيص
	15د	تطبيق 02 - حل في المجال $[-\pi; \pi]$ المعادلة $\cos x = \frac{1}{2}$. ثم مثل صور الحلول على الدائرة المثلثية - حل في المجال $[0; 2\pi]$ المعادلة $\cos x = \frac{1}{2}$. ثم مثل صور الحلول على الدائرة المثلثية	
	15د	حل متراجحات مثلثية بسيطة: تطبيق 01: حل في المجموعة $[-\pi; \pi]$ المتراجحة ذات المجهول الحقيقي x : $2\cos x \geq \sqrt{3}$ ثم مثل صور الحلول على الدائرة المثلثية .	
	15د	تطبيق 02: حل في المجموعة $[0, 2\pi]$ المتراجحة ذات المجهول الحقيقي x : $\sin x < -\frac{1}{2}$ ثم مثل الحلول على الدائرة المثلثية. تمرين: حل في المجموعة $[0, 2\pi]$ المتراجحات ذات المجهول الحقيقي x ثم مثل صور الحلول على الدائرة المثلثية . في كل حالة من الحالات الآتية: (1) $2\cos x < 1$ (2) $\sqrt{2}\cos 3x + 2 \leq 0$ (3) $\sin 4x - \frac{\sqrt{3}}{2} \leq 0$ (4) $\cos 4x - \frac{1}{2} > 0$	البناء و

--	--	--	--

الأستاذ:ياحي رشيد المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية. التاريخ:2014/04/07م الزمن: 1 سا. الوسائل التعليمية: الصبورة.		ثانوية عبد المجيد علام الميدان: إحصاء. الوحدة التعليمية: مؤشرات للتشتت. الموضوع: المخطط بالعلبة. الكفاءات القاعدية : تلخيص سلسلة إحصائية بواسطة مخطط بالعلبة.	
توجيهات	المدة	المحتوى المعرفي	مراحل

الدرس								وتعليقات																	
التشخيص	نشاط 01	<table><tr><td>القيم</td><td>4</td><td>7</td><td>10</td><td>13</td><td>16</td></tr><tr><td>التكرار</td><td>6</td><td>5</td><td>7</td><td>4</td><td>1</td></tr></table>						القيم	4	7	10	13	16	التكرار	6	5	7	4	1						
		القيم	4	7	10	13	16																		
التكرار	6	5	7	4	1																				
و	20	1. أكمل قائمة قيم الطبع الإحصائي مرتبة ترتيبا تصاعديا 4,4,4,4,4,7,7,7,7,10,..... 2. عين وسيط السلسلة 3. عين أول قيمة ترتيبها أكبر أو يساوي ربع التكرار الكلي. 4. عين أول قيمة ترتيبها أكبر أو يساوي ثلاثة أرباع التكرار الكلي.																							
الإكتشاف	الربيعيات																								
البناء	25	الربيعي الأول Q_1 لسلسلة إحصائية تكرارها N هو أول قيمة ترتيبها n حيث $n \geq \frac{N}{4}$. الربيعي الثالث Q_3 لسلسلة إحصائية تكرارها N هو أول قيمة ترتيبها n حيث . الانحراف الربيعي لسلسلة إحصائية هو الفرق بين الربيعي الأول والربيعي الثالث أي $Q_3 - Q_1$.																							
و	ملاحظة	1. Q_3 قيمتان من السلسلة بخلاف لوسيط Med الذي يمكن ألا يكون قيمة من السلسلة. 2. الانحراف الربيعي هو مؤشر من مؤشرات التشتت																							
الترسيخ	المخطط بالعلب :	نكوّن مخططا بالعلب بالطريقة التالية : - نضع قيم الطبع على محور (أفقي أو شاقولي) - نعيّن على هذا المحور القيم min ، max ، Q_1 ، Med و Q_3 . (القيمة الصغرى ، القيمة الكبرى ، الربيعيين الأول و الثالث و الوسيط) - نكون عندئذ مستطيلا (العلبة) بالتوازي مع المحور . (طول المستطيل هو الانحراف الربيعي و عرضه كيفي																							
التقييم	تمرين	نعتبر السلسلة الإحصائية التالي - عين الوسيط Med و الربيعيين Q_1 و Q_3 لهذه السلسلة - أنشئ مخطط العلبة لهذه السلسلة.						15																	
		<table><tr><td>x_i</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>7</td><td>8</td><td>10</td><td>11</td></tr><tr><td>n_i</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td><td>1</td><td>1</td><td>4</td><td>3</td></tr></table>						x_i	3	4	5	7	8	10	11	n_i	5	2	3	1	1	4	3		
x_i	3	4	5	7	8	10	11																		
n_i	5	2	3	1	1	4	3																		
ثانوية عبد المجيد علاهم		الأستاذ:ياحي رشيد																							
الميدان: احصاء.		المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية.																							
الوحدة التعليمية:		التاريخ:2014/03/24																							
		الزمن: 2 سا.																							
		الوسائل التعليمية: الصبور																							
مراحل الدرس	المحتوى المعرفي							المدة	توجيهات وتعليقات																

15د

x_i	4	7	10
n_i	3	5	2

1. أحسب التكرار الكلي N لهذه السلسلة.2. أحسب الوسط الحسابي $\bar{X}$ لهذه السلسلة.3. أحسب العددين V ، σ حيث:

$$\sigma = \sqrt{V}, V = \frac{n_1(x_1 - \bar{X})^2 + n_2(x_2 - \bar{X})^2 + n_3(x_3 - \bar{X})^2}{N}$$

4. علما أن السلسلة السابقة تمثل نتائج تلاميذ في اختبار، قسمها إلى فئات متساوية الطول ابتداء بالفئة من

جديد حيث A واحسب العدد من جديد (استعمل مراكز الفئات بدل القيم x_i)

30د

$$5. \text{ أحسب العدد } e_m \text{ حيث: } e_m = \frac{n_1|x_1 - \bar{X}| + n_2|x_2 - \bar{X}| + n_3|x_3 - \bar{X}|}{N}$$

التشخيص

التباين و الانحراف المعياري - الوسط الحسابي للانحرافات المطلقة .

نعتبر السلسلة (x_i, n_i) حيث x_i هي قيم الطبع و n_i تكراراتها مع $i \in \{1, 2, 3, \dots, p\}$ ،1. نسمي تباين السلسلة الإحصائية العدد الحقيقي الذي نرمز له بالرمز V والمعرف بالعلاقة :

$$V = \frac{n_1(x_1 - \bar{X})^2 + n_2(x_2 - \bar{X})^2 + \dots + n_p(x_p - \bar{X})^2}{N} \text{ مع } N = n_1 + n_2 + \dots + n_p$$

 $\bar{X}$ الوسط الحسابي للسلسلة.إذا كانت f_i هي تواترات السلسلة حيث $i \in \{1, 2, 3, \dots, p\}$ فإن: $V = f_1 \times (x_1 - \bar{X})^2 + f_2 \times (x_2 - \bar{X})^2 + \dots + f_p \times (x_p - \bar{X})^2$ 2. يسمى العدد الحقيقي $\sqrt{V}$ الانحراف المعياري و يرمز له بالرمز σ و نكتب $\sigma = \sqrt{V}$.3. نسمي الوسط الحسابي للانحرافات المطلقة العدد الحقيقي e_m حيث:

$$e_m = \frac{n_1|x_1 - \bar{X}| + n_2|x_2 - \bar{X}| + n_3|x_3 - \bar{X}|}{N}$$

البناء

و

40د

x_i	4	6	7
n_i	2	3	5

ملاحظة:

تمرين

نعتبر السلسلة الإحصائية التالية:

1- أحسب تباينها و إنحرافها المعياري .

2- أحسب الوسط الحسابي للانحرافات المطلقة.

الترسيخ

الأستاذ:ياحي رشيد
المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية.
التاريخ: 2014/03/24م
الزمن: 2 سا.
الوسائل التعليمية: الصبورة.

ثانوية عبد المجيد علاهم
الميدان: احصاء.
الوحدة التعليمية: الزوايا الموجهة وحساب المثلثات.
الموضوع: مؤشرات التشنت.
الكفاءات القاعدية :

مراحل الدرس	المحتوى المعرفي	المدة	توجيهات وتعليقات
الإكتشاف	نشاط 01 1. نعتبر السلسلة الإحصائية التالية - أحسب التكرار الكلي N لهذه السلسلة. - أحسب كل من الوسط الحسابي، التباين والانحراف المعياري لهذه السلسلة .	15د	
و	2. أكمل قيم السلسلة الإحصائية التالية حيث $y_i = 2x_i + 3$ و $i \in \{1;2;3\}$. - أحسب كل من الوسط الحسابي، التباين والانحراف المعياري لهذه السلسلة.	30د	
التشخيص	التغيير التآلفي : مبرهنة 4 : إذا كانت $A(x_i, n_i)$ سلسلة إحصائية تباينها V_x وانحرافها المعياري s_x و $B(y_i, n_i)$ سلسلة إحصائية بنفس التكرار V_y وانحرافها المعياري s_y و $y_i = a.x_i + b$ مع $a \in \mathbb{R}^*, b \in \mathbb{R}$ من أجل $i \in \{1, 2, 3, \dots, p\}$ يكون لدينا $V_y = a^2.V_x$ و $s_y = a .s_x$.		
و	1. يقترح مدير شركة على العمال طريقتين لزيادة الأجور * الطريقة الأولى : رفع الأجور كلها بنسبة 5 % * الطريقة الثانية : زيادة مبلغ 750 DA للجميع يُفضّل العمال الطريقة التي تتقارب بها الأجور أكثر بعد الزيادة . فإذا علمت أن معدل أجور العمال قبل الزيادة هو 15000 DA و الانحراف المعياري هو 5400 DA . فأأي الطريقتين أنسب للعمال ؟		
الترسيخ		40د	

66

تطبيق 01: ABC مثلث متقايس الأضلاع حيث $AB = AC = BC = 3$ و لتكن النقط A' ، B' و C' منتصفات القطع المستقيمة $[BC]$ ، $[AC]$ و $[AB]$ على الترتيب.

أحسب الجداءات السلمية الآتية: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA}$ ، $\overrightarrow{CC'} \cdot \overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{A'B'} \cdot \overrightarrow{AB}$.

تطبيق 02: في معلم متعامد و متجانس، النقط A ، B و C احداثياتها على الترتيب $(0;1)$ و $(3;4)$ و $(5;2)$

- احسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

4. الأشعة المتعامدة

تعريف: القول أن الشعاعين غير المعدومين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متعامدان يعني أنه إذا كان:

$\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ و $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$ يكون المستقيمان (AB) و (AC) متعامدين.

ملاحظة: نصلطح على أن الشعاع المعدوم عمودي على كل الأشعة.

مبرهنة: القول أن الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متعامدان يعني أن $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

تمرين: المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

نعتبر النقط $A(1;1)$ ، $B(3;4)$ ، $C(3-\alpha;-1)$.

- أحسب $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ ثم عين قيمة α بحيث يكون المثلث ABC قائم في النقطة A .

5. خواص الجداء السلمي

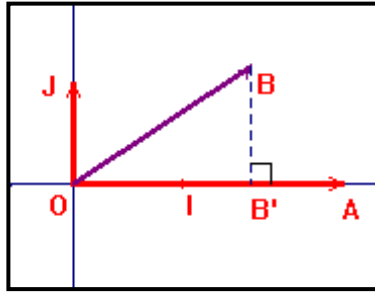
مبرهنة: من أجل كل ثلاث أشعة $\vec{u}$ ، $\vec{v}$ و $\vec{w}$ و من أجل كل عدد حقيقي λ لدينا

$$(1) \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u} \quad (2) \quad \vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w} \quad (3) \quad (\vec{u} + \vec{v}) \cdot \vec{w} = \vec{u} \cdot \vec{w} + \vec{v} \cdot \vec{w}$$

$$(4) \quad (\lambda \vec{u}) \cdot \vec{v} = \lambda (\vec{u} \cdot \vec{v}) \quad (5) \quad \vec{u} \cdot (\lambda \vec{v}) = \lambda (\vec{u} \cdot \vec{v})$$

الأستاذ: ياحي رشيد المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية. التاريخ: 2014/04/21م الزمن: 1 سا. الوسائل التعليمية: الصبورة.		ثانوية عبد المجيد علاهم الميدان: هندسية. الوحدة التعليمية: الجداء السلمي في المستوي. الموضوع: تطبيقات الجداء السلمي الكفاءات القاعدية استعمال خواص الجداء السلمي لإثبات علاقات تتعلق بالتعامد .	
توجيهات وتعليقات	المدة	المحتوى المعرفي	مراحل الدرس

نزود المستوي بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
أحسب كلا من $\vec{OB} \cdot \vec{OA}$ ، $\vec{AB'} \cdot \vec{OA}$ ثم قارن بينهما

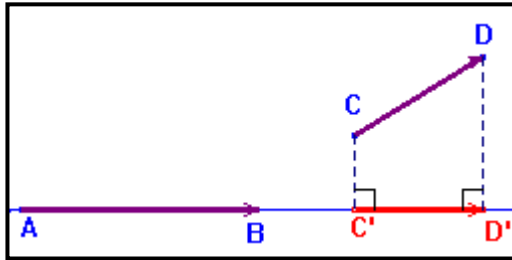


10د

1. الجداء السلمي و الإسقاط العمودي

مبرهنة

ABC ، مثلث إذا كانت C' المسقط العمودي للنقطة C على (AB) فإن $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \vec{AB} \cdot \vec{AC'}$
نتيجة: إذا كان $\vec{AB}$ و $\vec{CD}$ شعاعين غير معدومين و كانتا C' و D' المسقطان العموديان على الترتيب للنقطتين C و D على المستقيم (AB) فإن: $\vec{AB} \cdot \vec{CD} = \vec{AB} \cdot \vec{C'D'}$



10د

مثال: $ABCD$ مستطيلا حيث $AB = 5$ و $CB = 3$

- احسب كلا من $\vec{AB} \cdot \vec{BD}$ ، $\vec{BC} \cdot \vec{BD}$

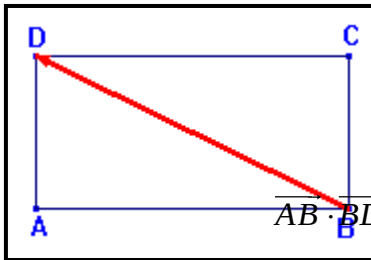
الحل:

$$\vec{AB} \cdot \vec{BD} = \vec{AB} \cdot \vec{BA} = \vec{AB} \cdot (-\vec{AB}) = -\vec{AB}^2 = -AB^2 = -25$$

لأن المسقط العمودي للشعاع $\vec{BD}$ على الشعاع $\vec{AB}$ هو $\vec{BA}$

$$\vec{BC} \cdot \vec{BD} = \vec{BC} \cdot \vec{BC} = \vec{BC}^2 = 3$$

لأن المسقط العمودي للشعاع $\vec{BD}$ على الشعاع $\vec{BC}$ هو $\vec{BC}$



ثانوية عبد المجيد علاهم.

الميدان: هندسة.

الوحدة التعليمية: الجداء السلمي في المستوي.

الموضوع: تطبيقات الجداء السلمي.

الكفاءات القبلية : الإرتباط الخطي لشعاعين-الجداء السلمي لشعاعين-تعامد شعاعين

الأستاذ:ياحي رشيد

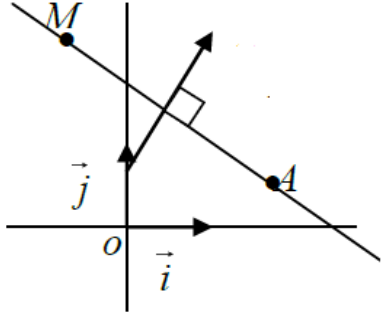
المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية.

التاريخ:2014/04/23م

الزمن: 1 سا.

الوسائل التعليمية: الكوس- الصبورة.

		الكفاءات المستهدفة: كتابة معادلة مستقيم علم شعاع ناظمي له ونقطة منه.	
المدة	توجيهات وتعليقات	المحتوى المعرفي	مراحل الدرس
01د	توظيف شرط الارتباط الخطي لشعاعين لكتابة معادلة مستقيم.	ذكر بشرط الارتباط الخطي لشعاعين $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ و $\vec{v}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ في مستو مزود بمعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$.	التشخيص
14د	حساب الجداء السلمي لشعاعين باستعمال العبارة التحليلية.	نشاط: في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. نعتبر النقطتان $A(3;1)$ و $B(2;4)$. 1. ماذا يمثل الشعاع $\overrightarrow{AB}$ بالنسبة للمستقيم (AB) ؟ 2. $M(x; y)$ نقطة من المستقيم (AB)، ماذا يمكن القول عن الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AM}$ ؟ 3. اكتب معادلة للمستقيم (AB). 4. ليكن $\vec{n}\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ شعاع من المستوي. أ) احسب الجداء السلمي $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB}$ وماذا تستنتج؟ ب) $N(x; y)$ نقطة من المستوي، احسب بدلالة x و y الجداء السلمي $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AN}$. ثم استنتج معادلة للمستقيم (AB) باعتبار N نقطة متحركة على المستقيم (AB). حل النشاط 1. الشعاع $\overrightarrow{AB}$ هو شعاع توجيه للمستقيم (AB). 2. الشعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AM}$ مرتبطان خطيا. 3. كتابة معادلة للمستقيم (AB): بما أن الشعاعين $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-3 \\ y-1 \end{pmatrix}$ مرتبطان خطيا فإن $3(x-3) - (-1)(y-1) = 0$ أي $3x + y - 10 = 0$ و هي معادلة للمستقيم (AB). 4. أ) حساب الجداء السلمي $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 3 \times (-1) + 1 \times 3 = 0$: نستنتج أن الشعاعين $\vec{n}$ ، $\overrightarrow{AB}$ متعامدان. ب) حساب بدلالة x و y الجداء السلمي $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AN}$: لدينا $\overrightarrow{AN}\begin{pmatrix} x-3 \\ y-1 \end{pmatrix}$ و $\vec{n}\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ ومنه $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AN} = 3(x-3) + 1(y-1) = 3x + y - 10$. - استنتاج معادلة للمستقيم (AB): إذا كانت N نقطة متحركة على المستقيم (AB)، فهذا يعني أن الشعاعين $\overrightarrow{AN}$ و $\overrightarrow{AB}$ مرتبطين خطيا وبالتالي فهما متوازيان وبما أن الشعاعين $\vec{n}$ ، $\overrightarrow{AB}$ متعامدان. فينتج أن الشعاعان $\vec{n}$ ، $\overrightarrow{AN}$ متعامدان كذلك ومنه $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AN} = 0$ أي $3x + y - 10 = 0$ و هي معادلة للمستقيم (AB).	الإكتشاف

		1. الشعاع الناطمي لمستقيم تعريف: (D) مستقيم. نسمي شعاع ناطمي للمستقيم (D) كل شعاع غير معدوم عمودي على أحد أشعة توجيه المستقيم (D). 2. معادلة مستقيم علم شعاع ناطمي له ونقطة منه نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ الشعاع غير المعدوم $\vec{n}(a, b)$ والنقطة $A(x_0, y_0)$ وليكن (D) المستقيم الذي يشمل A و $\vec{n}$ شعاع ناطمي له. (D) هو إذن مجموعة النقط $M(x, y)$ من المستوي بحيث: $\vec{AM} \cdot \vec{n} = 0$ لدينا $\vec{AM}(x - x_0, y - y_0)$ و بالتالي $\vec{AM} \cdot \vec{n} = a(x - x_0) + b(y - y_0)$ إذن تكون $M(x, y)$ نقطة من (D) إذا وفقط إذا كان $a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$ $ax + by - (ax_0 + by_0) = 0$ أي بوضع $c = -(ax_0 + by_0)$ ينتج $(D) : ax + by + c = 0$ مبرهنة: في معلم متعامد و متجانس يكون لكل مستقيم حيث الشعاع غير المعدوم $\vec{n}(a, b)$ شعاع ناطمي له معادلة من الشكل: $ax + by + c = 0$ حيث a, b, c أعداد حقيقية و $(a, b) \neq (0, 0)$. ملاحظة: إذا كانت $ax + by + c = 0$ معادلة لمستقيم (D) فإن $\vec{u}(-b, a)$ شعاع توجيه له و منه الشعاع $\vec{n}(a, b)$ شعاع ناطمي للمستقيم (D) لأن $\vec{n}$ و $\vec{u}$ متعامدان مادام $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0$.	البناء
02	11		
02	02	مثال 01: ليكن المستقيم (Δ) الذي معادلة له: $-2x + 5y + 3 = 0$ ومنه $\vec{n}(-2; 5)$ هو شعاع ناطمي له و $\vec{u}(-5; -2)$ هو شعاع توجيه له مثال 02: في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ معادلة للمستقيم (D) الذي يشمل $A(1; 2)$ و $\vec{n}(5; 4)$ شعاع ناطمي له هي من الشكل $5x + 4y + c = 0$. حيث $c = -(5 \times 1 + 4 \times 2) = 13$ ومنه $5x + 4y + 13 = 0$ هي معادلة للمستقيم (D).	الترسيخ
05	20	تطبيق: في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ نعتبر النقط $A(-2; 0)$ ، $B(2; 1)$ و $C(-3; 3)$ (1) اكتب معادلة للارتفاع المتعلق بالضلع $[BC]$. (2) اكتب معادلة للمستقيم (Δ) الذي يشمل A و يعامد المستقيم (AB). (3) اكتب معادلة للمستقيم (D) الذي يشمل B و يعامد المستقيم ذي المعادلة: $-2y + x + 3 = 0$	التقويم

حل التطبيق:

(1) كتابة معادلة للارتفاع المتعلق بالضلع $[BC]$.

الارتفاع المتعلق بالضلع $[BC]$ هو المستقيم العمودي على (BC) المستقيم ويشمل النقطة $A(-2;0)$ إذا $\overrightarrow{BC}(-5;2)$ هو شعاع ناظمي له ومنه معادلة له هي من الشكل $-5x + 2y + c = 0$ حيث $c = -(-5 \times -2 + 0 \times 2) = -10$ ومنه $-5x + 2y - 10 = 0$ هي معادلة للارتفاع المتعلق بالضلع $[BC]$.

(1) كتابة معادلة للمستقيم (Δ) الذي يشمل $A(-2;0)$ و يعامد المستقيم (AB) .

$\overrightarrow{AB}(4;1)$ هو شعاع ناظمي لـ (Δ) ومنه معادلة لـ (Δ) هي من الشكل $4x + y + c = 0$ حيث

$c = -(4 \times -2 + 1 \times 0) = 8$ ومنه $4x + y + 8 = 0$ هي معادلة للمستقيم (Δ) .

(2) كتابة معادلة للمستقيم (D) الذي يشمل $B(2;1)$ و يعامد المستقيم ذي المعادلة :

$$-2y + x + 3 = 0$$

لدينا $\vec{u}(2;1)$ هو شعاع توجيه للمستقيم الممثل بالمعادلة $-2y + x + 3 = 0$ وبالتالي $\vec{u}(2;1)$ هو

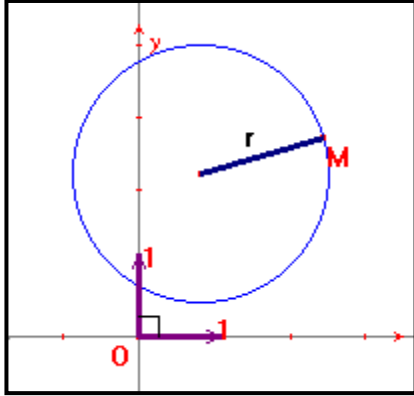
شعاع ناظمي لـ (D) ومنه معادلة لـ (D) هي من الشكل $2x + y + c = 0$ حيث

$c = -(2 \times 2 + 1 \times 1) = 5$ ومنه $2x + y + 5 = 0$ هي معادلة للمستقيم (D) .

الأستاذ:ياحي رشيد المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية. التاريخ:2014/04/28م الزمن: 1 سا. الوسائل التعليمية: الكوس-المدور- الصبورة.	ثانوية عبد المجيد علاهم. الميدان: هندسة. الوحدة التعليمية: الجداء السلمي في المستوى. الموضوع: تطبيقات الجداء السلمي. الكفاءات القبلية : الجداء السلمي لشعاعين-تعامد شعاعين . الكفاءات المستهدفة: استعمال خواص الجداء السلمي لكتابة معادلة دائرة.		
توجيهات وتعليقات	المدة	المحتوى المعرفي	مراحل الدرس
حساب منتصف قطعة مستقيمة شرط تعامد شعاعين في مستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس. حساب الجداء السلمي لشعاعين ياستعمال العبارة التحليلية.	01د	ذكر بشرط تعامد شعاعين $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ و $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ في مستو مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.	التشخيص
	10د	نشاط: في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. نعتبر النقطتان $A(2;1)$ و $B(0;5)$ (I) 5. علم النقطتان A, B. 6. لتكن Ω منتصف القطعة $[AB]$. - احسب إحداثيتي النقطة Ω. 7. لتكن $M(x; y)$ نقطة من الدائرة (C) التي مركزها Ω و نصف قطرها $\frac{AB}{2}$. - عبر بدلالة x و y عن ΩM^2 ثم استنتج معادلة للدائرة (C). (II) لتكن $N(x; y)$ نقطة من الدائرة (C). 1. هل الشعاعان $\vec{NA}$ و $\vec{NB}$ متعامدان (برر جوابك)؟ 2. عبر بدلالة x و y عن الجداء السلمي $\vec{NB} \cdot \vec{NA}$ ، ثم استنتج معادلة للدائرة (C). حل النشاط الجزء (I) 1. تعليم النقطتين A, B. 2. حساب إحداثيتي النقطة $\Omega: \Omega\left(\frac{2+0}{2}; \frac{1+5}{2}\right)$ أي $\Omega(1;3)$. 3. التعبير بدلالة x و y عن ΩM^2 : لدينا $\Omega M^2 = \left(\sqrt{(x-1)^2 + (y-3)^2}\right)^2$ أي $\Omega M^2 = (x-1)^2 + (y-3)^2 \dots (1)$ - استنتج معادلة (C) : $M \in (C)$ يعني $\Omega M = \frac{AB}{2}$ ، أي $\Omega M^2 = \left(\frac{AB}{2}\right)^2$: ومن (1) $(x-1)^2 + (y-3)^2 = \left(\frac{AB}{2}\right)^2$ نجد: $(x-1)^2 + (y-3)^2 = \left(\frac{AB}{2}\right)^2$ هي معادلة للدائرة (C). (يمكن حساب الطول $\left(\frac{AB}{2}\right)^2$).	الإكتشاف

3. معادلة دائرة

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.



10د

أ) معادلة دائرة علم مركزها و نصف قطرها

لتكن (C) الدائرة التي مركزها $\Omega(x_0, y_0)$ و نصف قطرها r .
(C) هي مجموعة النقط $M(x, y)$ حيث: $\Omega M = r$ أي

$$\Omega M^2 = r^2$$

و هذا يعني أن: $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$

مبرهنة: في معلم متعامد و متجانس معادلة الدائرة (C) التي

مركزها $\Omega(x_0, y_0)$ و نصف قطرها r هي:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$

مثال: $(O; \vec{i}, \vec{j})$ معلم متعامد و متجانس.

الترسيخ

1. اكتب معادلة للدائرة (C) التي مركزها $\Omega(1; 2)$ و نصف قطرها 5.

02د

الجزء (II)

- بما أن $[AB]$ هو قطر في الدائرة (C) و N نقطة من هذه الدائرة فإن المثلث ANB قائم في النقطة N، ومنه المستقيمان (NA) و (NB) متعامدان.

- التعبير بدلالة x و y عن الجداء السلمي $\vec{NB} \cdot \vec{NA}$ لدينا $\vec{NB}(-x; 5-y)$ و $\vec{NA}(2-x; 1-y)$

$$\vec{NA} \cdot \vec{NB} = -x(2-x) + (5-y)(1-y)$$

$$\vec{NA} \cdot \vec{NB} = x^2 - 2x + y^2 - 6y + 5$$

$$\vec{NA} \cdot \vec{NB} = x^2 + y^2 - 2x - 6y + 5$$

ومنه :

15د

استنتاج معادلة للدائرة : اذا كانت N تختلف عن A و B : لدينا (NA) و (NB) متعامدان. ومنه $\vec{NA} \cdot \vec{NB} = 0$

$$\vec{NB} \cdot \vec{NA} = 0 \text{ متعامدان اذن}$$

اذا كانت N منطبقة على A أو B : يكون لدينا $\vec{NB} \cdot \vec{NA} = 0$ ومنه $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 5 = 0$

هي معادلة للدائرة (C).

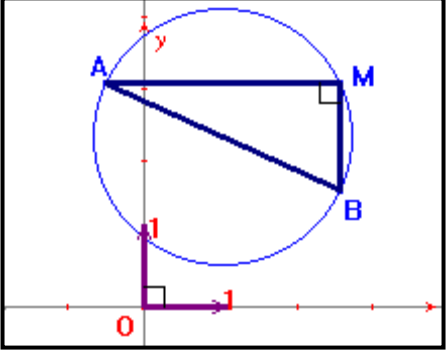
ب) معادلة دائرة علم قطر لها

لتكن (C) الدائرة التي قطرها $[AB]$. باستثناء A و B هي مجموعة النقط M بحيث يكون المثلث

$$AMB \text{ قائما في } M \text{ أي } \vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$$

لدينا كذلك $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$ إذا كانت M منطبقة على A أو على B.

اكتشاف

10	10		مبرهنة: الدائرة التي قطرها $[AB]$ هي مجموعة النقط M حيث $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$ مثال: في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. نعتبر النقطتان $A(2;6)$ و $B(2;5)$ - اكتب معادلة الدائرة التي قطرها $[AB]$ تطبيق المستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. نعتبر النقط $A(1;1)$، $B(3;4)$. 1. أكتب معادلة للدائرة (C) التي مركزها $\Omega(2; \frac{5}{2})$ و نصف قطرها $\sqrt{3}$. 2. أكتب معادلة (C') الدائرة التي قطرها $[AB]$. 3. ناقش تبعا لقيم العدد الحقيقي k طبيعة مجموعة النقط $M(x; y)$ حيث:
10	10		$x^2 + y^2 + 2x - 4y + 5 - k = 0$.

