المؤسسة : ثانوية سليماني جلول المادة : رياضيات الأستاذ : بلبحري
المستوى و الشعبة : 2 عت + 2 تر
المحتوى المعرفي : المرجح في المستوي
الكفاءات المستهدفة: – إنشاء مرجح نقطتين .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: تذكير حول الأشعة مناقشة النشاط 01 صفحة 179: ❶ حساب قيمة m_B : لدينا : $m_A \times GA = m_B \times GB$ و منه : $m_B = m_A \times \frac{GA}{GB}$ إذن : $m_B = 6\frac{GA}{GB}$ ❷ كتابة $\overrightarrow{GA}$ بدلالة $\overrightarrow{GB}$: ✣ لدينا : $m_A \times \overrightarrow{GA} = m_B \times \overrightarrow{GB}$ و منه : $\overrightarrow{GA} = -\frac{3}{7}\overrightarrow{GB}$ ✣ إثبات أن $\overrightarrow{AG} = \frac{3}{10}\overrightarrow{AB}$: لدينا : $\overrightarrow{GA} = -\frac{3}{7}\overrightarrow{GB}$ و منه : $\overrightarrow{AG} = \frac{3}{7}\left(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AB}\right)$ و منه : $\frac{10}{3}\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB}$ إذن : $\overrightarrow{AG} = \frac{3}{10}\overrightarrow{AB}$ ✣ إنشاء G علما أن $AB = 20cm$: لدينا : $AB = 20cm$ و عليه : $AG = 6cm$ ❸ تعيين m_A و m_B في الحالتين : a) نأخذ : $m_B = 2m_A$ b) نأخذ : $m_B = 5m_A$ **مرجح نقطتين :** تعريف: لتكن A و B نقطتين متمايزتين ، α و β عددان حقيقيان حيث : $\alpha + \beta \neq 0$. نسمي مرجح النقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين α و β على الترتيب النقطة G حيث : $\alpha\overrightarrow{GA} + \beta\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{0}$ **ملاحظات:** ✦ إذاكانت A نقطة مرفقة بالعدد الحقيقي α الثنائية (A, α) تسمى نقطة مثقلة . ✧ الجملة $\{(A, \alpha), (B, \beta)\}$ تسمى جملة مثقلة. ✦ النقطة G تسمى مرجح الجملة المثقلة $\{(A, \alpha); (B, \beta)\}$. ✧ إذاكانت A منطبقة على B فإن G منطبقة على B $\left((\alpha + \beta)\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{0}\right)$. ✦ إذاكان $\alpha + \beta = 0$ أي $\alpha = -\beta$ فإن $\alpha\overrightarrow{GA} - \alpha\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{0}$ و منه : $\alpha\left(\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB}\right) = \overrightarrow{0}$ ومنه : $\alpha\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{0}$ وهذا غير ممكن إذا كان $\alpha \neq 0$ و A تختلف عن B . ✧ إذا كان $\alpha = \beta$ فإن $\alpha\overrightarrow{GA} + \alpha\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{0}$ ومنه: $\alpha\left(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB}\right) = \overrightarrow{0}$ أي : $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{0}$ إذن : G منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$ وفي هذه الحالة نضع $\alpha = \beta = 1$.	10 د 10 د	مناقشة النشاط من طرف التلاميذ

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

مبرهنة: إذا كانت G مرجح النقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين α و β على الترتيب فإن G وحيدة ومعينة بالعلاقة :

$$\overrightarrow{AG} = \frac{\beta}{\alpha+\beta}\overrightarrow{AB}$$

برهان:

G مرجح الجمله المثقله $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$ معناه : $\alpha\overrightarrow{GA} + \beta GB = \overrightarrow{0}$ — 5 د

معناه : $\alpha\overrightarrow{GA} + \beta(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{0}$ معناه $(\alpha+\beta)\overrightarrow{GA} = -\beta\overrightarrow{AB}$

بما أنّ : $\alpha+\beta \neq 0$ فإنّ : $\overrightarrow{AG} = \frac{\beta}{\alpha+\beta}\overrightarrow{AB}$.

A و B نقطتان ثابتتان إذن : G وحيدة.

تمرين تطبيقي «①»: A و B نقطتان متمايزتان من المستوي .

[1] ✍ أنشىء النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2);(B,3)\}$.

[2] ✍ أنشىء النقطة N مرجح الجملة المثقلة $\{(A,-3);(B,1)\}$.

طريقة: ✍ إذا كانت G مرجح الجملة $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$

فإن : $\overrightarrow{AG} = \frac{\beta}{\alpha+\beta}\overrightarrow{AB}$

نقسم القطعة $[AB]$ إلى $\alpha+\beta$ جزء متقايسة ثم انطلاقا من A نضع G على بعد $\frac{\beta}{\alpha+\beta}$. (يمكن الاستعانة بمبرهنة طاليس)

بناء المفاهيم: — 15 د

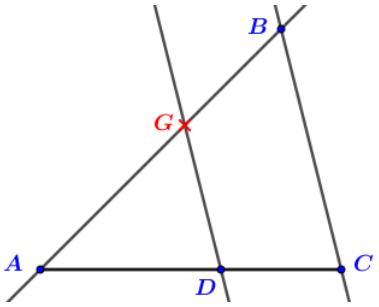
حل التمرين التطبيقي «①»:

[1] ✍ إنشاء النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2);(B,3)\}$:

$2+3 \neq 0$ إذن G موجودة و وحيدة و تحقق : $\overrightarrow{AG} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB}$

إذن : G تنتمي إلى المستقيم (AB)

⋆ لإنشاء G نختار قطعة $[AC]$ نقسمها إلى 5 أجزاء متقايسة ثم نضع النقطة D على (AC) بحيث : $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$ ، ثم ننشيء من D المستقيم الذي يوازي المستقيم (BC) و يقطع (AB) في النقطة G .



[2] ✍ بنفس الطريقة السابقة ننشيء النقطة N .

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

تمرين تطبيقي «②»: A و B نقطتان متمايزتان من المستوي .

لتكن النقطة K حيث : $\overrightarrow{BK}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AK}$

⋆ أثبت أنّ K مرجح النقطتين A و B مرفقتين بمعاملين يطلب تعيينهما.

حل التمرين التطبيقي «②»:

لدينا : $\overrightarrow{BK}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AK}$ و منه : $2\overrightarrow{BK}=-\overrightarrow{AK}$ و منه : $2\overrightarrow{BK}+\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{0}$

و عليه : $-\overrightarrow{KA}-2\overrightarrow{KB}=\overrightarrow{0}$

إذن : K مرجح النقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين -1 و -2 على الترتيب .

خواص :

- إذا كانت G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$ فإن G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A,k\alpha);(B,k\beta)\}$ حيث k عدد حقيقي غير معدوم .
- إذا كانت G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$ فإن النقط A,B و G على إستقامة واحدة .

بناء المفاهيم:

برهان:

مبرهنة: إذا كانت G مرجح النقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين α و β على الترتيب فإنه من أجل كل نقطة M من المستوي :

$$\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}=(\alpha+\beta)\overrightarrow{MG}$$

20 د

برهان: لدينا : G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$.

إذن : $\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{0}$ ومنه : $\alpha\overrightarrow{GM}+\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{GM}+\beta\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{0}$

ومنه : $\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}+(\alpha+\beta)\overrightarrow{GM}=\overrightarrow{0}$

إذن: $\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}=(\alpha+\beta)\overrightarrow{MG}$.

ملاحظة:

إذا كانت G منتصف قطعة المستقيم $[AB]$ فإنه من أجل كل نقطة M من المستوي

لدينا : $\boxed{\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MG}}$.

حل التطبيق (ت 29 ص 194):

❶ نستخدم العلاقات : $\overrightarrow{AB'}=-\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AA'}=3\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CC'}=\frac{3}{2}\overrightarrow{CB}$

❷

$$\begin{cases}2\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}=(2-3)\overrightarrow{MA'}\\-2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}=(-2+1)\overrightarrow{MB'}\\3\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=(3-1)\overrightarrow{MC'}\end{cases}$$

لدينا :

نجمع المساويات الثلاثة طرف لطرف نجد : $-\overrightarrow{MA'}-\overrightarrow{MB'}+2\overrightarrow{MC'}=\overrightarrow{0}$

❸

لدينا : $-\overrightarrow{MA'}-\overrightarrow{MB'}+2\overrightarrow{MC'}=\overrightarrow{0}$ و منه : $\overrightarrow{A'M}+\overrightarrow{MC'}+\overrightarrow{B'M}+\overrightarrow{MC'}=\overrightarrow{0}$

و عليه : $\overrightarrow{A'C'}=-\overrightarrow{B'C'}$ إذن : النقط A' ، B' و C' في استقامية .

تقويم

حل التمرين 19و20 و 21و 34 صفحة 194 – 195

ملاحظات عامة حول الحصة: .....

المؤسسة : ثانوية سليماني جلول المادة : رياضيات الأستاذ : بلبحري
المستوى و الشعبة : 2 عت + 2 تر
المحتوى المعرفي : المرجح في المستوي
الكفاءات المستهدفة: – إنشاء مرجح ثلاث نقط .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: تذكير حول مرجح نقطتين **نشاط:** ABC مثلث ، G نقطة من المستوي حيث : $2\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}-2\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$ ◄ [1] بين أن الشعاع $\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AC}$ ◄ [2] أنشىء النقطة G . **مرجح ثلاث نقط :** **تعريف:** A ، B و C ثلاث نقط من المستوي ، α و β و γ عداد حقيقية حيث $\alpha+\beta+\gamma\neq 0$. نسمي مرجح النقطتين A و B و C المرفقة بالمعاملات α و β و γ على الترتيب النقطة G حيث : $\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}+\gamma\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$ ونقول أيضا إن G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma)\}$ **ملاحظات:** ✦ إذا كانت المعاملات متساوية وغير معدومة ، نقول إن G هي مركز المسافات المتساوية للنقط A ، B و C . ✦ نضع : $\alpha=\beta=\gamma=1$ و إذا كانت النقط A ، B و C ليست على استقامة واحدة فإن : النقطة G تسمى مركز ثقل المثلث ABC . ✦ إذا كانت α ، β و γ تمسح $\mathbb{R}$ فإن : G تمسح المستوي . إذن : المستوي هو مجموعة مراجح ثلاث نقط ليست في استقامية . **مبرهنة:** إذا كانت G مرجح النقط A ، B و C المرفقتين بالمعاملات α ، β و γ على الترتيب فإن النقطة G وحيدة.	10 د	مناقشة النشاط من طرف التلاميذ
	برهان: G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma)\}$. إذن : $\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}+\gamma\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$ ومنه : $\alpha\overrightarrow{GA}+\beta(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{AB})+\gamma(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{AC})=\overrightarrow{0}$ ومنه : $(\alpha+\beta+\gamma)\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{AB}+\gamma\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{0}$ أي : $(\alpha+\beta+\gamma)\overrightarrow{AG}=\beta\overrightarrow{AB}+\gamma\overrightarrow{AC}$ إذن: $\boxed{\overrightarrow{AG}=\frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AB}+\frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AC}}$ بما أن A ، B و C نقاط ثابتة فإن G نقطة وحيدة .	20 د	

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

تمرين تطبيقي : A ، B و C ثلاث نقط من المستوي

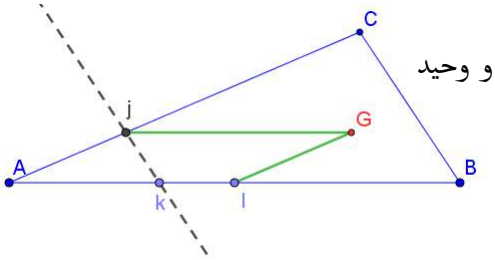
⋆ أنشيء النقطة G مرجح الجملة $\{(A,2);(B,3);(C,1)\}$

حـــــل :

$2+3+1=6$ و $6\neq 0$ إذن : G موجود و وحيد

G مرجح الجملة $\{(A,2);(B,3);(C,1)\}$

و منه : $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.



بناء المفاهيم:

لإنشاء G نأخذ على $[AB]$ النقطتين I و K حيث : $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AK}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

من K ننشيء المستقيم الموازي لـ (BC) الذي يقطع (AC) في J

إذن حسب مبرهنة طاليس : $\overrightarrow{AJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

و بالتالي : $\overrightarrow{AG}$ هو محصلة الشعاعين $\overrightarrow{AI}$ و $\overrightarrow{AJ}$

15 د

خاصية :

- إذا كانت G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma)\}$ فإن G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,k\alpha);(B,k\beta);(C,k\gamma)\}$ حيث k عدد حقيقي غير معدوم .

مثال: A ، B و C ثلاث نقط من المستوي

النقطة G مرجح الجملة $\{(A,2);(B,3);(C,-1)\}$

أيضا G مرجح الجملة $\{(A,4);(B,6);(C,-2)\}$

مبرهنة: إذا كانت G مرجح النقط A ، B و C المرفقة بالمعاملات α ، β و γ على الترتيب فإنه من أجل كل كل نقطة M من المستوي :

$$\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}+\gamma\overrightarrow{MC}=(\alpha+\beta+\gamma)\overrightarrow{MG}$$

15 د

برهان: (نستعمل علاقة شال)

مثال: A ، B و C ثلاث نقط من المستوي

النقطة G مرجح الجملة $\{(A,2);(B,3);(C,-1)\}$

إذن من أجل كل نقطة M من المستوي

لدينا : $2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=(2+3-1)\overrightarrow{MG}$

أي : $2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=4\overrightarrow{MG}$

نقويم

حل التطبيق (ت 43 ص 196):

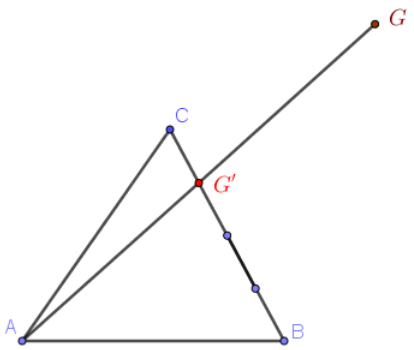
حل التمرين 39و41 و 44 صفحة 196

ملاحظات عامة حول الحصة: .....

المؤسسة : ثانوية سليماني جلول المادة : رياضيات الأستاذ : بلبحري
المستوى و الشعبة : 2 عت + 2 تر
المحتوى المعرفي : المرجح في المستوي
الكفاءات المستهدفة: – استعمال خاصية التجميع في إنشاء مرجح ثلاث نقط .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: **نشاط:** لتكن G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma)\}$. و D مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$. و نعلم أنه من أجل كل نقطة M من المستوي لدينا : $\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}=(\alpha+\beta)\overrightarrow{MD}$ ① بين أنه إذا كانت M تنطبق على G فإن : $(\alpha+\beta)\overrightarrow{GD}+\gamma\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$ ② استنتج أن G هي مرجح النقطتين D و C المرفقتين بمعاملين يطلب تعيينهما . **خاصية التجميع :** **مبرهنة:** G مرجح النقط A ، B و C المرفقة بالمعاملات α ، β و γ على الترتيب . إذا كان $\alpha+\beta\neq 0$ و كانت D مرجح النقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين α و β على الترتيب . فإن النقطة G مرجح النقطتين D و C المرفقتين بالمعاملين $\alpha+\beta$ و γ على الترتيب . **مثال:** A ، B و C ثلاث نقط من المستوي . G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(B,2);(C,-3)\}$ و I مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(B,2)\}$ إذن حسب خاصية التجميع : G مرجح الجملة المثقلة $\{(I,1+2);(C,-3)\}$ أي : G مرجح الجملة المثقلة $\{(I,3);(C,-3)\}$ **تمرين تطبيقي:** ABC مثلث . لتكن G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,-2);(B,1);(C,3)\}$ ① أنشيء النقطة G' مرجح الجملة المثقلة $\{(B,1);(C,3)\}$ ② برهن أن G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,-2);(G',4)\}$ ③ أنشيء النقطة G .	15 د 20 د	مناقشة النشاط من طرف التلاميذ

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم:	**حل التمرين التطبيقي:** ① إنشاء النقطة G' : لدينا : $\overrightarrow{BG'}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$ ② باستعمال خاصية التجميع ينتج : G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,-2);(G',1+3)\}$ أي : G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,-2);(G',4)\}$ ③ إنشاء النقطة G : لدينا : $\overrightarrow{AG}=\frac{4}{2}\overrightarrow{AG'}$ معناه : $\overrightarrow{AG}=2\overrightarrow{AG'}$  	25 د	
تقويم	حل التمرين 40و56 صفحة 197		

ملاحظات عامة حول الحصة: .....

المؤسسة : ثانوية سليماني جلول المادة : رياضيات الأستاذ : بلبحري
المستوى و الشعبة : 2 عت + 2 تر
المحتوى المعرفي : المرجح في المستوي
الكفاءات المستهدفة: – حساب إحداثيي المرجح .

– سير الحصة

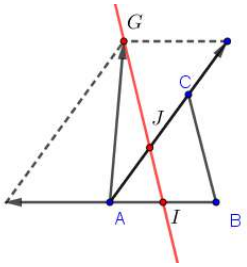
المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية:		
	نشاط:		
	لتكن G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma)\}$.		
	و من أجل كل نقطة M من المستوي		
	لدينا : $\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}+\gamma\overrightarrow{MC}=(\alpha+\beta+\gamma)\overrightarrow{MG}$		
	❶ بين أن : $\overrightarrow{OG}=\frac{\alpha}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{OA}+\frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{OB}+\frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{OC}$.	15 د	مناقشة النشاط من طرف التلاميذ
	❷ علما أن $A(x_A;y_A)$ ، $B(x_B;y_B)$ ، $C(x_C;y_C)$ و $G(x_G;y_G)$.		
	⋆ عبّر عن x_G بدلالة x_A ، x_B و x_C ، وعن y_G بدلالة y_A ، y_B و y_C .		
	إحداثيي المرجح :		
	مبرهنة: المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.		
	G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma)\}$		
	نضع: $A(x_A;y_A)$ ، $B(x_B;y_B)$ و $C(x_C;y_C)$		
	إحداثيي النقطة G هما $(x_G;y_G)$ حيث :		
	$x_G=\frac{\alpha x_A+\beta x_B+\gamma x_C}{\alpha+\beta+\gamma}$ و $y_G=\frac{\alpha y_A+\beta y_B+\gamma y_C}{\alpha+\beta+\gamma}$		
	ملاحظة:		
	✦ إذا كانت G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$		
	فإن : $x_G=\frac{\alpha x_A+\beta x_B}{\alpha+\beta}$ و $y_G=\frac{\alpha y_A+\beta y_B}{\alpha+\beta}$		
	مثال:		
	المستوي منسوب إلى المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$	20 د	
	لتكن النقط $A(1;2)$ ، $B(-2;4)$ و $C(0;-1)$		
	النقطة G مرجح النقط A ، B و C المرفقة بالمعاملات 2 ، -1 و 3 على الترتيب		
	إحداثياها :		
	$x_G=\frac{\alpha x_A+\beta x_B+\gamma x_C}{\alpha+\beta+\gamma}=\frac{2\times1+(-1)(-2)+0}{4}=1$		
	$y_G=\frac{\alpha y_A+\beta y_B+\gamma y_C}{\alpha+\beta+\gamma}=\frac{2\times2+(-1)(4)+3\times(-1)}{4}=-\frac{3}{4}$		
	إذن : $G\left(1;-\frac{3}{4}\right)$		

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم:	**حالات خاصة :** ✦ إذا كانت G منتصف $[AB]$ فإن : $\boxed{x_G=\frac{x_A+x_B}{2}}$ و $\boxed{y_G=\frac{y_A+y_B}{2}}$ ✦ إذا كان G مركز ثقل المثلث ABC فإن : $\boxed{x_G=\frac{x_A+x_B+x_C}{3}}$ و $\boxed{y_G=\frac{y_A+y_B+y_C}{3}}$ **تمرين تطبيقي :** المستوي منسوب إلى المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$ لتكن النقط $A(-3;0)$ ، $B(2;-1)$ و $C(1;1)$ ① عين إحداثيي النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(B,-1);(C,3)\}$ ② عين إحداثيي النقطة K مركز ثقل المثلث ABC . ③ لتكن G' مرجح الجملة المثقلة $\{(A,-\alpha);(B,\alpha-1);(C,\alpha^2)\}$ a) عين قيم α التي من أجلها تكون G' موجودة . b) عين إحداثيي النقطة G' بدلالة α c) عين قيم α حتى تكون النقطة $G'(2;-1)$ مرجحا للجملة .	5 د 20 د	
تفويم	حل التمرين 91و92 و 96 صفحة 203		

ملاحظات عامة حول الحصة: .....

المؤسسة : ثانوية سليماني جلول — المادة : رياضيات — الأستاذ : بلبحري
المستوى و الشعبة : 2 عت + 2 تر
المحتوى المعرفي : المرجح في المستوي
الكفاءات المستهدفة: – استعمال المرجح لإثبات استقامية نقط .

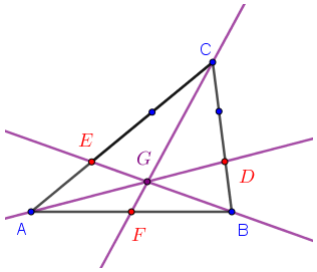
– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية:		
بناء المفاهيم:	**استعمال المرجح لإثبات استقامية نقط :** **تمهيد:** ✍ إذا كانت G مرجح الجملة $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$ فإن : $\overrightarrow{AG}=\frac{\beta}{\alpha+\beta}\overrightarrow{AB}$ معناه أن : الشعاعين $\overrightarrow{AG}$ و $\overrightarrow{AB}$ مرتبطين خطيا و لهما نقطة مشتركة هي A . إذن النقط A ، B و G في استقامية . طريقة: ✍ بصفة عامة لإثبات أن ثلاث نقط في استقامية يكفي أن نثبت أن نقطة منها هي مرجح للنقطتين الأخريين بمعاملين حقيقيين . **مثال:** A و B نقطتين من المستوي . G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(B,-2)\}$ ومنه : $\overrightarrow{AG}=2\overrightarrow{AB}$ إذن : النقط A ، B و G في استقامية .	15 د	
تقويم	**حل التطبيق (ت 45 ص 196):** ❶ إنشاء الشكل : ننشيء G بالعلاقة : $\overrightarrow{AG}=-\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}...(1)$  ❷ تبيان أن I ، J و G في استقامية : لدينا : I منتصف $[AB]$ معناه : I مرجح $\{(A,1);(B,1)\}$ ومنه : $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ومنه : $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AI}...(2)$ لدينا : J منتصف $[AC]$ معناه : I مرجح $\{(A,1);(C,1)\}$ ومنه : $\overrightarrow{AJ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ ومنه : $\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AJ}...(3)$ بتعويض (2) و (3) في (1) نجد : $\overrightarrow{AG}=-2\overrightarrow{AI}+3\overrightarrow{AJ}$ و باستعمال علاقة شال نجد : $-2\overrightarrow{GI}+3\overrightarrow{GJ}=\overrightarrow{0}$ ومنه : G مرجح الجملة المثقلة $\{(I,-2);(J,3)\}$ إذن : النقط I ، J و G في استقامية . حل التمرين 46و62 صفحة 196	45 د	

ملاحظات عامة حول الحصة: .....

المؤسسة : ثانوية سليماني جلول المادة : رياضيات الأستاذ : بلبحري
المستوى و الشعبة : 2 عت + 2 تر
المحتوى المعرفي : المرجح في المستوي
الكفاءات المستهدفة: – استعمال المرجح لإثبات تلاقي مستقيمات .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: **استعمال المرجح لإثبات تلاقي مستقيمات :** **نشاط:** ABC مثلث من المستوي . لتكن النقط D ، E و F المعرفة كما يلي : D مرجح الجملة $\{(B,2);(C,1)\}$ E تحقق العلاقة : $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ F منتصف القطعة $[AB]$ ❶ أنشيء شكلا مناسبا . ❷ ماذا يمكن تخمينه بالنسبة للمستقيمات (AD) ، (BE) و (CF) ❸ عبر عن E كمرجح للنقطتين A و C بمعاملين يطلب تعيينهما . ❹ بين أن F هي مرجح للنقطتين A و B مرفقتين بالمعاملين 2 و 2 على الترتيب . ❺ لتكن G مرجح الجملة $\{(A,2);(B,2);(C,1)\}$ ✣ أثبت أن المستقيمات (AD) ، (BE) و (CF) تتقاطع في النقطة G . **مناقشة النشاط:** ❶ إنشاء الشكل : ننشيء D بالعلاقة : $\overrightarrow{BD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ ننشيء E بالعلاقة : $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$  ❷ المستقيمات (AD) ، (BE) و (CF) تتلاقى في نقطة واحدة . ❸ لدينا : $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ أي : $2\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{0}$ إذن : E هي مرجح الجملة $\{(A,2);(C,1)\}$ ❹ لدينا : F مرجح الجملة $\{(A,1);(B,1)\}$ إذن : F مرجح الجملة $\{(A,2);(B,2)\}$ ❺ إثبات أن (AD) ، (BE) و (CF) تتقاطع في النقطة G : حسب خاصية التجميع:	25 د	مناقشة النشاط من طرف التلاميذ

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

G مرجح الجملة $\{(D,3);(A,2)\}$ إذن : $G \in (AD)...(1)$

G مرجح الجملة $\{(E,3);(B,2)\}$ إذن : $G \in (BE)...(1)$

G مرجح الجملة $\{(F,4);(C,1)\}$ إذن : $G \in (CF)...(1)$

إذن : G تنتمي إلى المستقيمات (AD) ، (BE) و (CF)

و منه : المستقيمات (AD) ، (BE) و (CF) تتقاطع في النقطة G .

طريقة: ✍ لإثبات أن مستقيمات تتقاطع في نقطة G يكفي أن نثبت أن هذه النقطة مرجح لنقطتين من كل مستقيم بـمعاملات حقيقية .

مثال: A ، B ، C ، D ، E و F نقط من المستوي .

G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(B,-2)\}$ ومنه : $G \in (AB)$

G مرجح الجملة المثقلة $\{(C,3);(D,-1)\}$ ومنه : $G \in (CD)$

G مرجح الجملة المثقلة $\{(E,2);(F,1)\}$ ومنه : $G \in (EF)$

إذن : المستقيمات (AB) ، (CD) و (EF) تتقاطع في النقطة G .

تطبيق: ABC مثلث من المستوي .

لتكن النقط I ، J و K المعرفة كما يلي :

I مرجح الجملة $\{(A,1);(B,-3)\}$

J تحقق العلاقة: $2\overrightarrow{JA} - 3\overrightarrow{JC} = \overrightarrow{0}$

K تحقق العلاقة: $\overrightarrow{BK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

بناء المفاهيم:

❶ أنشيء شكلا مناسبا .

❷ أثبت أن J و K هي مرجح لنقطتين من النقط A ، B و C بـمعاملين يطلب تعيينهما .

❸ لتكن G مرجح الجملة $\{(A,2);(B,-6);(C,-3)\}$

✣ أثبت أن المستقيمات (CI) ، (BJ) و (AK) تتقاطع في النقطة G .

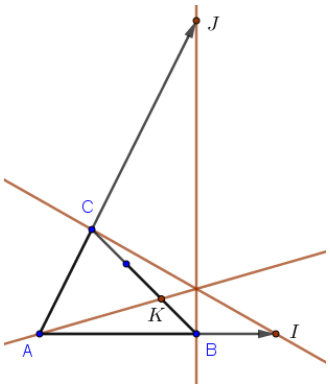
حل التطبيق:

❶ إنشاء الشكل :

ننشيء I بالعلاقة : $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

ننشيء J بالعلاقة : $2\overrightarrow{JA} - 3(\overrightarrow{JA} + \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{0}$ أي : $\overrightarrow{AJ} = 3\overrightarrow{AC}$

ننشيء K بالعلاقة : $\overrightarrow{BK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$



ملاحظات عامة حول الحصة: .....

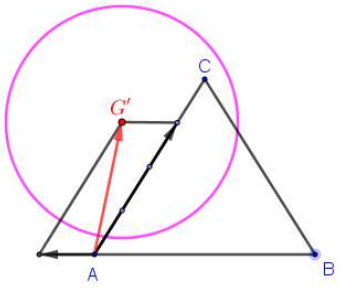
المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم:	❷ ✦ لدينا : $2\overrightarrow{JA}-3\overrightarrow{JC}=\overrightarrow{0}$ إذن : J هي مرجح الجملة $\{(A,2);(C,-3)\}$ ✦ لدينا : $\overrightarrow{BK}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ أي : $2\overrightarrow{KB}+\overrightarrow{KC}=\overrightarrow{0}$ إذن : K هي مرجح الجملة $\{(B,2);(C,1)\}$ ❸ إثبات أن (CI) ، (BJ) و (AK) تتقاطع في النقطة G : ⋆ لدينا : I مرجح الجملة $\{(A,1);(B,-3)\}$ ومنه I مرجح الجملة $\{(A,2);(B,-6)\}$ حسب خاصية التجميع : G مرجح الجملة $\{(I,-4);(C,-3)\}$ إذن : $G\in(CI)...(1)$ ⋆ لدينا : J مرجح الجملة $\{(A,2);(C,-3)\}$ حسب خاصية التجميع : G مرجح الجملة $\{(B,-6);(J,-1)\}$ إذن : $G\in(BJ)...(2)$ ⋆ لدينا : K مرجح الجملة $\{(B,2);(C,1)\}$ ومنه K مرجح الجملة $\{(B,-6);(C,-3)\}$ حسب خاصية التجميع : G مرجح الجملة $\{(A,2);(K,-9)\}$ إذن : $G\in(AK)...(3)$ من (1) و (2) و (3) نستنتج أن المستقيمات (CI) ، (BJ) و (AK) تتقاطع في النقطة G	35 د	
تقويم	حل التمرين 33و53و59 صفحة 195 – 196		

ملاحظات عامة حول الحصة: .....

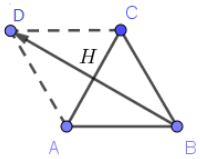
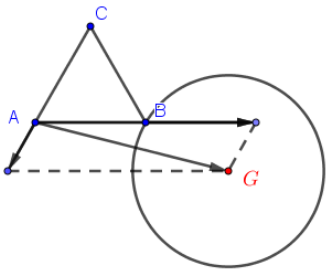
المؤسسة : ثانوية سليماني جلول المادة : رياضيات الأستاذ : بلبحري
المستوى و الشعبة : 2 عت + 2 تر
المحتوى المعرفي : المرجح في المستوي
الكفاءات المستهدفة: – توظيف المرجح في دراسة مجموعات نقط و إنشائها .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: **نشاط:** ABC مثلث من المستوي . α ، β و γ ثلاثة أعداد حقيقية حيث $\alpha+\beta+\gamma\neq 0$ لتكن G مرجح النقط A ، B و C المرفقة بالمعاملات α ، β و γ على الترتيب. ⋆ الهدف هو تعيين حسب قيم العدد الحقيقي k المجموعة (Γ_k) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $\|\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}+\gamma\overrightarrow{MC}\|=k$. ① أكتب الشعاع $\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}+\gamma\overrightarrow{MC}$ بدلالة $\overrightarrow{MG}$ ② بين أن $MG=\frac{k}{\lvert\alpha+\beta+\gamma\rvert}$. ③ ناقش تبعا لقيم العدد الحقيقي k طبيعة المجموعة (Γ_k) محددا عناصرها الهندسية . **مناقشة النشاط:** ① لدينا : G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma)\}$ إذن من أجل كل نقطة M من المستوي : $\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}+\gamma\overrightarrow{MC}=(\alpha+\beta+\gamma)\overrightarrow{MG}$ ② **تبيان أن** $MG=\frac{k}{\lvert\alpha+\beta+\gamma\rvert}$: لدينا : $\|\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}+\gamma\overrightarrow{MC}\|=k$. ومنه : $\|(\alpha+\beta+\gamma)\overrightarrow{MG}\|=k$ و عليه : $\lvert\alpha+\beta+\gamma\rvert MG=k$ إذن : $MG=\frac{k}{\lvert\alpha+\beta+\gamma\rvert}$...(1) ③ **المناقشة تبعا لقيم** k **طبيعة المجموعة** (Γ_k) **و عناصرها :** ✦ الحالة 1 : $k<0$ مجموعة النقط M هي : مجموعة خالية . ✦ الحالة 2 : $k=0$ العبارة (1) تصبح : $MG=0$ مجموعة النقط M هي : نقطة وحيدة و هي G . ✦ الحالة 3 : $k>0$ مجموعة النقط M هي : الدائرة التي مركزها G و و طول نصف قطرها $r=\frac{k}{\lvert\alpha+\beta+\gamma\rvert}$.	20 د	مناقشة النشاط من طرف التلاميذ

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم:	**تطبيقات:** [1] ✍ ABC مثلث . بين أن مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\|\|\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\|\|=6$ دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها. **حل التطبيق «①» :** لدينا : $\|\|\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\|\|=6 \ldots(1)$ لتكن G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(B,-2);(C,3)\}$ و منه : $\|\|\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\|\|=2MG \ldots(2)$ من (1) و (2) نجد : إذن $2MG=6$: $MG=\frac{6}{2}=3$ مجموعة النقط M هي : الدائرة التي مركزها G و طول نصف قطرها $r=3$. [2] ✍ ABC مثلث قائم ومتساوي الساقين من المستوي . حيث : $CA=CB=1$ ⋆ عين وأنشىء مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\|\|-2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}\|\|=\sqrt{5}$ **حل التطبيق «②» :** لدينا : $\|\|-2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}\|\|=\sqrt{5} \ldots(1)$ لتكن G' مرجح الجملة المثقلة $\{(A,-2);(B,1);(C,-3)\}$ و منه : $\|\|-2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}\|\|=4MG' \ldots(2)$ من (1) و (2) نجد : إذن $4MG'=\sqrt{5}$: $MG'=\frac{\sqrt{5}}{4}$ مجموعة النقط M هي : الدائرة التي مركزها G' و طول نصف قطرها $r=\frac{\sqrt{5}}{4}$. ⋆ الإنشاء : ننشيء G' باستعمال العلاقة : $\overrightarrow{AG'}=-\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$  [3] ✍ ABC مثلث ، عين مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\|\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\|\|=2\|\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\|\|$ **حل التطبيق «③» :** لتكن K مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(B,1);(C,2)\}$ و منه : $\|\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\|\|=4MK \ldots(1)$ لتكن H مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(C,1)\}$ و منه : $2\|\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\|\|=4MH \ldots(2)$ نعوض (1) و (2) نجد : أي $4MK=4MH$: $MK=MH$ مجموعة النقط M هي : المستقيم المحوري للقطعة المستقيمة $[KH]$	50 د	

ملاحظات عامة حول الحصة: .....

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم:	[4] ✍ ABC متقايس الأضلاع من المستوي حيث : $AB=AC=BC=2$ لتكن (Γ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $\|\|\overrightarrow{MA}-4\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|\|=\|\|\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|\|$. ✣ تحقق أن النقطة B تنتمي إلى المجموعة (Γ) . ✣ بين أن الشعاع $\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ مستقل عن النقطة M . ليكن G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(B,-4);(C,1)\}$ ⋆ بين أن $GM=\sqrt{3}$ ⋆ استنتج طبيعة المجموعة (Γ) محددا عناصرها المميزة. ⋆ أنشىء المجموعة (Γ) . حل التطبيق «④» : ✣ التحقق أن B تنتمي إلى (Γ) : لدينا : $\|\|\overrightarrow{BA}-4\overrightarrow{BB}+\overrightarrow{BC}\|\|=\|\|\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}\|\|$ و لدينا : $\|\|\overrightarrow{BA}-2\overrightarrow{BB}+\overrightarrow{BC}\|\|=\|\|\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}\|\|$ إذن : B تنتمي إلى (Γ) . ✣ تبيان أن $\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ مستقل عن M : $\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$ ⋆ تبيان أن $GM=\sqrt{3}$: لدينا : G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(B,-4);(C,1)\}$ ومنه : $\|\|\overrightarrow{MA}-4\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|\|=2MG$ و لدينا : $\|\|\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|\|=\|\|\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}\|\|$ إذن : $2MG=\|\|\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}\|\|$ أي : $MG=\dfrac{\|\|\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}\|\|}{2}$ نحسب $\|\|\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}\|\|$:  لدينا : $HC^2+HB^2=BC^2$ ومنه : $HB=\sqrt{3}$ و لدينا : $\|\|\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}\|\|=2HB=2\sqrt{3}$ إذن : $GM=\sqrt{3}$.	50 د	
نقويم	⋆ استنتاج طبيعة المجموعة (Γ) محددا عناصرها المميزة: هي الدائرة التي مركزها G و نصف قطرها $\sqrt{3}$ ⋆ إنشاء المجموعة (Γ) :  ننشيء G المعرفة بالعلاقة : $\overrightarrow{AG}=2\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$. حل التمرين و و صفحة		

ملاحظات عامة حول الحصة: .....