1 الدوال العددية

الشعب :
- تقني رياضي
- رياضي
- علوم تجريبية

إعداد الأستاذة : نرجس مرواني

السنة الدراسية $2020-2021$

للتواصل معنا تابعونا على مواقع التواصل الاجتماعي :

الأستاذة نرجس مرواني للرياضيات profmerouani merouaninardjiss@gmail.com

0770349020

الأستاذة : نرجس مرواني | **مذكرة رقم : 01**

ثانوية : أحمد رضا حوحو	**المستوى :** 02 تر
السنة الدراسية : 2020 – 2021	**ميدان التعلم :** تحليل
يوم :	**الوحدة :** الدوال العددية
المدة : 01 ساعة	**المحتوى المعرفي :** تذكير حول الدوال العددية

المكتسبات القبلية : مفاهيم أولية حول الدوال العددية.

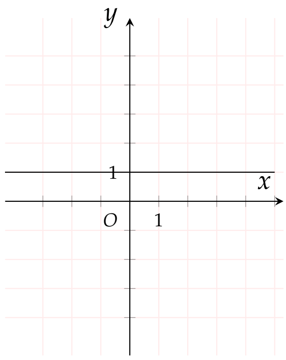
الكفاءات المستهدفة : مراجعة و التذكير بالمفاهيم العامة حول الدوال العددية .

الأدوات المستعملة : الكتاب المدرسي ، مراجع ، انترنت.

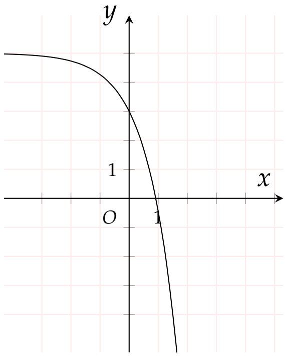
المراحل	سير الحصة	الوقت
الانطلاق البناء و الترسيخ	**نشاط 01 صفحة 08 :** **❶ الدالة و مجموعة التعريف:** **تعريف** D جزء من مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$. إذا كانت D هي مجموعة تعريف الدالة f فإن f ترفق بكل عدد حقيقي x من D عددا حقيقيا وحيدا نرمز له بالرمز $f(x)$. نقول أن $f(x)$ هي صورة x بالدالة f. مجموعة تعريف دالة f هي مجموعة الأعداد الحقيقية x التي يكون من أجلها حساب $f(x)$ ممكنا. **❷ التمثيل البياني لدالة:** **تعريف** f دالة و D مجموعة تعريفها. التمثيل البياني (او المنحنى الممثل) للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ هو مجموعة النقط $M(x,y)$ من المستوي بحيث: $x \in D$ و $y = f(x)$ إذا رمزنا إلى منحنى f بالرمز (C) فإن $y = f(x)$ هي معادلة (C) في مستوي منسوب إلى معلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ **❸ إتجاه تغير دالة على مجال:** **تعريف** f دالة معرفة على مجال I من $\mathbb{R}$ ❖ f متزايدة تماما على I يعني انه من اجل كل عددين حقيقيين x_1 و x_2 من I، اذا كان $x_1 < x_2$ فان : $f(x_1) < f(x_2)$ ❖ f متناقصة تماما على I يعني انه من اجل كل عددين حقيقيين x_1 و x_2 من I، اذا كان $x_1 < x_2$ فان : $f(x_1) > f(x_2)$ ❖ f ثابتة على I يعني انه من اجل كل عددين حقيقيين x_1 و x_2 من I، اذا كان $x_1 < x_2$ فان : $f(x_1) = f(x_2)$	15د 30د

التقويم

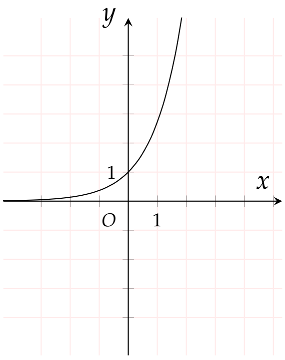
دالة ثـابتة



دالة متناقصة تماما



دالة متزايدة تماما



تطبيق

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = (x+1)^2 + 2$

1. أوجد صور الأعداد 2 ، -3 ثم عين سابقة العدد 0
2. أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجالين $]-\infty;-1]$ و $[-1;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.
3. أرسم المنحنى البياني للدالة f.

20د

مذكرة رقم : 01 | **الأستاذة : نرجس مرواني**

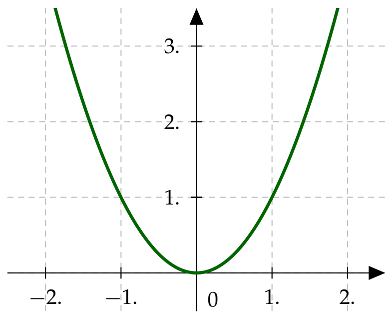
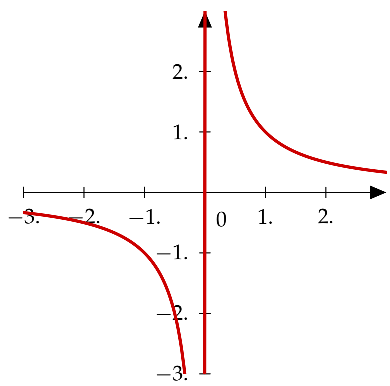
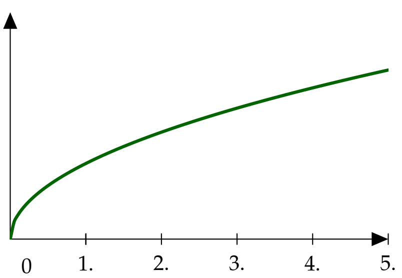
ثانوية : أحمد رضا حوحو	**المستوى :** 02 تر
السنة الدراسية : 2020 – 2021	**ميدان التعلم :** تحليل
يوم :	**الوحدة :** الدوال العددية
المدة : 01 ساعة	**المحتوى المعرفي :** تذكير حول الدوال العددية

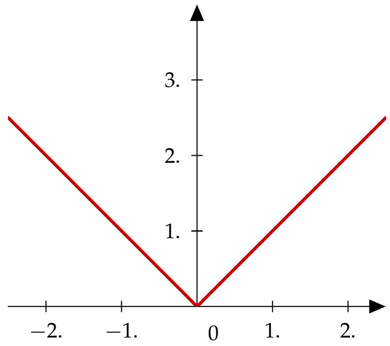
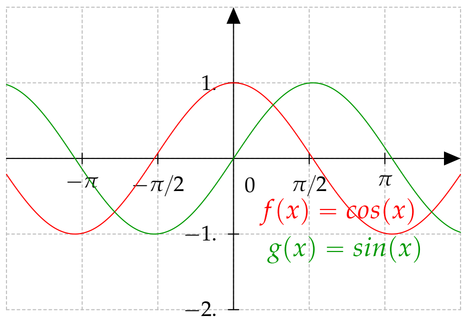
المكتسبات القبلية : مفاهيم أولية حول الدوال العددية.

الكفاءات المستهدفة : مراجعة و التذكير بالمفاهيم العامة حول الدوال العددية .

الأدوات المستعملة : الكتاب المدرسي ، مراجع ، انترنت.

المراحل	**سير الحصة**	**الوقت**
البناء و الترسيخ		30د

الدالة	اتجاه التغير	التمثيل البياني
الدالة مربع $f : x \mapsto x^2$	• f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;0]$ إذا كان $x_1 \leq x_2 \leq 0$ فإن $x_1^2 \geq x_2^2$ • f متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$ إذا كان $0 \leq x_1 \leq x_2$ فإن $x_1^2 \leq x_2^2$	
الدالة مقلوب $f : x \mapsto \frac{1}{x}$	• f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;0[$ إذا كان $x_1 < x_2 < 0$ فإن $\frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$ • f متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$ إذا كان $0 \leq x_1 \leq x_2$ فإن $\frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$	
الدالة الجذر التربيعي $f : x \mapsto \sqrt{x}$	• f متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ إذا كان $0 < x_1 < x_2$ فإن $\sqrt{x_1} < \sqrt{x_2}$	
الدالة التآلفية $f : x \mapsto ax+b$	• إذا كان $a < 0$ فإن f متناقصة تماما على $\mathbb{R}$ • إذا كان $a > 0$ فإن f متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ • إذا كان $a = 0$ فإن f ثابتة تماما على $\mathbb{R}$	التمثيل البياني للدالة التآلفية في معلم هو مستقيم معامل توجيهه a

الدالة القيمة المطلقة $f : x \mapsto \lvert x\rvert$	• f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;0]$ إذا كان $x_1 \leq x_2 \leq 0$ فإن $\lvert x_1\rvert \geq \lvert x_2\rvert$ • f متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$ إذا كان $x_1 \leq x_2 \leq 0$ فإن $\lvert x_1\rvert \leq \lvert x_2\rvert$	
الدالتان جيب و جيب تمام $f : x \mapsto cosx$ $g : x \mapsto sinx$	• الدالتان $f : x \mapsto cosx$ و $g : x \mapsto sinx$ دوريتان دورهما 2π	

تطبيق

نعتبر الدالة f هي الدالة المعرفة كما يلي: $f(x) = \dfrac{4x+1}{x+1}$

1 عين D_f

2 تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي فان: $f(x) = \dfrac{-3}{x+1} + 4$

3 ادرس اتجاه تغير الدالة على كل من المجالين $]-\infty,-1[$ و $]-1,+\infty[$ و شكل جدول تغيراتها.

التقويم

20د

الأستاذة : نرجس مرواني

مذكرة رقم : 03

ثانوية : أحمد رضا حوحو
السنة الدراسية : 2020 – 2021
يوم :
المدة : 02 ساعة

المستوى : 02 تر
ميدان التعلم : تحليل
الوحدة : الدوال العددية
المحتوى المعرفي : العمليات على الدوال

المكتسبات القبلية : مفاهيم أولية حول الدوال العددية.
الكفاءات المستهدفة : التعرف على العمليات على الدوال وخواصها .
الأدوات المستعملة : الكتاب المدرسي، مراجع، انترنت.

المراحل	سير الحصة	الوقت
الانطلاق		د20
البناء و الترسيخ		د30

نشاط 04 صفحة 09 :

❶ تساوي دالتين :

تعريف

القول عن دالتين f و g أنهما متساويتان يعني أن لهما نفس مجموعة التعريف D و أن من أجل كل عدد حقيقي x من D لدينا $f(x) = g(x)$ و نكتب $\boxed{f = g}$

مثال تطبيقي

f و g دالتان معرفتان بـ : $f(x) = \dfrac{x^2+3x+2}{x+2}$ و $g(x) = x+1$ على الترتيب.

1. أوجد مجموعة تعريف كلا من الدالتين f و g.
2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فإن: $(x+2)(x+1) = x^2+3x+2$.
3. بين أنه من أجل كل x من D_f فإن : $f(x) = x+1$.
4. أحسب $g(-2)$، هل يمكن حساب صورة -2 بالدالة f.
5. هل الدالتين f و g متساويتان ؟.

❷ العمليات الجبرية على الدوال :

العملية	الـرمز	التعريـف	مجموعة التعريـف
مجموع f و k	$f+k$	$(f+k)(x) = f(x)+k$	D_f
مجموع f و g	$f+g$	$(f+g)(x) = f(x)+g(x)$	$D_f \cap D_g$
جداء f بالعدد λ	λf	$(\lambda f)(x) = \lambda f(x)$	D_f
جداء f و g	$f \times g$	$(f \times g)(x) = f(x) \times g(x)$	$D_f \cap D_g$
قسمة f على g	$\dfrac{f}{g}$	$\left(\dfrac{f}{g}\right)(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$	$D_f \cap D_g : g(x) \neq 0$

مثال تطبيقي :

f و g دالتان معرفتان بـ: $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = x+2$ على الترتيب:

- حدد مجموعة تعريف كل من الدوال التالية ثم أعط عبارة كل منها : $f+g$ ، $-2f$ ، $f+3$ ، $f \times g$ ، $\dfrac{f}{g}$

نشاط مقترح :

نعتبر الدالتين f وَ g حيث : $f(x) = x - 5$ و $g(x) = \sqrt{x}$.

1. أحسب $f(5)$ ، $f(1)$ ، $f(6)$.
2. هل يمكن حساب $g(f(5))$ ، $g(f(1))$ ، $g(f(6))$، علل.
3. حدد قيم x التي من أجلها يمكن حساب $g(f(x))$ وَ استنتج مجموعة تعريفها.
4. أوجد عبارة الدالة : $g(f(x))$.

30د

③ مركب دالتين :

تعريف

f و g دالتان معرفتان على D_f و D_g على الترتيب.

• مركب الدالة f متبوعة بالدالة g هي الدالة التي نرمز إليها بـ ""$g \circ f$"" والمعرفة بـ "$(g \circ f)(x) = g(f(x))$" حيث مجموعة تعريفها هي : $\boxed{D_{g \circ f} = \{x / x \in D_f \text{ وَ } f(x) \in D_g\}}$

مثال

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = -x + 3$ و لتكن الدالة الجذر التربيعي $g : (x \mapsto \sqrt{x})$

• الدالة $g \circ f$ معرفة إذا كانت $f(x) \in D_g$ أي $-x + 3 \geqslant 0$ أي لما يكون $x \leqslant 3$ و منه مجموعة تعريف الدالة $g \circ f$ هي $]-\infty; 3]$.

مثال تطبيقي

التقويم

عين كل من $g \circ f$ وَ $f \circ g$ في كل حالة :

$$\begin{cases} f(x) = x - 3 \\ g(x) = 3x + 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} f(x) = x^2 \\ g(x) = 2 - 3x \end{cases} \qquad \begin{cases} f(x) = 2x \\ g(x) = \dfrac{1}{x+1} \end{cases}$$

• ماذا تلاحظ؟.

30د

تمارين من 38 الى 43 صفحة 28

الأستاذة : نرجس مرواني

مذكرة رقم : 04

ثانوية : أحمد رضا حوحو	**المستوى :** 02 تر / ع
السنة الدراسية : 2020 – 2021	**ميدان التعلم :** تحليل
يوم :	**الوحدة :** الدوال العددية
المدة : 02 ساعة	**المحتوى المعرفي :** اتجاه تغير للدوال $f+k$ ، λf ، $f\circ g$

المكتسبات القبلية : مفاهيم أولية حول الدوال العددية.

الكفاءات المستهدفة : دراسة اتجاه تغير دالة باستعمال الدوال المرجعية.

الأدوات المستعملة : الكتاب المدرسي، مراجع، انترنت.

<table>
<tr><th>المراحل</th><th>سير الحصة</th><th>الوقت</th></tr>
<tr><td>الانطلاق

البناء و الترسيخ</td><td>

نشاط مفتوح :

h و g دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=x^2$ و $g(x)=h(x)+2$

– أ درس اتجاه تغير كل من الدالتين $h(x)=x^2$ و $g(x)=h(x)+2$، ماذا تلاحظ؟.

إتجاه تغير دالة على مجال:

مبرهنة اتجاه تغير $f+k$

f دالة رتيبة تماما على مجال I (متناقصة تماما أو متزايدة تماما) و k عدد حقيقي، للدالتين f و $f+k$ نفس اتجاه التغير على المجال I.

مثال

h و g دالتان معرفتان على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي : $h(x)=\dfrac{1}{x+1}$ و $g(x)=\dfrac{1}{x+1}-1$

* لدينا $g(x)=h(x)-1$ و منه للدالتين h و g نفس اتجاه التغير على $\mathbb{R}-\{-1\}$.

نشاط مفتوح :

h و g دالتان معرفتان على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي : $h(x)=\dfrac{1}{x+1}$ و $g(x)=\dfrac{1}{x+1}-1$

* لدينا $g(x)=h(x)-1$ و منه للدالتين h و g نفس اتجاه التغير على $\mathbb{R}-\{-1\}$.

مبرهنة اتجاه تغير λf

f دالة رتيبة تماما على مجال I و λ عدد حقيقي غير معدوم.

- إذا كان $\lambda>0$ يكون للدالتين f و λf نفس اتجاه التغير على المجال I.
- إذا كان $\lambda<0$ يكون اتجاها تغير الدالتين f و λf متعاكسين على المجال I.

مثال

h و g دالتان معرفتان على $\mathbb{R}-\{0\}$ كما يلي : $h(x)=\dfrac{1}{x}$ و $g(x)=\dfrac{5}{x}$

* لدينا $g(x)=5h(x)$ حيث $\lambda=5$ و $5>0$ إذن للدالتين h و g نفس اتجاه التغير على $\mathbb{R}-\{0\}$.

</td><td>15د

30د</td></tr>
</table>

	مبرهنة اتجاه تغير $g \circ f$ f دالة رتيبة تماما على مجال I و g دالة رتيبة تماما على مجال $f(I)$. • إذا كان للدالتين f و g نفس اتجاه التغير على كل من I و $f(I)$ على الترتيب، تكون الدالة $g \circ f$ متزايدة تماما على I. • إذا كان اتجاها تغير الدالتين f و g متعاكسين على كل من I و $f(I)$ على الترتيب، تكون الدالة $g \circ f$ متناقصة تماما على I. **مثال تطبيقي :** نعتبر الدالتين u و v المعرفتين على $\mathbb{R}$ بـ : $u(x) = x^2$ و $v(x) = -x + 3$ * أدرس اتجاه تغير كل من u و v. * أدرس اتجاه تغير الدالة $f = v \circ u$ على مجموعة تعريفها. **تطبيق** نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على : $[0; +\infty[$ و $[-1; +\infty[$ على الترتيب بـ : $f(x) = x^2 + 2$ و $g(x) = \sqrt{x+1}$ 1 أدرس اتجاه تغير كل دالة على مجموعة تعريفها. 2 أدرس اتجاه تغير الدالة $h = f \circ g$ على المجال $[-1; +\infty[$.	التقويم
20د		

مذكرة رقم : 05

الأستاذة : نرجس مرواني

ثانوية : أحمد رضا حوحو السنة الدراسية : 2019 – 2020 يوم : المدة : 02 ساعة	المستوى : 02 ت ر / ع ميدان التعلم : تحليل الوحدة : الدوال العددية المحتوى المعرفي : التمثيل البياني للدوال $f+k$ ، λf

المكتسبات القبلية : مفاهيم أولية حول الدوال العددية.

الكفاءات المستهدفة : .

الأدوات المستعملة : الكتاب المدرسي، مراجع، انترنت.

المراحل	سير الحصة	الوقت
البناء و الترسيخ	(انظر أدناه)	30د

التمثيل البياني للدالة $x \mapsto f(x+a)+b$:

مبرهنة التمثيل البياني للدالة $x \mapsto f(x+a)+b$

لتكن f و g دالتين معرفتين على D حيث من أجل كل x من D لدينا : $g(x)=f(x+a)+b$، a و b عددان حقيقيان معلومان نرمز بـ (C_f) و (C_g) إلى تمثيليهما البيانيين على الترتيب في مستوي منسوب إلى معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$

(C_g) هو صورة (C_f) بالإنسحاب الذي شعاعه $-a\vec{i}+b\vec{j}$

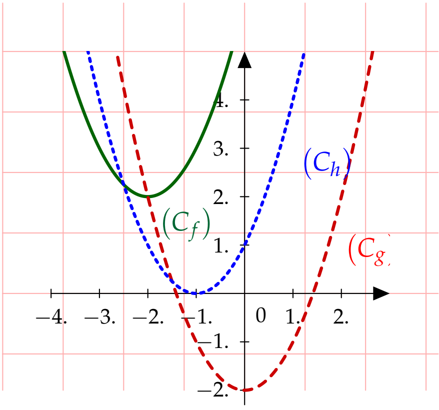
حالات خاصة

إذا كان $a=0$ فإن (C_g) هو صورة (C_f) بالإنسحاب الذي شعاعه $b\vec{j}$

إذا كان $b=0$ فإن (C_g) هو صورة (C_f) بالإنسحاب الذي شعاعه $-a\vec{i}$

مثال

نعتبر الدوال f ، g ، h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x+2)^2+2$ ، $g(x)=x^2-2$ و $h(x)=(x+1)^2$



(C_f) هو صورة الدالة مربع بالإنسحاب الذي شعاعه $-2\vec{i}+2\vec{j}$

(C_g) هو صورة الدالة مربع بالإنسحاب الذي شعاعه $-2\vec{j}$

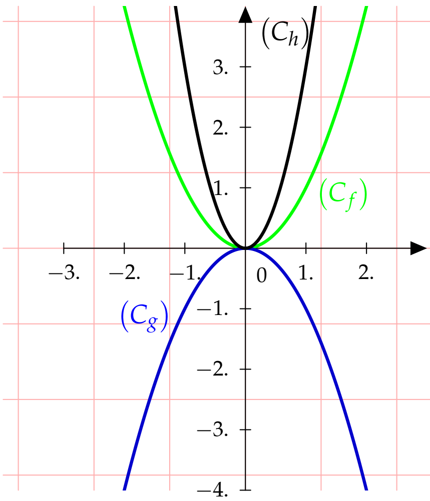
(C_h) هو صورة الدالةمربع بالإنسحاب الذي شعاعه $-\vec{i}$

التمثيل البياني للدالة λf:

مبرهنة التمثيل البياني للدالة λf

ليكن (C_f) و $(C_{\lambda f})$ التمثيلين البيانيين في مستوي منسوب إلى معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ للدالتين f و λf على الترتيب حيث λ عدد حقيقي غير معدوم، و لتكن M نقطة من (C_f) فاصلتها x. نحصل على نقطة من $(C_{\lambda f})$ ذات الفاصلة x بضرب ترتيب النقطة M في العدد λ

مثال



نعتبر الدوال f و g و h المعرفة على $\mathbb{R}$ كالآتي : $f(x)=x^2$ ، $g(x)=-x^2$ و $h(x)=2x^2$.
ولتكن (C_f)، (C_g) و (C_h) تمثيلاتها البيانية في مستوي منسوب إلى معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$
لدينا $g=-f$ و $h=2f$

ملاحظة : إذا كان $\lambda=-1$ كون المنحنيان (C_f) و (C_{-f}) متناظران بالنسبة لمحور الفواصل.

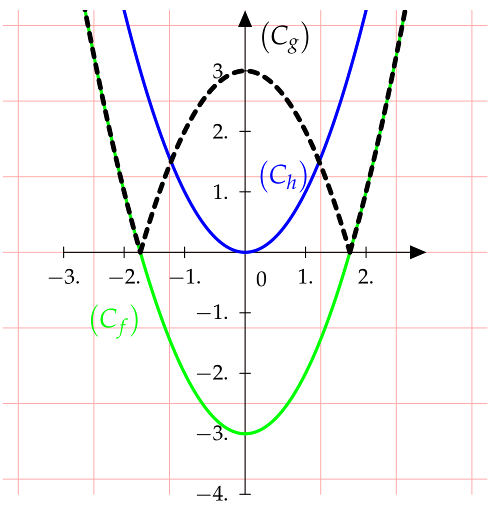
التمثيل البياني للدالة $|f|$:

مبرهنة التمثيل البياني للدالة $|f|$

ليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ و لتكن g دالة معرفة بالشكل $g(x)=|f(x)|$
- إذا كان من أجل كل عدد حقيقي x من I : $f(x)\geqslant 0$ فإن التمثيل البياني للدالة g هو نفسة (C_f).
- إذا كان من أجل كل عدد حقيقي x من I : $f(x)\leqslant 0$ فإن التمثيلين البيانيين لكل من الدالتين f و g يكونا متناظريين بالنسبة لمحور الفواصل .

مثال

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على $\mathbb{R}$ ب : $f(x)=x^2-3$ و $g(x)=|f(x)|$.
- أرسم التمثيل البياني (C_f) للدالة f في مستوي منسوب إلى م.م $(O;\vec{i};\vec{j})$
- استنتج التمثيل البياني (C_g) للدالة g.



الحـــل
(C_f) هو صورة (C_h) التمثيل البياني للدالة $h:\mapsto x^2$ بالإنسحاب الذي شعاعه $-3\vec{j}$
إذا كان $f(x)\geqslant 0$ فإن $g(x)=f(x)$
و إذا كان $f(x)\leqslant 0$ فإن $g(x)=-f(x)$
إذن بالنسبة للأعداد x التي تحقق $f(x)\geqslant 0$ يكون (C_g) منطبقا على (C_f)
و بالنسبة للأعداد x التي تحقق $f(x)\leqslant 0$ يكون (C_g) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل

تطبيق 50، 52 ص 30

التقويم