سلسلة تمارين حول كثيرات الحدود

1

فيما يلي حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$ ثم استنتج تحليلا لـ $P(x)$ إن أمكن :

❶ $P(x)=x^2+x-2$ ❷ $P(x)=-x^2-4x+12$

❸ $P(x)=3x^2-6x+3$ ❹ $P(x)=-2x^2+5x-6$

2

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية :

❶ $x^2-3x+2\le 0$ ❷ $-2x^2+\sqrt{3}x+3\le 0$

❸ $x^2-2x+1\ge 0$ ❹ $-2x^2-x-1\ge 0$

3

نعتبر كثير الحدود $P(x)$ حيث : $P(x)=2x^3-x^2-2x+1$

1) اثبت أن (1) هو جذر لكثير الحدود $P(x)$، ثم عين الأعداد الطبيعية a، b، c بحيث ما أجل كل x من $\mathbb{R}$: $P(x)=(x-1)(ax^2+bx+c)$.

2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$.

3) حلل $P(x)$ إلى جداء كثيرات حدود من الدرجة الأولى.

4) حل المتراجحة : $P(x)\le 0$.

4

نعتبر كثير الحدود $P(x)$ حيث : $P(x)=4x^3-4x^2-15x+18$

1) اثبت أن (-2) جذر لكثير الحدود $P(x)$.

2) حلل $P(x)$ إلى جداء كثيرات حدود من الدرجة الأولى.

3) عين كل جذور $P(x)$.

5

في كل حالة من الحالات التالية عين قيم الأعداد a، b و c حيث من أجل كل x من $\mathbb{R}$ يكون كثيري الحدود $A(x)$ و $B(x)$ متساويان

$$(1)\begin{cases}A(x) &= x^2+2a-4\\ B(x) &= \frac{a}{2}x^2+6bx+2c\end{cases}\qquad (2)\begin{cases}A(x) &= (x-1)(x^2+2)\\ B(x) &= ax^3+bx^2+cx-2\end{cases}$$

6

$P(x)$ كثير حدود لمتغير حقيقي x حيث :

$$P(x)=x^4-9x^3+28x^2-36x+16$$

1) أحسب كلا من $P(1)$ و $P(4)$ ماذا تستنتج ؟

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فإن : $P(x)=(x-1)(x-4)\phi(x)$ حيث $\phi(x)$ كثير حدود يطلب تعيينه.

3) حلل $P(x)$ إلى جداء كثيرات حدود من الدرجة الأولى.

4) عين كل جذور $P(x)$.

7

$P(x)$ كثير حدود للمتغير الحقيقي x حيث : $P(x)=2x^3+x^2-5x+2$

1) أحسب $P(1)$ ماذا تستنتج؟.

2) أوجد كثير الحدود $g(x)$ حيث $P(x)=(x-1)g(x)$

3) حلل $P(x)$ إلى جداء كثيرات حدود من الدرجة الأولى ثم حل المعادلة $P(x)=0$

4) نضع $g(x)=\dfrac{2x^3+x^2-5x+2}{x^2-2x+1}$

ا) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $x^2-2x+1=0$

ب) عين قيم x التي من أجلها يكون لـ $g(x)$ معنى.

ج) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $g(x)\le 0$

8

نعتبر كثير الحدود $P(x)$ حيث : $P(x)=8x^2+mx-3=0$ حيث m وسيط حقيقي.

1) عين قيمة m حتى تقبل يكون العدد الحقيقي $\frac{-3}{4}$ جذر لـ $P(x)$.

◄ استنتج عندئذ الحل الآخر.

9

ليكن $f_m(x)$ كثير حدود لمتغير x حيث :

$f_m(x)=(m-2)x^2-(m+1)x+m-2$

1) أحسب $f_0(0)$ و $f_2(-1)$.

2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية: $f_1(x)=0$ و $f_2(x)=0$.

3) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية: $f_1(x)\ge 0$ و $f_2(x)\le 0$.

4) عين قيم m حتى يكون $x_1=1$ حل للمعادلة $f_m(x)=0$ ثم استنتج الحل الثاني x_2.

5) عين قيم m في كل حالة من الحالات التالية:

ا) $f_m(x)$ كثير حدود من الدرجة الثانية.

ب) المعادلة $f_m(x)=0$ لاتقبل حلول.

ج) المعادلة $f_m(x)=0$ تقبل حل مضاعف .

د) المعادلة $f_m(x)=0$ تقبل حلين متمايزين .

ه) المعادلة $f_m(x)=0$ تقبل حل وحيد.

و) المعادلة $f_m(x)=0$ تقبل حلين مختلفين في الاشارة.

ز) المعادلة $f_m(x)=0$ تقبل حلين متناظرين.

10

نعتبر في $\mathbb{R}$ المعادلة ذات المجهول x: $6x^4-5x^3-38x^2-5x+6=0....(1)$

1) بين أن 0 ليس حلا للمعادلة (1).

2) بين أنه يمكن كتابة المعادلة (1) على الشكل:

$$6\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)-5\left(x+\frac{1}{x}\right)-38=0....(2)$$

3) بوضع: $u=x+\frac{1}{x}$، أحسب u^2 بدلالة x.

4) بين أن المعادلة (2) تكتب على الشكل $6u^2-5u-50=0....(3)$

5) حل المعادلة (3) ثم استنتج حلول المعادلة (1).

بكالوريا 2022

بالتوفيق إن شاء الله

الأستاذة نرجس مرواني للرياضيات
merouaninardjiss@gmail.com
profmerouani 0770349020