التمرين :01

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التاية :

❶ $5x^2+6x=0$

❷ $4(x-3)^2-2(x-3)(x+1)=0$

❸ $16x^2-9-5(3-4x)(2x+1)=0$

❹ $x^2-3x-4=0$

❺ $7x^2-6x-16=0$

❻ $3x^2-4x+1=0$

❼ $x^2-5x+6=0$

التمرين :02

أكتب على الشكل النموذجي كل من:

❶ x^2+6x+9 ❷ x^2-4x

❸ x^2-2x+3 ❹ $x^2+10x+16$

❺ $3x^2+6x+8$ ❻ $2x^2+12x+2$

التمرين :03

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

❶ $\dfrac{4x-25}{2x-8}+\dfrac{4x+25}{2x-12}=0$ ❷ $\dfrac{2x+3}{x+2}+\dfrac{3x+2}{x+4}=0$

❸ $\dfrac{x+1}{x+2}-\dfrac{2x+1}{x-2}=0$ ❹ $\dfrac{3x+1}{x+2}-\dfrac{2x+6}{x-1}=0$

التمرين :04

حل كل من العبارات التالية إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى

❖ $2x^2-10x+12$ ❖ $4x^2-4x-8$

❖ $5x^2-x+1$ ❖ $4x^2+4x+1$

❖ $9x^2-30x+25$

التمرين :05

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

✌ $(x-1)(x^2-x+1)=0$

✌ $(2x-3)(-x^2+5x-4=0$

✌ $(x^2-5x+6)-(x-2)^2=0$

✌ $(x^2-4x-1)^2-(6x^2-x-1)^2=0$.

التمرين :06

ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلات التالية

★ $x^2+2mx-1=0$

★ $2x^2-mx-m^2=0$

★ $.x^2-mx+m=0$

التمرين :07

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية :

❖ $(3x-1)(-5x-8)\geq 0$

❖ $3x^2\geq 5$

❖ $x^2<16$

❖ $(x+3)(3x+2)<(2x+6)(x+2)$

❖ $(2x-1)(x^2-1)\geq 0$

❖ $(3-5x)^2\leq(2x+7)^2$

❖ $\dfrac{5x-1}{3-x}\geq 0$

❖ $\dfrac{1}{x}-x\geq 0$ ❖ $\dfrac{9-x^2}{x+1}\leq 0$

❖ $\dfrac{x+25}{x+1}>\dfrac{25-x}{x-1}$ ❖ $\dfrac{7x+3}{2x+1}\leq\dfrac{2x+1}{7x+3}$

التمرين :08

يعطى: $E(x)=2(4x^2-25)-(2x+5)^2$

❶ حلل $E(x)$

❷ أنشر ثم بسط $E(x)$

❸ أحسب $E(0)$، $E(\dfrac{-5}{2})$ ، $E(\sqrt{2})$

❹ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $E(x)=0$

❺ نضع $f(x)=\dfrac{E(x)}{(4x^2+20x+25)}$ ، بين أنه من أجل كل $x\neq-\dfrac{5}{2}$

يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل :

$f(x)=\dfrac{h(x)}{2x+5}$ ، يطلب إعطاء عبارة $h(x)$.

❻ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$ و $f(x)=2$

❼ حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $f(x)\leq 0$.

تمارين تدريبية

التمرين :01

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x^2+6x+2$.

❶ أوجد صورة الأعداد 1 ، -2 ، $\sqrt{3}$ بالدالة f.

❷ أحسب سوابق العددين 2 و -7 بالدالة f.

❸ بين انه من أجل كل عدد حقيقي x: $f(x)=(x+a)^2-7$ حيث a عدد حقيقي يطلب تعيينه

❹ هل يقبل العدد (-8) سوابق بالدالة f؟

التمرين :02

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x^2-4x+1$

❶ تحقق أنه من اجل كل عدد حقيقي x لدينا :

$f(x)=-(x+2)^2+5$

❷ أدرس إتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $[-2;+\infty[$ و $]-\infty;-2]$.

التمرين :03

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ : $f(x)=\dfrac{3x-5}{x-2}$.

❶ تحقق أنه من اجل كل x من $\mathbb{R}-\{2\}$ لدينا : $f(x)=\dfrac{1}{x-2}+3$.

❷ أدرس إتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]-\infty;2[$ و $]2;+\infty[$.

التمرين :04

عين مجموعة تعريف الدالة f في كل حالة:

❖ $f(x)=\dfrac{2x^2+3}{7}$ ❖ $f(x)=2x^3+3x^2+1$

❖ $f(x)=x-\sqrt{2x+3}$ ❖ $f(x)=x^2-|x-1|$

❖ $f(x)=\dfrac{2x+3}{x^2-4}$ ❖ $f(x)=\dfrac{3}{x^2+1}$

❖ $f(x)=tan(x)+\sqrt{2x+3}$ ❖ $f(x)=\dfrac{2x^2}{|x-3|}$

❖ $f(x)=\dfrac{2x^2}{|x|-3}$ ❖ $f(x)=\dfrac{\sqrt{x-3}}{2x-6}$

❖ $f(x)=cos(2x)+sinx$ ❖ $f(x)=x+1-\dfrac{2}{x-5}$

❖ $f(x)=\dfrac{2x^2+x+1}{|x|-5}$

التمرين :05

f و g دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ بـ :

$f(x)=x+2$ و $g(x)=x^2+2x$

❶ عرف الدوال $f+g$ ، $-f+2g$ ، $f\times g$ و $\dfrac{f}{g}$.

❷ نعتبر الدالة h المعرفة على $]2;+\infty[$ بـ : $h(x)=\dfrac{x^2-4}{x-2}$ ، هل الدالتان f و h متساويتان؟

التمرين :06

أذكر اذا كانت الدالتين f و g متساويتين في كل حالة من الحالات التالية:

★ $f(x)=\sqrt{x^3+x^2}$; $g(x)=|x|\sqrt{x+1}$.

★ $f(x)=x+2$; $g(x)=(\sqrt{x+2})^2$.

★ $f(x)=1+\dfrac{2}{x-3}$; $g(x)=\dfrac{x^2-4x+3}{(x-3)^2}$

★ $f(x)=2x-3$; $g(x)=\dfrac{(2x-3)(x+1)}{x+1}$

★ $f(x)=1+\dfrac{2}{x-3}$; $g(x)=\dfrac{x^2-4x+3}{(x-3)^2}$.

التمرين :07

❶ عين مجموعة تعريف الدوال f ، g ، $f+g$ ، $f-g$ ، $f\times g$ ، $\dfrac{f}{g}$ ، $3f$ ، $-2g$ و $3f-2g$ في كل حالة:

✻ $f(x)=x^2+1$; $g(x)=x^2+2x-3$,

✻ $f(x)=1-\dfrac{3}{x+2}$; $g(x)=\dfrac{2x-3}{x+2}$,

✻ $f(x)=2x^2-1$; $g(x)=4x+3$,

❷ عين عبارة الدوال $f+g$ ، $f-g$ ، $f\times g$ ، $\dfrac{f}{g}$ ، $3f$ ، $-2g$ و $3f-2g$ في كل حالة:

✿ $f(x)=x^2+1$; $g(x)=x^2+2x-3$,

✿ $f(x)=1-\dfrac{3}{x+2}$; $g(x)=\dfrac{2x-3}{x+2}$,

✿ $f(x)=2x^2-1$; $g(x)=4x+3$,

نحن من نصنع النجاح أو الفشل وليس الظروف.

التمرين :08

❶ عين $f\circ g$ و $g\circ f$ بعد تعيين مجموعة تعريف f ، g ، $f\circ g$ ، $g\circ f$ في كل حالة:

- $f(x)=2x+4$; $g(x)=3x^2+2x$
- $f(x)=2x$; $g(x)=\dfrac{-2}{x+1}$
- $f(x)=\sqrt{x^2+2x}$; $g(x)=\dfrac{1}{x}+3$
- $f(x)=-x+3$; $g(x)=\sqrt{x+2}$
- $f(x)=x^2-3$; $g(x)=\dfrac{3}{x}$
- $f(x)=4x-1$; $g(x)=sin(x+1)$

❷ f ، g ، h و k دوال معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2x+1$.

$k(x)=x^2+1$; $h(x)=x+1$; $g(x)=x^2$

◁ أثبت مايلي: $k=h\circ g$ ، $f+k=g\circ h$ ، $2k=f\circ k$ ، $g^2+2k=k\circ k$ ، $gk+k=g\circ k$ ، $g+2h=k\circ h$

التمرين :09

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على $[0;+\infty[$ و $[1;+\infty[$ على الترتيب بـ: $f(x)=2x^2+1$ و $g(x)=\sqrt{x-1}$

❶ أكتب كلا من f و g على شكل مركب دالتين مرجعيتين يطلب تحديدهما

❷ عرف الدالتين $f\circ g$ و $g\circ f$.

التمرين :10

فكك f إلى مركب دالتين بسيطتين يطلب تعيينهما في كل حالة:

- $f(x)=(x-1)^2$
- $f(x)=3(x+1)^2+5$
- $f(x)=\dfrac{3}{x+1}$
- $f(x)=\sqrt{x^2+2}$
- $f(x)=\sqrt{x+5}$
- $f(x)=cos(2x-1)$
- $f(x)=\left|\dfrac{2x-1}{5}\right|$
- $f(x)=2+\dfrac{4}{x}$
- $f(x)=3\sqrt{x}+2$
- $f(x)=\dfrac{5}{x^2+1}+x^2+5$

التمرين :11

أدرس إتجاه تغير الدالتين الآتيتين :

- f هي الدالة المعرفة على $]-\infty;0[$ بـ: $f(x)=-\dfrac{3}{x}+2$
- g هي الدالة المعرفة على $[1,5;+\infty[$ بـ: $g(x)=(-2x+3)^2$.

التمرين :12

f و g معرفتان على $\mathbb{R}$.

❶ أدرس إتجاه تغير الدالة $(f+g)$ في الحالتين التاليتين:

- $f(x)=3x+1$ و $g(x)=-2x+3$
- $f(x)=2x+1$ و $g(x)=-3x+5$

❷ أدرس إتجاه تغير الدالة $(f\times g)$ علما أن :

- $f(x)=x-\sqrt{2}$ و $g(x)=x+\sqrt{2}$.

التمرين :13

أدرس تغيرات الدوال التالية على المجال $\mathbb{I}$ في كل حالة:

- $f(x)=3x-4$; $\mathbb{I}=\mathbb{R}$
- $g(x)=-5x+7$; $\mathbb{I}=]-\infty;+\infty[$
- $h(x)=x-\dfrac{1}{x}$; $\mathbb{I}=]0;+\infty[$
- $k(x)=\sqrt{3-x}$; $\mathbb{I}=]-\infty;3]$
- $u(x)=2x^2-4$; $\mathbb{I}=\mathbb{R}$
- $v(x)=\dfrac{1}{x^2}$; $\mathbb{I}=\mathbb{R}^*$
- $\phi(x)=x^2+x$; $\mathbb{I}=]0;+\infty[$

• استنتج اتجاه تغير الدوال التالية: $2f-5$ ، $-3g+2$ ، $v\times\phi$ ، $f+g$ ، $f-3h$ ، $v\times u$ ، $f\circ v$ ، $g\circ v$ ، $f\circ h$

التمرين :13

في كل مايلي اكتب الدالة f دون رمز قيمة مطلقة على مجال تعريفها

- $(fx)=\sqrt{|-2x+4|}$; $\mathbb{I}=\mathbb{R}$
- $f(x)=\sqrt{|-2x^2+4x|}$; $\mathbb{I}=\mathbb{R}$
- $f(x)=\dfrac{2x+3}{|x^2-4|}$; $\mathbb{I}=\mathbb{R}-\{-2;2\}$
- $f(x)=\dfrac{x^3+3x}{|x+2|+3}$; $\mathbb{I}=\mathbb{R}$
- $f(x)=\dfrac{x^2+3x}{|x+2|+|x-5|}$; $\mathbb{I}=\mathbb{R}$
- $f(x)=|sin(x)|$; $\mathbb{I}=[0;2\pi]$
- $f(x)=|cos(x)|$; $\mathbb{I}=[0;\pi]$

التمرين 14:

f، g، h ثلاث دوال معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x^2-2x+3$ ، $g(x)=f(|x|)$ ، $h(x)=|f(x)|$

ليكن (C_f) ، (C_g) و (C_h) منحنيات الدوال f، g و h على الترتيب في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

❶ بين أن g زوجية ، كيف يستنتج (C_g) انطلاقا من (C_f)؟

❷ أدرس تغيرات الدالة f (يمكن كتابة f على الشكل النموذجي).

❸ عين إشارة $f(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x.

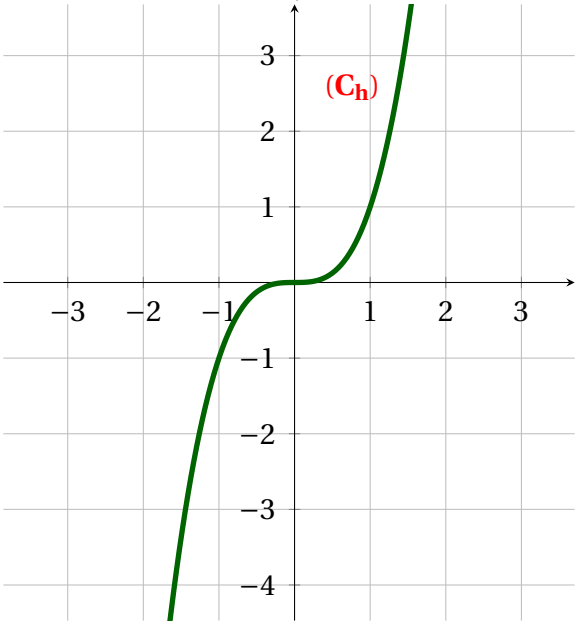
❹ أكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة ، استنتج كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C_f).

❺ عين نقط تقاطع (C_f) مع المحاور

❻ أرسم المنحنيات (C_g)، (C_f) و (C_h) في نفس المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$

التمرين 15:

h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=x^3$ ، (C_h) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$



❶ إعتمادا على (C_h) شكل جدول تغيرات الدالة h.

❷ بين أن h فردية .

❸ لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(x-1)^3-1$

❖ إشرح أنه يمكن رسم (C_f) إنطلاقا من (C_h) ثم أنشئه.

❹ بين أن النقطة $w(1;-1)$ مركز تناظر لـ (C_f).

❺ لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=|f(x)|$

★ أكتب g دون رمز القيمة المطلقة.

★ أنشىء (C_g) منحنى الدالة g إنطلاقا من (C_f).

التمرين 16:

h دالة عددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$h(x)=x^2-2x-3$$

Γ منحناها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$، (C) منحنى الدالة مربع.

❶ عين α و β بحيث من أجل كل عدد حقيقي x :

$$h(x)=(x-\alpha)^2+\beta.$$

❖ أدرس تغيرات الدالة h على $\mathbb{R}$.

❖ شكل جدول تغيرات الدالة h.

❷ بين أن Γ صورة (C) بانسحاب يطلب تعيين شعاع له.

★ ارسم في المعلم السابق Γ

❸ ليكن (d) المستقيم ذو المعادلة : $y=2x+m$ حيث m وسيط حقيقي.

✱ عين I مجموعة قيم m التي تجعل المستقيم (d) و Γ يشتركان في نقط.

✱ في حالة ما Γ و (d) يشتركان في النقط M و M' أحسب إحداثيات Ω منتصف القطعة $[MM']$

✱ عين مجموعة النقط Ω لما يتغير m في I.

❹ نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=h(x^2)$.

✪ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $x^2\geq 1$.

✪ استنتج اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$.

✪ شكل جدول تغيرات الدالة f.

❺ استنتج كيف يمكن رسم الدوال الآتية :

➡ $g_1(x)=h(|x|)$ ➡ $g_5(x)=-h(-|x|)$

➡ $g_2(x)=h(-x)$ ➡ $g_6(x)=|h(x)|$

➡ $g_3(x)=-h(-x)$ ➡ $g_7(x)=h(x+1)$

➡ $g_4(x)=h(-|x|)$ ➡ $g_8(x)=h(x+1)+2$

Nasri Abderrahmane
أستاذ رياضيات طور ثانوي
خريج المدرسة العليا للأستاذة