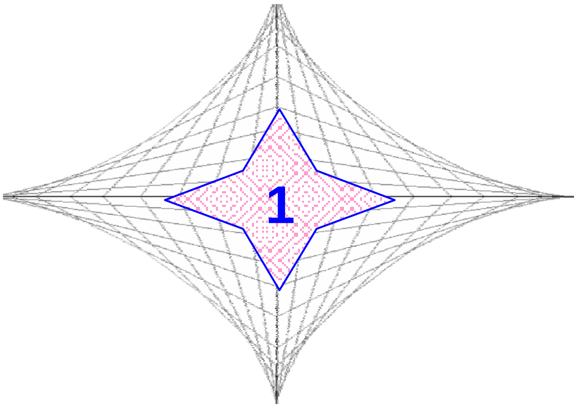
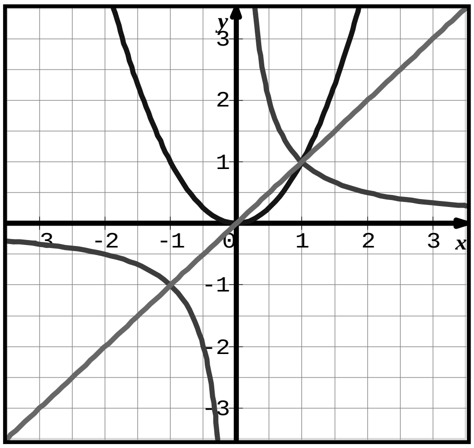



# الدوال العددية




## الكفاءات المستهدفة

- **تفكيك دالة باستعمال الدوال المرجعية**
- **دراسة اتجاه تغير دالة باستعمال الدوال المرجعية**
- **تمثيل بعض الدوال بيانيا باستعمال الدوال المرجعية**

- يتم من خلال هذا الفصل تعريف دوال جديدة واستنتاج تغيراتها انطلاقا من الدوال المرجعية التي تمت دراستها في السنة الأولى..
- تمكن مضامين هذا الفصل المتعلم من تنمية قدراته في المجالات التالية

الحساب الجبري (العمليات على الدوال) ؛ المتباينات (اتجاه تغير بعض الدوال) ؛ التمثيل البياني (استعمال راسمات المنحنيات) ؛ البرهان (المثال المضاد) ... استغلال اتجاه التغيرات لحل مشكلات .

- لا يتم التطرق إلى استنتاج تغيرات الدالتين $f+g$ و $f.g$ تلقائيا انطلاقا من اتجاهي تغير الدالتين $f$ و $g$ إنما تعالج أمثلة مختلفة.
- دراسة الدوال المرفقة تمكن المتعلم من التعرف على بعض المنحنيات الشهيرة مثل القطع المكافئ والقطع الزائد مما يسهل دراسة الدوال من الدرجة الثانية والتعرف على خواصها.
- تأخذ الدوال عبارات جبرية مختلفة وعلى المتعلم اختيار العبارة المناسبة والملائمة لنوع المشكلة المطروحة .

# الأنشطة

## النشاط 1 :

**الهدف :** استعمال التمثيل البياني لدالة لحل معادلات ومتراجحات وتعيين قيم شهيرة .

1) $f(-2)=1$ ؛ $f(0)=3$ ؛ $f(3)=0$ .

2) $S_1=\{-4;2\}$ ؛ $S_2=\{-3;1;3\}$ ؛ $S_3=\{0\}$ .

3) $S_1=\{-1;1;2\}$ ؛ $S_2=\left\{-\frac{3}{2}\right\}$ .

4) $S_1=[-4;-3[\cup]1;3[$ ؛ $S_2=[-1;1]\cup[2;3]$ .

5)

| $x$ | $-4$ | | $0$ | | $2$ | | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-1$ | $\nearrow$ | $3$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $0$ |

6) القيمة الحدية الصغري هي $(-1)$ وذلك من أجل $x=-4$ و $x=2$ بينما القيمة الحدية الكبرى هي 3 من أجل $x=0$ .

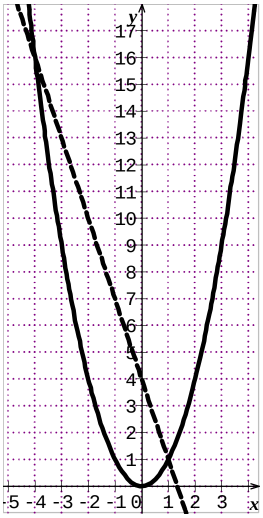
## النشاط 2 :

**الهدف :** استعمال دالة مرجعية لدراسة تغير طول قطعة مستقيمة متغيرة .

1) $\cos a=\frac{x}{f(x)}$ و $\cos a=f(x)$ .

2) $f(x)=\sqrt{x}$ .

3) $x\in]0;1]$ .



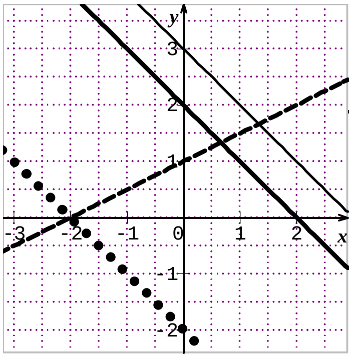
## النشاط 3 :

**الهدف :** استعمال تقاطع منحني دالتين مرجعيتين لحل معادلة من الدرجة الثانية.

1) الرسم :

2) $S=\{-4;1\}$ .

3) $h(-4)=0$ ؛ $h(1)=0$ .



## النشاط 4 :

**الهدف :** إدراج مفهمي العمليات الجبرية على الدوال والدوال المرجعية .

1) الرسم

2) نقطة التقاطع هي $A\left(\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right)$

3) $D_h=\mathbb{R}-\{2\}$ .

## النشاط 5 :

**الهدف :** مفهوم مركب دالتين.

تصحيح : $f(t)=25t$ عوضا $f(t)=20t$ ؛ $y=KL$ عوضا $y=ML$ .

$h(t)=\frac{1}{2}\sqrt{1+2500t^2}$ عوضا $f(t)=\frac{1}{2}\sqrt{1+2500t^2}$

1) $KL=\sqrt{0,25+x^2}$ .

# الأعمال الموجهة

## تغيير المعلم :

**الهدف :** تغيير المعلم لإثبات أن منحني دالة يقبل :

- مركز تناظر – محور تناظر .

1) $\vec{OM}=\vec{O\Omega}+\vec{\Omega M}$

2) $\begin{cases}x=X-2\\y=Y-1\end{cases}$ ؛ $y=f(x)=x^2+4x+3$

بعد الحساب نجد : $Y-1=(X-2)^2+4(X-2)+3$

$Y=X^2$ . $x\mapsto x^2$ دالة زوجية .

معادلة محور التناظر هي $x=-2$ .

3) $\begin{cases}x=X-1\\y=Y+1\end{cases}$ بعد التعويض والحساب نجد $Y=\frac{1}{X}$ .

$x\mapsto\frac{1}{x}$ دالة فردية .إحداثيتي مركز التناظر هي $(-1;1)$ .

4) المراحل :

بالنسبة لمحور التناظر : - تغيير المعلم من $(O;\vec{i};\vec{j})$ إلى $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$ حيث فاصلة $\Omega$ هي $a$ .- كتابة معادلة $(C_f)$ في $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$ - إثبات الدالة المحصل عليها زوجية .

بالنسبة لمركز التناظر : - تغيير المعلم من $(O;\vec{i};\vec{j})$ إلى $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$ .- كتابة معادلة $(C_f)$ في $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$ - إثبات الدالة المحصل عليها فردية .

## التمثيل البياني للدالة : $x\mapsto f(x+b)+k$

**الهدف :** التمثيل البياني لصورة منحني دالة بواسطة انسحاب

1) $M(x;x^2)$ ، $M'(x+1;x^2+1)$ ومنه $\vec{MM'}(1;1)$

2) أ) $g(x-b)=f(x)+k$ وبالتالي $\vec{MM'}(-b;k)$

$M'$ صورة $M$ بالانسحاب الذي شعاعه $-b\vec{i}+k\vec{j}$

ب) $(C_g)$ صورة $(C_f)$ بالانسحاب السابق

3) $(C_g)$ صورة $(C_f)$ بالانسحاب الذي شعاعه $-b\vec{i}$ .

4) $(C_g)$ صورة $(C_f)$ بالانسحاب الذي شعاعه $-\vec{i}$ .

$(C_h)$ صورة $(C_g)$ بالانسحاب الذي شعاعه $2\vec{j}$ ،

أو $(C_h)$ صورة $(C_f)$ بالانسحاب الذي شعاعه $-\vec{i}+2\vec{j}$

# تمـــاريـــن

**1** 1) خاطئ . 2) صحيح . 3) صحيح .
4) صحيح (المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين في $[0;4]$ )
5) خاطئ .

**2** 1) خاطئ . 2) صحيح . 3) صحيح . 4) صحيح

**3** 1) صحيح لأن $u$ معرفة على $]0;+\infty[$ .
2) صحيح لأن للدالتين $f$ و $g$ نفس اتجاه التغير .
3) خاطئ لأن مثلا $u(10)\notin[0;9]$ .
4) خاطئ . 5) خاطئ . 6) صحيح .

**4** 3) $(f.g)(x)=x(x^2-2x)$

**5** 1) $(g\circ h)(x)=2x^2+5$ .

**6** 1) $f\geq g$ لأن $(C_f)$ يقع فوق $(C_g)$ على $[-1;2]$ .

**7** 2) $f$ متزايدة على $]-1;+\infty[$ .

**8** 1) $f(1)=-\frac{3}{2}$ ؛ $f(0)=3$ ؛ $f(-2)=15$ ؛
$f(\sqrt{3})=\frac{9}{2}-5\sqrt{3}$ .
2) سابقتا العدد 3 هما 0 و 10 .
نقوم حل المعادلة $f(x)=\frac{17}{2}$ ذات الحلين $-1$ و $11$ .

**9** 1) بقراءة بيانيا نجد $f(-1)=3$ ؛ $f(0)=1$ ؛
$f(1)=-1$ .
2) سوابق العدد $(-1)$ هي فواصل نقط تقاطع $(C_f)$ مع المستقيم $(\Delta)$ ذي المعادلة $y=-1$ ونقرأ $-2$ و 1 .
3) حلول المعادلة $f(x)=3$ هي فواصل نقط تقاطع $(C_f)$ مع المستقيم $(\Delta')$ ذي المعادلة $y=3$ والتي تنتمي إلى المجال $[-2;2]$ .

**10** $D_f=\mathbb{R}$ .

**11** $D_f=\mathbb{R}$ .

**12** $D_f=\mathbb{R}$ .

**13** $D_f=]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ .

**14** $D_f=\mathbb{R}-\{4\}$ .

**15** $D_f=]-\infty;-2[\cup]-2;2[\cup]2;+\infty[$ .

**16** $D_f=\mathbb{R}$ .

**17** $D_f=\mathbb{R}-\{3\}$ .

**18** $|x|=3$ يعني $x=-3$ أو $x=3$
ومنه : $D_f=]-\infty;-3[\cup]-3;3[\cup]3;+\infty[$ .

**19** $D_f=[1;+\infty[$ .

**20** $D_f=[2;3[\cup]3;+\infty[$ .

**21** $D_f=\mathbb{R}$ .

**22** $D_f=\mathbb{R}$ ، $D_g=[-2;+\infty[$ ومنه : $f\neq g$ .

**23** $f=g$ .

**24** $D_f=\mathbb{R}^*$ ، $D_g=\mathbb{R}$ ومنه : $f\neq g$ .

**25** لدينا $D_f=D_g=[0;1[\cup]1;+\infty[$ ومن أجل كل $x$ من $D_f$ ؛ $f(x)=g(x)$ ومنه $f=g$ .

**26** $f=g$ .

**27** $f=g$ .

**28** 1) الدوال $f$ ، $g$ ، $f+g$ و $f.g$ معرفة على $\mathbb{R}$ .
2) $(f+g)(x)=f(x)+g(x)=2x^2+2x-2$ .
$(f.g)(x)=x^4+2x^3-2x^2+2x-3$

**29** 1) $D_f=D_g=]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ .
2) $D_{3f}=D_f$ ؛ $D_{-2g}=D_g$ .

**30** 1) $(f+g)(x)=f(x)+g(x)$
$(f+g)(x)=2(x^2+2x+1)=2(x+1)^2$ .
2) لدينا $(2f+g)(x)=(2x+1)^2$ .
إذن $(2f+g)=h^2$ حيث $h:x\mapsto 2x+1$ .

**31** تصحيح الشرط " في حالة وجودها " يحذف من السؤال1 ويضاف إلى السؤال 2 .
1) $(f+g)(x)=f(x)+g(x)$ .
$(f+g)(1)=\frac{3}{2}$ ، $(f+g)(2)=\frac{29}{4}$ ،
$(f+g)(\sqrt{5})=\frac{47\sqrt{5}}{10}-2$ .
$(3f)(x)=3\times f(x)$ . ومنه :
$(3f)(1)=9$ ، $(3f)(2)=24$ ،
$(3f)(\sqrt{5})=15\sqrt{5}-6$ .
$(-2g)(x)=-2\times g(x)=\frac{3}{x}$ ومنه :
$(-2g)(1)=3$ ، $(-2g)(2)=\frac{3}{2}$ ،
$(-2g)(\sqrt{5})=\frac{3\sqrt{5}}{5}$
2) الدوال $f.g$ ، $\frac{f}{g}$ ، $\frac{1}{2}f-g$ ، معرفة على $]0;+\infty[$ ومنه العددين $-\frac{1}{2}$ ، $-1$ لا تقبل صور .

، $\left(f.g\right)(3)=-\frac{13}{2}$ ، $\left(\frac{f}{g}\right)(3)=-26$ ،

. $\left(\frac{1}{2}f-g\right)(3)=7$

**32** الدالتان $f\circ g$ و $g\circ f$ معرفتان على $\mathbb{R}$ ولدينا :

. $(f\circ g)(x)=f\left(g(x)\right)=-6x$

. $(g\circ f)(x)=g\left(f(x)\right)=-6x$

**33** الدالتان $f\circ g$ و $g\circ f$ معرفتان على $\mathbb{R}$ ولدينا :

. $(f\circ g)(x)=f\left(g(x)\right)=3x-1$

. $(g\circ f)(x)=g\left(f(x)\right)=3x-7$

**34** الدالتان $f\circ g$ و $g\circ f$ معرفتان على $\mathbb{R}$ ولدينا :

. $(f\circ g)(x)=9x^2-12x+4$

. $(g\circ f)(x)=2-3x^2$

**35** الدالة $f\circ g$ معرفة على $\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ ولدينا :

. $(f\circ g)(x)=\frac{-1}{2x+1}$

الدالة $g\circ f$ معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ ولدينا :

. $(g\circ f)(x)=\frac{-2}{x+1}$

**36** الدالة $f$ معرفة على $]-\infty;-2]\cup[0;+\infty[$ ومنه

الدالة $f\circ g$ معرفة إذا كان $x\neq 0$ و $(\frac{1}{x}-3\leq -2)$

أو $(\frac{1}{x}-3\geq 0$ أي $x\in\,]-\infty;0[\cup\left]0;\frac{1}{3}\right]\cup[1;+\infty[$

ولدينا : $(f\circ g)(x)=\sqrt{\frac{1}{x^2}-\frac{4}{x}+3}$

الدالة $g$ معرفة على $\mathbb{R}^*$ ومنه الدالة $g\circ f$ معرفة إذا كانت

$f$ معرفة و $f(x)\neq 0$ أي $x\in\,]-\infty;-2[\cup]0;+\infty[$

ولدينا : . $(g\circ f)(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2+2x}}-3$

**37** 1) الدالة $k$ معرفة على $\mathbb{R}$ و لدينا من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ : $(h\circ g)(x)=x^2+1=k(x)$

2) الدالتان $(f+k)$ و $(g\circ h)$ معرفتان على $\mathbb{R}$ و لدينا من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ : $(f+k)(x)=x^2+2x+1$

$(g\circ h)(x)=(x+1)^2=x^2+2x+1$

و منه : $f+k=g\circ h$

بنفس الطريقة نثبت صحة 3) ، 4) ، 5) و 6) .

**38** $f=u\circ v$ حيث $u(x)=x^2$ و $v(x)=x-1$

**39** $f=u\circ v$ حيث $u(x)=x^2+1$ و $v(x)=x+2$

**40** $f=u\circ v$ حيث $u(x)=\frac{3}{x}$ و $v(x)=x+1$ .

**41** $f=u\circ v$ حيث $u(x)=\sqrt{x}$ و $v(x)=x+1$ .

**42** $f=u\circ v$ حيث $u(x)=\cos x$ و $v(x)=x-1$ .

**43** $f=u\circ v$ حيث $u(x)=|x|$ و $v(x)=\frac{2}{5}x-1$ .

**44** لدينا من أجل كل $x$ من $I$ : $(f+g)(x)=x^2+x$

ليكن $x_1$ و $x_2$ عددان من $I$ حيث $x_1<x_2$

إذن $x_1^2<x_2^2$ و بالتالي $x_1^2+x_1<x_2^2+x_2$

أي $(f+g)(x_1)<(f+g)(x_2)$

إذن $(f+g)$ متزايدة تماما على $I$ .

**45** ليكن $x_1$ و $x_2$ عددان من $]-\infty;0[$ حيث $x_1<x_2$

إذن $x_1^2>x_2^2$ و $|x_1|>|x_2|$

و بالتالي $x_1^2+|x_1|>x_2^2+|x_2|$

إذن $f$ متناقصة تماما على $]-\infty;0[$ .

**46** الدالة $x\mapsto x$ متزايدة تماما على $]0;+\infty[$

و الدالة $x\mapsto -\frac{1}{x}$ متزايدة تماما على $]0;+\infty[$

و بالتالي الدالة $x\mapsto x-\frac{1}{x}$ متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ .

**47** 1) $f=u\circ v$ حيث من أجل كل $x$ من $]-\infty;3]$ : $v(x)=3-x$ و من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}^+$ : $u(x)=\sqrt{x}$ .

2) بما أن ليس للدالتين $u$ و $v$ نفس اتجاه التغير فإن الدالة $u\circ v$ متناقصة تماما على $]-\infty;3]$ .

و منه هي كذلك متناقصة تماما على $]-\infty;3[$ .

**48** $f$ و $g$ معرفتان على $\mathbb{R}$ بـ :

$f(x)=(x-2)^2$ و $g(x)=(x-2)^2-1$

**49** 1) $D_h=\mathbb{R}^*$

2) المنحني الأول ممثل للدالة $g$ ؛ المنحني الثاني ممثل للدالة $f$ ؛ يبقى المنحني الثالث ممثل للدالة $h$ .

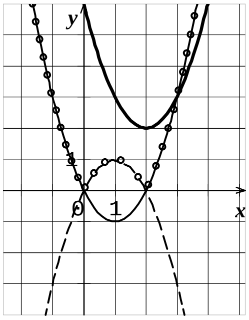
3) الدالتان $f$ و $g$ لهما نفس اتجاه التغير على $]-\infty;0[$ ، إذن الدالة $h$ متزايدة تماما على $]-\infty;0[$ .

• ليس للدالتين $f$ و $g$ نفس اتجاه التغير على $]0;+\infty[$ ، إذن $h$ متناقصة تماما على $]0;+\infty[$ .

**50** – منحني الدالة $g$ نظير $(C)$ بالنسبة لمحور الفواصل

- منحني الدالة $h$ ينطبق على $(C)$ في $]-\infty;0]\cup[2;+\infty[$ و يكون نظير $(C)$ بالنسبة لمحور الفواصل في $[0;2]$ .

• - منحني الدالة $k$ هو صورة



$(C)$ بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{i}+3\vec{j}$ .

**51** 1) $a=1$ و $b=2$

2)

| $x$ | $-\infty$ | $+\infty$ |
|---|---|---|
| $x^3$ | ↗ | |

3) لدينا $f(x)=(x-1)^3+2$

الدالتان $x \mapsto x-1$ و $x \mapsto x^3$ متزايدتان تماما على $\mathbb{R}$ و منه الدالة $u: x \mapsto (x-1)^3$ متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ (مركب دالتين). إذن الدالة $(u+2)$ متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ .

| $x$ | $-\infty$ | $+\infty$ |
|---|---|---|
| $f(x)$ | ↗ | |

4) $(C)$ هو صورة منحني الدالة $x \mapsto x^3$ بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{i}+2\vec{j}$ .

**52** الدالة $f_1$ معرفة على $\mathbb{R}$ و لدينا من أجل كل $x$ من $[0;+\infty[$ : $f_1(x)=f(x)$ و الدالة $f_1$ دالة زوجية

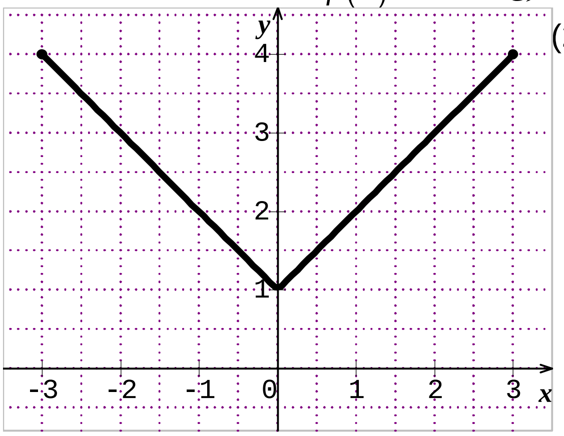
إذن جزء $(C_{f_1})$ في المجال $]0;+\infty[$ ينطبق على $(C)$ في هذا المجال و جزء $(C_{f_1})$ في المجال $]-\infty;0[$ هو نظير الجزء السابق من $(C_{f_1})$ بالنسبة إلى محور التراتيب

لدالة $f_2$ معرفة على $\mathbb{R}$

إذا كان $(C)$ من فوق محور الفواصل فإن $(C_{f_2})$ ينطبق على $(C)$ و إذا كان $(C)$ من تحت محور الفواصل فإن $(C_{f_2})$ نظير $(C)$ بالنسبة إلى محور الفواصل.

**53** 1) ليكن $x \in [-3;0]$ ومنه $-x \in [0;3]$ إذن $f(-x)=-x+1$ ، علما أن $f(-x)=f(x)$ فإن $f(x)=-x+1$ .

2)




ملاحظة من أجل كل $x \in [-3;3]$ ؛ $f(x)=|x|+1$ .

**54**

| $x$ | $-4$ | $-3$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $3$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $0$ ↗ | $1$ ↘ | $-2$ ↗ | $0$ ↗ | $2$ ↘ | $1$ ↗ | $0$ |

**55** 1) $a=-1$ ، $b=-5$ و $c=10$ .

2) $f(x)-(-x-5)=\dfrac{10}{2-x}$

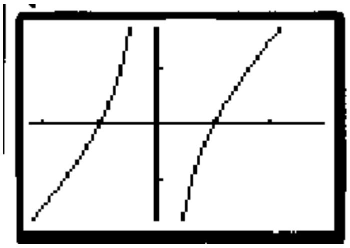
| $x$ | $-\infty$      $2$ | $+\infty$ |
|---|---|---|
| $\dfrac{10}{2-x}$ | $+$ | $-$ |
| الوضعية | $(C_f)$ فوق المستقيم | $(C_f)$ تحت المستقيم |

**56** تصحيح : $f$ معرفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$ ؛

1) قواعد تغيير المعلم : $\begin{cases} x=X-2 \\ y=Y-1 \end{cases}$

معادلة $(C_f)$ في المعلم $(A;\vec{i};\vec{j})$ عي : $Y=\dfrac{X^2-1}{X}$

2) الرسم



3) $A$ مركز تناظر للمنحني $(C_f)$.

**57** لنبين أن $[(\Delta): x=1]$ محور تناظر لـ$(C)$ .

لتكن مثلا النقطة $A(1;0)$ . معادلة $(C)$ في المعلم $(A;\vec{i};\vec{j})$ هي $Y=\dfrac{X^2+2}{X^2}$ .

الدالة $g: x \mapsto \dfrac{x^2+2}{x^2}$ زوجية ومنه $[(\Delta): x=1]$ محور تناظر .

**58** $f(x)=-x+\dfrac{3}{x-2}$ . من أجل كل $x_1$ و $x_2$ من $]-\infty;0[$ حيث $x_1<x_2$ لدينا : $\begin{cases} -x_1>-x_2 \\ \dfrac{3}{x_1-2}>\dfrac{3}{x_2-2} \end{cases}$ ومنه :

$-x_1+\dfrac{3}{x_1-2}>-x_2+\dfrac{3}{x_2-2}$ أي $f(x_1)>f(x_2)$

وبالتالي $f$ متناقصة تماما على $]-\infty;0[$ .

**59** $f$ متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ .

**60** $f$ متزايدة تماما على $]0;2[$ .

**61** $f$ متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ .

**62** $f$ متناقصة تماما على $]-\infty;-3[$ .

**63** 1) الدالة $f$ متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ والدالة $g$ متناقصة تماما على $]0;+\infty[$ .

2) الدالة $h$ معرفة على $]0;+\infty[$ بـ $h(x)=-x$ .

الدالة $h$ متناقصة تماما على $]0;+\infty[$ .

**64**

| $x$ | $-\infty$ | $0$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | ↘ | $2$ | ↗ |

| $x$ | $-\infty$ | $0$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $h(x)$ | ↘ | ‖ | ↘ |

2) من أجل كل عددين $x_1$ و $x_2$ من $]-\infty;0[$ حيث $x_1<x_2$

لدينا $\begin{cases} g(x_1)>g(x_2)\\ h(x_1)>h(x_2)\end{cases}$ ومنه :

$g(x_1)+h(x_1)>g(x_2)+h(x_2)$ أي :

$f(x_1)>f(x_2)$ وبالتالي $f$ متناقصة تاما على $]-\infty;0[$

3) من أجل كل عددين $x_1$ و $x_2$ من $]0;\infty[$ حيث $x_1<x_2$

لدينا $\begin{cases} g(x_1)<g(x_2)\\ h(x_1)>h(x_2)\end{cases}$ ، لا يمكن المقارنة بين

$g(x_1)+h(x_1)$ و $g(x_2)+h(x_2)$

**65** 1) ليكن $x_1$ و $x_2$ عددين من $]0;+\infty[$ حيث $x_1<x_2$

لدينا : $\begin{cases} 0<x_1^2+1<x_2^2+1\\ 0<\sqrt{x_1}<\sqrt{x_2}\end{cases}$ ومنه

$(x_1^2+1)\sqrt{x_1}<(x_2^2+1)\sqrt{x_2}$ أي $f(x_1)<f(x_2)$ .

وبالتالي الدالة $f$ متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ .

2) ليكن $x_1$ و $x_2$ عددين من $]-\infty;0[$ حيث $x_1<x_2$

لدينا $\begin{cases} -3x_1+2>-3x_2+2>0\\ x_1^2>x_2^2>0\end{cases}$ ومنه :

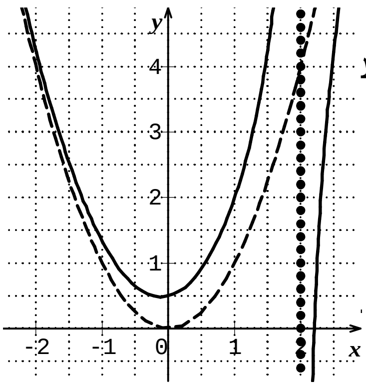
$(-3x_1+2)x_1^2>(-3x_2+2)x_2^2$ أي $f(x_1)>f(x_2)$

وبالتالي الدالة $f$ متناقصة تماما على $]-\infty;0[$ .

3) الدالة $f$ متزايدة تماما على $[1;8]$.

**66** 1) $(C_f)$ هو المنحني المرسوم بالخط المستمر و $(C_g)$ هو القطع المكافئ المرسوم بالخط المتقطع .

2) في المجال $]-\infty;2[$ $(C_g)$ يقع فوق $(C_f)$




و في المجال $]2;+\infty[$ $(C_f)$ يقع تحت $(C_g)$.

**67** 1) $f$ متزايدة تماما على $[0;+\infty[$ .

إذا كان $x\ge 0$ فإن $2x\ge 0$ ومنه $x^2+2x\ge 0$ .

2) $g$ متزايدة تماما على $[0;+\infty[$ .

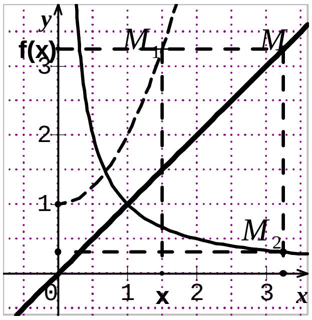
إذا كان $x\ge 0$ فإن $x+1\ge 1$ ومنه $\sqrt{x+1}\ge 1$

أي : $-1+\sqrt{x+1}\ge 0$ .

3) $g\circ f$ معرفة على $[0;+\infty[$ و $(g\circ f)(x)=x$.

4) $f\circ g$ معرفة على $[0;+\infty[$ و $(f\circ g)(x)=x$.

**68** $M_1(x;f(x))$ نعين النقطة $M(f(x);f(x))$ من المنصف ثم نعين النقطة $M_2(f(x);g[f(x)])$ أي $M_2(f(x);h(x))$




**69** 1) من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}^*$ ؛ $f(x)=u(x)+v(x)$

حيث $u(x)=3x$ و $v(x)=\frac{-1}{3x}$.

2) الدالتان $u$ و $v$ متزايدتان تماما على كلا المجالين $]-\infty;0[$ و $]0;+\infty[$ .

من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}^*$ ؛ إذا كان $x_1<x_2$ فإن :

$u(x_1)<u(x_2)$ و $v(x_1)<v(x_2)$ ومنه :

$u(x_1)+v(x_1)<u(x_2)+v(x_2)$ إذن $f$ متزايدة تماما على كلا المجالين $]-\infty;0[$ و $]0;+\infty[$ .

3) ليكن $x\in\mathbb{R}^*-\left\{\frac{1}{3}\right\}$ : $\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{9x^2-1}{3x-1}=3x+1$

4) $D_h=\mathbb{R}$ و $D_{\frac{f}{g}}=\mathbb{R}^*-\left\{\frac{1}{3}\right\}$ إذن $h\neq\frac{f}{g}$ .

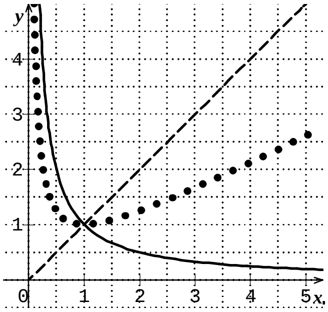
**70** 1) من أجل كل $x$ من $I$ ؛ $f(x)=u(x)+v(x)$

حيث $u(x)=\frac{1}{2}x$ و $v(x)=\frac{-1}{2x}$ .

2) $u$ و $v$ متزايدتان تماما على $I$ . $f$ متزايدتان تماما على $I$.

3) من أجل كل $x$ من $I$ ؛ $S(x)=x$ و $D(x)=\frac{1}{x}$

$S$ متزايدة تماما على $I$ و $D$ متناقصة تماما على $I$




4) $M_s(x;S(x))$ و $M_D(x;D(x))$ النقطتان من

منحنيي الدالة $S$ و الدالة $D$ على الترتيب

و $M\left(x;\dfrac{S(x)+D(x)}{2}\right)$ نقطة من منحني الدالة $g$

وتكون $M$ منتصف القطعة $[M_SM_D]$ .

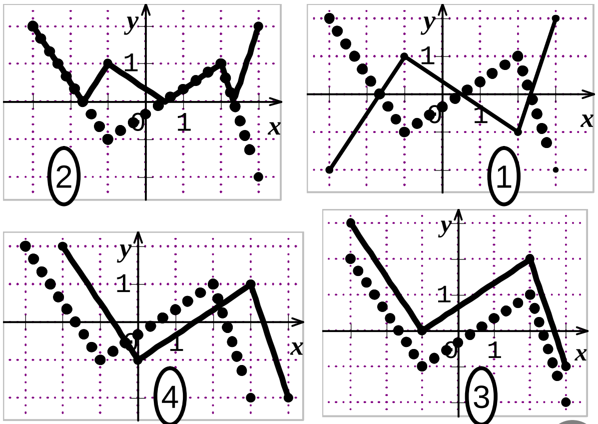
**71** نعتبر دالة $f$ معرفة على المجال $[-3;3]$ .

1) منحني $f_1$ نظير منحني $f$ بالنسبة لمحور الفواصل.

2) أربعة أجزاء منطبقة مثنى مثنى وجزآن متناظران بالنسبة لمحور الفواصل .

3) منحني $f_3$ صورة منحني $f$ بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{j}$

4) منحني $f_4$ صورة منحني $f$ بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{i}$




**72** كل من $g\circ f$ و $f\circ g$ معرفة على $\mathbb{R}$ ولدينا :

$(f\circ g)(x)=32x^6-48x^4+18x^2-1$ وكذلك

$(g\circ f)(x)=32x^6-48x^4+18x^2-1$ .

**73** 1) نجد بسهولة $f(-x)\ f(x)$

2)

| $x$ | $-\infty$ -2 0 2 $+\infty$ |
|---|---|
| $x-2$ | - - - + |
| $x+2$ | - + + + |

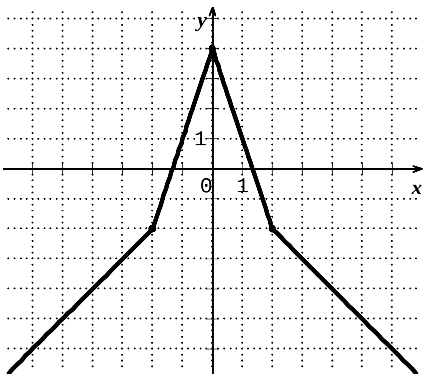
من أجل $x\in]-\infty;-2]$ ؛ $f(x)=x$

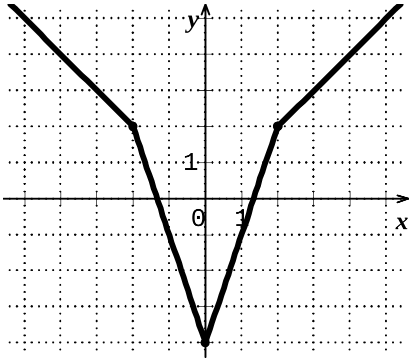
من أجل $x\in[-2;0]$ ؛ $f(x)=3x+4$

من أجل $x\in[0;2]$ ؛ $f(x)=-3x+4$

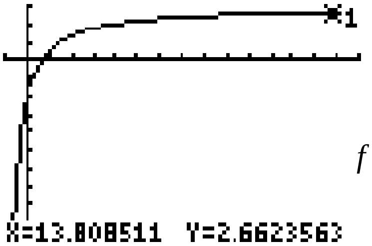
من أجل $x\in[2;+\infty[$ ؛ $f(x)=-x$

3) الدالة $f$ متزايدة تماما على $]-\infty;0]$ ومتناقصة تماما على $[0;+\infty[$ .





**74** 1) الرسم




2) التخمين $A=3$ .

3) $f(x)=3+\dfrac{-5}{x+1}$

4) باستعمال العمليات على الدوال نجد الدالة $f$ متزايدة تماما على $]-1;+\infty[$ .

5) من أجل كل $x\in]-1;+\infty[$ ؛ $x+1>0$ ومنه $\dfrac{-5}{x+1}<0$ إذن $f(x)-3<0$

6) $f(x)$ يتغير في المجال $]-\infty;3[$ .

**75** 1) $\vec{AM}\left(x-2;\sqrt{x}\right)$ ؛ $AM=\sqrt{x^2-3x+4}$

2) أ) $f(x)=x^2-3x+4$ ومنه $AM=\sqrt{f(x)}$ .

ب)

| $x$ | $0$ | $\frac{3}{2}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $4$ ↘ | $\frac{7}{4}$ | ↗ |

ج) القيمة الحدية الصغرى للدالة $f$ هي $\dfrac{7}{4}$ ومنه أصغر مسافة ممكنة لـ $AM$ هي $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$ وفاصلة $M$ هي الحل الموجب للمعادلة $f(x)=\dfrac{7}{4}$ ونجد $M\left(\dfrac{3}{2};\sqrt{\dfrac{3}{2}}\right)$ .

**76** $\dfrac{MQ}{AH}=\dfrac{BQ}{BH}$ و منه $\dfrac{6-x}{6}=\dfrac{MQ}{9}$

أي $MQ=9\times\dfrac{6-x}{6}$ ، إذن $MQ=\dfrac{18-3x}{2}$

$$A(x)=MQ\times QP=\frac{18-3x}{2}\times 2x=-3x^2+18x$$

2) الدالة $A$ معرفة على $[0;6]$

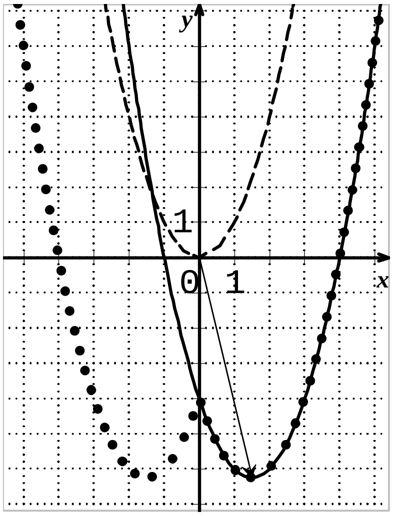
3) الدالة $A$ متزايدة تماما على $[0;3]$ و متناقصة تماما على $[3;6]$ .

4) الدالة $A$ تقبل القيمة $27$ كقيمة حدية عظمى عند $x=3$ .

5) تكون مساحة المستطيل $MNPQ$ أكبر ما يمكن إذا كان $x=3$ و تكون قياسات المستطيل هي 6 و $\frac{9}{2}$.

**77** 1) ينشر العبارة $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{25}{4}$ نجد عبارة $f(x)$ .

المنحني $\left(C_f\right)$ صورة المنحني $(P)$ بالانسحاب الذي شعاعه $\frac{3}{2}\vec{i}-\frac{25}{4}\vec{j}$




2) من أجل كل عدد حقيقي $x\geq 0$ لدينا $|x|=x$ ومنه $g(x)=f(x)$

$g$ زوجية لأن $|-x|=|x|$

3) منحني الدالة الزوجية يكون متناظر بالنسبة لمحور التراتيب .

**78** $(I)$ 1) نحل في $\mathbb{R}-\{3\}$ المعادلة $f(x)-g(x)=0$ أي $\frac{(x+4)(x-1)(x-2)}{2(x-3)}=0$

ونجد إحداثيات نقط التقاطع $(-4;0)$ $\left(1;\frac{5}{2}\right)$ و $(2;6)$.

2) ندرس إشارة $f(x)-g(x)$

$(II)$ 1) $f_m(x)=g(x)$ تكافئ

$$mx^3-7mx^2+(16m+1)x-12m-2=0$$

2) $8m-28m+32m+2-12m-2=0$

3) $a_m=m$ ، $b_m=-5m$ ، $c_m=6m+1$ ومنه $(E)$

تكافئ $(x-2)\left(mx^2-5mx+6m+1\right)=0$

$\Delta=m^2-4m$ مميز المعادلة

$mx^2-5mx+6m+1=0$

- $m\in[0;4[$
- $m\in]-\infty;0[\cup]4;+\infty[$

**79** تصحيح المعلم متعامد وليس متجانس

1) فاصلة $I$ هي $\frac{t}{2}$ ولدينا : $\frac{AN}{BC}=\frac{AM}{MB}$ أي

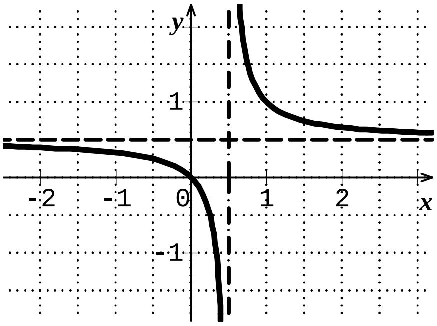
$AN=\frac{t}{1-t}$ ومنه ترتيب $N$ هو $\frac{t}{t-1}$ وبالتالي ترتيب $I$ هو $\frac{t}{2(t-1)}$

2) لدينا $t=2x$ و منه $y=\frac{2x}{2(2x-1)}=\frac{x}{2x-1}$

3) أ) $f(x)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2x-1}$

ب) $f$ متناقصة تماما على كل من $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[$ و $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$

ج)




إحداثيي مركز التناظر هي $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$.