تمرين 01

ABC مثلث متقايس الأضلاع حيث $AB = 5cm$

① أنشئ النقطة H المعرّفة بالعلاقة: $-2\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} = \vec{0}$

ماذا تُمثّل النّقطة H بالنسبة للنقطتين A و B ؟

② لتكن النّقطة G مرجّح الجُملة المُثقلة $\{(A,-2);(B,1);(C,-1)\}$.

بيّن أنّ: $-\overrightarrow{GH} - \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ ، ثم أنشئ النّقطة G .

③ عيّن الأعداد الحقيقيّة α ، β و γ التي من أجلها تكون النقطة A مرجّحا للجملة $\{(G,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma)\}$.

④ لتكن (Γ_1) مجموعة النّقط M من المُستوي حيث: $\|-2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = 4$.

★ عيّن طبيعة (Γ_1) ثُمّ أنشئها .

⑤ لتكن (Γ_2) مجموعة النّقط M من المُستوي حيث: $\left(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right) \perp \left(-2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right)$.

★ عيّن طبيعة (Γ_2) ثُمّ أنشئها .

تمرين 02

ليكن ABC مثلثاً حيث $AB = 8cm$ ، $BC = 4cm$ و $AC = 6cm$.

① لتكن النقطتان I و J مرجّحي الجُملتين $\{(A,1);(B,4)\}$ و $\{(B,2);(C,-1)\}$ (على الترتيب).

② لتكن G مرجّح الجُملة $\{(A,1);(B,4);(C,-2)\}$.

بيّن أنّ G هي نقطة تقاطع المستقيمين (CI) و (AJ) .

③ عيّن ثمّ أنشئ (Γ_1) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\|\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB}\| = 5\|2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\|$.

④ عيّن ثمّ أنشئ (Γ_1) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\|\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}\|$.

تمرين 03

ABC مثلث من المستوي.

① بيّن أنّهُ توجد نقطة وحيدة G تُحقق: $\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

① لتكن النقطة I مرجّح الجُملة $\{(B,2);(C,-1)\}$.

★ بيّن أنّ النّقطة G هي منتصف القطعة $[AI]$ ثمّ أنشئ كلّاً من النّقطتين G و I .

② M نُقطة كيفية من المستوي.

أ) بيّن أنّ الشّعاع $\vec{u} = \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$ مُستقلٌّ عن النّقطة M .

ب) ماهي (C) مجموعة النّقط M من المستوي التي تُحقق: $\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = \|-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\|$

تمرين 04

ABC مثلث من المستوي.

لتكن النّقطة G من المستوي حيث: $3\overrightarrow{AG} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \vec{0}$ ولتكن I منتصف $[AB]$.

① بيّن أنّ النُّقطة G هي مركز ثقل المثلث ABC .

① عيّن (Γ_1) مجموعة النّقط M من المستوي التي تحقق: $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 3\|\overrightarrow{MA}\|$.

① عيّن (Γ_2) مجموعة النّقط M من المستوي التي تحقق: $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\| = 2\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\|$.

① نزوّد المستوي بمعلم متعامد ومتجانس $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ ، و لتكن النّقط $A(1;0)$ ، $B(0;-1)$ و $C(3;2)$.

نعتبر الجملة $\{(A;4);(B;\alpha-1);(C;2\alpha)\}$ حيث $\alpha \in \mathbb{R}$

أ) عيّن قيَم العدد الحقيقي α حتى تقبل الجُملة السابقة مرجّحا G_α .

ب) عيّن قيَم العدد الحقيقي α التي من أجلها تقع النقطة G_α على محور الفواصل.

تمرين 05

ABC مثلثٌ كيفيٌّ من المستوي.

H نقطة تحقق العلاقة $2\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$ و G مرجّح الجُملة $\{(A;3);(B;-1);(C;2)\}$.

① بيّن أنّ H هي مرجّح النُّقطتين A و B بمعاملين يُطلب تعيينهما.

② باستخدام خاصية التجميع أثبت أنّ النّقطة G هي منتصف القطعة $[HC]$.

③ أنشئ كلّاً من H و G .

④ (E) هي مجموعة النّقط M من المستوي حيث: $\|3\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\| \leq 2\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\|$.

★ عيّن ثمّ أنشئ (E) .

⑤ المستوي منسوب إلى المعلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$. نعتبر النّقط $A(0;1)$ ، $B(0;5)$ و $C(2;1)$ و لتكُن G_m مرجّح الجُملة: $\{(A;-m^2+4);(B;m^2-2m);(C;2m)\}$.

أ)عيّن قيم m التي من أجلها تكون G_m موجودة ووحيدة.

ب)عيّن إحداثيّي G_m بدلالة m .

ج)عيّن المحل الهندسي للنّقط G_m لمّا m يمسح $\mathbb{R}$.

تمرين 06 ABC مثلثٌ كيفيٌّ.

H نقطة من المستوي حيث: $\overrightarrow{AH}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.

① أنشئ النّقطة H ثمّ بيّن أنّها مرجّح النقطتين A و B بمعاملين يُطلبُ تعيينهُما.

② لتكن النّقطة G مرجّح الجُملة المُثقلة $\{(A;1);(B;2);(C;3)\}$.

أ)أُكتب $\overrightarrow{AG}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ ثمّ أنشئ النّقطة G .

ج)عين مجموعة النّقط M من المستوي في كلِّ حالة:

$(\Gamma_1) : \|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\| = 12$

$(\Gamma_2) : \|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\| = 6\|\overrightarrow{MH}\|$

$(\Gamma_3) : \|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\| \leq 6$

تمرين 07 ABC مثلثٌ متقايسُ الأضلاع.

H ، J و I ثلاث نُقط من المستوي تُحقق: $2\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CH}=\vec{0}$ ، $\overrightarrow{AI}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ و $2\overrightarrow{JB}-3\overrightarrow{JC}=\vec{0}$.

① بيّن أنّ كلّ نُقطة من النّقط H ، J و I هي مرجّح لنقطتين من النّقط A ، B و C بمعاملات يُطلب تعيينُها في كلّ حالة.

② أنشئ G مرجّح الجُملة المثقلة $\{(A,2);(B,4);(C,-3)\}$.

③ أثبت أنّ G هي نقطة تلاقي المستقيمات (HB) ، (IC) و (JA) .

تمرين 08

مثلثٌ حيثُ: $AB=AC=5cm$ و $CB=6cm$ و H مُنتصفُ القطعة $[BC]$.

① أُحسب AH .

② لتكن النّقطة G مرجح الجُملة $\{(A,2);(B,1);(C,1)\}$.

أ)أنشئ النّقطة G .

ب)عيّن و أنشئ مجموعة النّقط M من المُستوي حيث:

$(\Gamma_1) : \|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\| = 8$

$(\Gamma_2) : \|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\| = 2\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|$

تمرين 09

ABC مثلثٌ مركزُ ثقله النّقطةG. و K مرجّح الجُملة $\{(A,2);(B,2);(C,-1)\}$.

★ عيّن وأنشئ مجموعات النّقط M من المُستوي حيث:

$(\Gamma_1) = \{M : 2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=k\overrightarrow{AB}; k\in\mathbb{R}\}$

$(\Gamma_2) : \|2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\| = \|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\|$

$(\Gamma_3) : \|2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|$

تمرين 10

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ ، لتكن النّقط $A(3;2)$ ، $B(0;1)$ و $C(-1;0)$ ، ولتكن G_α مرجّح الجُملة $\{(A,\alpha);(B,-\alpha);(C,2)\}$ حيث $\alpha\in\mathbb{R}^\star$.

★ عيّن إحداثيات G_α بدلالة α ، ثمّ بيّن أنّها تنتمي إلى مستقيم (Δ) يُطلب تعيين معادلته.

تمرين 11

$ABCD$ رباعي كيفي.

① أنشئ النّقطة J مرجّح الجُملة المثقلة $\{(A,1);(B,1);(C,-1);(D,-2)\}$.

② أنشئ النّقطة K مرجّح الجُملة المثقلة $\{(A,1);(B,2);(C,-2);(D,3)\}$.