الشعبة: تقني رياضي، علوم تجريبية

التاريخ: 21 ديسمبر 2020

سلسلة تمارين – الاشتقاقية –

الحجم الساعي: 3 ساعات و 25 دقيقة

التمرين الأول: (العدد المشتق. 15د *)

1) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=(x-1)^2$ ، وليكن h عدد حقيقي غير معدوم.

أ) احسب النسبة $\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}$ ، ثم بسطها.

ب) هل الدالة f تقبل الاشتقاق عند 1؟ اذا كانت الاجابة نعم، كم يساوي $f'(1)$؟

2) لتكن الدالة g المعرفة على $[-2;+\infty[$ بالعبارة: $g(x)=\sqrt{x+2}$ ، وليكن h عدد حقيقي موجب تماما.

أ) احسب النسبة $\dfrac{g(-2+h)-g(-2)}{h}$ ، ثم بسطها.

ب) هل الدالة g تقبل الاشتقاق عند -2؟ اذا كانت الاجابة نعم، كم يساوي $g'(-2)$؟

3) لتكن الدالة k المعرفة على $\left]-\infty;-\dfrac{1}{2}\right[$ بالعبارة: $k(x)=\dfrac{1}{2x+1}$ ، وليكن h عدد حقيقي غير معدوم.

أ) بين أن: $\dfrac{k(h)-k(0)}{h}=\dfrac{-2}{2h+1}$.

ب) هل الدالة k تقبل الاشتقاق عند 0؟ اذا كانت الاجابة نعم، كم يساوي $k'(0)$؟

التمرين الثاني: (معادلة المماس. 15د *)

1) لتكن f دالة معرفة على مجال يحتوي a وليس فقط a. وليكن (C_f) منحنيها البياني في مستوي منسوب الى معلم. عين المعادلة المختصرة للمماس (T) للمنحنى عند النقطة ذات الفاصلة a، في كل حالة من الحالات التالية:

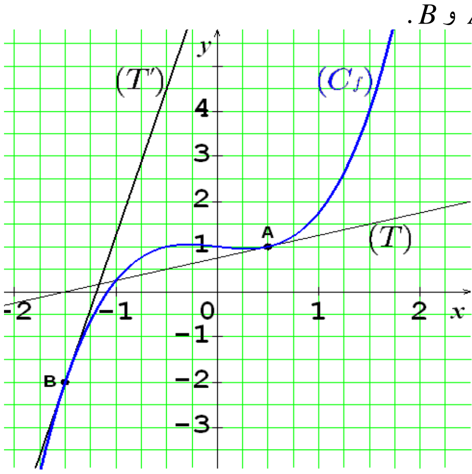
أ) $a=3$ و $f(3)=-2$ و $f'(3)=5$.

ب) $a=-7$ و $f(-7)=0$ و $f'(-7)=-\dfrac{2}{5}$.

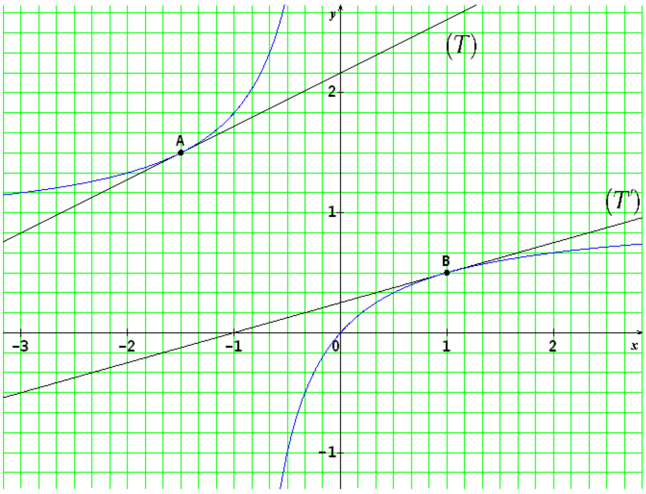
2) لتكن f دالة قابلة للاشتقاق عند القيمة 4، و المعادلة المختصرة للمماس عند النقطة ذات الفاصلة 4 هي: $(T): y=5-\dfrac{2x}{3}$. عين $f(4)$ و $f'(4)$.

التمرين الثالث: (قراءة بيانية. 30د *)

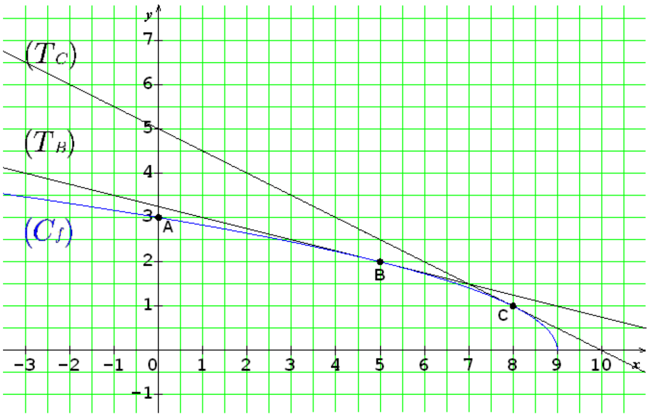
1) بقراءة بيانية لقيم $f\left(-\dfrac{3}{2}\right)$، $f'\left(-\dfrac{3}{2}\right)$، $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$ و $f'\left(\dfrac{1}{2}\right)$. عين المعادلة المختصرة لكل من المماسين (T)، (T') للمنحنى (C_f) عند النقطتين A و B.



2) عين المعادلة المختصرة لكل من المماسين (T)، (T') للمنحنى عند النقطتين A و B .



3) بعد تعيين المعادلة المختصرة لكل من المماسين (T_B)، (T_C) للمنحنى (C_f). ارسم المماس (T_A) للمنحنى (C_f) عند النقطة A علما أن $f'(0)=-\dfrac{1}{6}$.



التمرين الرابع: (عبارة الدالة المشتقة. 35د **)

في كل حالة من الحالات التالية، عين $f'(x)$ من أجل كل $x\in I$.

1) $f(x)=3-\dfrac{7x}{2}$ ، $I=\mathbb{R}$.

2) $f(x)=2x^2-3x+5$ ، $I=\mathbb{R}$.

3) $f(x)=x^3-\sqrt{x}$ ، $I=]0;+\infty[$.

4) $f(x)=\dfrac{7}{(2x-1)^2}$ ، $I=\left]-\infty;\dfrac{1}{2}\right[\cup\left]\dfrac{1}{2};+\infty\right[$.

5) $f(x)=2\sqrt{x}\times\left(\dfrac{x^4}{4}+\dfrac{1}{x^2}\right)$ ، $I=]0;+\infty[$.

6) $f(x)=\left(x+\sqrt{x}\right)^3$ ، $I=]0;+\infty[$.

7) $f(x)=x\sqrt{x}$ ، $I=]0;+\infty[$.

8) $f(x)=-\dfrac{2}{x}$ ، $I=\mathbb{R}^*$.

9) $f(x)=\dfrac{2x-1}{4x^2+1}$ ، $I=\mathbb{R}$.

التمرين الخامس: (30د **)

لتكن f الدالة المعرفة بالعبارة $f(x)=\dfrac{1+x}{1-x}$ ، وليكن (C_f) منحنيها البياني في مستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) عين D_f مجموعة تعريف الدالة f .

2) احسب $f'(x)$ من أجل كل $x\in D_f$.

سلسلة تمارين _ الاشتقاقية _   الحجم الساعي: 3 ساعات و 25 دقيقة

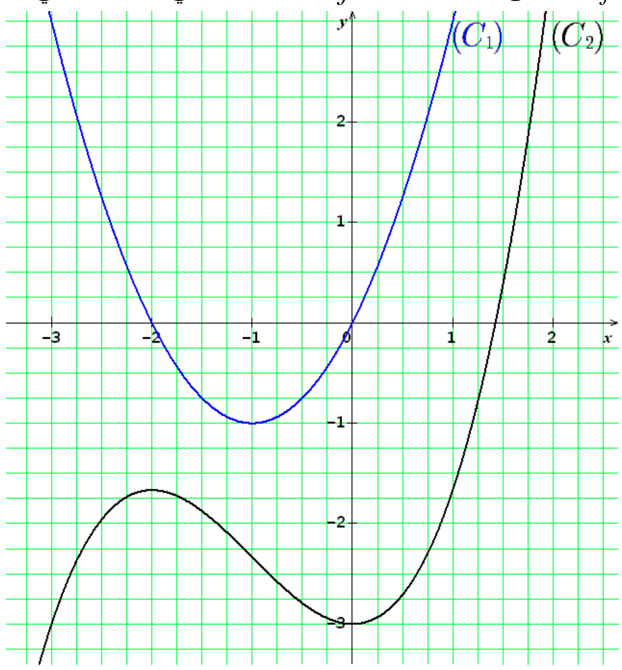
3) شكل جدول تغيرات الدالة f .

4) احسب العدد المشتق للدالة f عند -1 ، 0 ، 2 و 3.

5) أنشئ المنحنى (C_f) على المجموعة $[-3;1[\cup]1;5]$ ، مع اظهار المماسات للمنحنى (C_f) عند النقط ذات الفواصل -1 ، 0 ، 2 و 3.

التمرين السادس: (15د *)

في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، مثلنا منحنى دالة f و منحنى دالتها المشتقة f' . كما هو مبين في الشكل الموالي.



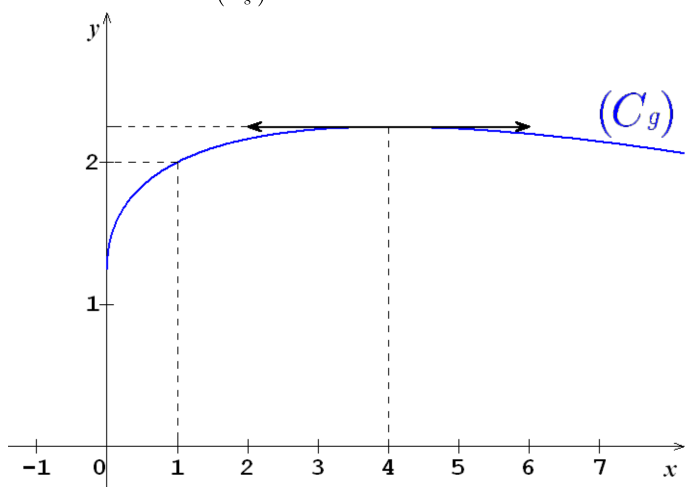
1) ارفق كل منحنى بدالته المناسبة، مبررا اجابتك بتشكيل جدول اشارة $f'(x)$ و جدول تغيرات الدالة f .

2) بقراءة بيانية عين ما يلي: $f(0)$ ، $f'(0)$ ، $f(-3)$ و $f'(-3)$.

3) نرمز بـ (T_A) و (T_B) للمماسين للمنحنى (C_f) عند النقطتين A و B ذات الفاصلتين (-3) و 0 على الترتيب. علم على الرسم النقطتين A و B ، ثم ارسم المماسين (T_A) و (T_B).

التمرين السابع: (25د **)

نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^+$ بالعبارة $g(x)=ax+b+\sqrt{x}$ ، حيث a و b عددان حقيقيان. الشكل الموالي يبين المنحنى (C_g) للدالة g .



1) من بين القيم لـ $g(1)$ ، $g'(1)$ ، $g(4)$ ، $g'(4)$ ، ماهي القيم التي يمكن قراءتها من البيان؟ عين قيمها.

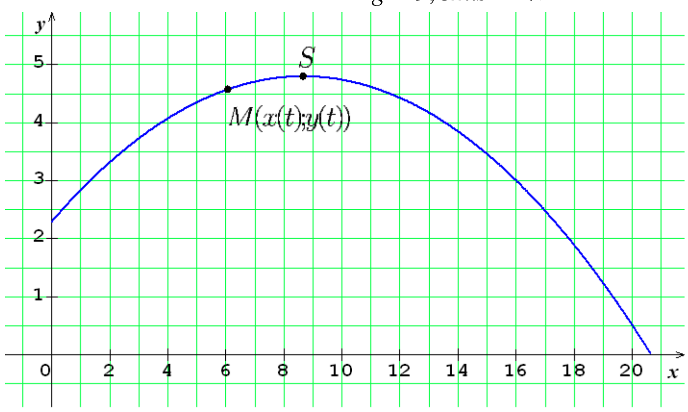
2) بين أنه نحصل على جملة معادلتين للمجهولين a و b ، تكافئ الجملة
$$\begin{cases}4a+1=0\\ a+b=1\end{cases}.$$

3) عين عندئذ قيمتي a و b ، ثم عين عبارة كلا من $g(x)$ و $g'(x)$.

4) انطلاقا من البيان، عين اشارة $g'(x)$ وفق قيم x . ثم تأكد من النتيجة حسابيا.

التمرين الثامن: (تطبيق في الفيزياء. 30د **)

يقذف رياضي جلة بسرعة ابتدائية تقدر بـ $v_0=14m.s^{-1}$ ، مشكلة زاوية مع الافق تقدر بـ $\alpha=30^\circ$. عند لحظة قذف الجلة يكون على ارتفاع $h=2,3m$ من سطح الأرض. موضع الجلة في اللحظة t مقدرة بالثانية معطى بالإحداثيتين $(x(t);y(t))$ ، حيث:
$$\begin{cases}x(t)=(v_0\cos\alpha)t\\ y(t)=-\dfrac{1}{2}gt^2+(v_0\sin\alpha)t+h\end{cases}.$$
نعتبر في لحظة قذف الجلة $t=0$. في الشكل الموالي مثلنا المسار الممكن للجلة، نأخذ الجاذبية $g=9,8m.s^{-2}$.



نقبل أن: * فاصلة النقطة S هي: $x_S=5\sqrt{3}\ \ (\approx 8,66m)$.

* الجلة تلامس سطح الأرض في اللحظة t_F على مسافة $x_F=12+5\sqrt{3}\ \ (\approx 20,66m)$.

1) تحقق أن: $\begin{cases}x(t)=7\sqrt{3}\,t\\ y(t)=-4,9t^2+7t+2,3\end{cases}$.

2) السرعة اللحظية للجلة في اللحظة t تعطى بشعاع السرعة $\vec{v}(t)$ ذو الاحداثيتين $(x'(t);y'(t))$. من أجل $t\in[0;t_F]$ ، عبر عن $x'(t)$ و $y'(t)$ بدلالة t.

3) عين في أي لحظة t_S الجلة تبلغ أقصى قمة من القطع المكافئ. استنتج عندئذ احداثيي شعاع السرعة $\vec{v}(t_S)$.

4) أ) بين أن: $t_F=\dfrac{5+4\sqrt{3}}{7}$.

ب) استنتج احداثيي شعاع السرعة $\vec{v}(t_F)$.

ج) من أجل الاجابة على السؤال " ما هي السرعة التي تلامس بها الجلة سطح الأرض؟ ". احسب طويلة الشعاع $\vec{v}(t_F)$.