التمرين رقم 01 :

ليكن ABCD مربعا مركزه O و G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(B,2);(C,3);(D,6)\}$

1. أنشئ I مرجح الجملة $\{(A,1);(C,3)\}$ و J مرجح الجملة $\{(B,2);(D,6)\}$
2. بين أن G مرجح النقطتين I و J المرفقتين بالمعاملين 1 و 2 على الترتيب ثم أنشئ G.
3. لتكن M نقطة من المستوي .

عين ثم أنشئ مجموعة النقط M التي تحقق المساواة

$$\left\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}+6\overrightarrow{MD}\right\| = 3\left\|\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MC}\right\|.$$

4. المستوي منسوب الى المعلم $(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD})$
   - أوجد احداثيي G
   - أوجد احداثيي G' مرجح الجملة المثقلة $\{(A,3);(B,6);(C,1);(D,2)\}$.
   - بين أن النقط O ، G و G' في استقامية.

التمرين رقم 02 :

$P(x)$ كثير الحدود حيث : $P(x)=4x^3-4x^2-15x+18$

1) أثبت أن -2 هو جذر لِـ $P(x)$.ثم حلل $P(x)$ إلى جذاء كثيرات الحدود من الدرجة الأولى

2) عين كل جذور $P(x)$

3)حل في R كل من المعادلة و المتراجحة التاليتين : $P(x)=18$ ، $P(x)\le 0$.

4) m وسيط حقيقي. نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول x التالية : $(E)\ldots(m-1)x^2-2(m+2)x+m+1=0$

ا - عين قيم العدد الحقيقي m حتى تقبل المعادلة (E) حلين متمايزين

ب- عين قيم العدد الحقيقي m حتى يكون من أجل كل عدد حقيقي x : $(m-1)x^2-2(m+2)x+m+1<0$

التمرين رقم 03 :

☜ k الدالة العددية المعرفة بجدول تغيراتها الموالي :

x	-4		-2		1
$k(x)$	5	↘	1	↗	10

1) أذكر اتجاه تغير الدالة k.

2) نعتبر الدوال العددية التالية d,ψ و φ المعرفة بـ :

$$d(x)=-2k(x)+3 \quad ، \quad \psi(x)=\sqrt{k(x)} \quad و \quad \varphi(x)=2+\frac{1}{k(x)}.$$

أ) عين اتجاه تغير كل دالة من الدوال d,ψ و φ.

ب) شكل جدول تغيرات كل دالة من الدوال d,ψ و φ.

التمرين رقم 04 :

☜ نعتبر الدالتين العدديتين f و g المعرفتين بما يلي : $f(x)=\dfrac{2x-1}{x-1}$ و $g(x)=x^2-2x+3$

نسمي (C_f) و (C_g) المنحنيين البيانيين الممثلين لهما في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) عين D_f و D_g مجموعتي تعريف كلا من الدالين f و g.

2) أ) عين العددين الحقيقيين a,b بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x من D_f : $f(x)=a+\dfrac{b}{x-1}$.

ب) فكك الدالة f الى مركب دالتين يطلب تعيينهما .

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]-\infty;1[$ و $]1;+\infty[$.

د) بين أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يسمح بالانتقال من المنحني (C) الممثل للدالة مقلوب الى المنحني (C_f) ثم أرسم (C_f).

هـ) لتكن $\Omega(1;2)$ نقطة من المستوي .

بعد تعيين دساتير تغيير المعلم عين معادلة المنحني (C_f) في المعلم $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$ ثم عين مركز التناظر للمنحني (C_f).

3) أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x)=(x-1)^2+2$.

ب) فكك الدالة g الى مركب دالتين يطلب تعيينهما ثم استنتج اتجاه تغير الدالة g على المجموعة $\mathbb{R}$

ج) اشرح كيفية رسم المنحني (C_g) ثم أرسم (C_g) في نفس المعلم السابق .

د) استنتج أنه من أجل $x\in\mathbb{R}$ فإن $g(x)\in[2;+\infty[$.

4) نعتبر الدالة العددية h المعرفة بـ : $h(x)=(f\circ g)(x)$

أ. بين أن الدالة h معرفة على المجموعة $\mathbb{R}$.

ب. عين عبارة $h(x)$ بدلالة x.

ج. استنتج اتجاه تغير الدالة h على كل من المجالين $]-\infty;1[$ و $]1;+\infty[$.

5) نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية : $(E):x^3-3x^2+3x-2=0$

أ. بين أن المعادلة (E) تكافئ المعادلة $f(x)=g(x)$.

ب. عين بيانيا حلول المعادلة (E).

6) ليكن P كثير الحدود المعرف بـ : $P(x)=x^3-3x^2+3x-2$

أ) أحسب $P(2)$ ثم استنتج تحليلا لكثير الحدود P.

ب) حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$.

التمرين رقم 05 :

☜ ABC مثلث متقايس الأضلاع حيث ، $AB=5cm$

1) أنشئ النقطة H المعرفة بالعلاقة : $-2\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HB}=\vec{0}$ ماذا تمثل النقطة H بالنسبة للنقطتين A و B ؟

2) لتكن النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;-2),(B;1),(C;-1)\}$

أ) بين أنّ النقطة G تحقق العلاقة : $-\overrightarrow{GH}-\overrightarrow{GC}=\vec{0}$.

ب) أنشئ النقطة G .

3) عين الأعداد الحقيقية a,b و c بحيث تكون النقطة A مرجحا للجملة $\{(G;a),(B;b),(C;c)\}$.

4) لتكن (Γ_1) مجموعة النقط M من المستوي بحيث يكون : $\left\|-2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=4$.

- عين طبيعة المجموعة (Γ_1) وأنشئها .

5) لتكن (Γ_2) مجموعة النقط M من المستوي بحيث يكون : $\left(2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right)\perp\left(\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right)$

- عين طبيعة المجموعة (Γ_2) وأنشئها .

التمرين رقم 06 :

ليكن $ABCD$ رباعيا، حدد كل مجموعة من المجموعات التالية:

E_1 : مجموعة النقط M من المستوي بحيث: $\left\|\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}\right\|=\left\|\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right\|$

E_2 : مجموعة النقط M من المستوي بحيث: $\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right\|$

E_3 : مجموعة النقط M من المستوي بحيث يكون الشعاعان $\overrightarrow{BC}$ و $3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ مرتبطين خطيا.

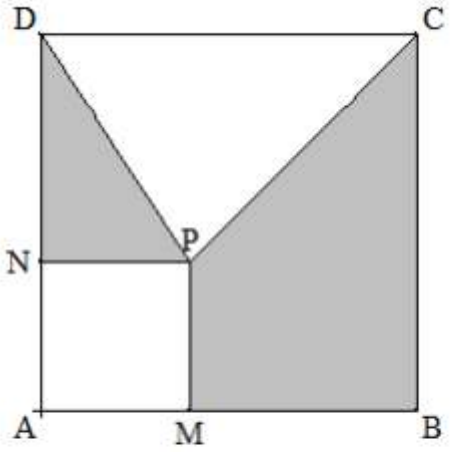
E_4 : مجموعة النقط M من المستوي بحيث: $3\le\left\|\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+4\overrightarrow{MD}\right\|\le 6$

E_5 : مجموعة النقط M من المستوي بحيث: $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}\right\|\ge\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\right\|$

ملاحظة: يطلب ارفاق كل مجموعة برسم توضيحي على حدى.

التمرين رقم 07 :

في الشكل المقابل $ABCD$ مربع طول ضلعه 10 و $AMPN$ مربع طول ضلعه x حيث x عدد حقيقي ينتمي إلى المجال $I=[0;10]$.



لتكن $S(x)$ مساحة الجزء الملون في الشكل .

1) عبر عن مساحة المربع $AMPN$ ثم مساحة المثلث CPD بدلالة x .

2) استنتج أنه من أجل كل x من I : $S(x)=-x^2+5x+50$.

3) عين قيمة x التي تكون من أجلها المساحة $S(x)$ أكبر ما يمكن .

4) نريد تعيين قيم x التي تحقق المعادلة $S(x+1)-x\left[S(4x)+2\right]=0$.....$(E)$

أ / بين أن (E) تكافئ $16x^3-21x^2-49x+54=0$.

ب / تحقق أن العدد 2 حل للمعادلة (E) .

ج / عين قيم x التي تحقق المعادلة (E) .

التمرين رقم 08 :

☜ نعتبر كثير الحدود f المعرف على المجموعة $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=2x^3-13x^2+27x-18$

1) بين أنّ العدد $\frac{3}{2}$ جذر لكثير الحدود f .

2) عين الأعداد الحقيقية a,b وc بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)=(2x-3)(ax^2+bx+c)$.

3) حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$.

4) أدرس اشارة $f(x)$ ثم استنتج مجموعة حلول المتراجحة $f(x)<0$.

5) نضع : $Q(x)=\frac{f(x)}{x+2}$

أ) عين مجموعة تعريف $Q(x)$.

ب) استنتج حلول المتراجحة $Q(x)\ge 0$.

6) حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المتراجحة : $2x-13<-\frac{27}{x}+\frac{18}{x^2}$.

التمرين رقم 09 :

ABC مثلث حيث $AB = AC = 5cm$ ، I منتصف $[AB]$ و J منتصف $[AC]$.

1) أنشئ النقطة G مرجح الجملة $\{(A;3),(B;2)\}$.

2) لتكن H النقطة المعرفة كمايلي : $3\overrightarrow{HA}+2\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC}=\vec{0}$.

أ / بين أن H مرجح الجملة $\{(G;5),(C;1)\}$.

ب / بين أن H مرجح الجملة $\{(I;2),(J;1)\}$.

ج / استنتج طريقة بسيطة لإنشاء النقطة H ثم أنشئها .

3) المستقيم (AH) يقطع (BC) في النقطة K .

* بين أن K مرجح الجملة $\{(A;1),(H;-2)\}$.

4) عين ثم أنشئ (E_1) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق $\left\|3\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=6\left\|\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MH}\right\|$.

5) عين (E_2) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق $\left\|3\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right\|=\left\|\overrightarrow{MI}-\overrightarrow{MJ}\right\|$.

التمرين رقم 10 :

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

نعتبر النقط $A(1;3)$ ، $B(-3;-1)$ و $C(2;-2)$ ولتكن النقطة G مركز ثقل المثلث ABC والنقطة D المعرفة بالعلاقة $\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=\vec{0}$

1- علم النقط A ، B و C

2- عين إحداثيي كل من النقطتين G و D .

3- بين أنّ الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع .

4- بين أنّ النقط G ، B و H في استقامية .

5- لتكن (Δ) مجموعة النقط M من المستوي حيث $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=3\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$

عين ثم أنشئ المجموعة (Δ).

6- لتكن (C) مجموعة النقط M من المستوي حيث $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=3\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|$

عين ثم أنشئ المجموعة (C).

التمرين رقم 11 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x^3-3x^2+3x-1$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

(I

1- أحسب $f(1)$ ثم أكتب $f(x)$ على الشكل $f(x)=(x-1)(ax^2+bx+c)$ حيث a ، b ، c أعداد حقيقية يطلب تعيينها .

2- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$ و أعط تفسيرا بيانيا للنتيجة .

3- حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $f(x)>0$ و أعط تفسيرا بيانيا للنتيجة .