5min Maths

# 39 تمرين

# الدوال المعادلات الاشتقاقية

# $2^{as}$

شعبة : علوم تجريبية / تقني رياضي / رياضي

" جمع و اعداد الأستاذ شعبان أسامة

## ❶

1. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $3x^2 - 5x + 2 = 0$ .
2. ليكن كثير الحدود f(x) معرف كمايلي : $f(x) = 3x^3 - 8x^2 + 7x - 2$ .

أ- أحسب $f(2)$ ، $f(-2)$ ، $f(1)$ .

ب- حلل كثير الحدود $f(x)$ .

ج- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$ ثم المتراجحة $f(x) < 0$

3. نعتبر الدالة g المعرفة بــ : $g(x) = \frac{2x-7}{x-3}$ .

أ) حدد مجموعة تعريف الدالة g .

ب) أكتب g(x) على الشكل : $g(x) = a + \frac{b}{x-3}$

ج- استنتج رسم منحنى الدالة g انطلاقا من التمثيل البياني للدالة مقلوب .

4. لكن النقطة $\Omega(3;2)$ أكتب معادلة $(C_g)$ في المعلم $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$

ثم بيّن انّ الدالة متناظرة بالنسبة الى $\Omega$ .

5. فكك الدالة g الى مركب دالتين مرجعيتين u،vيطلب تعيينهما
6. استنتج اتجاه تغير الدالة g انطلاقا من اتجاه تغير الدالتين: u وv

## ❷

المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .f و g الدالتان المعرفتان بـ : $f(x) = x^2 + 2x - 3$

و $g(x) = \frac{2x-1}{x-1}$ وليكن $(C_f)$ و $(C_g)$ التمثيلين البيانيين لهما على الترتيب .

1. احسب كلا من $f'$ و $g'$ .
2. أكتب معادلة $(\Delta)$ مماس للمنحنى $(C_f)$ الذي يوازي المستقيم ذو المعادلة$y = 5$ .
3. أكتب معادلة $(\Delta')$ مماس للمنحنى $(C_f)$ غند النقطة ذات الفاصلة 2 .
4. أوجد العددين الحقيقين α و β حيث : $f(x) = (x + \alpha)^2 + \beta$
5. أوجد العددين الحقيقين a و B حيث : $g(x) = a + \frac{b}{x-1}$
6. اشرح كيف يمكن رسم $(C_f)$ انطلاقا من التمثيل البياني للدالة مربع ثم ارسمه
7. بيّن كيف يمكن رسم$( \quad _g)$ انطلاقا من التمثيل البياني للدالة مقلوب ثم أرسمه

## ❸

نعتبر كثير الحدود معرف على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x) = 2x^3 - 13x^2 + 27x - 18$

1. بيّن أنّ العدد $\frac{3}{2}$ جذر لكثير الحدود f .
2. عيّن الاعداد الحقيقية a ، b ، c بحيث من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (2x - 3)(ax^2 + bx + c)$
3. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $f(x) = 0$ .
4. أدرس اشارة f(x) ثم استنتج حلول المتراجحة f(x)<0
5. نضع : $Q(x) = \frac{f(x)}{x+2}$ .

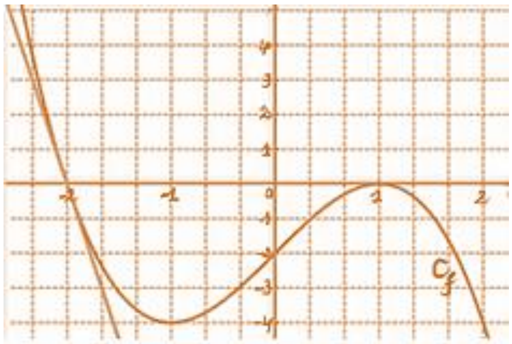
أ- عيّن مجموعة تعريف $Q(x)$ .

ب- استنتج حلول المتراجحة $Q(x) \geq 0$ .

6. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $2x - 13 < \frac{-27}{x} + \frac{18}{x^2}$ .
7. 

### 4

لتكن الدالة f معرفة وقابلة للاشتقاق على المجال $[-3;3]$



1. بقراءة بيانية أوجد : $f(2)$ ، $f(1)$ ، $f'(0)$ ، $f'(-1)$

### 5

$P$كثيرحدود معرف على $\mathbb{R}$ بـ: $P(x)=4x^3-13x-6$

1. بيّن انّ P يقبل القسمة على $x+\frac{1}{2}$
2. عيّن كثير الحدود$Q(x)$ بحيث يكون : $P(x)=(2x+1)Q(x)$
3. حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$ .
4. عيّن حلول المتراجحة $P(x)\geq 0$ .
5. نضع : $H(x)=P(x)+6(2x+1)$ .

أ- عيّن تحليلا لـ $H(x)$ .

ب- عيّن حلول المعادلة : $H(|x|)=0$

### 6

نعتبر الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=(x-1)^2$

1. فكك الدالة f الى مركب دالتين u و v
2. انطلاقا من اتجاه تغير الدالتين u و v استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]1;+\infty[$ .
3. أرسم في معلم $(O;\vec{i},\vec{j})$ المنحنى (P) الممثل للدالة $x\to x^2$ و استنتج رسم المنحنى الممثل للدالة f في نفس المعلم .
4. g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=f(|x|)$

أ- أثبت انّه من اجل كل عدد حقيقي $x\geq 0$ : $g(x)=f(x)$ .

ب- أثبت انّ الدالة g زوجية .

ج- أرسم منحنى g باستعمال منحنى f في نفس المعلم.

### 7

نعتبر الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x^3-3x^2+3x-1$

و $(C_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أحسب f(1) ثم اكتب f(x) على الشكل : $f(x)=(x-1)(ax^2+bx+c)$ .
2. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة f(x)=0 و اعط تفسيرا بيانيا للنتيجة
3. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $P(x)\geq 0$ اعط تفسيرا بيانيا للنتيجة
4. بيّن لماذا $(C_f)$ يقبل الاشتقاق عند كل نقطة من $\mathbb{R}$

5. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f'(x) = 0$ ثم فسّر النتيجة بيانيا
6. عيّن النقط من $(C_f)$ التي يكون فيها معامل توجيه المماس3
7. ليكن (D) مستقيم معادلته : $y = mx + d$ حيث m و d عددان حقيقيان .

ناقش حسب قيم m وجود مماسات للمنحنى $(C_f)$ تكون فيها موازية للمستقيم (D) .

## .❽

الدالة $f$ معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x^4 + 2x^2 - 1$

1. عيّن الدالة المشتقة للدالة $f$ .
2. حل المعادلة $f'(x) = 0$ واستنتج اتجاه تغير الدالة $f$
3. عين معادلة المماس لـ$(C_f)$ عند النقطة $x_0 = 0$ .
4. أوجد قيمة مقربة للعدد $f(0.099)$ .

## .❾

لتكن الدالة $f$ معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^2 + 2x + 1$

و ليكن $(C_f)$ المنحنى البياني لها في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس .

1.أدرس تغيرات الدالة $f$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2. عيّن معادلة المماس للمنحني $(C_f)$ عند النقطة التي فاصلتها $-2$

3. برهن أنّ $(C_f)$ يقبل مماس وحيد معامل توجيهه 3 ثم عيّن إحداثيتي نقطة التماس و معادلة المماس .

## .❿

1)- حل في $IR$ المعادلة : $3x^2-5x+2=0$ .

2)- ليكن كثير الحدود $f(x)$ المعرف بـــ : $f(x)=3x^3-8x^2+7x-2$

أ)- أحسب: $f(2)$ ، $f(-2)$ ، $f(1)$ ثم ماذا تستنتج ؟

ب)- حلل كثير الحدود $f(x)$ .

ج)- حل في $IR$ المعادلة $f(x)=0$ ثم المتراجحة : $f(x)\leq 0$

3)- نعتبر الدالة : $g$ المعرفة بـــ : $g(x)=\dfrac{2x-7}{x-3}$

$(C_g)$ تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

أ)- حدد مجموعة تعريف الدالة $g$.

ب)- اكتب $g(x)$ على الشكل $g(x)=a+\dfrac{b}{x-3}$ حيث $a$ و $b$ عددان حقيقيان يطلب تعيينهما

واستنتج رسم المنحني $(C_g)$ انطلاقا من المنحني الممثل للدالة مقلوب.

ج)- لتكن النقطة $\Omega(3;2)$ أكتب معادلة $(C_g)$ في المعلم الجديد $(\Omega,\vec{i},\vec{j})$

ثم بين أن الدالة متناظرة بالنسبة لهذه النقطة.

د) – نفكك الدال $g$ إلى مركب دالتين مرجعيتين $V$ ; $U$ يطلب تعينهما.

ثم استنتج اتجاه تغير الدالة $g$ انطلاقا من اتجاه تغير الدالتين : $V$ ; $U$

## .❶❶

1- نعتبر كثير الحدود : $P(x)=6x^3+5x^2-12x+4$.

أ) بين أن العدد $-2$ جذرا لكثير الحدود $P(x)$.

ب) استنتج تحليل $P(x)$ إلى جداء عاملين .

ج) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $P(x)\leq 0$.

2) أوجد كثير الحدود $g(x)$ من الدرجة الثالثة الذي يقبل الجذرين 2 و $-3$ ويحقق :

$g(-1)=g(3)=24$.

## .❶❷

$f$ و $g$ دالتين معرفتين بـــ :

$$g(x)=-x^2+x+2 \quad \text{و} \quad f(x)=-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+2x-\frac{1}{3}$$

1)- حل في $IR$ المعادلة $g(x)=0$ ثم عين إشارة $g$.

2)- احسب: $f(2)$ ، $f(-1)$ ، $f(1)$.

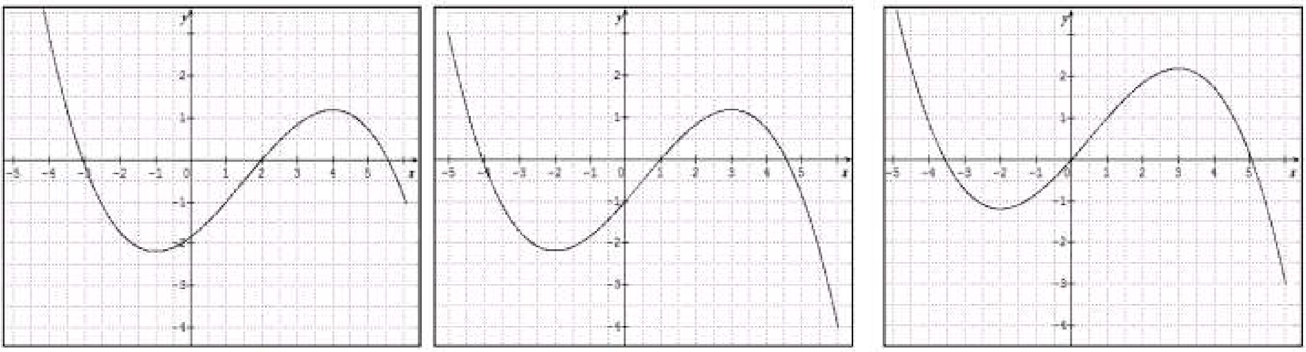
3)- اوجد $f'$ مشتقة الدالة $f$.

3)- شكل جدول تغيرات الدالة $f$ مع تعيين القيم الحدية.

4)- عين معادلة المماس $(\Delta)$ عند النقطة التي فاصلتها 1.

5)- هل توجد نقطة M من $(C_f)$ يكون المماس عندها موازي للمستقيم الذي معادلته $y=2x+1$

## .❶❸



الشكل 3 الشكل 2 الشكل 1

الشكل 2 هو التمثيل البياني لدالة $u$ معرفة على المجال $[-5;6]$

$f$ و $g$ دالتين معرفتين كما يلي : $f(x)=u(x+a)$ ، $g(x)=u(x)+b$

❶ عيّن التمثيلين البيانيين لكل من الدالتين $f$ و $g$. ❷ استنتج قيمة كل من $a$ و $b$.

## .❶❹

ليكن كثير الحدود $P(x)$ ذات المجهول الحقيقي $x$ حيث: $(E)$... $P(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + 2x + 1 = 0$.

1) أحسب $P(0)$ ، ماذا تستنتج؟
2) برهن أنّ المعادلة $(E)$ مكافئة للمعادلة $(E')$ حيث: $(E')$ ... $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 2\left(x + \frac{1}{x}\right) - 3 = 0$ .
3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $(E'')$ ... $u^2 + 2u = 3$ .
4) إستنتج حلول المعادلة $(E')$ .
5) إستنتج حلول المتباينة: $P(x) \leq 0$ .
6) دون حساب عيّن إشارة: $P(2016) \times P(1438) \times P(-\pi)$.

## 15.

نعتبر الدالة $f$ المعرفة بـ: $f(x) = \dfrac{2x+1}{x}$.

❶ عين $D_f$ مجموعة تعريف الدالة $f$.

❷ عين العددين $a$ و $b$ بحيث يكون من أجل كل $x \in D_f$ ، $f(x) = a + \dfrac{b}{x}$.

❸ فكك الدالة $f$ إلى مركب دالتين مرجعيتين $u$ و $v$ يطلب تعيينهما.

❹ إستنتج اتجاه تغير الدالة $f$ على كل من المجالين $]-\infty;0[$ و $]0;+\infty[$ .

❺ بين أنه يمكن الحصول على المنحنى $(C_f)$ للدالة $f$ إنطلاقا من المنحنى $(\Gamma)$ الممثل للدالة مقلوب بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه.

❻ أرسم المنحنى $(C_f)$.

❼ تحقق أنه من أجل كل $x \in D_f$ فإن: $f(-x) + f(x) = 4$. ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى $(C_f)$؟

## 16.

$f$ دالة عددية معرفة على $IR$ بـ: $f(x) = x^3 - 7x - 6$

**1.** تحقق أن العدد 2- جذرا للدالة $f$.

**2.** أثبت أن: $f(x) = (x+2).g(x)$ حيث: $g(x) = ax^2 + bx + c$ يطلب تعيينها.

**3.** أثبت أنه من أجل كل $x$ من $IR$: $g(x) = (x-1)^2 - 4$ ، ثم استنتج أنه يمكن كتابة $g(x)$ على الشكل $(hok)(x)$. حيث $h$ و $k$ دالتان يطلب تعيينهما.

**4.** بين أن من أجل كل عدد حقيقي $x$: $g(x) - g(1) \geq 0$ , ثم استنتج أصغر قيمة ممكنة للدالة $g$.

**5.** حدد اتجاه تغير الدالة $g$ على المجالين $]-\infty;1]$ و $[1;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

**6.** أثبت أن $(C_g)$ التمثيل البياني للدالة $g$ يقطع محور الفواصل في نقطتين مختلفتين يطلب تعيين احداثياهما.

**7.** أدرس إشارة الدالة $g$ , ثم استنتج إشارة الدالة $f$.

**8.** استنتج حلول المعادلتين: $x^4 - 2x^2 - 3 = 0$ , $x\sqrt{x} - 7\sqrt{x} - 6 = 0$ , ثم المتراجحة: $f(x) \leq 0$ .

**9.** اشرح كيف يمكن استنتاج $(C_g)$ انطلاقا من التمثيل البياني للدالة مربع , ثم انشئ $(C_g)$.

**10.** بين أن المستقيم ذو المعادلة $x = 1$ محور تناظر المنحنى $(C_g)$.

## 17.

1 حل في مجموعة الأعداد الحقيقية $R$ المعادلة : $3x^2-5x-2=0$

2 نعتبر كثير الحدود $P(x)=3x^3-11x^2+8x+4$

- تحقق أن $x_0=2$ جذر لكثير الحدود $P(x)$
- اوجد الأعداد الحقيقية: $a$ , $b$ و $c$ بحيث $P(x)=(x-2)(ax^2+bx+c)$

3 اوجد في مجموعة الأعداد الحقيقية $R$ حلول المعادلة $P(x)=0$ ثم استنتج حلول المتراجحة $P(x)\leq 0$

4 اكتب عبارة $P(y^2)$ ثم استنتج حلول المعادلة $y^2=\frac{11y^4-4}{3y^4+8}$

## ❶❽.

1. حل في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ المعادلة : $x^2-5x+6=0$
2. ليكن كثير الحدود $f(x)$ حيث : $f(x)=x^3-6x^2+11x-6$

أ / احسب $f(1)$ ، $f(0)$ ثم $f(-1)$ ماذا تستنتج؟

ب / حلل كثير الحدود $f(x)$

جـ / حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$ ثم المتراجحة : $(x-1)(x^2-5x+6)\geq 0$

هـ / أحسب $f'$ الدالة المشتقة للدالة $f$ على $\mathbb{R}$ ثم اكتب معادلة المماس $(d)$ للمنحني $(C_f)$ عند النقطة التي فاصلتها 0

3. ليكن $g(x)=x^4-5x^2+4$

أ / حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $g(x)=0$

ب / بين أن : $g(x)=(x^2-1)(x^2-4)$

4. لتكن الدالة $h$ المعرفة على $D_h$ بـ : $h(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$

أ / أوجد $D_h$ مجموعة تعريف الدالة $h$.

ب / أثبت أنه من أجل كل $x$ من $D_h$ فإن $h(x)=\frac{(x-3)}{(x+1)(x+2)}$

جـ / حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $h(x)\leq 1$

## ❶❾.

1) أحسب $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$ وَ $(\sqrt{3}-1)^2$.

2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلتين: $x^2-(\sqrt{2}+\sqrt{3})x=-\sqrt{6}$ وَ $4x^2-2(1+\sqrt{3})x+\sqrt{3}=0$.

3) إستنتج حلول المعادلات التالية:

- $x-(\sqrt{2}+\sqrt{3})\sqrt{x}+\sqrt{6}=0$ .
- $\frac{100}{x^2}-\frac{10(1+\sqrt{3})}{x}+\sqrt{3}=0$ .
- إستنتج حلول الجملة ذات المجهولين الحقيقين $\alpha$ وَ $\beta$ : $\begin{cases}\alpha+\beta=\frac{1+\sqrt{3}}{2}\\ \alpha\beta=\frac{\sqrt{3}}{4}\end{cases}$ حيث: $(\alpha;\beta)\in\mathbb{R}^2$.

## ❷⓿.

**I.** نعتبر كثير الحدود $p(x)$ حيث: $p(x)=x^3-x^2-4x+4$

1- تحقق أن 2 جذر لـ $p(x)$

2- عين الأعداد الحقيقية $a$ , $b$ و $c$ بحيث من أجل كل عدد حقيقي $x$ فإن $p(x)=(x-2)(ax^2+bx+c)$

3- حل في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ : المعادلة: $p(x)=0$ و المتراجحة: $p(x)\geq 0$

**II.** $f$ هي الدالة المعرفة على IR بـ: $f(x)=x^2+x-2$ ، وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في مستوي منسوب معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. بين أن من أجل كل عدد حقيقي $x$ : $f(x)=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$

2. بين أن من أجل كل عدد حقيقي $x$ : $f(x)-f\left(-\frac{1}{2}\right)\geq 0$ ، ثم استنتج أصغر قيمة ممكنة للدالة $f$ .

3. بين أن الدالة $f$ هي مركب من ثلاث دوال بسيطة يطلب تعينها

4. استنتج إتجاه تغير الدالة $f$ على المجالين $\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right]$ و $\left[-\frac{1}{2};+\infty\right[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

5. بين أن المستقيم ذو المعادلة $x=-\frac{1}{2}$ محور تناظر للمنحني $(C_f)$.

6. بين أنه يمكن استنتاج $(C_f)$ إنطلاقا من $(C_k)$ التمثيل البياني لدالة مرجعية يطلب تعيينها ، ثم أرسم $(C_f)$ و $(C_k)$ في نفس المعلم

7. $g$ هي الدالة المعرفة على IR بـ: $g(x)=|f(x)|$

a) أكتب $g(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة.

b) استنتج اتجاه تغير الدالة $g$ .

c) باستعمال الفرع a) حدد كيف يتم رسم $(C_g)$ ثم أرسمه.

8. نضع من أجل كل عدد حقيقي $x$ : $h(x)=f(|x|)$

- أثبت أن من أجل كل عدد حقيقي $x$ موجب: $h(x)=f(x)$ .
- أثبت أن الدالة $h$ دالة زوجية .
- أرسم $(C_h)$ منحنى $h$ باستعمال $(C_f)$ منحنى الدالة $f$ .

## ❷❶.

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ $(C_f)$ منحني الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــــ :

$f(x)=x^4-2x^2-3$

/1 حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $f(x)=0$ ثم فسر النتائج هندسيا .

/2 بين أن الدالة $f$ زوجية في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

/3 أدرس اتجاه تغير الدالة $f$ على المجال $[-2;2]$ ثم شكل جدول تغيراتها.

/4 علما ان : $0\leq x\leq 2$ جد حصرا لــــ $f(x)$ .

/5 بين أن المنحنى $(C_f)$ يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينها .

/6 جد معادلة لـــ $(T)$ مماس $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة $X_0=\sqrt{3}$ ثم عين دون استخدام حاسبة $f(\sqrt{3}+0.01)$ .

/7 أرسم المنحنى $(C_f)$.

/8 لتكن $h$ الدالة المعرفة على المجال $[-2;2]$ بالشكل : $h(x)=|x^4-2x^2-3|$ وليكن $(C_h)$ تمثيلها البياني

اشرح كيف يمكن استنتاج انشاء $(C_h)$ انطلاقا من $(C_f)$ ثم انشئ $(C_h)$ في نفس المعلم .

## 22.

① لتكن الدالة $f$ المعرفة على ℝ كما يلي : $f(x)=\frac{x^2+ax+b}{x^2-2x+2}$ حيث $a$ و $b$ عددان حقيقيان .

عين العددين $a$ و $b$ حتى يشمل المنحنى $(C_f)$ الممثل للدالة $f$ النقطتين $A(2,0)$ و $B(0,2)$ .

② نضع الآن $a=-4$ و $b=4$

① تحقق أن من أجل كل عدد حقيقي $x$ من ℝ : $f(x)=\frac{(x-2)^2}{x^2-2x+2}$

② بين أن النقطة $M_0(1,1)$ هي مركز تناظر المنحنى $(C_f)$

③ ❶ بين أن من أجل كل عدد حقيقي $x$ من ℝ : $f'(x)=\frac{2x(x-2)}{(x^2-2x+2)^2}$

❷ أ – استنتج إتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.

ب – عين حصرا للدالة $f$ على المجال $[-1;3]$ .

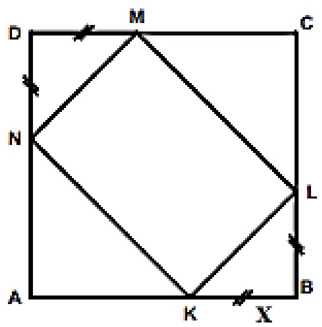
❸ أ – أكتب معادلة المماس $(\Delta)$ عند النقطة $M_0$

ب – باستعمال التقريب التآلفي للدالة $f$ أعط قيمة تقريبية للعددين $f(1{,}0003)$ ; $f(0{,}9993)$

③ نعرف الدالة $g$ المعرفة على ℝ – $\{2\}$ كما يلي : $g(x)=\frac{x^2-2x+2}{(x-2)^2}$

♦ أحسب $g(x)\times f(x)$ استنتج إتجاه تغير الدالة $g$ على $]0;2[$ ( دون حساب لدالة $g'$ )

## 23.




① $g$ المعرفة على ℝ كما يلي : $g(x)=5x-x^2$

♦ عين عبارة $g'$ ثم جدول إشارتها

② $ABCD$ مربع طول ضلعه $5cm$ نرسم المستطيل $KLMN$

حيث : $BK=BL=DM=DN=x$

نسمي $S(x)$ مساحة المستطيل $KLMN$

① أعط مجال تغير $x$ ② أحسب بدلالة $x$ طول الضلعين $[MN]$ ; $[ML]$

③ جد عبارة $S(x)$ ثم تحقق أن $S(x)=2g(x)$

④ أعط جدول تغيرات الدالة $S$ ؛ عين حينئذ قيمة $x$ حتى تكون مساحة المستطيل $KLMN$ أكبر ما يمكن .

## 24.

نسمّي $p(x)$ كثير الحدود المعرّف على ℜ بـ $p(x)=3x^3-2x^2-19x+\lambda$ حيث $\lambda$ عدد حقيقي.

1. أوجدقيمة $\lambda$ حتى يكون $-2$ جذرا لـ $p(x)$ .
2. فيما يلي نأخذ $\lambda=-6$ أي أن: $p(x)=3x^3-2x^2-19x-6$ .

أ. احسب $p(3)$ ثمّ حل في ℜ المعادلة $p(x)=0$ .

ب. أدرس اشارة $p(x)$ حسب قيم $x$ من ℜ ثمّ استنتج حلول المتراجحة $p(x)<0$ .

ج. عيّن حلول المعادلة $p(2-x)=0$ ثمّ استنتج تحليلا لـ $p(2-x)$ .

د. أدرس اشارة $p(2-x)$ ثمّ حل المتراجحة: $p(2-x)<0$ .

## 25.

$ABC$ مثلّث متقايس الأضلاع طول ضلعه 4 ، $MNPQ$ مستطيل داخل المثلّث $ABC$، نضع :
$BQ=x$ ، و الدّالّة $f$ ترفق بكل عنصر $x$ مساحة المستطيل $MNPQ$ .

1) أ- عيّن مجموعة قيم $x$ أي مجموعة تعريف الدّالّة $f$ .

ب- أثبت أنّ: $MQ=\sqrt{3}x$

ت- عيّن عبارة $f(x)$ مساحة المستطيل $MNPQ$ بدلالة $x$ .

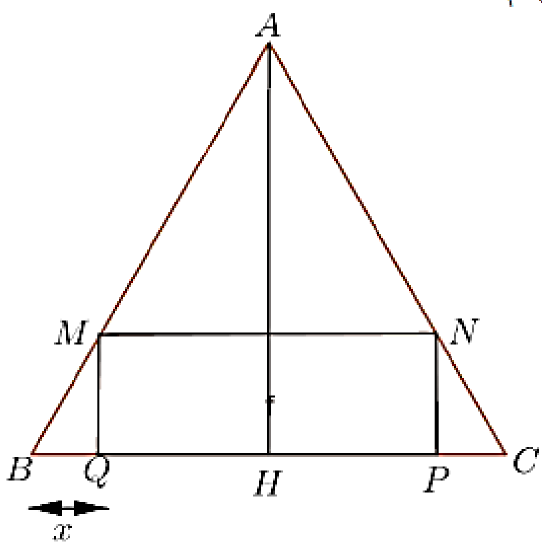
2) أ- أدرس اتّجاه تغيّر $f$ و شكّل جدول تغيّراتها .

ب- استنتج وضعية النّقطة $Q$ من أجل أن تكون مساحة المستطيل $MNPQ$ أكبر ما يمكن .

3) أ- أثبت أنّ المستقيم $(\Delta):x=1$ محور تناظر $(C_f)$ المنحنى الممثّل للدّالّة $f$ في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

ب- أنشئ $(C_f)$ .

ت- أشرح كيف يمكن إنشاء $(C_g)$ المنحنى الممثّل للدّالّة $g:x\to f(x-2)+1$ انطلاقا من $(C_f)$ ثم أنشئه .




## 26.

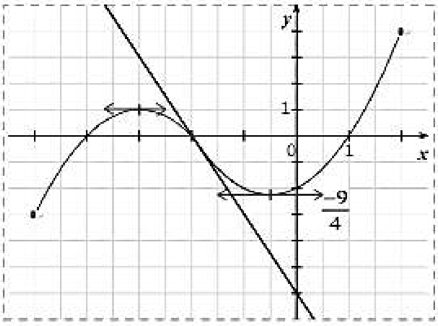
إختر الإجابة الصحيحة مع التعليل

| السؤال | الإجابة (1) | الإجابة (2) | الإجابة (3) |
|---|---|---|---|
| $f$ و $g$ دالتان معرفتان على $]0;+\infty[$ ب : $f(x)=x^4-1$ و $g(x)=\frac{1}{\sqrt{x+1}}$ | $(gof)(x)=\frac{1}{x^2}$ | $(gof)(x)=\frac{1}{x^2-1}$ | $(gof)(x)=\sqrt{x+1}$ |
| حلول المعادلة : $\sqrt{x+1}=2x-1$ | $S=\{0\}$ | $S=\{\frac{5}{4}\}$ | $S=\emptyset$ |
| حلول المتراجحة $\sqrt{x^2-1}\geq 2-x$ في المجال $]-\infty;2]$ | $S=]-\infty;1]$ | $S=[1;2]$ | $S=[\frac{5}{4};2]$ |
| $f$ دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ب : $f(x)=x^2-1$ فإن : $\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ تساوي | 2 | −2 | −3 |

## 27.

الجزء I و II منفصلين

I) المنحنى البياني التالي هو لدالة $f$ قابلة للاشتقاق على $[-5;\ 2]$ في معلم متعامد وغير متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ يشمل النقطة $\left(\frac{-1}{2};\frac{-9}{4}\right)$ ، وليكن $(\Delta)$ مماس المنحنى عند النقطة ذات الفاصلة -2 .




**بقراءة بيانية:**

1) شكل جدول تغيرات الدالة $f$

2) عين العدد المشتق للدالة f عند كل من العددين $\frac{-1}{2}$ و -2

II) $g$ دالة عددية معرفة على $R$ بـ : $g(x)=\frac{2x^2-1}{x^2+1}$

1) بين انه من أجل كل عدد حقيقي $x$ : $g'(x)=\frac{6x}{(x^2+1)^2}$

2) ادرس إتجاه تغير الدالة $g$ ثم شكل جدول تغيراتها

3) أكتب معادلة المماس لمنحنى الدالة $g$ عند النقطة ذات الفاصلة 1

4) احسب $g(x)-2$ ثم استنتج حصرا لـ : $g(x)$

## 28.

I/ لتكن الدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x^2-x$

$(C_g)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1/ تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ أن: $g(x)=(x-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}$ .

2/ فكك الدالة $g$ إلى مركب دالتين يطلب تعيينهما .

3/ إستنتج إتجاه تغير الدالة $g$ على المجالين $]-\infty;\frac{1}{2}]$ و $[\frac{1}{2};+\infty[$ .

4/ بين كيفية إنشاء المنحني $(C_g)$ من خلال التمثيل البياني للدالة $x\mapsto x^2$ .

5/ نعتبر الدالة $h(x)=g(|x|)$ . بين أن الدالة $h$ زوجية ثم وضح كيفية إنشاء منحناها البياني .

II/ ليكن $P(x)$ كثير الحدود المعرف على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ: $P(x)=2x^3+3x^2-5$

1/ تحقق أن $x_0=1$ جذر لـ $P(x)$ .

2/ عين كثير الحدود $Q(x)$ بحيث : $P(x)=(x-1)Q(x)$ .

3/ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $P(x)=0$ والمتراجحة $P(x)\geq 0$ . ثم استنتج إشارة $P(\frac{2019}{2018})$ .

III/ لتكن الدالة $f$ المعرفة على المجموعة $D_f[-2;-1[\cup]-1;3]$ كمايلي : $f(x)=\frac{x^3-x+4}{x+1}$

1/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $D_f$ أن : $f'(x)=\frac{(x-1)(2x^2+5x+5)}{(x+1)^2}$

2/ استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ . ثم شكل جدول تغيراتها .

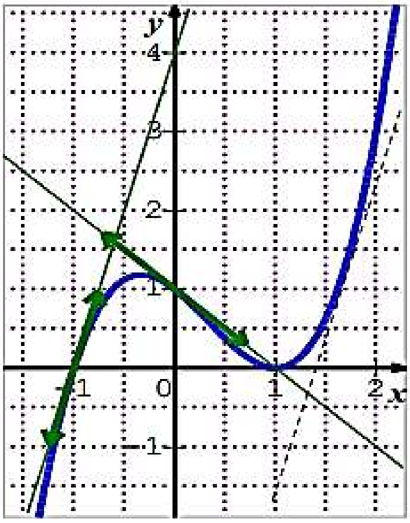
3/ عين دون حساب $\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

4/ أكتب معادلة للمماس $(T)$ عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=0$

5/ أدرس اشارة الفرق : $[f(x)-g(x)]$

ثم استنتج وضعية المنحني $(C_f)$ بالنسبة إلى المنحني $(C_g)$ الممثل للدالة $g$ .

## .❷❾



في الشكل المقابل ، $\mathcal{C}_f$ هو المنحني الممثل في معلم متعامد ومتجانس لدالة $f$ قابلة للاشتقاق على $R$ ؛ والمماسان لـ $\mathcal{C}_f$ عند نقطتيه $A$ و $B$ ، فاصلتيهما $-1$ و $0$ .

1) بقراءة بيانية ، عيّن القيّم $f(-1)$ ، $f(0)$ ، $f(1)$

2) ، $f'(-1)$ ، $f'(0)$ و $f'(1)$ .

3) حل بيانيا ، في المجال $\left[-\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right]$ :

أ ) المعادلة $f(x)=0$ .  ب) المعادلة $f'(x)=-1$ .

ج) المتراجحة $f'(x)\geq 0$  د) المتراجحة $f'(x)\geq 4$ .

4 . شكل جدول تغيرات الدالة $f$ موضحا فيه إشارة المشتقة.

5. أدرس إشارة $f(x)$ .

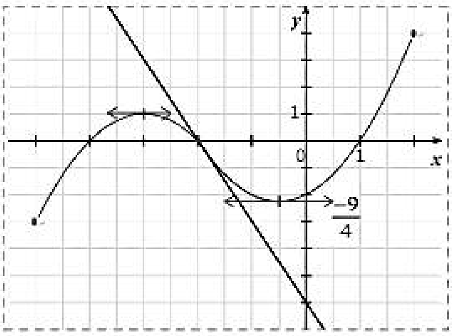
6. $h$ و $g$ دوال معرفة بـ : $h(x)=|f(x)|$  $g(x)=f(|x|)$

اشرح كيف نستنتج المنحنيين $(C_h)$ و $C_g$ انطلاقا من المنحى $(C_f)$ ثم أنشئهما.

## .❸⓿

الجزء I و II منفصلين

I) المنحنى البياني التالي هو لدالة $f$ قابلة للاشتقاق على $[-5;\ 2]$ في معلم متعامد وغير متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ يشمل النقطة $\left(\frac{-1}{2};\frac{-9}{4}\right)$ ، وليكن $(\Delta)$ مماس المنحنى عند النقطة ذات الفاصلة -2 .



**بقراءة بيانية:**

1) شكل جدول تغيرات الدالة $f$

2) عين العدد المشتق للدالة f عند كل من العددين $\frac{-1}{2}$ و -2

II) $g$ دالة عددية معرفة على $R$ بـ : $g(x)=\frac{2x^2-1}{x^2+1}$

1) بين انه من أجل كل عدد حقيقي $x$ : $g'(x)=\frac{6x}{(x^2+1)^2}$

2) ادرس إتجاه تغير الدالة $g$ ثم شكل جدول تغيراتها

3) أكتب معادلة المماس لمنحني الدالة $g$ عند النقطة ذات الفاصلة 1

4) احسب $g(x)-2$ ثم استنتج حصرا لـ : $g(x)$

## .❸❶

I - نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على المجال $]-\infty;9]$ بـ : $f(x)=x\sqrt{9-x}$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1 - ا ـ بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]-\infty;9[$ : $f'(x)=\dfrac{18-3x}{2\sqrt{9-x}}$

ب ـ ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها

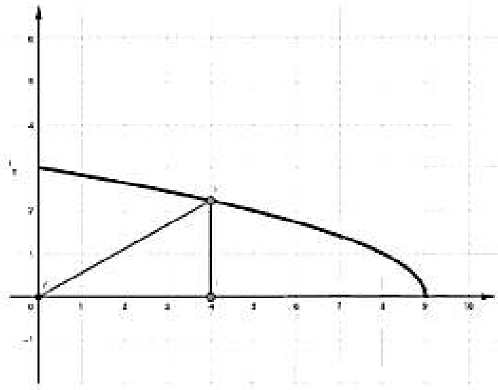
2 - عين اكبر قيمة تبلغها الدالة $f$ على لمجال $]-\infty;9]$

3 - لتكن الدالة $H$ المعرفة على $[-8;+\infty[$ بـ : $H(x)=f(1-x)$

ا ـ ادرس اتجاه تغير الدالة $H$ على المجال $[-8;+\infty[$

ب ـ عين احسن تقريب تآلفي لِلعدد $H(x)$ بجوار 1

جـ ـ استنتج قيمة مقربة لـ $H(1,001)$



II - $g$ الدالة العددية المعرفة على المجال $[0;9]$

بـ : $g(x)=\sqrt{9-x}$ و $(C_g)$ المنحنى البياني الممثل لها

كما هو مبين في الشكل

$B$ نقطة من $(C_g)$ و $A$ مسقطها العمودي على حامل محور الفواصل

عين قيمة $x$ حتى تكون مساحة الثلث $OAB$ اكبر ما يمكن ؛ ثم احسب هذه المساحة

## ❷❸.

(1) نعتبر في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ كثير الحدود $p(x)$ حيث : $p(x)=x^3+3x+4$ .

حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $p(x)=0$ . ثم ادرس حسب قيم العدد الحقيقي $x$ إشارة $p(x)$ .

(2) $f$ الدالة المعرفة على المجال $[-2;2]$ بـ : $f(x)=\dfrac{x^3-2}{x^2+1}$ ، $(C_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس

(أ) - بين أنه من أجل كل العدد الحقيقي $x$ من $[-2;2]$ : $f'(x)=\dfrac{x\,p(x)}{(x^2+1)^2}$ . ($f'$ هي الدالة المشتقة للدالة $f$)

(ب) - شكل جدول تغيرات الدالة $f$ على المجال $[-2;2]$ . استنتج من أجل كل $x$ من $[-2;2]$ حصراً لـ $f(x)$

(ج) - أكتب معادلة المماس $(T)$ للمنحنى $(C_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 1. ثم أنشئ $(T)$ و $(C_f)$

(3) $g$ الدالة المعرفة على المجال $[-2;2]$ بـ : $g(x)=|x|-\dfrac{|x|+2}{x^2+1}$ ، $(C_g)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس

(أ) - ادرس شفعية الدالة $g$

(ب) - باستعمال المنحنى $(C_f)$ أذكر كيف يمكن إنشاء المنحنى $(C_g)$

(ج) - شكل جدول تغيرات الدالة $g$ على المجال $[-2;0]$ أنشئ المنحنى $(C_g)$

(3) $h$ الدالة المعرفة على $[0;\pi]$ بـ : $h(x)=\dfrac{\cos^3 x-2}{\cos^2 x+1}$

(أ) - بين أن الدالة $h$ هي مركب دالتين يطلب تعينهما

(ب) - احسب $h'$ ($h'$ هي الدالة المشتقة للدالة $h$) . استنتج اتجاه تغير الدالة $h$

## ❸❸.

نسمّي $f$ الدالة المعرفة على المجال $D=[-4;4]$ بـ: $f(x)=\frac{x^2+4x+1}{x^2+1}$ و ليكن $(C)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ .

1. أ.بيّن انّه من أجل كلّ $x$ من $D$: $f'(x)=\frac{-4(x^2-1)}{(x^2+1)^2}$ .

ب. عيّن اشارة $f'(x)$ ثمّ شكل جدول تغيّرات الدّالة $f$ على $D$ .

2. بيّن أنّ المنحني $(C)$ يقبل مماس وحيد معامل توجيهه 4.
3. بيّن أنّ النقطة $\Omega(0;1)$ مركز تناظر للمنحنى $(C)$ .
4. أ. اكتب معادلة المماس $(T)$ عند النقطة $\Omega$.

ب. ادرس وضعيّة المنحنى $(C)$ بالنّسبة للمستقيم ذو المعادلة $y=4x+1$ ؛ ماذا تستنتج؟

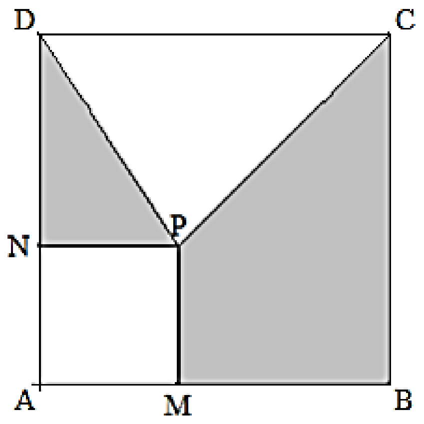
5. بيّن أن $\Omega$ هي نقطة الانعطاف الوحيدة للمنحنى $(C)$ من أجل كلّ $x$ من $D$.
6. أ. عيّن نقط تقاطع $(C)$ مع حامل محور الفواصل.

ب.ارسم $(T)$ و $(C)$ بدقّة.

**34.**

في الشكل المقابل $ABCD$ مربع طول ضلعه 10 و $AMPN$ مربع طول ضلعه $x$ حيث $x$ عدد حقيقي ينتمي إلى المجال $I=[0;10]$ .

لتكن $S(x)$ مساحة الجزء الملون في الشكل .




1) عبر عن مساحة المربع $AMPN$ ثم مساحة المثلث $CPD$ بدلالة $x$ .

2) استنتج أنه من أجل كل $x$ من $I$ : $S(x)=-x^2+5x+50$ .

3) عين قيمة $x$ التي تكون من أجلها المساحة $S(x)$ أكبر ما يمكن .

4) نريد تعيين قيم $x$ التي تحقق المعادلة $(E)......S(x+1)-x[S(4x)+2]=0$

أ / بين أن $(E)$ تكافئ $16x^3-21x^2-49x+54=0$ .

ب / تحقق أن العدد 2 حل للمعادلة $(E)$ .

ج / عين قيم $x$ التي تحقق المعادلة $(E)$ .

**35.**

نسمّي $p(x)$ كثير الحدود المعرّف على $\Re$ بـ: $p(x)=3x^3-2x^2-19x+\lambda$ حيث $\lambda$ عدد حقيقي.

1. أوجدقيمة $\lambda$ حتى يكون $-2$ جذرا لـ $p(x)$ .
2. فيما يلي نأخذ $\lambda=-6$ أي أن: $p(x)=3x^3-2x^2-19x-6$ .

أ. احسب $p(3)$ ثمّ حلّ في $\Re$ المعادلة $p(x)=0$ .

ب. أدرس اشارة $p(x)$ حسب قيم $x$ من $\Re$ ثمّ استنتج حلول المتراجحة $p(x)<0$ .

ج. عيّن حلول المعادلة $p(2-x)=0$ ثمّ استنتج تحليلا لـ $p(2-x)$.

د. أدرس اشارة $p(2-x)$ ثمّ حل المتراجحة: $p(2-x)<0$ .

## ❸❻.

لتكن $f$ الدالة المعرّفة على أكبر مجموعة ممكنة $D$ جزء من $\Re$ بـ : $f(x)=\sqrt{\dfrac{x+3}{x+2}}$ .

1. بين أنّ : $D=]-\infty;-3]\cup]-2;+\infty[$ .
2. بين أنّ : $f=g\circ h$ حيث $g$ هي الدالة " الجذر التربيعي" ، و $h$ دالة يطلب تعيينها .
3. عين $D_h$ مجموعة تعريف الدالة $h$ .
4. تحقق أنّ من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $D$ لدينا : $h(x)=1+\dfrac{1}{x+2}$ ، ثم استنتج إتجاه تغير الدالة $h$ على كل من المجالين $]-\infty;-2[$ ، $]-2;+\infty[$ .
5. بين أنّ النقطة $\Omega(-2,1)$ مركز تناظر للمنحني $(C_h)$ الممثل للدالة $h$ في معلم $(O,I;J)$.
6. حدّد طريقة لرسم $(C_h)$ انطلاقا من المنحنى البياني للدالة "مقلوب" $\left(k:x\mapsto\dfrac{1}{x}\right)$، ثم أرسم $(C_h)$ في معلم $(O,I;J)$ .

## ❸❼.

I) لتكن $f$ دالة عددية معرفة على المجال $[-2\,;\,3]$ وقابلة للاشتقاق على المجال $]-2\,;\,3[$ بـــ: $f(x)=x^2-x-2$

و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1°) أحسب $f'(x)$ ثم حدد اتجاه تغير الدالة $f$

2°) شكل جدول تغيرات الدالة $f$

3°) $a$ عدد حقيقي من المجال $]-2\,;\,3[$

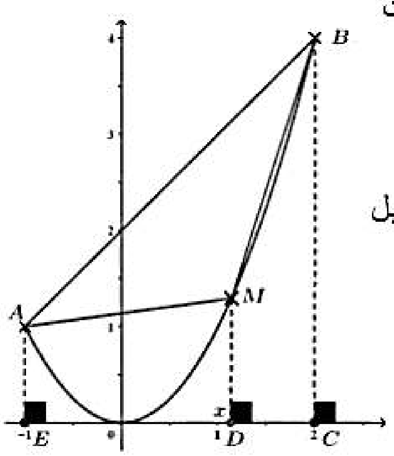
أ°) أكتب معادلة لمماس المنحني $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة $a$

ب °) استنتج أن المنحني $(C_f)$ يقبل مماسين $(\Delta)$ و $(\Delta')$ كل منهما يشمل النقطة $G(\frac{1}{2}\,;-\frac{5}{2})$

ج°) أكتب معادلة كل من $(\Delta)$ و $(\Delta')$

4°) عين احداثيات نقط تقاطع المنحني $(C_f)$ مع حاملي محوري الاحداثيات

5°) أرسم $(\Delta)$ ، $(\Delta')$ و $(C_f)$




II) ليكن $(P)$ القطع المكافئ الذي معادلته $y=x^2$

$A$ ، $B$ نقطتان من $(P)$ فاصلتيهما $-1$ ، $2$ على الترتيب

و $M$ نقطة متحركة على $(P)$ فاصلتها $x$ حيث : $-1\leq x\leq 2$ الشكل المقابل

نسمي $S(x)$ مساحة المثلث $AMB$

1°) أحسب بدلالة $x$ مساحة كلا من الرباعيين $AMDE$ ، $DMBC$

2°) بين أنّه من أجل كل $x$ من المجال $[-1\,;\,2]$ : $S(x)=-\frac{3}{2}f(x)$

3°) استنتج موضع النقطة $M$ التي تكون من اجلها $S(x)$ أكبر مايمكن

## ❸❽.

**الجزء الأول:**

ليكن p كثير حدود حيث: $\mathbf{p(x)=-4x^3+3x^2+4x-3}$

-1 أثبت أن $\boldsymbol{\alpha=1}$ جذر لكثير الحدود $p(x)$

-2 عين كثير الحدود $d(x)$ حيث من أجل كل x من $\Re$: $\mathbf{p(x)=d(x)(x-1)}$

3- حل في $\Re$ المعادلة $p(x)=0$

4- شكل جدول إشارة $p(x)$ ثم استنتج حلول المتراجحة $-4x^2+3x+4\leq\frac{3}{x}$

**الجزء الثاني :**

لتكن f دالة معرفة على $\Re$ كما يلي: $f(x)=-x^4+x^3+2x^2-3x+7$

وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$

1- عين $f'$ مشتقة الدالة f.

2- أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3- عين معادلة المستقيم $(\Delta)$ مماس المنحنى $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0.

4- عين عدد نقط $(C_f)$ التي يكون فيها معامل توجيه المماس يساوي 3- .

## ❸❾.

☜ نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x^3-3x^2+3x-1$.

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

I)

1- أحسب $f(1)$ ثم أكتب $f(x)$ على الشكل $f(x)=(x-1)(ax^2+bx+c)$ حيث $a$ , $b$ , $c$ أعداد حقيقية يطلب تعيينها .

2- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$ و أعط تفسيرا بيانيا للنتيجة .

3- حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $f(x)>0$ و أعط تفسيرا بيانيا للنتيجة .

II)

1- بين لماذا $(C_f)$ يقبل مماسا عند كل نقطة منه ؟

2- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f'(x)=0$ حيث $f'$ الدالة المشتقة للدالة $f$ وفسر بيانيا النتيجة السابقة .

3- عين النقط من $(C_f)$ التي يكون فيها معامل توجيهه المماس يساوي 3.

4- ليكن $(D)$ مستقيم معادلته $y=mx+d$ حيث $m$ و $d$ عددان حقيقيان .

ناقش حسب قيم $m$ وجود مماسات للمنحني $(C_f)$ تكون فيها موازية للمستقيم $(D)$؟

تمارين هذه السلسلة هي تمارين لفروض و امتحانات سابقة

شكر خاص للأساتذة أصحاب العمل