5min
Maths

39 تمرين

الدوال المعادلات الاشتقاقية

2as

شعبة : علوم تجريبية / تقني رياضي / رياضي

جمع و اعداد الأستاذ شعبان أسامة

❶.

1. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $3x^2-5x+2=0$.
2. ليكن كثير الحدود f(x) معرف كمايلي : $f(x)=3x^3-8x^2+7x-2$.

أ- أحسب $f(2)$ ، $f(-2)$ ، $f(1)$.

ب- حلل كثير الحدود $f(x)$.

ج- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$ ثم المتراجحة $f(x)<0$

3. نعتبر الدالة g المعرفة بـ : $g(x)=\frac{2x-7}{x-3}$.

أ) حدد مجموعة تعريف الدالة g .

ب) أكتب g(x) على الشكل : $g(x)=a+\frac{b}{x-3}$

ج- استنتج رسم منحنى الدالة g انطلاقا من التمثيل البياني للدالة مقلوب .

4. لكن النقطة $\Omega(3;2)$ أكتب معادلة (C_g) في المعلم $(\Omega,\vec{i},\vec{j})$

ثم بيّن انّ الدالة متناظرة بالنسبة الى Ω .

5. فكك الدالة g الى مركب دالتين مرجعيتين v،uيطلب تعيينهما
6. استنتج اتجاه تغير الدالة g انطلاقا من اتجاه تغير الدالتين: u وv

❷.

المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ .f و g الدالتان المعرفتان بـ : $f(x)=x^2+2x-3$

و $g(x)=\frac{2x-1}{x-1}$ وليكن (C_f) و (C_g) التمثيلين البيانيين لهما على الترتيب .

1. احسب كلا من f' و g' .
2. أكتب معادلة (Δ) مماس للمنحنى (C_f) الذي يوازي المستقيم ذو المعادلة$y=5$.
3. أكتب معادلة (Δ') مماس للمنحنى (C_f) غند النقطة ذات الفاصلة 2 .
4. أوجد العددين الحقيقين α و β حيث : $f(x)=(x+\alpha)^2+\beta$
5. أوجد العددين الحقيقين a و B حيث : $g(x)=a+\frac{b}{x-1}$
6. اشرح كيف يمكن رسم (C_f) انطلاقا من التمثيل البياني للدالة مربع ثم ارسمه
7. بيّن كيف يمكن رسم$(\ \ _g)$ انطلاقا من التمثيل البياني للدالة مقلوب ثم أرسمه

❸.

نعتبر كثير الحدود معرف على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=2x^3-13x^2+27x-18$

1. بيّن أنّ العدد $\frac{3}{2}$ جذر لكثير الحدود f .
2. عيّن الاعداد الحقيقية a ، b ، c بحيث من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=(2x-3)(ax^2+bx+c)$
3. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $f(x)=0$.
4. أدرس اشارة f(x) ثم استنتج حلول المتراجحة f(x)<0
5. نضع : $Q(x)=\frac{f(x)}{x+2}$.

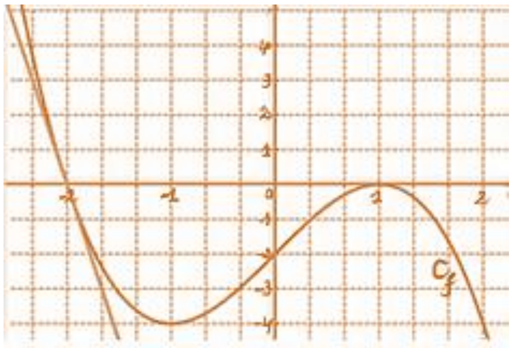
أ- عيّن مجموعة تعريف $Q(x)$.

ب- استنتج حلول المتراجحة $Q(x)\geq 0$.

6. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $\frac{18}{x^2}+\frac{-27}{x}<2x-13$.
7.

.❹

لتكن الدالة f معرفة وقابلة للاشتقاق على المجال $[-3;3]$



1. بقراءة بيانية أوجد : $f(2)$ ، $f(1)$ ، $f'(0)$ ، $f'(-1)$

.❺

Pكثيرحدود معرف على $\mathbb{R}$ بـ : $P(x) = 4x^3 - 13x - 6$

1. بيّن انّ P يقبل القسمة على $x + \frac{1}{2}$
2. عيّن كثير الحدود$Q(x)$ بحيث يكون : $P(x) = (2x+1)Q(x)$
3. حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$.
4. عيّن حلول المتراجحة $P(x) \geq 0$.
5. نضع : $H(x) = P(x) + 6(2x+1)$.

أ- عيّن تحليلا لـ $H(x)$.

ب- عيّن حلول المعادلة : $H(|x|) = 0$

.❻

نعتبر الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x) = (x-1)^2$

1. فكك الدالة f الى مركب دالتين u و v
2. انطلاقا من اتجاه تغير الدالتين u و v استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]1;+\infty[$.
3. أرسم في معلم $(O;\vec{i},\vec{j})$ المنحنى (P) الممثل للدالة $x \to x^2$ و استنتج رسم المنحنى الممثل للدالة f في نفس المعلم .
4. g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = f(|x|)$

أ- أثبت انّه من اجل كل عدد حقيقي $x \geq 0$: $g(x) = f(x)$.

ب- أثبت انّ الدالة g زوجية .

ج- أرسم منحنى g باستعمال منحنى f في نفس المعلم.

.❼

نعتبر الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أحسب f(1) ثم اكتب f(x) على الشكل : $f(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$.
2. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة f(x)=0 و اعط تفسيرا بيانيا للنتيجة
3. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $P(x) \geq 0$ اعط تفسيرا بيانيا للنتيجة
4. بيّن لماذا (C_f) يقبل الاشتقاق عند كل نقطة من $\mathbb{R}$

.5 حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f'(x) = 0$ ثم فسّر النتيجة بيانيا

.6 عيّن النقط من (C_f) التي يكون فيها معامل توجيه المماس3

.7 ليكن (D) مستقيم معادلته : $y = mx + d$ حيث m و d عددان حقيقيان .

ناقش حسب قيم m وجود مماسات للمنحنى (C_f) تكون فيها موازية للمستقيم (D) .

.❽

الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x^4 + 2x^2 - 1$

.1 عيّن الدالة المشتقة للدالة f .

.2 حل المعادلة $f'(x) = 0$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f

.3 عين معادلة المماس لـ(C_f) عند النقطة $x_0 = 0$.

.4 أوجد قيمة مقربة للعدد $f(0.099)$.

.❾

لتكن الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^2 + 2x + 1$

و ليكن (C_f) المنحنى البياني لها في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس .

1.أدرس تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2. عيّن معادلة المماس للمنحني (C_f) عند النقطة التي فاصلتها -2

3. برهن أنّ (C_f) يقبل مماس وحيد معامل توجيهه 3 ثم عيّن إحداثيتي نقطة التماس و معادلة المماس .

.❿

1)- حل في IR المعادلة : $3x^2 - 5x + 2 = 0$.

2)- ليكن كثير الحدود $f(x)$ المعرف بـــ : $f(x) = 3x^3 - 8x^2 + 7x - 2$

أ)- أحسب: $f(2)$ ، $f(-2)$ ، $f(1)$ ثم ماذا تستنتج ؟

ب)- حلل كثير الحدود $f(x)$.

ج)- حل في IR المعادلة $f(x) = 0$ ثم المتراجحة : $f(x) \leq 0$

3)- نعتبر الدالة : g المعرفة بـــ : $g(x) = \dfrac{2x-7}{x-3}$

(C_g) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

أ)- حدد مجموعة تعريف الدالة g.

ب)- اكتب $g(x)$ على الشكل $g(x) = a + \dfrac{b}{x-3}$ حيث a و b عددان حقيقيان يطلب تعيينهما

واستنتج رسم المنحني (C_g) انطلاقا من المنحني الممثل للدالة مقلوب.

ج)- لتكن النقطة $\Omega(3;2)$ أكتب معادلة (C_g) في المعلم الجديد $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$

ثم بين أن الدالة متناظرة بالنسبة لهذه النقطة.

د) – نفكك الدال g إلى مركب دالتين مرجعيتين V ; U يطلب تعينهما.

ثم استنتج اتجاه تغير الدالة g انطلاقا من اتجاه تغير الدالتين : V ; U

❶❶.

1- نعتبر كثير الحدود : $P(x)=6x^3+5x^2-12x+4$.

أ) بين أن العدد 2- جذرا لكثير الحدود $P(x)$.

ب) استنتج تحليل $P(x)$ إلى جداء عاملين .

ج) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $P(x)\leq 0$.

2) أوجد كثير الحدود $g(x)$ من الدرجة الثالثة الذي يقبل الجذرين 2 و 3- ويحقق :
$g(-1)=g(3)=24$.

❶❷.

f و g دالتين معرفتين بـــ :

$$g(x)=-x^2+x+2 \quad \text{و} \quad f(x)=-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+2x-\frac{1}{3}$$

1)- حل في IR المعادلة $g(x)=0$ ثم عين إشارة g .

2)- احسب: $f(2)$ ، $f(-1)$ ، $f(1)$.

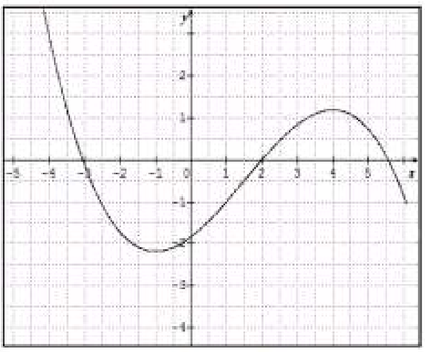
3)- اوجد f' مشتقة الدالة f .

3)- شكل جدول تغيرات الدالة f مع تعيين القيم الحدية.

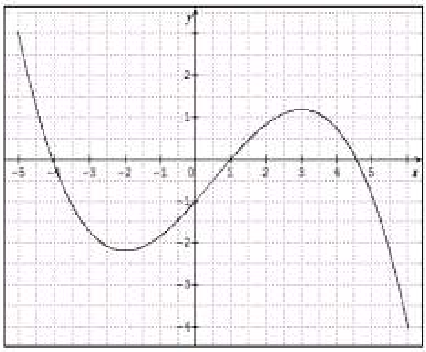
4)- عين معادلة المماس (Δ) عند النقطة التي فاصلتها 1.

5)- هل توجد نقطة M من (C_f) يكون المماس عندها موازي للمستقيم الذي معادلته $y=2x+1$

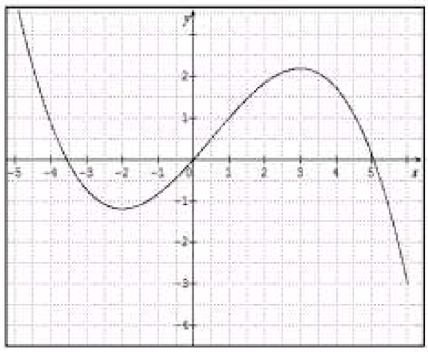
❶❸.



الشكل 3



الشكل 2



الشكل 1

الشكل 2 هو التمثيل البياني لدالة u معرفة على المجال $[-5;6]$

f و g دالتين معرفتين كما يلي : $f(x)=u(x+a)$ ، $g(x)=u(x)+b$

❶ عيّن التمثيلين البيانيين لكل من الدالتين f و g . ❷ استنتج قيمة كل من a و b .

❶❹.

ليكن كثير الحدود $P(x)$ ذات المجهول الحقيقي x حيث: $P(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + 2x + 1 = 0 \dots (E)$.

1) أحسب $P(0)$ ، ماذا تستنتج؟
2) برهن أنّ المعادلة (E) مكافئة للمعادلة (E') حيث: $(E') \dots \left(x+\frac{1}{x}\right)^2 + 2\left(x+\frac{1}{x}\right) - 3 = 0$.
3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $(E'') \dots u^2 + 2u = 3$.
4) إستنتج حلول المعادلة (E') .
5) إستنتج حلول المتباينة: $P(x) \le 0$.
6) دون حساب عيّن إشارة: $P(2016) \times P(1438) \times P(-\pi)$.

❶❺.

نعتبر الدالة f المعرفة بـ: $f(x) = \dfrac{2x+1}{x}$.

❶ عين D_f مجموعة تعريف الدالة f.

❷ عين العددين a و b بحيث يكون من أجل كل $x \in D_f$ ، $f(x) = a + \dfrac{b}{x}$.

❸ فكك الدالة f إلى مركب دالتين مرجعيتين u و v يطلب تعيينهما.

❹ إستنتج اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]-\infty;0[$ و $]0;+\infty[$.

❺ بين أنه يمكن الحصول على المنحنى (C_f) للدالة f إنطلاقا من المنحنى (Γ) الممثل للدالة مقلوب بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه.

❻ أرسم المنحنى (C_f).

❼ تحقق أنه من أجل كل $x \in D_f$ فإن: $f(-x)+f(x)=4$. ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f)؟

❶❻.

f دالة عددية معرفة على IR بـ : $f(x) = x^3 - 7x - 6$

1. تحقق أن العدد 2- جذرا للدالة f.

2. أثبت أن : $f(x) = (x+2).g(x)$ حيث : $g(x) = ax^2 + bx + c$ يطلب تعيينها.

3. أثبت أنه من أجل كل x من IR : $g(x) = (x-1)^2 - 4$ ، ثم استنتج أنه يمكن كتابة $g(x)$ على الشكل $(hok)(x)$. حيث h و k دالتان يطلب تعيينهما.

4. بين أن من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x) - g(1) \ge 0$, ثم استنتج أصغر قيمة ممكنة للدالة g.

5. حدد اتجاه تغير الدالة g على المجالين $]-\infty;1]$ و $[1;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

6. أثبت أن (C_g) التمثيل البياني للدالة g يقطع محور الفواصل في نقطتين مختلفتين يطلب تعيين احداثياهما.

7. أدرس إشارة الدالة g , ثم استنتج إشارة الدالة f.

8. استنتج حلول المعادلتين: $x^4 - 2x^2 - 3 = 0$, $x\sqrt{x} - 7\sqrt{x} - 6 = 0$, ثم المتراجحة: $f(x) \le 0$.

9. اشرح كيف يمكن استنتاج (C_g) انطلاقا من التمثيل البياني للدالة مربع , ثم انشئ (C_g).

10. بين أن المستقيم ذو المعادلة $x = 1$ محور تناظر المنحنى (C_g).

❶❼.

1 حل في مجموعة الأعداد الحقيقية R المعادلة : $3x^2-5x-2=0$

2 نعتبر كثير الحدود $P(x)=3x^3-11x^2+8x+4$

- تحقق أن $x_0=2$ جذر لكثير الحدود $P(x)$
- اوجد الأعداد الحقيقية: a , b و c بحيث $P(x)=(x-2)(ax^2+bx+c)$

3 اوجد في مجموعة الأعداد الحقيقية R حلول المعادلة $P(x)=0$ ثم استنتج حلول المتراجحة $P(x)\leq 0$

4 اكتب عبارة $P(y^2)$ ثم استنتج حلول المعادلة $y^2=\frac{11y^4-4}{3y^4+8}$

.❶❽

1. حل في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ المعادلة : $x^2-5x+6=0$
2. ليكن كثير الحدود $f(x)$ حيث : $f(x)=x^3-6x^2+11x-6$

أ / احسب $f(1)$ ، $f(0)$ ثم $f(-1)$ ماذا تستنتج؟

ب / حلل كثير الحدود $f(x)$

جـ / حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$ ثم المتراجحة : $(x-1)(x^2-5x+6)\geq 0$

هـ / أحسب f' الدالة المشتقة للدالة f على $\mathbb{R}$ ثم اكتب معادلة المماس (d) للمنحني (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0

3. ليكن $g(x)=x^4-5x^2+4$

أ / حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $g(x)=0$

ب / بين أن : $g(x)=(x^2-1)(x^2-4)$

4. لتكن الدالة h المعرفة على D_h بـ : $h(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$

أ / أوجد D_h مجموعة تعريف الدالة h.

ب / أثبت أنه من أجل كل x من D_h فإن $h(x)=\frac{(x-3)}{(x+1)(x+2)}$

جـ / حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $h(x)\leq 1$

.❶❾

1) أحسب $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2$ وَ $\left(\sqrt{3}-1\right)^2$.

2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلتين: $x^2-\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)x=-\sqrt{6}$ وَ $4x^2-2\left(1+\sqrt{3}\right)x+\sqrt{3}=0$.

3) إستنتج حلول المعادلات التالية:

- $x-\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)\sqrt{x}+\sqrt{6}=0$.
- $\frac{100}{x^2}-\frac{10(1+\sqrt{3})}{x}+\sqrt{3}=0$.
- إستنتج حلول الجملة ذات المجهولين الحقيقين α وَ β : $\begin{cases}\alpha+\beta=\frac{1+\sqrt{3}}{2}\\ \alpha\beta=\frac{\sqrt{3}}{4}\end{cases}$ حيث: $(\alpha;\beta)\in\mathbb{R}^2$.

.❷⓿

I. نعتبر كثير الحدود $p(x)$ حيث: $p(x)=x^3-x^2-4x+4$

1- تحقق أن 2 جذر لـ $p(x)$

2- عين الأعداد الحقيقية a , b و c بحيث من أجل كل عدد حقيقي x فإن $p(x)=(x-2)(ax^2+bx+c)$

3- حل في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$: المعادلة: $p(x)=0$ و المتراجحة: $p(x)\geq 0$

II. f هي الدالة المعرفة على IR بـ: $f(x)=x^2+x-2$ ، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. بين أن من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$

2. بين أن من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)-f\left(-\frac{1}{2}\right)\geq 0$ ، ثم استنتج أصغر قيمة ممكنة للدالة f .

3. بين أن الدالة f هي مركب من ثلاث دوال بسيطة يطلب تعينها

4. استنتج إتجاه تغير الدالة f على المجالين $\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right]$ و $\left[-\frac{1}{2};+\infty\right[$، ثم شكل جدول تغيراتها.

5. بين أن المستقيم ذو المعادلة $x=-\frac{1}{2}$ محور تناظر للمنحني (C_f).

6. بين أنه يمكن استنتاج (C_f) إنطلاقا من (C_k) التمثيل البياني لدالة مرجعية يطلب تعيينها ، ثم أرسم (C_f) و (C_k) في نفس المعلم

7. g هي الدالة المعرفة على IR بـ: $g(x)=|f(x)|$
   a) أكتب $g(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة.
   b) استنتج اتجاه تغير الدالة g .
   c) باستعمال الفرع a) حدد كيف يتم رسم (C_g) ثم أرسمه.

8. نضع من أجل كل عدد حقيقي x : $h(x)=f(|x|)$
   - أثبت أن من أجل كل عدد حقيقي x موجب: $h(x)=f(x)$.
   - أثبت أن الدالة h دالة زوجية .
   - أرسم (C_h) منحني h باستعمال (C_f) منحني الدالة f .

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (C_f) منحني الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــــــ :

$f(x)=x^4-2x^2-3$

1/ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $f(x)=0$ ثم فسر النتائج هندسيا .

2/ بين أن الدالة f زوجية في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

3/ أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[-2;2]$ ثم شكل جدول تغيراتها.

4/ علما ان : $0\leq x\leq 2$ جد حصرا لــــ $f(x)$.

5/ بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينها .

6/ جد معادلة لــــ (T) مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $X_0=\sqrt{3}$ ثم عين دون استخدام حاسبة $f(\sqrt{3}+0.01)$.

7/ أرسم المنحنى (C_f).

8/ لتكن h الدالة المعرفة على المجال $[-2;2]$ بالشكل : $h(x)=|x^4-2x^2-3|$ وليكن (C_h) تمثيلها البياني

اشرح كيف يمكن استنتاج انشاء (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم انشئ (C_h) في نفس المعلم .

.❷❷

① لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\frac{x^2+ax+b}{x^2-2x+2}$ حيث a و b عددان حقيقيان .

عين العددين a و b حتى يشمل المنحنى (C_f) الممثل للدالة f النقطتين $A(2,0)$ و $B(0,2)$.

② نضع الآن $a=-4$ و $b=4$

① تحقق أن من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $f(x)=\frac{(x-2)^2}{x^2-2x+2}$

② بين أن النقطة $M_0(1,1)$ هي مركز تناظر المنحنى (C_f)

③ ❶ بين أن من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\frac{2x(x-2)}{(x^2-2x+2)^2}$

❷ أ – استنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

ب – عين حصرا للدالة f على المجال $[-1;3]$.

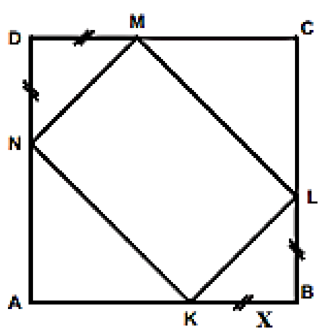
❸ أ – أكتب معادلة المماس (Δ) عند النقطة M_0

ب – باستعمال التقريب التآلفي للدالة f أعط قيمة تقريبية للعددين $f(1,0003)$; $f(0,9993)$

③ نعرف الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ كما يلي : $g(x)=\frac{x^2-2x+2}{(x-2)^2}$

◆ أحسب $g(x)\times f(x)$ استنتج إتجاه تغير الدالة g على $]0;2[$ (دون حساب لدالة g')

.❷❸



① g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=5x-x^2$

◆ عين عبارة g' ثم جدول إشارتها

② $ABCD$ مربع طول ضلعه $5cm$ نرسم المستطيل $KLMN$

حيث : $BK=BL=DM=DN=x$

نسمي $S(x)$ مساحة المستطيل $KLMN$

① أعط مجال تغير x ② أحسب بدلالة x طول الضلعين $[MN]$; $[ML]$

③ جد عبارة $S(x)$ ثم تحقق أن $S(x)=2g(x)$

④ أعط جدول تغيرات الدالة S ؛ عين حينئذ قيمة x حتى تكون مساحة المستطيل $KLMN$ أكبر ما يمكن .

.❷❹

نسمي $p(x)$ كثير الحدود المعرف على $\Re$ بـ $p(x)=3x^3-2x^2-19x+\lambda$ حيث λ عدد حقيقي.

1. أوجدقيمة λ حتى يكون -2 جذرا لـ $p(x)$.
2. فيما يلي نأخذ $\lambda=-6$ أي أن: $p(x)=3x^3-2x^2-19x-6$.

أ. احسب $p(3)$ ثمّ حل في $\Re$ المعادلة $p(x)=0$.

ب. أدرس اشارة $p(x)$ حسب قيم x من $\Re$ ثمّ استنتج حلول المتراجحة $p(x)\prec 0$.

ج. عيّن حلول المعادلة $p(2-x)=0$ ثمّ استنتج تحليلا لـ $p(2-x)$.

د. أدرس اشارة $p(2-x)$ ثمّ حل المتراجحة: $p(2-x)\prec 0$.

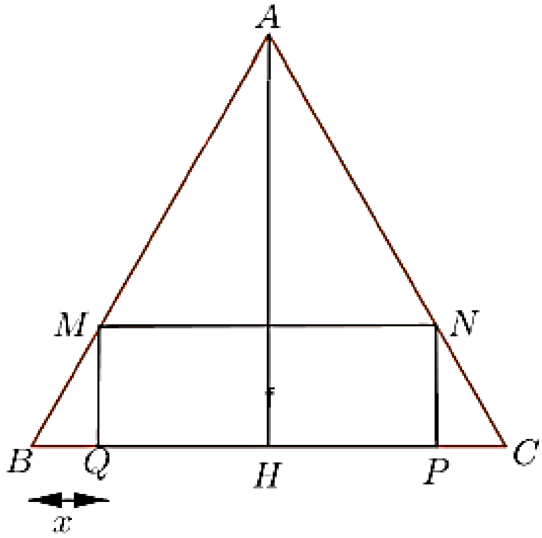
25.

ABC مثلّث متقايس الأضلاع طول ضلعه 4 ، $MNPQ$ مستطيل داخل المثلّث ABC، نضع :
$BQ = x$ ، و الدّالّة f ترفق بكل عنصر x مساحة المستطيل $MNPQ$.

1) أ- عيّن مجموعة قيم x أي مجموعة تعريف الدّالّة f .
ب- أثبت أنّ: $MQ = \sqrt{3}\,x$
ت- عيّن عبارة $f(x)$ مساحة المستطيل $MNPQ$ بدلالة x .

2) أ- أدرس اتّجاه تغيّر f و شكّل جدول تغيّراتها .
ب- استنتج وضعية النّقطة Q من أجل أن تكون مساحة المستطيل $MNPQ$ أكبر ما يمكن .

3) أ- أثبت أنّ المستقيم $(\Delta): x=1$ محور تناظر (C_f) المنحنى الممثّل للدّالّة f
في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.
ب- أنشئ (C_f) .
ت- أشرح كيف يمكن إنشاء (C_g) المنحنى الممثّل للدّالّة $g: x \mapsto f(x-2)+1$ انطلاقا من (C_f) ثم أنشئه .



26.

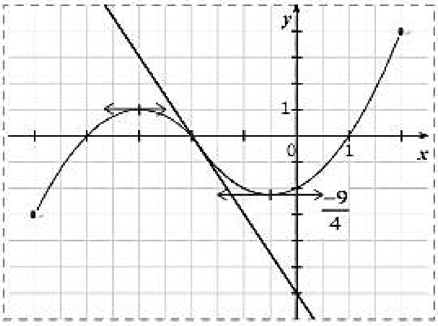
إختر الإجابة الصحيحة مع التعليل

الإجابة (3)	الإجابة (2)	الإجابة (1)	السؤال
$(gof)(x) = \sqrt{x+1}$	$(gof)(x) = \frac{1}{x^2-1}$	$(gof)(x) = \frac{1}{x^2}$	f و g دالتان معرفتان على $]0;+\infty[$ ب : $f(x) = x^4 - 1$ و $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$
$S = \emptyset$	$S = \{\frac{5}{4}\}$	$S = \{0\}$	حلول المعادلة : $\sqrt{x+1} = 2x - 1$
$S = [\frac{5}{4}; 2]$	$S = [1; 2]$	$S =]-\infty; 1]$	حلول المتراجحة $\sqrt{x^2-1} \geq 2 - x$ في المجال $]-\infty; 2]$
-3	-2	2	f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ب : $f(x) = x^2 - 1$ فإن : $\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ تساوي

27.

الجزء I و II منفصلين

I) المنحنى البياني التالي هو لدالة f قابلة للاشتقاق على $[-5;\quad 2]$ في معلم متعامد وغير متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ يشمل النقطة $\left(\frac{-1}{2};\frac{-9}{4}\right)$ ، وليكن (Δ) مماس المنحنى عند النقطة ذات الفاصلة -2 .



بقراءة بيانية:

1) شكل جدول تغيرات الدالة f

2) عين العدد المشتق للدالة f عند كل من العددين $\frac{-1}{2}$ و -2

II) g دالة عددية معرفة على R بـ : $g(x)=\frac{2x^2-1}{x^2+1}$

1) بين انه من أجل كل عدد حقيقي x : $g'(x)=\frac{6x}{(x^2+1)^2}$

2) ادرس إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

3) أكتب معادلة المماس لمنحني الدالة g عند النقطة ذات الفاصلة 1

4) احسب $g(x)-2$ ثم استنتج حصرا لـ : $g(x)$

❷❽.

I/ لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x^2-x$

(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1/ تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x أن: $g(x)=(x-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}$.

2/ فكك الدالة g إلى مركب دالتين يطلب تعيينهما .

3/ إستنتج إتجاه تغير الدالة g على المجالين $]-\infty;\frac{1}{2}]$ و $[\frac{1}{2};+\infty[$.

4/ بين كيفية إنشاء المنحني (C_g) من خلال التمثيل البياني للدالة $x\mapsto x^2$.

5/ نعتبر الدالة $h(x)=g(|x|)$. بين أن الدالة h زوجية ثم وضح كيفية إنشاء منحناها البياني .

II/ ليكن $P(x)$ كثير الحدود المعرف على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ: $P(x)=2x^3+3x^2-5$

1/ تحقق أن $x_0=1$ جذر لـ $P(x)$.

2/ عين كثير الحدود $Q(x)$ بحيث : $P(x)=(x-1)Q(x)$.

3/ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $P(x)=0$ والمتراجحة $P(x)\geq 0$. ثم استنتج إشارة $P(\frac{2019}{2018})$.

III/ لتكن الدالة f المعرفة على المجموعة $D_f[-2;-1[\cup]-1;3]$ كمايلي : $f(x)=\frac{x^3-x+4}{x+1}$

1/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D_f أن : $f'(x)=\frac{(x-1)(2x^2+5x+5)}{(x+1)^2}$

2/ استنتج اتجاه تغير الدالة f . ثم شكل جدول تغيراتها .

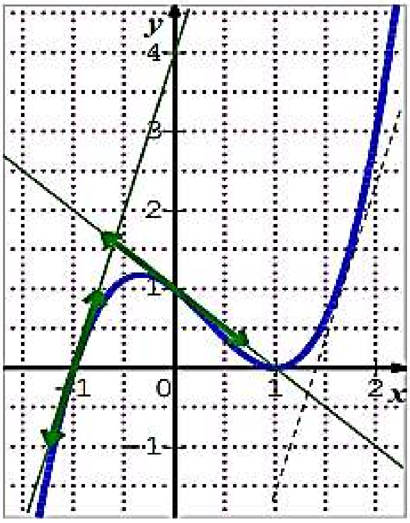
3/ عين دون حساب $\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

4/ أكتب معادلة للمماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=0$

5/ أدرس اشارة الفرق : $[f(x)-g(x)]$

ثم استنتج وضعية المنحني (C_f) بالنسبة إلى المنحني (C_g) الممثل للدالة g .

29.



في الشكل المقابل ، $\mathcal{C}_f$ هو المنحني الممثل في معلم متعامد ومتجانس لدالة f قابلة للاشتقاق على R ؛ والمماسان لـ $\mathcal{C}_f$ عند نقطتيه A و B ، فاصلتيهما -1 و 0 .

1) بقراءة بيانية ، عيّن القيَم $f(-1)$ ، $f(0)$ ، $f(1)$
2) ، $f'(-1)$ ، $f'(0)$ و $f'(1)$.
3) حل بيانيا ، في المجال $\left[-\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right]$:

أ) المعادلة $f(x)=0$.   ب) المعادلة $f'(x)=-1$.

ج) المتراجحة $f'(x)\geq 0$ د) المتراجحة $f'(x)\geq 4$.

4. شكل جدول تغيرات الدالة f موضحا فيه إشارة المشتقة.
5. أدرس إشارة $f(x)$.
6. h و g دوال معرفة بـ : $h(x)=|f(x)|$ $g(x)=f(|x|)$

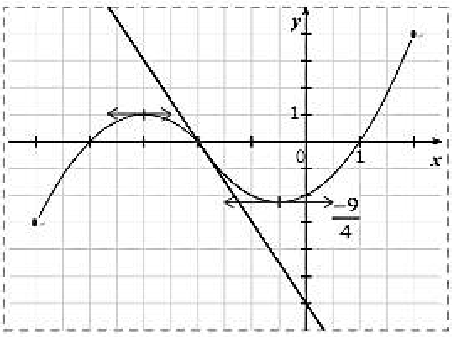
اشرح كيف نستنتج المنحنيين (C_h) و C_g انطلاقا من المنحى (C_f) ثم أنشئهما.

30.

الجزء I و II منفصلين

I) المنحنى البياني التالي هو لدالة f قابلة للاشتقاق على $[-5;\ \ 2]$ في معلم متعامد وغير متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ يشمل النقطة $\left(\frac{-1}{2};\frac{-9}{4}\right)$ ، وليكن (Δ) مماس المنحنى عند النقطة ذات الفاصلة -2 .

بقراءة بيانية:



1) شكل جدول تغيرات الدالة f
2) عين العدد المشتق للدالة f عند كل من العددين $\frac{-1}{2}$ و -2

II) g دالة عددية معرفة على R بـ : $g(x) = \frac{2x^2-1}{x^2+1}$

1) بين انه من أجل كل عدد حقيقي x : $g'(x)=\frac{6x}{(x^2+1)^2}$
2) ادرس إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها
3) أكتب معادلة المماس لمنحني الدالة g عند النقطة ذات الفاصلة 1
4) احسب $g(x)-2$ ثم استنتج حصرا لـ : $g(x)$

31.

I - نعتبر الدَالة العدَدية f المعرفة علَى المجَال $]-\infty;9]$ بـ : $f(x)=x\sqrt{9-x}$

(C_f) تمثيلهَا البيَاني في المستوي المنسوب الَى المعلم المتعَامد و المتجَانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1 - ا ـ بين انه من أجل كل عدَد حقيقي x من المجَال $]-\infty;9[$: $f'(x)=\dfrac{18-3x}{2\sqrt{9-x}}$

ب ـ ادرس اتجَاه تغير الدَالة f ثم شكل جدول تغيرَاتهَا

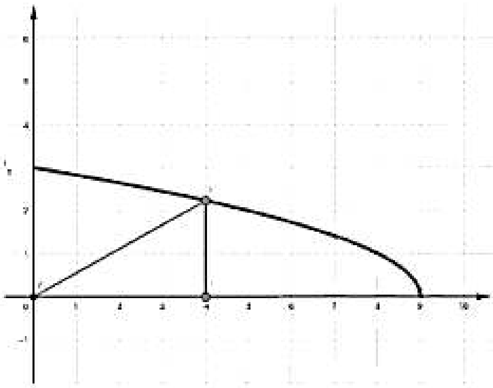
2 - عين اكبر قيمة تبلغهَا الدَالة f علَى لمجَال $]-\infty;9]$

3 - لتكن الدَالة H المعرفة علَى $[-8;+\infty[$ بـ : $H(x)=f(1-x)$

ا ـ ادرس اتجَاه تغير الدَالة H علَى المجَال $]-8;+\infty[$

ب ـ عين احسن تقريب تَالفي لِلعدَد $H(x)$ بجوَار 1

جـ ـ استنتج قيمة مقربة لـ $H(1,001)$



II - g الدَالة العدَدية المعرفة علَى المجَال $[0;9]$

بـ : $g(x)=\sqrt{9-x}$ و (C_g) المنحنَى البيَاني الممَثل لهَا

كمَا هو مبين في الشكل

B نقطة من (C_g) و A مسقطهَا العمودي علَى حَامل محور الفوَاصل

عين قيمة x حتَى تكون مسَاحة الثلث OAB اكبر مَا يمكن ؛ ثم احسب هذه المسَاحة

.❸❷

1) نعتبر في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ كثير الحدود $p(x)$ حيث : $p(x)=x^3+3x+4$.

حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $p(x)=0$. ثم ادرس حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $p(x)$.

2) f الدالة المعرفة على المجال $[-2;2]$ بـ : $f(x)=\dfrac{x^3-2}{x^2+1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس

(أ) - بين أنه من أجل كل العدد الحقيقي x من $[-2;2]$: $f'(x)=\dfrac{x\,p(x)}{(x^2+1)^2}$. (f' هي الدالة المشتقة للدالة f)

(ب) - شكل جدول تغيرات الدالة f على المجال $[-2;2]$. استنتج من أجل كل x من $[-2;2]$ حصراً لـ $f(x)$

(ج) - أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1 . ثم أنشئ (T) و (C_f)

3) g الدالة المعرفة على المجال $[-2;2]$ بـ : $g(x)=|x|-\dfrac{|x|+2}{x^2+1}$ ، (C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس

(أ) - ادرس شفعية الدالة g

(ب) - باستعمال المنحى (C_f) أذكر كيف يمكن إنشاء المنحى (C_g)

(ج) - شكل جدول تغيرات الدالة g على المجال $[-2;0]$ أنشئ المنحى (C_g)

3) h الدالة المعرفة على $[0;\pi]$ بـ : $h(x)=\dfrac{\cos^3 x-2}{\cos^2 x+1}$

(أ) - بين أن الدالة h هي مركب دالتين يطلب تعينهما

(ب) - احسب h' (h' هي الدالة المشتقة للدالة h) . استنتج اتجاه تغير الدالة h

.❸❸

نسمّي f الدالة المعرفة على المجال $D=[-4;4]$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2+4x+1}{x^2+1}$ و ليكن (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ.بيّن انّه من أجل كلّ x من D: $f'(x)=\dfrac{-4(x^2-1)}{(x^2+1)^2}$.

ب. عيّن اشارة $f'(x)$ ثمّ شكل جدول تغيّرات الدّالة f على D .

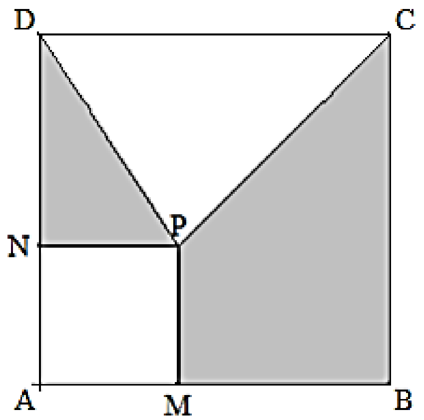
2. بيّن أنّ المنحني (C) يقبل مماس وحيد معامل توجيهه 4.
3. بيّن أنّ النقطة $\Omega(0;1)$ مركز تناظر للمنحنى (C) .
4. أ. اكتب معادلة المماس (T) عند النقطة Ω.

ب. ادرس وضعيّة المنحنى (C) بالنّسبة للمستقيم ذو المعادلة $y=4x+1$ ؛ ماذا تستنتج؟

5. بيّن أن Ω هي نقطة الانعطاف الوحيدة للمنحنى (C) من أجل كلّ x من D.
6. أ. عيّن نقط تقاطع (C) مع حامل محور الفواصل.

ب.ارسم (T) و (C) بدقّة.

34.



في الشكل المقابل $ABCD$ مربع طول ضلعه 10 و $AMPN$ مربع طول ضلعه x حيث x عدد حقيقي ينتمي إلى المجال $I=[0;10]$.

لتكن $S(x)$ مساحة الجزء الملون في الشكل .

1) عبر عن مساحة المربع $AMPN$ ثم مساحة المثلث CPD بدلالة x .

2) استنتج أنه من أجل كل x من I : $S(x)=-x^2+5x+50$.

3) عين قيمة x التي تكون من أجلها المساحة $S(x)$ أكبر ما يمكن .

4) نريد تعيين قيم x التي تحقق المعادلة $S(x+1)-x[S(4x)+2]=0$ ......(E)

أ / بين أن (E) تكافئ $16x^3-21x^2-49x+54=0$.

ب / تحقق أن العدد 2 حل للمعادلة (E) .

ج / عين قيم x التي تحقق المعادلة (E) .

35.

نسمّي $p(x)$ كثير الحدود المعرّف على $\mathfrak{R}$ بـ $p(x)=3x^3-2x^2-19x+\lambda$ حيث λ عدد حقيقي.

1. أوجدقيمة λ حتى يكون -2 جذرا لـ $p(x)$.
2. فيما يلي نأخذ $\lambda=-6$ أي أن: $p(x)=3x^3-2x^2-19x-6$.

أ. احسب $p(3)$ ثمّ حلّ في $\mathfrak{R}$ المعادلة $p(x)=0$.

ب. أدرس اشارة $p(x)$ حسب قيم x من $\mathfrak{R}$ ثمّ استنتج حلول المتراجحة $p(x)\prec 0$.

ج. عيّن حلول المعادلة $p(2-x)=0$ ثمّ استنتج تحليلا لـ $p(2-x)$.

د. أدرس اشارة $p(2-x)$ ثمّ حل المتراجحة: $p(2-x)\prec 0$.

36.

لتكن f الدالة المعرّفة على أكبر مجموعة ممكنة D جزء من $\Re$ بـ : $f(x)=\sqrt{\frac{x+3}{x+2}}$.

1. بين أنّ : $D=]-\infty;-3]\cup]-2;+\infty[$.
2. بين أنّ : $f=g\circ h$ حيث g هي الدالة " الجذر التربيعي" ، و h دالة يطلب تعيينها .
3. عين D_h مجموعة تعريف الدالة h .
4. تحقق أنّ من أجل كل عدد حقيقي x من D لدينا : $h(x)=1+\frac{1}{x+2}$ ، ثم استنتج إتجاه تغير الدالة h على كل من المجالين $]-\infty;-2[$ ، $]-2;+\infty[$.
5. بين أنّ النقطة $\Omega(-2,1)$ مركز تناظر للمنحني (C_h) الممثل للدالة h في معلم $(O,I;J)$.
6. حدّد طريقة لرسم (C_h) انطلاقا من المنحنى البياني للدالة "مقلوب" $\left(k:x\mapsto\frac{1}{x}\right)$، ثم أرسم (C_h) في معلم $(O,I;J)$.

37.

I) لتكن f دالة عددية معرفة على المجال $]-2\,;\,3[$ وقابلة للاشتقاق على المجال $]-2\,;\,3[$ بــ: $f(x)=x^2-x-2$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1°) أحسب $f'(x)$ ثم حدد اتجاه تغير الدالة f

2°) شكل جدول تغيرات الدالة f

3°) a عدد حقيقي من المجال $]-2\,;\,3[$

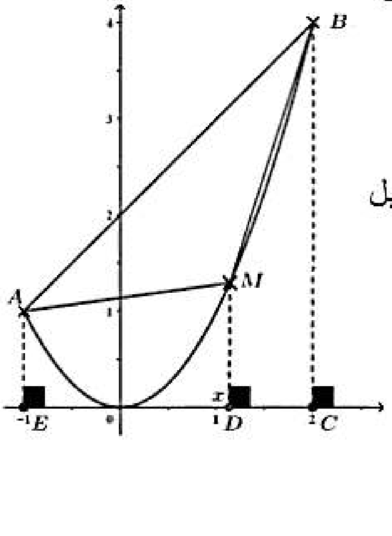
أ°) أكتب معادلة لمماس المنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة a

ب °) استنتج أن المنحني (C_f) يقبل مماسين (Δ) و (Δ') كل منهما يشمل النقطة $G(\frac{1}{2};-\frac{5}{2})$

ج°) أكتب معادلة كل من (Δ) و (Δ')

4°) عين احداثيات نقط تقاطع المنحني (C_f) مع حاملي محوري الاحداثيات

5°) أرسم (Δ) ، (Δ') و (C_f)



II) ليكن (P) القطع المكافئ الذي معادلته $y=x^2$

A ، B نقطتان من (P) فاصلتيهما -1 ، 2 على الترتيب

و M نقطة متحركة على (P) فاصلتها x حيث : $-1\le x\le 2$ الشكل المقابل

نسمي $S(x)$ مساحة المثلث AMB

1°) أحسب بدلالة x مساحة كلا من الرباعيين $DMBC$ ، $AMDE$

2°) بين أنّه من أجل كل x من المجال $[-1\,;\,2]$: $S(x)=-\frac{3}{2}f(x)$

3°) استنتج موضع النقطة M التي تكون من اجلها $S(x)$ أكبر مايمكن

38.

الجزء الأول:

ليكن p كثير حدود حيث: $p(x)=-4x^3+3x^2+4x-3$

-1 أثبت أن $\alpha=1$ جذر لكثير الحدود p(x)

-2 عين كثير الحدود d(x) حيث من أجل كل x من $\Re$: $p(x)=d(x)(x-1)$

-3 حل في $\Re$ المعادلة $p(x)=0$

-4 شكل جدول إشارة $p(x)$ ثم استنتج حلول المتراجحة $-4x^2+3x+4\leq\frac{3}{x}$

الجزء الثاني :

لتكن f دالة معرفة على $\Re$ كما يلي: $f(x)=-x^4+x^3+2x^2-3x+7$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$

-1 عين f' مشتقة الدالة f.

-2 أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

-3 عين معادلة المستقيم (Δ) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

-4 عين عدد نقط (C_f) التي يكون فيها معامل توجيه المماس يساوي 3- .

❸❾.

☜ نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x^3-3x^2+3x-1$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

I)

-1 أحسب $f(1)$ ثم أكتب $f(x)$ على الشكل $f(x)=(x-1)(ax^2+bx+c)$ حيث a , b , c أعداد حقيقية يطلب تعيينها .

-2 حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$ و أعط تفسيرا بيانيا للنتيجة .

-3 حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $f(x)>0$ و أعط تفسيرا بيانيا للنتيجة .

II)

-1 بين لماذا (C_f) يقبل مماسا عند كل نقطة منه ؟

-2 حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f'(x)=0$ حيث f' الدالة المشتقة للدالة f وفسر بيانيا النتيجة السابقة .

-3 عين النقط من (C_f) التي يكون فيها معامل توجيهه المماس يساوي 3.

-4 ليكن (D) مستقيم معادلته $y=mx+d$ حيث m و d عددان حقيقيان .

ناقش حسب قيم m وجود مماسات للمنحنى (C_f) تكون فيها موازية للمستقيم (D)؟

تمارين هذه السلسلة هي تمارين لفروض و امتحانات سابقة

شكر خاص للأساتذة أصحاب العمل