التحضير الممتاز للرياضيات

1

سلسلة
الربح في الوقت مع الصديق في الرياضيات

★ الدوال العددية (عموميات)

أقدم لإخواني الأساتذة وأبنائي الطلبة هذا العمل المتواضع والمتمثل في

سلسلة الربح في الوقت مع الصديق في الرياضيات في الدوال العددية

للسنة الثانية ثانوي جميع الشعب العلمية :

علوم تجريبية ★ رياضيات ★ تقني رياضي

للتحضير الممتاز للرياضيات.

تتضمن هذه السلسلة :

- عموميات + الدوال المركبة.
- اتجاه التغير والتمثيل البياني.
- المعادلات والمتراجحات من الدرجة الثانية أو الثالثة.

لا تنسونا من صالح الدعاء للوالدين الكريمين ولي. محبكم في الله الأستاذ : فراحتية المحفوظ

آخر تحديث: 2021/09/14

السنة الدراسية: 2022/2021

الأستاذ فراحتية المحفوظ للرياضيات
فراحتية المحفوظ
mahfoudferahtia@gmail.com

تمرين رقم 1

عين مجموعة التعريف للدوال التالية:

1) $f(x) = x^2 - x + 5$.

2) $f(x) = \dfrac{x+1}{x-2}$.

3) $f(x) = \dfrac{1}{x^2+2}$.

4) $f(x) = \dfrac{x+1}{x^2-4}$.

5) $f(x) = \sqrt{x+3}$.

6) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x+2}{x-4}}$.

7) $f(x) = \dfrac{x^2+2}{|x|+1}$.

8) $f(x) = x + \dfrac{x-6}{x^2+2x+1}$

9) $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2-9}}$.

10) $f(x) = x^2 - |x+1|$.

11) $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2-9}}$.

12) $f(x) = x - \sqrt{x-2}$.

13) $f(x) = x + \dfrac{x-6}{x^2+2x+1}$.

14) $\begin{cases} f(x) = \dfrac{|x|}{x^2-|x|} \ ; \ x \in \mathbb{R}^* \\ f(0) = -1 \end{cases}$

15) $\begin{cases} f(x) = \dfrac{x}{x+2} \ ; \ x > -1 \\ f(x) = \dfrac{x}{x+1} \ ; \ x < -1 \\ f(-1) = 0 \end{cases}$

تمرين رقم 2

1) عين مجموعة تعريف الدوال

f ، g ، $f+g$ ، $f-g$ ، $f \times g$ ، $\dfrac{f}{g}$ ، $3f$, $-2g$ و $3f-2g$ في كل حالة:

ا. $f(x) = x^2+1 \ ; \ g(x) = x^2+2x-3$.

ب. $f(x) = 1 - \dfrac{3}{x+2} \ ; \ g(x) = \dfrac{2x-3}{x+2}$.

ج. $f(x) = 2x^2-1 \ ; \ g(x) = 4x+3$.

2) عين عبارة الدوال: $f+g$ ، $f-g$ ، $f \times g$ ، $\dfrac{f}{g}$ ، $3f$ ، $-2g$ و $3f-2g$ في كل حالة:

ا. $f(x) = x^2+1 \ ; \ g(x) = x^2+2x-3$.

ب. $f(x) = 1 - \dfrac{3}{x+2} \ ; \ g(x) = \dfrac{2x-3}{x+2}$.

ج. $f(x) = 2x^2-1 \ ; \ g(x) = 4x+3$.

تمرين رقم 3

اذكر إن كانت الدالتين f و g متساويتين في كل حالة من الحالات التالية:

1) $f(x) = \sqrt{x^3+x^2} \ ; \ g(x) = |x|\sqrt{x+1}$.

2) $f(x) = x+2 \ ; \ g(x) = (\sqrt{x+2})^2$.

3) $f(x) = 1 + \dfrac{2}{x-3} \ ; \ g(x) = \dfrac{x^2-4x+3}{(x-3)^2}$

4) $f(x) = 2x-3 \ ; \ g(x) = \dfrac{(2x-3)(x+1)}{x+1}$.

5) $f(x) = x - \dfrac{3}{x-2} \ ; \ g(x) = \dfrac{x^2-2x-3}{x-2}$

تمرين رقم 4

f و g دالتان حيث $f(x) = x^2+1$ و $g(x) = x^2+2x$

1) عين مجموعة تعريف الدوال f ، g ، $f+g$ و $f \times g$.

2) اوجد عبارة الدالتين $f+g$ و $f \times g$.

تمرين رقم 5

عين العبارتين $g \circ f$ و $f \circ g$ في كل حالة مما يأتي:

1) $g(x) = -4x \ ; \ f(x) = 3x$

2) $g(x) = 4x+5 \ ; \ f(x) = x+3$

3) $g(x) = 2-3x \ ; \ f(x) = x^2$

4) $g(x) = \sqrt{x} \ ; \ f(x) = x^2$

5) $g(x) = 2x \ ; \ f(x) = \dfrac{-1}{x+1}$

6) $g(x) = x^2+1 \ ; \ f(x) = \sqrt{x-1}, x \geq 1$

7) $g(x) = \dfrac{1}{x} - 3 \ ; \ f(x) = \sqrt{x^2+2x}$

8) $f(x)=\sqrt{x-1}$; $g(x)=\dfrac{1}{2x-1}$

9) $f(x)=|x+2|$; $g(x)=\dfrac{1}{x^2}$

10) $f(x)=2x-1$; $g(x)=\dfrac{x+1}{x+2},\ x\neq -2$

تمرين رقم 6

I) عين $f\circ g$ و $g\circ f$ بعد تعيين مجموعة تعريف f ، g ، $f\circ g$ و $g\circ f$، في كل حالة:

1) $f(x)=2x+4$ و $g(x)=3x^2+2x$.

2) $f(x)=2x$ و $g(x)=\dfrac{-2}{x+1}$.

3) $f(x)=\sqrt{x^2+2x}$ و $g(x)=\dfrac{1}{x}+3$.

4) $f(x)=-x+3$ و $g(x)=\sqrt{x+2}$.

5) $f(x)=x^2-3$ و $g(x)=\dfrac{3}{x}$.

6) $f(x)=4x-1$ و $g(x)=\sin(x+1)$.

II) f ، g ، h و k دوال معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2x+1$ ، $g(x)=x^2$ ، $h(x)=x+1$ و $k(x)=x^2+1$.

❖ أثبت ما يلي:

$k=h\circ g$ ، $f+k=g\circ h$ ، $2k=f\circ k$ ، $g+2h=k\circ h$ ، $gk+k=g\circ k$ ، $g^2+2k=k\circ k$.

تمرين رقم 7

فكك الدالة f إلى مركب دالتين بسيطتين يطلب تعيينهما في كل حالة:

1) $f(x)=(x+2)^2+1$.

2) $f(x)=4(x-1)^2+3$.

3) $f(x)=\dfrac{3}{x+1}$.

4) $f(x)=2-\dfrac{3}{x+4}$.

5) $f(x)=\sqrt{x-2}$.

6) $f(x)=\left|\dfrac{2}{3}x-1\right|$.

7) $f(x)=(x-2)^2$.

8) $f(x)=3(x+1)^2+5$.

9) $f(x)=\sqrt{x^2+2}$.

10) $f(x)=\sqrt{x+5}$.

11) $f(x)=\cos(2x-1)$.

12) $f(x)=\left|\dfrac{2x-1}{5}\right|$.

13) $f(x)=2+\dfrac{4}{x}$.

14) $f(x)=3\sqrt{x}+2$.

15) $f(x)=|x+2|-2$.

16) $f(x)=\dfrac{5}{(x^2+2)}+x^2+5$.

تمرين رقم 8

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x}{x-1}$.

❖ بين أن $(f\circ f)(x)=x$، ثم استنتج قيمة العدد: $(f\circ f\circ f)(2)$.

تمرين رقم 9

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=ax+b$.

حيث a و b عددان حقيقيان مع $a\neq 0$.

1) عرف الدالة $f\circ f$.

2) عين الثنائية $(a;b)$ التي من أجلها يكون: $f\circ f=f$.

تمرين رقم 10

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$، وجدول تغيراتها كما يلي:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	2	$\searrow$

g الدالة المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=f\left(\sqrt{x}\right)$.

❖ فكك الدالة g إلى مركب دالتين إحداهما الدالة f، ثم استنتج اتجاه تغيراتها.

تمرين رقم 11

I) ادرس تغيرات الدوال التالية على مجال I في كل حالة:

1) $f(x) = 3x - 4$ ، $I = \mathbb{R}$.

2) $g(x) = -5x + 7$ ، $I =]-\infty, +\infty[$.

3) $h(x) = x - \dfrac{1}{x}$ ، $I =]0, +\infty[$.

4) $k(x) = \sqrt{3 - x}$ ، $I =]-\infty; 3]$.

5) $u(x) = 2x^2 - 4$ ، $I = \mathbb{R}$.

6) $v(x) = \dfrac{1}{x^2}$ ، $I = \mathbb{R}^{\star}$.

7) $\varphi(x) = x^2 + x$ ، $I =]0, +\infty]$.

II) استنتج إتجاه تغير الدوال التالية:

$2f - 5$ ، $-3g + 2$ ، $v \times \varphi$ ، $f + g$ ، $f - 3h$ ، $v \times u$ ، $f \circ v$ ، $g \circ v$ ، $f \circ v$ و $f \circ h$.

تمرين رقم 12

لتكن f و g دالتين جدولي تغيراتهما كالآتي:

x	-3	0	1
$f(x)$	0 ↘	-4	↗ 5

x	-4	0	5
$g(x)$	-5 ↗	0	↗ 2

1) اوجد مجموعة تعريف الدالة $h = g \circ f$.

2) احسب $h(-3)$ ، $h(-0)$ و $h(1)$.

3) ادرس إتجاه تغير الدالة h على مجال $[-3; 0]$، ثم على $[0; 1]$.

تمرين رقم 13

f دالة رتيبة تماما لى مجال I وتحافظ على إشارة ثابتة على I.

1) بين أن الدالتين f و $\dfrac{1}{f}$ متعاكستان في اتجاه التغير على المجال I .

2) **تطبيق عددي :** ادرس على المجال $]0; +\infty[$ اتجاه تغير h حيث $h(x) = \dfrac{1}{x^2 + 1}$.

تمرين رقم 14

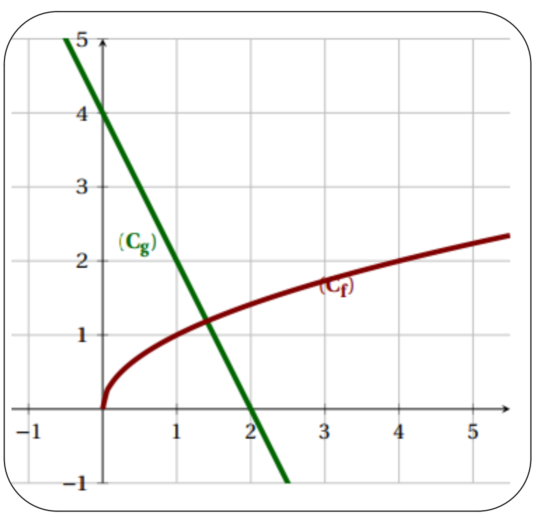
لتكن f دالة معرفة على المجال $[-3; 4]$ حيث جدول تغيراتها على الشكل التالي:

x	-3	1	4
$f(x)$	16 ↘	1	↗ 9

❖ ادرس اتجاه تغير كل من الدوال التالية: $\dfrac{1}{f}$ ، $\sqrt{f}$ و f^2. ثم شكل جدول التغيرات لكل منها.

تمرين رقم 15

f و g دالتين معرفتين على $[0; +\infty[$ و $\mathbb{R}$ على الترتيب (C_f) و (C_g) تمثيلاهما البيانيان في معلم م م $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$ كما هو موضح في الشكل الآتي:



1) بقراءة بيانية عين: $(g \circ f)(0)$ و $(g \circ f)(4)$.

2) لتكن: $g(x) = -2x + 4$ و $f(x) = \sqrt{x}$.

ا. عين مجموعة تعريف الدالة $g \circ f$، ثم عين عبارتها.

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة $g \circ f$.

تمرين رقم 16

1) ادرس اتجاه تعير الدالة h المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بالشكل: $h(x)=\dfrac{1}{x-1}$.

2) نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على المجال $]1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=x-1$ و $g(x)=\dfrac{x}{x-1}$.

ا. بين أنه إذا كان $x>1$ فإن $g(x)>1$.

ب. تحقق أن $(f\circ g)(x)=h(x)$، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة g.

تمرين رقم 17

1) f و g دالتان معرفتان على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2$ و $f(x)=2x+1$.

❖ أثبت ان الدالة $f+g$ متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$.

2) f دالة عددية معرفة على $]-\infty;0]$ بـ: $f(x)=x^2+|x|$.

❖ اثبت ان الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty;0]$.

3) f دالة عددية معرفة على المجال $\mathbb{R}_+^*$ بـ: $f(x)=x+\dfrac{1}{x}$.

❖ اثبت ان الدالة f متزايدة تماما على $\mathbb{R}_+^*$.

تمرين رقم 18

لتكن f دالة معرفة بجدول تغيراتها:

x	-5		0		1		3		7
$f(x)$	-4	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	0	$\nearrow$	6

1) عين حلول المعادلة $f(x)=0$ ثم استنتج اشارة $f(x)$.

2) عين القيمة الحدية العظمى للدالة f.

3) من الجدول السابق عين جدول تغيرات الدوال التالية المعرفة بـ: $k(x)=-f(x)$ ، $g(x)=3f(x)$ ، $l(x)=f(x)-2$ و $u(x)=|f(x)|$.

4) ارسم في نفس المعلم منحنى الدالة f ومنحنيات الدوال المذكورة في السؤال السابق.

تمرين رقم 19

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$. وجدول تغيراتها مبين في الشكل التالي:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

1) شكل جدول تغيرات الدالة k المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ: $k(x)=f(-2x+3)$.

2) شكل جدول تغيرات الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بـ: $g(x)=f(x^2)$.

تمرين رقم 20

لتكن الدالة f المعرفة على $]0;2[\cup]2;+\infty[$. وجدول تغيراتها مبين في الشكل التالي:

x	0		1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

❖ شكل جدول تغيرات الدالة g المعرفة على $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=f(-2x)$.

تمرين رقم 21

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$، وجدول تغيراتها مبين في الشكل التالي:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	‖	$-$
$f(x)$	$2 \searrow -\infty$	‖	$+\infty \searrow 2$

❖ شكل جدول تغيرات الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{-\sqrt{2};\sqrt{2}\}$ بـ: $g(x)=f(x^2)$.

تمرين رقم 22

لتكن f و g معرفتان بـ: $f(x)=x^2-4x+2$ و $g(x)=\sqrt{x}$.

1) ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
2) احسب $f(0)$ ، $f(1)$ ، $f(4)$ و $g(4)$.
3) أنشيء (C_f) و (C_g) في معلم متعامد ومتجانس.
4) حل بيانيا المعادلة $f(x)=g(x)$.
5) حل بيانيا المتراجحة $f(x)>g(x)$.

تمرين رقم 23

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^2+x+1$

1) اشرح كيف يمكن إنشاء التمثيل البياني للدالة f إنطلاقا من دالة مرجعية يطلب تعيينها ثم ارسم (C_f).
2) بين كيف يمكن إستنتاج التمثيل البياني للدوال التالية: $g(x)=f(x+2)-1$ ، $h(x)=f(x-3)+3$ ، $k(x)=-f(x)$ ، $u(x)=f(|x|)$ ، $v(x)=|f(x)|$.

تمرين رقم 24

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

❖ اشرح كيف يمكن إستنتاج المنحنيات الممثلة للدوال g ، h و k حيث: $g(x)=\left|\dfrac{2x-1}{x+1}\right|$ ، $h(x)=\dfrac{2x-1}{|x+1|}$ و $k(x)=\dfrac{2|x|-1}{|x|+1}$.

تمرين رقم 25

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=x^2+x-2$.
وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

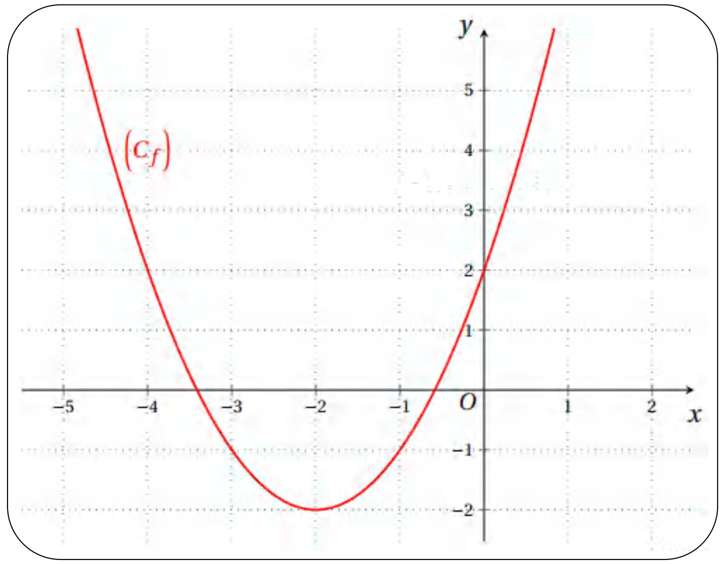
❖ حدد من بين النقط التالية التى تنتمي إلى (C_f)
$A(1,0)$ ، $B(0,-2)$ ، $C(0,0)$ ، $D(-2,0)$ ، $E(2,7)$ ، $F(1,1)$ ، $G(2,4)$ ، $H(-1,-2)$.

تمرين رقم 26

1) ادرس تغيرات الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2x-1$.
2) ارسم تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.
3) بين كيف يمكن إستنتاج التمثيل البياني للدوال التالية: $g(x)=2f(x)$ ، $h(x)=f(x)+3$ ، $k(x)=2x+3$ ، $u(x)=-3f(x)$ ، $v(x)=f(x)-2$.
4) ارسم التمثيلات البيانية للدوال السابقة.

تمرين رقم 27

في المستوي المنسوب إلى معلم م م $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$. المنحنى (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f كما هو موضح في الشكل الآتي:



1) شكل جدول تغيرات الدالة f.

2) عين شعاع الانسحاب الذي يحول منحنى الدالة مربع إلى (C_f).

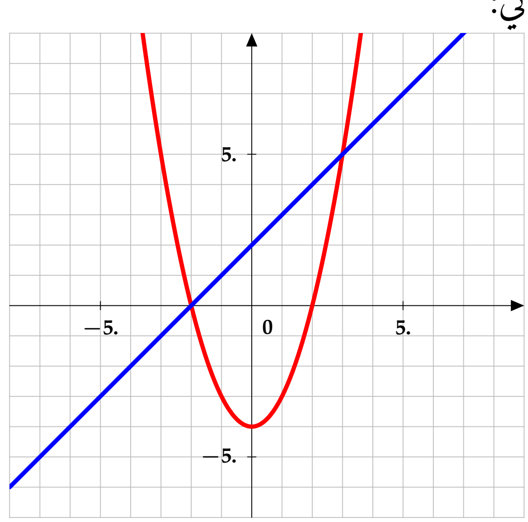
3) جد عبارة $f(x)$ بدلالة x.

4) بين ان المستقيم ذو المعادلة $x=-2$ محور تناظر لـ (C_f).

5) في نفس المعلم أنشئ الدوال: $g(x) = |f(x)|$ ، $h(x) = f(|x|)$ و $k(x) = (x-1)^2 + 1$.

تمرين رقم 28

لتكن الدالة f دالة معرفة على $[-5;5]$ بتمثيلها البياني الموضح في الشكل الآتي:



1) احسب صور -2 ، 0 و 1 ثم عين سوابق 1 و 5.

2) عين حلول المعادلة $f(x) = 0$ والمتراجحة $f(x) \geq 0$ بيانيا.

3) شكل جدول تغيرات الدالة f.

4) بين أن f دالة زوجية وفسر ذلك هندسيا.

5) عين معادلة للمستقيم (Δ) المبين في الشكل أدناه.

6) حل بيانيا وحسابيا المتراجحة $f(x) < x+2$.

7) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:
$$h(x) = (x+2)^2 - 1$$

ا. شكل جدول تغيرات الدالة h

ب. تحقق أن $h(x) = f(x+2) + 3$.

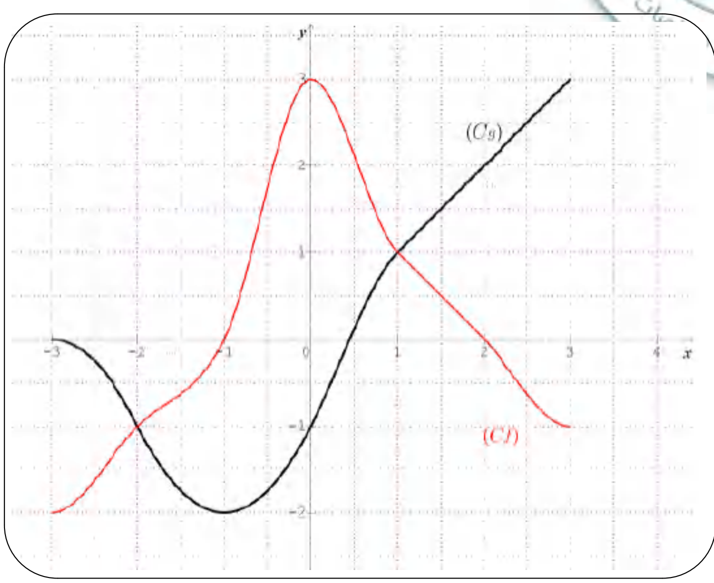
ج. أنشيء في نفس المعلم المنحنيات التالية:

❖ التمثيل البياني للدالة h.

❖ التمثيل البياني للدالة $x \mapsto |f(x)|$.

تمرين رقم 29

(C_f) و (C_g) التمثيلان البيانيان للدالتين f و g في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$. كما هو موضح في الشكل الآتي:



1) عين مجموعة تعريف الدوال f ، g و $g \circ f$.

2) عين: $(g \circ f)(1)$ ، $(f \circ g)(0)$ و $(g \circ f \circ g)(2)$.

3) حل بيانيا المعادلات الآتية: $(g \circ f)(x) = -1$ ، $(f \circ g)(x) = -1$ و $(f \circ f \circ g)(x) = 0$.

4) حل بيانيا المتراجحتين الآتيتين:
$(g\circ f)(x) > -1$ و $(f\circ g)(x) \le -1$.

تمرين رقم 30

ادرس إشارة كل ثلاثي حدود ممايلي:

1) x^2+4x+3.
2) $-3x^2+x+1$.
3) $4x^2- -x+1$.
4) x^2-6x+2.

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

1) $x^4+2x^2=0$.
2) $x^4-4x^2+4=0$.
3) $x^4+x^2-6=0$.
4) $x^4+3x^2+4=0$.

تمرين رقم 31

في كل مايلي اكتب الدالة f بدون رمز قيمة المطلقة على مجال تعريفها:

1) $I=\mathbb{R}$ $\quad f(x)=\sqrt{|-2x+4|}$.
2) $I=\mathbb{R}$ $\quad f(x)=\sqrt{|-2x^2+4x|}$.
3) $I=\mathbb{R}-\{-2,2\}$ $\quad f(x)=\dfrac{2x+3}{|x^2-4|}$.
4) $I=\mathbb{R}$ $\quad f(x)=\dfrac{x^2+3x}{|x+2|+3}$.
5) $I=\mathbb{R}$ $\quad f(x)=\dfrac{x^2+3x}{|x+2|+|x-5|}$.
6) $I=[0;2\pi]$ $\quad f(x)=|\sin(x)|$.
7) $I=[0;2\pi]$ $\quad f(x)=|\cos(x)|$.

تمرين رقم 32

I) أثبت بطريقتين مختلفتين أن $\Omega(a,b)$ أنها مركز تناظر للمنحنى (C_f) في كل حالة:

1) $f(x)=\dfrac{3x}{x-2}$ $\quad \Omega(2,3)$.
2) $f(x)=\dfrac{x+2}{x+1}$ $\quad \Omega(-1,1)$.
3) $f(x)=\dfrac{2x-1}{x-1}$ $\quad \Omega(1,2)$.

II) أثبت بطريقتين مختلفتين أن المستقيم $x=a$ أنه محور تناظر للمنحنى (C_f) في كل حالة:

1) $f(x)=x^2+4x+3$ $\quad x=-2$.
2) $f(x)=\dfrac{x^2-2x+3}{(x-1)^2}$ $\quad x=1$.

تمرين رقم 33

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x+2}{x+1}$.
(C_f) هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.
ولتكن A نقطة من المستوي احداثياتها $(-1;1)$ في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$ ولتكن M نقطة من (Γ) احداثيتها $(x;y)$ في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أوجد $(X;Y)$ احداثيتا النقطة M في المعلم $(A;\vec{i},\vec{j})$، ثم اوجد معادلة (Γ) في المعلم $(A;\vec{i},\vec{j})$.
2) نضع $g(X)=Y$.
ادرس شفعية الدالة g، ماذا تستنتج ؟

تمرين رقم 34

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^2+2x$.

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا:
$f(x)=(x+1)^2-1$.
2) ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x>0$ لدينا: $f(x)>0$.
4) بالإستعانة بمحنى الدالة مربع ارسم (C_f) منحنى الدالة f في معلم متعامد ومتجانس.

تمرين رقم 35

لتكن الدالة f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = ax^2 + bx + c$
و (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$.

1) عين الأعداد a ، b و c علما ان النقاط $A(0,-5)$ ، $B(1,0)$ و $C(-5,0)$ تنتمي الى (C_f).
2) بين أن من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f(x) = (x+2)^2 - 9$.
3) ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
4) عين القيمة الحدية الصغرى للدالة f.
5) بالإستعانة بمنحنى الدالة مربع ارسم (C_f) منحنى الدالة f في المعلم السابق.

تمرين رقم 36

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^2 - 2x$.

1) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
2) باستعمال منحنى الدالة مربع أرسم (C_f) في معلم متعامد ومتجانس.
3) أنشيء في نفس المعلم المنحنى الممثل للدالة $x \mapsto |f(x)|$.
4) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة $f(x) = m$ والمعادلة $|f(x)| = m$.

تمرين رقم 37

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (x+1)(x-4)$.

1) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون: $f(x) = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}$.
2) ارسم في مستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ منحنى الدالة $x \mapsto x^2$ واستنتج رسم المنحنى الممثل للدالة f.
3) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = f(|x|)$.
   - ❖ أثبت أن g دالة زوجية.
4) ارسم منحنى g بإستعمال منحنى f.

تمرين رقم 38

لتكن الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي:
$f(x) = -x^2 + 3x + 4$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$.

1) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f(x) = -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{25}{2}$.
2) بكتابة f على شكل مركب دوال مرجعية:
   - ❖ حدد تغيرات الدالة f على المجال $\left]-\infty; \frac{3}{2}\right]$ والمجال $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right[$.
3) بين أن منحنى (C_f) هو صورة المنحنى (H) الذي معادلته $y = -x^2$ بإنسحاب يطلب تعيينه.
4) عين نقاط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل ثم ارسم (C_f).
5) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = |f(x)|$.
   (C_g) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$.
   - ❖ اكتب $g(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة ثم اشرح كيف يمكن رسم (C_g) إنطلاقا من (C_f)، ثم ارسم (C_g).

تمرين رقم 39

نعتبر الدالتين u و v المعرفتين كمايلي:
$u(x) = -x + 4$ و $v(x) = \frac{1}{x}$.
لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty; 4[$ بـ:
$f(x) = (v \circ u)(x)$.

1) اكتب عبارة $f(x)$ بدلالة x.
2) عين صورة المجال $]-\infty; 4[$ بالدالة u.

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty;4[$.

4) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]-\infty;4[$ بـ: $g(x)=-f(x)+5$.

ا. اكتب عبارة $g(x)$ بدلالة x.

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-\infty;4[$.

5) لتكن الدالة h المعرفة على المجال $]-\infty;4[$ بـ: $h(x)=\dfrac{5x-19}{x-4}$.

ا. عين العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل x من المجال $]-\infty;4[$: $h(x)=a+\dfrac{b}{x-4}$.

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة h على المجال $]-\infty;4[$.

ج. بين أن المنحنى الممثل للدالة h هو صورة منحنى الدالة مقلوب بانسحاب يطلب تعيين شعاعه.

تمرين رقم 40

لتكن f دالة معرفة بـ: $f(x)=\dfrac{3x-2}{x+1}$، و (C_f) تمثيلها البياني.

1) عين مجموعة التعريف للدالة f.

2) عين العددين a و b بحيث من أجل كل عدد حقيقي يختلف عن -1 لدينا: $f(x)=a+\dfrac{b}{x+1}$.

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x>-1$ لدينا: $f(x)>3$.

5) بين أن النقطة $\omega(-1;3)$ مركز تناظر لـ (C_f).

6) بين أن (C_f) منحنى الدالة f هو صورة منحنى الدالة مقلوب بانسحاب يطلب تعيين شعاعه ثم ارسمه.

تمرين رقم 41

I) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{2x+5}{x+2}$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي يختلف عن -2: $f(x)=a+\dfrac{b}{x+2}$.

2) بين أن f هي مركب دالتين يطلب تعيينهما.

3) عين اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين: $]-\infty;-2[$ و $]-2;+\infty[$.

4) بين أن النقطة $\omega(-2,2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f).

5) إستنتج كيفية رسم (C_f) إنطلاقا من منحنى الدالة مقلوب ثم أرسمه.

II) لتكن g دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-2,2\}$ بـ: $g(x)=f(-|x|)$.

1) بين أن g دالة زوجية.

2) اشرح كيفية رسم منحنى الدالة g ثم ارسمه في نفس المستوي.

تمرين رقم 42

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{x^2+3x}{2-x}$.

1) عين الأعداد الحقيقية a، b و c بحيث من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{2\}$ فإن: $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{2-x}$.

2) ادرس وضعية المنحنى (C_f) الممثل للدالة f بالنسبة للمستقيم الذي معادلته $y=-x-5$.

تمرين رقم 43

لتكن f دالة معرفة بـ: $f(x)=\dfrac{2x+6}{x-1}$.

1) ا. عين D_f مجموعة تعريف الدالة f.

ب. عين العددين الحقيقين a و b بحيث من اجل كل x من D_f يكون: $f(x)=a+\dfrac{b}{x-1}$.

ج. استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty;1[$ والمجال $]1;+\infty[$.

2) نعتبر الدالة g حيث: $g(x)=\sqrt{\dfrac{2x+6}{x-1}}$.

ا. عين D_g مجموعة تعريف الدالة g.

ب. بين أن g هي مركب دالتين يطلب تعيينهما.

ج. استنتج اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-\infty;-3]$ والمجال $]1;+\infty[$.

تمرين رقم 44

لتكن الدالة f المعرفة على $[-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=-1+\sqrt{1+x}$.

1) ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x>0$ لدينا: $f(x)>0$.

3) بالإستعانة بمنحنى الدالة الجذر التربيعي ارسم (C_f) منحنى الدالة f في معلم متعامد ومتجانس.

تمرين رقم 45

لتكن f و g الدالتين العدديتين المعرفتين بـ: $f(x)=\sqrt{x+1}-1$ و $g(x)=1+\dfrac{1}{x-1}$.

1) عين مجموعة تعريف f و g ثم إشرح كيف يمكن رسم (C_f) و (C_g).

2) أنشئ التمثيل البياني للدوال التالية: $h(x)=-3f(x)$ و $k(x)=|g(x)|$.

3) لتكن F الدالة العددية المعرفة بـ: $F(x)=f(|x|)$.

ا. عين مجموعة تعريف الدالة F.

ب. بين أن الدالة F زوجية.

ج. ارسم (C_F).

تمرين رقم 46

f الدالة العددية المعرفة على المجال $[1;+\infty[$ كمايلي:

$$f(x)=-2+\sqrt{x-1}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$.

1) تحقق أن الدالة f هي مركب دالتين مرجعيتين u و v يطلب تعيين عبارتهما.

2) إعتمادا على إتجاه تغير كلا من الدالتين u و v إستنتج إتجاه تغير الدالة f.

3) حل في المجال $]1;+\infty[$ المعادلة $f(x)=0$.

4) إشرح كيف يمكن رسم (C_f) إنطلاقا من بيان الدالة جذر التربيعي.

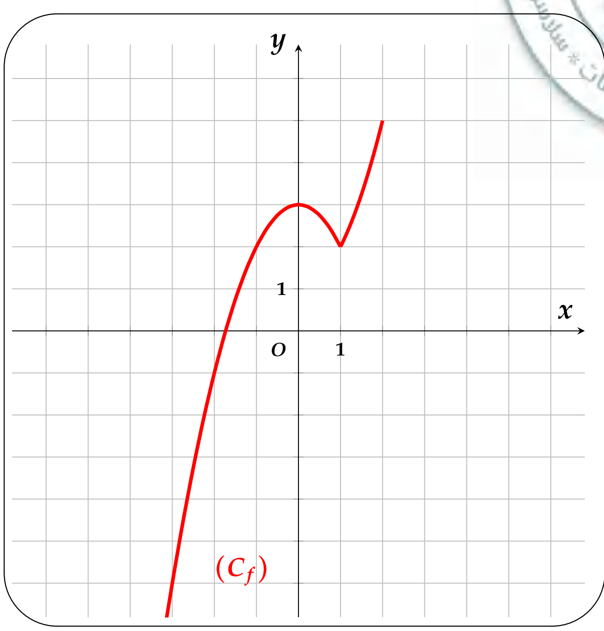
5) لتكن الدالة g المعرفة بـ: $g(x)=|f(x)|$ و (C_g) تمثيلها البياني. أنشئ (C_g) إنطلاقا من (C_f) مع الشرح.

6) لتكن الدالة h المعرفة على المجال $]-\infty;-1]\cup[1;+\infty[$ بـ: $h(x)=-2+\sqrt{|x|-1}$.

❖ إشرح كيف يمكن رسم (C_h) إنطلاقا من (C_f)، ثم أرسمه في نفس المستوي.

تمرين رقم 47

f دالة معرفة على المجال $[-3;2]$ كما هو مبين في الشكل الآتي:



✍ استعمل بيان الدالة f للإجابة على الأسئلة التالية:

1) أعط جدول تغيرات الدالة f على المجال $[-3;2]$.

2) ما حلول المعادلة $f(x)=0$.

3) ما حلول المتراجحة $f(x)\leq 0$ ؟

4) ما حلول المتراجحة $f(x) \geq 0$ ؟

5) ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 1$ ؟

6) ليكن m عدد حقيقي معطى

❖ ناقش حسب قيم الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = m$.

7) ماعدد حلول المعادلة $f(x) = x + 1$ ؟

8) ليكن n عدد حقيقي معطى

❖ ناقش حسب قيم الحقيقي n عدد حلول المعادلة $f(x) = x + n$.

تمرين رقم 48

لتكن f دالة معرفة بـ: $f(x) = \dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}$.

1) عين مجموعة تعريف الدالة f.

2) ادرس شفعية الدالة f .

3) ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$.

تمرين رقم 49

نعتبر المنحني (C) المعرف بالمعادلة $y = \sqrt{x}$ والنقطة $A(2;0)$.

x عدد حقيقي موجب و M نقطة من المنحنى (C) فاصلتها x.

1) عبر عن AM بدلالة x.

2) لتكن f الدالة المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $f(x) = x^2 - 3x + 4$.

❖ ماهي العلاقة الموجودة بين العددين AM و $f(x)$ ؟

3) شكل جدول تغيرات الدالة f.

4) عين احداثي النقطة M بحيث تكون المسافة AM اصغر ما يمكن.

تمرين رقم 50

$ABCD$ مربع طول ضلعه $2cm$.

M ، N و P نقاط تنتمي الى $[AB]$ ، $[CD]$ و $[AD]$ على الترتيب حيث: $AM = CN = DP$.

نضع: $AM = x$ ونرمز بالرمز $f(x)$ الى مساحة المثلث MNP.

1) إلى أي مجال ينتمي العدد x ؟

2) تحقق أن: $f(x) = (x-1)^2 + 1$.

3) أ. ادرس على المجال $[0,2]$ اتجاه تغير الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها.

ب. أنشئ منحني الدالة f.

ج. حدد وضعية النقطة M التي تكون من أجلها مساحة المثلث MNP أصغر ما يمكن.

تمرين رقم 51

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $[-2,2]$ كمايلي: $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$.

وليكن (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j}\right)$.

1) بين أن الدالة f زوجية.

2) أ. ادرس على المجال $[0,2]$ اتجاه تغير الدالة f.

ب. شكل جدول تغيرات الدالة f على المجال $[-2,2]$.

3) لتكن M نقطة كيفية من (C).

❖ بين أن: $OM = 2$، ثم ارسم المنحنى (C).

تمرين رقم 52

لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ: $f(x) = \dfrac{2x - 1}{x - 1}$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$.

1) تحقق من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{1\}$ أن: $f(x) = 2 + \dfrac{1}{x - 1}$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty;1[$ والمجال $]1;+\infty[$.

3) انطلاقا من التمثيل البياني للدالة مقلوب، اشرح كيفية رسم المنحنى (C_f) ثم ارسمه.

4) برهن أن النقطة $\Omega(1;2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f).

5) ارسم - في نفس المعلم السابق - المنحنى (C_g) الممثل للدالة g حيث: $g(x)=|f(x)|$.

6) نعتبر الدالة h المعرفة على $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right]\cup]1;+\infty[$ بـ: $h(x)=\sqrt{\frac{2x-1}{x-1}}$.

ا. تحقق أن الدالة h مركبة من الدالة f ودالة مرجعية يطلب تعيينها.

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة h على المجال $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right]$ والمجال $]1;+\infty[$.

تمرين رقم 53

$I)$ لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{3\}$ بـ: $f(x)=\frac{5-x}{2x-6}$. و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x\neq 3$ لدينا: $f(x)=-\frac{1}{2}+\frac{1}{x-3}$

$II)$ لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}-\{3\}$ بـ: $h(x)=\frac{1}{x-3}$.

1) بين أنه يمكن كتابة h على شكل مركب دالتين يطلب تعيينهما.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل مجموعة تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي حيث $3<x<5$ لدينا: $f(x)>0$.

4) بين أن النقطة $A\left(3;-\frac{1}{2}\right)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f).

5) بالإستعانة بمنحنى الدالة مقلوب ارسم (C_f).

6) ادرس الوضع النسبي بين منحنى f والمستقيم ذي المعادلة $y=-x+\frac{9}{2}$.

7) ادرس الوضع النسبي بين منحنى f والمستقيم ذي المعادلة $y=-x+\frac{1}{2}$.

8) حل بيانيا حسب قيم الوسيط m المعادلة $f(x)=m$.

تمرين رقم 54

$I)$ نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x^2+2x-3$.
وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) ا. عين العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون: $f(x)=(x+a)^2+b$.

ب. بين أنه يمكن كتابة f على الشكل $f=v\circ u$ حيث u و v دالتان يطلب تحديدهما، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وأنشئ جدول تغيراتها.

2) بين أن (C_f) هو صورة منحنى الدالة مربع بانسحاب يطلب تعيين شعاعه، أنشئ المنحنى (C_f).

3) حل بيانيا ثم جبريا المعادلات و المتراجحات التالية: $f(x)=0$ ، $f(x)=-3$ ، $f(x)>0$ و $f(x)\leq -3$.

4) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة ذات المجهول x : $f(x)=m$.

$II)$ نعتبر الدالة العددية h للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=|f(x)|$.

1) بين أن: $h(x)=f(x)$ على مجال يطلب تحديده.

2) اشرح كيف يمكن انشاء المنحنى (C_h) اعتمادا على المنحنى (C_f)، ثم أنشئه في نفس المعلم السابق.

$III)$ نعتبر الدالة العددية k للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $k(x)=f(|x|)$.

1) بين أن الدالة h زوجية.

2) اشرح كيف يمكن انشاء المنحنى (C_k) اعتمادا على المنحنى (C_f)، ثم أنشئه في نفس المعلم السابق.

تمرين رقم 55

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين كما يلي: $f(x)=\dfrac{2x-1}{x-1}$ و $g(x)=x^2-2x+3$. نسمي (C_f) و (C_g) المنحنيين الممثلين لهما في مستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) عين D_f و D_g مجموعتي تعريف كلا من الدالتين f و g.

2) ا. عين العددين الحقيقين a و b بحيث من اجل كل x من D_f يكون: $f(x)=a+\dfrac{b}{x-1}$.

ب. فكك الدالة f إلى مركب دالتين يطلب تعيينهما.

ج. استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty;1[$ والمجال $]1;+\infty[$.

د. بين أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يسمح بالإنتقال من المنحنى (C) الممثل للدالة مقلوب إلى المنحنى (C_f) ثم ارسم (C_f).

هـ. لتكن $\Omega(1;2)$ نقطة من المستوي. بعد تعيين دساتير تغيير المعلم عين معادلة المنحنى (C_f) في المعلم $(\Omega;\vec{i},\vec{j})$ ثم عين مركز تناظر اللمنحنى (C_f).

3) ا. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f(x)=(x-1)^2+2$.

ب. فكك الدالة g إلى مركب دالتين يطلب تعيينهما. ثم استنتج اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$.

ج. اشرح كيفية رسم المنحنى (C_g) ثم ارسم (C_g) في نفس المعلم السابق.

د. استنتج أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ فإن: $g(x)\in[2;+\infty[$.

4) نعتبر الدالة h المعرفة بـ: $h(x)=(f\circ g)(x)$.

ا. بين أن الدالة h معرفة على $\mathbb{R}$.

ب. عين عبارة $h(x)$ بدلالة x.

ج. استنتج اتجاه تغير الدالة h على المجال $]-\infty;1[$ والمجال $[1;+\infty[$.

5) نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول الحقيقي x التالية: $x^3-3x^2+3x-2=0$.

ا. بين أن المعادلة (E) تكافئ المعادلة $f(x)=g(x)$.

ب. عين بيانيا حلول المعادلة (E).

6) ليكن p كثير الحدود المعرف على $\mathbb{R}$ بـ: $p(x)=x^3-3x^2+3x-2$.

ا. احسب $p(2)$ ثم استنتج تحليل لكثير الحدود p.

ب. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $p(x)=0$.

ألبرت آينشتاين: لا تسعى إلى النجاح، وإنما لكن ذو قيمة.

اعتزم ولكه فإن مضيت فلا تقف ... وأصبر وثابر فالنجاح محقق.

بالتوفيق في السنة الدراسية