يجب أن تعمل في صمت، و لا يجب أن يكون الصمت عملك.

التمرين رقم 01 ***

باستعمال المرافق احسب النهايات التالية:

$\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}$ ، $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x}$

، $\lim\limits_{x\to+\infty}x^2-\sqrt{x+2}$

$\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{x^2+x+1}+x$

، $\lim\limits_{x\to-\infty}x+\sqrt{x^2+3}$

$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{x^2+a^2}-a}{\sqrt{x^2+b^2}-b}$

حيث $a>0$ و $b>0$

التمرين رقم 02 ***

باستعمال تعريف العدد المشتق احسب النهايات التالية:

$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{2}}{x-1}$ ،

$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{x^2+2x}}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x\sqrt{x+1}-6}{x-3}$ ،

$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin x}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos x}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{x-\frac{\pi}{2}}$

التمرين رقم 03 ***

باستعمال نهاية مركب دالتين احسب ما يلي:

1) $\lim\limits_{x\to+\infty}\cos\left(\dfrac{1}{x}\right)$ ، 2) $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\sin(x-\pi)}{x-\pi}$

3) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sin\left(\dfrac{\pi x+3}{1+x}\right)$ ، 4) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sin\left(\dfrac{\pi x+1}{2x}\right)$

5) $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}\frac{\pi}{2}}\dfrac{\tan x}{\tan^2 x+1}$ ، 6) $\lim\limits_{x\to0}\cos\left(\dfrac{1-\cos x}{x^2}\times2\pi\right)$

التمرين رقم 04 ***

1) بين انه من أجل كل عدد حقيقي $x\geq1$:

$$\frac{1}{2}\leq\frac{x}{x+1}\leq1$$

2) استنتج النهايتين التاليتين:

أ) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\sqrt{x}}{x+1}$ ، ب) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{\sqrt{x}(x+1)}$

1) بين انه من أجل كل عدد حقيقي $x\geq1$:

$$\frac{1}{2}\leq\frac{x}{x+1}\leq1$$

2) استنتج النهايتين التاليتين:

أ) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\sqrt{x}}{x+1}$ ، ب) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{\sqrt{x}(x+1)}$

التمرين رقم 05 ***

f هي الدالة العددية المعرفة بـ: $f(x)=\dfrac{-3x}{x+2}$

1) عين مجموعة تعريف الدالة f ثم احسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف.

2) حدّد معادلات المستقيمات المقاربة لمنحنى الدالة f و ادرس وضعيته بالنسبة إلى المستقيم المقارب الأفقي.

التمرين رقم 06 ***

احسب النهايات التالية:

$\lim\limits_{x\to+\infty}\cos\left(\dfrac{x+4}{x^2-3}\right)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\cos\left(\dfrac{\pi x-1}{2x}\right)$ ،

$\lim\limits_{x\to-1}\sin\left(-\dfrac{\pi}{2}x\right)+\dfrac{1}{(x+1)^2}$ ،

$\lim\limits_{x\to0}\cos\left(\pi\dfrac{\sin x}{x}\right)$

لغز السلسلة

كم من مرة يلتقي عقربا الساعة والدقائق في اليوم الواحد ؟

لم أكن خائفا يوما من الفشل، ففي كل مرة يخرج شيء جديد من الفشل.

المستقبل ينتمي الى هؤلاء الذين يحضّرون له اليوم.

حل لغز السلسلة السابقة

يلتقيان 22 مرة

التمرين رقم 07 *

برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x>-1$:

$$\frac{-1}{x+1}\le\frac{\cos x}{x+1}\le\frac{1}{x+1}$$

هل تقبل الدالة $f:x\mapsto\frac{\cos x}{x+1}$ نهاية عند $+\infty$ ؟

التمرين رقم 08 **

f دالة بحيث من اجل كل عدد حقيقي $x>1$ ،

$$\frac{3x+\cos x}{x}\le f(x)\le\frac{3x+7}{x-1}$$

هل تقبل f نهاية عند $+\infty$ ؟

التمرين رقم 09 *

لتكن الدالة f حيث: $f(x)=ax+b+\frac{c}{x+d}$

و (C) تمثيلها البياني.

عين الأعداد الحقيقية a ، b ، c و d بحيث : (C)

يقبل مستقيما مقاربا معادلته $x=1$ و مستقيما مقاربا مائلا معادلته

$y=2x+3$ عند $-\infty$ و عند $+\infty$ ويشمل النقطة $A(0;4)$

التمرين رقم 10 *

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ :

$$f(x)=\frac{x^3+3x^2+6x+3}{(x+1)^2}$$

1) عين a ، b ، c و d بحيث من أجل كل عدد حقيقي x

يكون $f(x)=ax+b+\frac{cx+d}{(x+1)^2}$

2) استنتج أن المنحني (C) الممثل للدالة f يقبل مستقيما مقاربا مائلا Δ عند $-\infty$ و عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له

3) حدّد وضعية المنحني (C) بالنسبة إلى Δ .

مسائل:

مسألة رقم01:

f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بـ :

$$f(x)=|x+1|+\frac{x}{x^2-1}$$

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم .

1) أ) اكتب $f(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة.

ب) ادرس نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف.

2) أ) احسب $f'(x)$ و ادرس إشارتها .

ب) مثل جدول تغيرات الدالة f .

3) أ) بين أن المستقيمين $\Delta:y=x+1$ و $\Delta':y=-x-1$ مقاربين للمنحني (C) عند $+\infty$ و $-\infty$ على الترتيب.

ب) ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى Δ على المجال $]1;+\infty[$ و ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى Δ' على المجال $]-\infty;-1[$.

4) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً واحداً α على المجال $]-1;1[$ ، وأعط حصراً لـ α سعته 10^{-1}

لكل مجهول قيمة فلا تحتقر أحدا لا تعرفه

لغز السلسلة

شخص عمره 45 سنة وعمر أبنه 25 سنة . قبل كم عام كان عمر الأب ضعف عمر أبنه؟