1

ملخص

الربح في الوقت مع الصديق في الرياضيات

★ الدوال العددية (عموميات)

أقدم لإخواني الأساتذة وأبنائي الطلبة هذا العمل المتواضع والمتمثل في ملخص الربح في الوقت مع الصديق في الرياضيات في الدوال العددية للسنة الثانية ثانوي جميع الشعب العلمية :

علوم تجريبية ⋆ رياضيات ⋆ تقني رياضي

للتحضير الممتاز للرياضيات.

يتضمن هذه الملخص :

- عموميات + الدوال المركبة.
- اتجاه التغير والتمثيل البياني.
- المعادلات والمتراجحات من الدرجة الثانية أو الثالثة.

لا تنسونا من صالح الدعاء للوالدين الكريمين ولي . محبكم في الله الأستاذ : فراحتية المحفوظ

آخر تحديث: 2021/09/14

السنة الدراسية: 2022/2021

الأستاذ فراحتية المحفوظ للرياضيات
فراحتية المحفوظ
mahfoudferahtia@gmail.com

1 قواعد الحساب

1.1 الجداءات (المتطابقات) الشهيرة:

الجداءات الشهيرة من الدرجة الثانية	الجداءات الشهيرة من الدرجة الثالثة
$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$ $a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$	$(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ $(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$ $a^3+b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$ $a^3-b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$

2.1 خواص القيمة المطلقة:

✍ إذا كان x و y عددان حقيقيان فإن:

$\|x\| \geq 0$	$\|-x\| = \|x\|$	$\sqrt{x^2} = \|x\|$
$\|x \times y\| = \|x\| \times \|y\|$	$\left\|\frac{x}{y}\right\| = \frac{\|x\|}{\|y\|}$ مع $y \neq 0$	$\|x+y\| \leq \|x\| + \|Y\|$
$\|x\| = \begin{cases} x & ; x \geq 0 \\ -x & ; x \leq 0 \end{cases}$	$\|x+a\| = \begin{cases} x+a & ; x \geq -a \\ -x-a & ; x \leq -a \end{cases}$	$\|x-a\| = \begin{cases} x-a & ; x \geq a \\ -x+a & ; x \leq a \end{cases}$
إذا كان $\|x\| \leq a$ فإن: $-a \leq x \leq a$	إذا كان $\|x\| \geq a$ فإن: $x \geq a$ أو $x \leq -a$	

3.1 خواص الحصر:

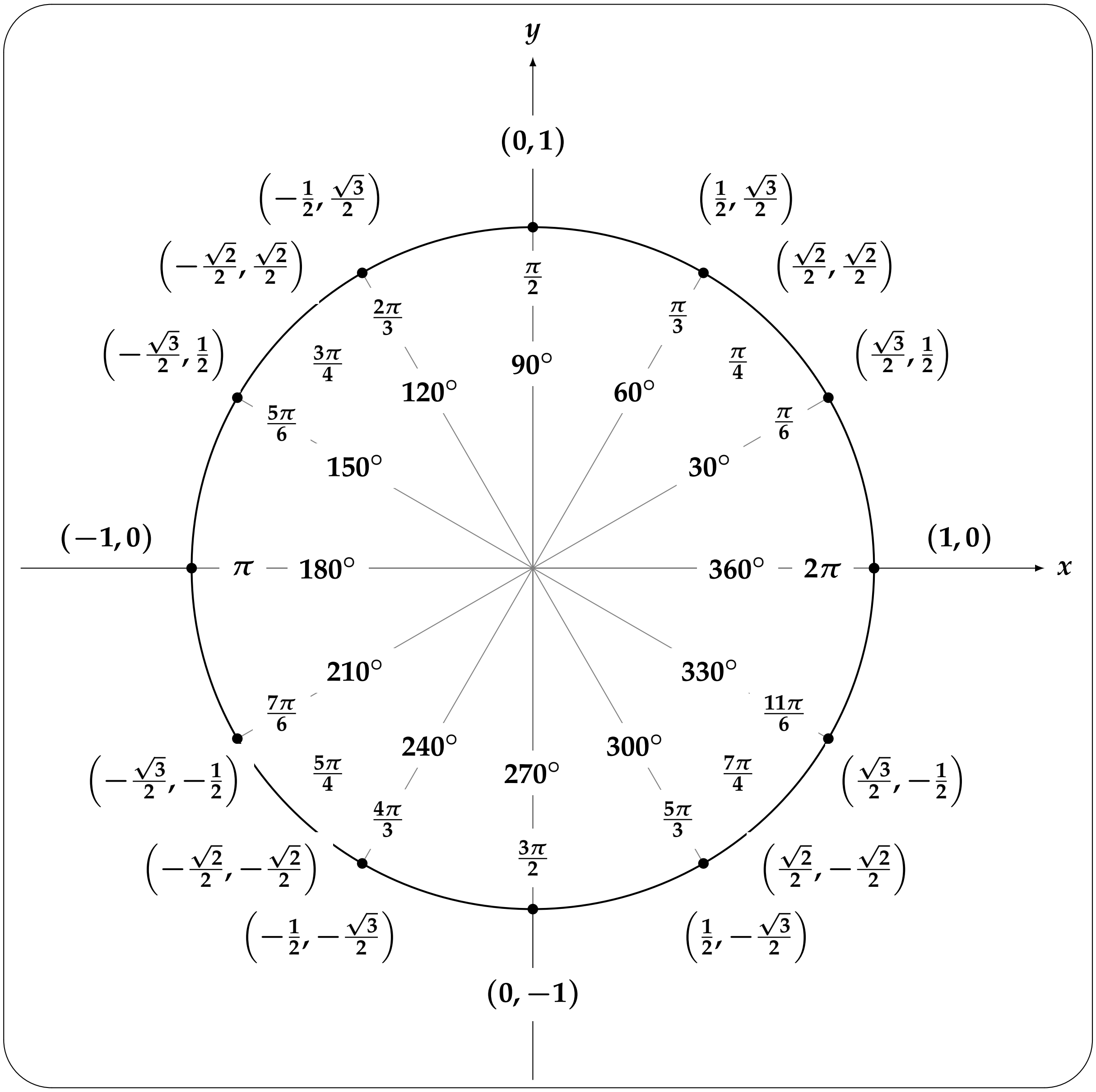
✍ لتكن a، b، c و d أعداد حقيقية موجبة تماما. نضع $a \leq x \leq b$ و $c \leq y \leq d$.

جمع	طرح	ضرب	قسمة
$a+c \leq x+y \leq b+d$	$a-d \leq x-y \leq b-c$	$a \times c \leq x \times y \leq b \times d$	$\frac{a}{d} \leq \frac{x}{y} \leq \frac{b}{c}$

4.1 الدائرة المثلثية وحساب المثلثات:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1

$-1 \leq \cos x \leq 1$ $-1 \leq \sin x \leq 1$ $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$	$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$



$\begin{cases}\cos(x\pm 2k\pi)=\cos x\\ \sin(x\pm 2k\pi)=\sin x\end{cases}$	$\begin{cases}\cos(\pi-x)=-\cos x\\ \sin(\pi-x)=\sin x\end{cases}$	$\begin{cases}\cos(\pi+x)=-\cos x\\ \sin(\pi+x)=-\sin x\end{cases}$	$\begin{cases}\cos(-x)=\cos x\\ \sin(-x)=-\sin x\end{cases}$

2 عموميات حول الدوال

1.2 الدالة ومجموعة التعريف:

تعريف

✍ مجموعة تعريف الدالة f هي مجموعة الأعداد الحقيقية x التي يكون من أجلها حساب $f(x)$ ممكنا، ونرمز لها بـ: D_f.

✍ نقول عن f أنها دالة إذا كانت ترفق بكل عدد حقيقي x من D_f عددا حقيقيا وحيدا نرمز له بالرمز $f(x)$ ويسمى صورة x بالدالة f.

قاعدة

✍ مجموعة تعريف دالة معرفة بدستور:
- تتضمن كسر المقام لا يساوي الصفر.
- تتضمن جذر ما بداخل الجذر موجب.
- لا تتضمن لا كسر ولا جذر $D_f = \mathbb{R} =]-\infty; +\infty[$.

✍ في حالة مجموع، طرح، جداء أو قسمة دالتين فأكثر D_f هي **تقاطع** مجالات تعريف كل هذه الدوال.

طريقـــة

✍ لتعيين صورة عدد حقيقي α بدالة f معرفة بدستور نقوم بحساب $f(\alpha)$.

✍ أما لتعيين السوابق الممكنة لعدد حقيقي β نقوم بحل المعادلة ذات المجهول x: $f(x) = \beta$.

2.2 التمثيل البياني لدالة:

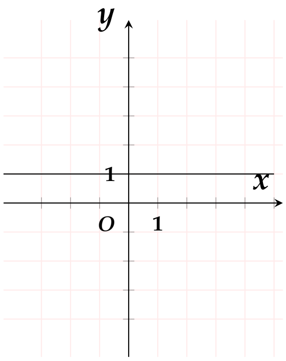
تعريف

✍ التمثيل البياني (أو المنحنى الممثل) للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ هو مجموعة النقط $M(x;y)$ من المستوي بحيث: $x \in D$ و $y = f(x)$.

✍ إذا رمزنا إلى منحنى f بالرمز (C_f) فإن $y = f(x)$ هي معادلة (C_f) في مستوي منسوب إلى معلم $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$.

3.2 اتجاه تغير دالة على مجال:

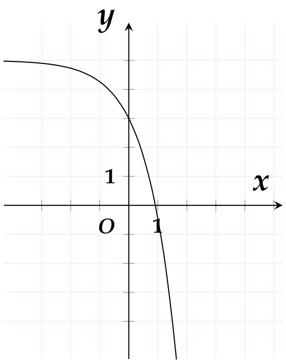
❖ دالة ثابتة



☜ إذا كان $x_1 < x_2$

فان: $f(x_1) = f(x_2)$

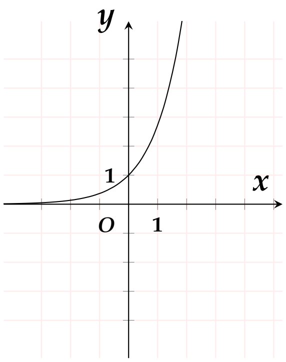
❖ دالة متناقصة تماما



☜ إذا كان $x_1 < x_2$

فان: $f(x_1) > f(x_2)$

❖ دالة متزايدة تماما



☜ إذا كان $x_1 < x_2$

فان: $f(x_1) < f(x_2)$

ملاحظات:

✔ f رتيبة على مجال معناه f متناقصة أو متزايدة على هذا المجال.

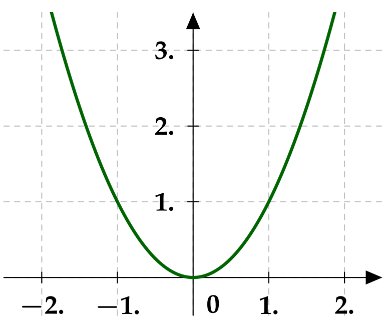
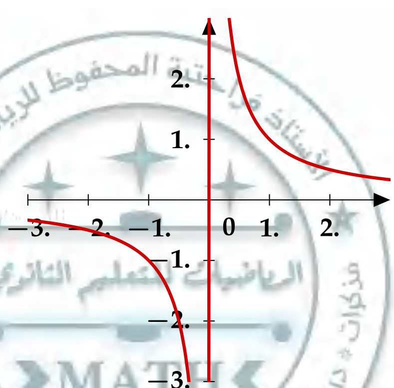
✔ الفرق بين متزايدة ومتزايدة تماما، متناقصة ومتناقصة تماما:

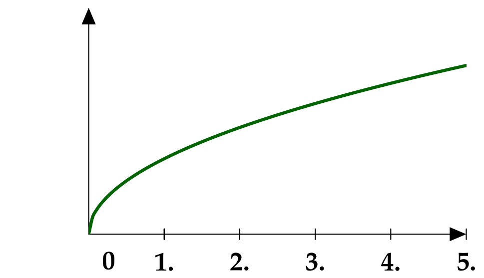
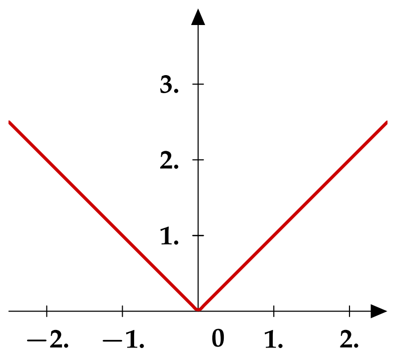
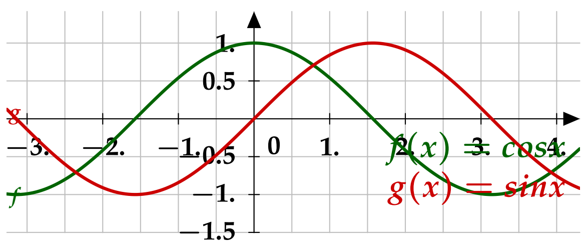
f متزايدة تماما	f متزايدة
معناه f متزايدة دون أن تكون ثابتة.	معناه f متزايدة ثم ثابتة أو ثابتة ثم متزايدة أو متزايدة ثم ثابتة ثم متزايدة...الخ

f متناقصة تماما	f متناقصة
معناه f متناقصة دون أن تكون ثابتة.	معناه f متناقصة ثم ثابتة أو ثابتة ثم متناقصة أو متناقصة ثم ثابتة ثم متناقصة...الخ

حذار: f متزايدة ليس معناه f موجبة و f متناقصة ليس معناه f سالبة. ولا توجد علاقة بين اتجاه تغير الدالة وإشارتها.

4.2 الدوال المرجعية:

الدالة	اتجاه التغير	التمثيل البياني
الدالة مربع $f : x \mapsto x^2$	✔ f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;0]$ إذا كان $x_1 < x_2 \leq 0$ فإن: $x_1^2 > x_2^2$. ✔ f متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$ إذا كان $0 \leq x_1 < x_2$ فإن: $x_1^2 < x_2^2$.	
الدالة مقلوب $f : x \mapsto \frac{1}{x}$	✔ f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;0[$ إذا كان $x_1 < x_2 < 0$ فإن: $\frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$. ✔ f متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$ إذا كان $0 < x_1 < x_2$ فإن: $\frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$.	

التمثيل البياني	اتجاه التغير	الدالة
	✔ f متناقصة تماما على المجال $[0;+\infty[$ إذا كان $0 \leq x_1 < x_2$ فإن: $\sqrt{x_1} < \sqrt{x_2}$.	الدالة الجذر التربيعي $f : x \mapsto \sqrt{x}$
	✔ f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;0]$ إذا كان $x_1 < x_2 < 0$ فإن: $\|x_1\| > \|x_2\|$. ✔ f متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$ إذا كان $0 < x_1 < x_2$ فإن: $\|x_1\| < \|x_2\|$.	الدالة القيمة المطلقة $f : x \mapsto \|x\|$
	✔ الدالتان $f : x \mapsto cosx$ و $g : x \mapsto sinx$ دوريتان دورهما 2π.	الدالتان جيب وجيب تمام $f : x \mapsto cosx$ $g : x \mapsto sinx$

5.2 العمليات على الدوال:

❖ تساوي دالتين :

تعريف

✍ القول عن دالتين f و g أنهما متساويتان يعني أن لهما نفس مجموعة التعريف D وأن من أجل كل عدد حقيقي x من D لدينا: $f(x) = g(x)$ ونكتب $f = g$.

❖ العمليات الجبرية على الدوال :

✍ f و g دالتان معرفتان على D_f و D_g على الترتيب، λ و k عددان حقيقيان.

العملية	الرمز	التعريف	مجموعة التعريف
مجموع f و k	$f+k$	$(f+k)(x)=f(x)+k$	D_f
مجموع f و g	$f+g$	$(f+g)(x)=f(x)+g(x)$	$D_f\cap D_g$
جداء f بالعدد λ	λf	$(\lambda f)(x)=\lambda f(x)$	D_f
جداء f و g	$f\times g$	$(f\times g)(x)=f(x)\times g(x)$	$D_f\cap D_g$
حاصل قسمة f على g	$\frac{f}{g}$	$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$	$D_f\cap D_g : g(x)\neq 0$

❖ مركب دالتين :

تعريف

✍ f و g دالتان معرفتان على D_f و D_g على الترتيب. مركب الدالة f متبوعة بالدالة g هي الدالة التي نرمز إليها بالرمز $g\circ f$ والمعرفة على: $D_{g\circ f}=\{x;\ f(x)\in D_g$ و $x\in D_f\}$ بـ: $(g\circ f)(x)=g[f(x)]$.

6.2 صورة مجال بواسطة دالة :

المجال \ صورة المجال	f دالة متزايدة تماما على I	f دالة متناقصة تماما على I
المجال I	$f(I)$	$f(I)$
$[a;b]$	$[f(a);f(b)]$	$[f(b);f(a)]$

7.2 اتجاه تغير الدوال $f+k$ ، λf و $g\circ f$:

✍ k و λ أعداد حقيقية مع $\lambda\neq 0$، f دالة رتيبة تماما على مجال I و g دالة رتيبة تماما على مجال $f(I)$.

الدالة	اتجاه التغير
الدالة $f+k$	للدالتين f و $f+k$ نفس اتجاه التغير على المجال I.
الدالة λf	☜ إذا كان $\lambda>0$ يكون للدالتين f و λf نفس اتجاه التغير على المجال I. ☜ إذا كان $\lambda<0$ يكون اتجاها تغير الدالتين f و λf متعاكسين على المجال I.
الدالة $g\circ f$	☜ إذا كان للدالتين f و g نفس اتجاه التغير تكون الدالة $g\circ f$ متزايدة تماما على I. ☜ إذا كان اتجاها تغير الدالتين f و g متعاكسين تكون الدالة $g\circ f$ متناقصة تماما على I.

ملاحظات :

✔ مجموع دالتين متزايدتين تماما على I هي دالة متزايدة تماما على I.

✔ مجموع دالتين متناقصتين تماما على I هي دالة متناقصة تماما على I.

✔ لا يمكن إعطاء قواعد عامة تمكن من استنتاج اتجاه تغير الدالتين $(f+g)$ و $(f\times g)$ في كل الحالات إلا أن ذلك يكون ممكنا إذا أضيفت شروط على الدالتين f و g.

3 التمثيلات البيانية

1.3 استنتاج تمثيل بياني لدالة انطلاقا من تمثيل بياني آخر:

✍ لتكن f و g دالتين معرفتين على D_f و D_g على الترتيب، و ليكن (C_f) و (C_g) تمثيلهما البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ على الترتيب، a و b أعداد حقيقية.

الدوال	شرط الوجود	التحويل
$g(x)=f(x)+b$	$x\in D$	(C_g) هو صورة (C_f) بواسطة إنسحاب شعاعه $b\vec{j}$.
$g(x)=f(x+a)$	$(x+a)\in D$	(C_g) هو صورة (C_f) بواسطة إنسحاب شعاعه $-a\vec{i}$.
$g(x)=f(x+a)+b$	$(x+a)\in D$	(C_g) هو صورة (C_f) بواسطة إنسحاب شعاعه $-a\vec{i}+b\vec{j}$.
$g(x)=-f(x)$	$x\in D$	(C_g) متناظر مع (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل.
$g(x)=f(-x)$	$-x\in D$	(C_g) متناظر مع (C_f) بالنسبة لمحور التراتيب.
$g(x)=-f(-x)$	$-x\in D$	(C_g) متناظر مع (C_f) بالنسبة إلى مبدأ المعلم.
$g(x)=\|f(x)\|$	$x\in D$	☜ (C_g) منطبق على (C_f) إذا كان $f(x)\geq 0$. ☜ (C_g) متناظر مع (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل إذا كان $f(x)\leq 0$.
$g(x)=f(\|x\|)$	$\|x\|\in D$	نبين أن g دالة زوجية. ☜ (C_g) منطبق على (C_f) إذا كان $x\in D\cap\mathbb{R}^+$. ☜ (C_g) متناظر مع (C_f) المرسوم في المجال الموجب بالنسبة لمحور التراتيب إذا كان $x\in D\cap\mathbb{R}^-$.

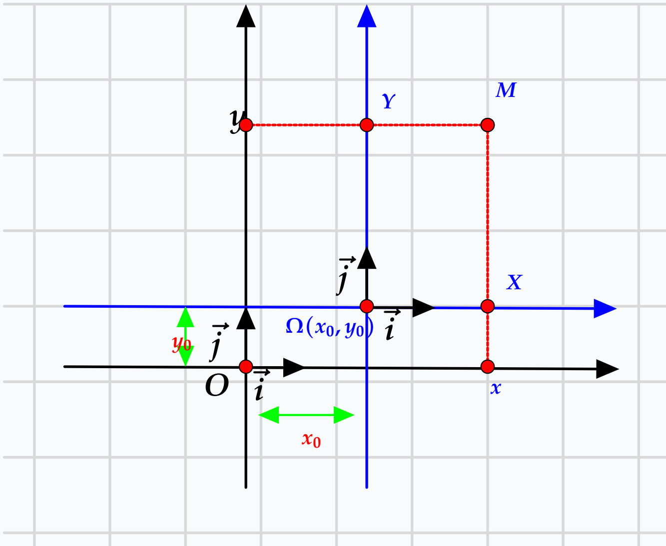
2.3 دساتير تغيير معلم:

$(O; \vec{i}, \vec{j})$ معلم للمستوي و $\Omega(x_0; y_0)$ نقطة من المستوي في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$، وليكن $(\Omega; \vec{i}, \vec{j})$ معلم جديد جديد للمستوي.

$M(x; y)$ نقطة من المستوي في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$ و $(X; Y)$ هي إحداثياها بالنسبة إلى المعلم $(\Omega; \vec{i}, \vec{j})$.

لدينا حسب علاقة شال: $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{O\Omega} + \overrightarrow{\Omega M}$.

إذن: $\begin{cases} x = X + x_0 \\ y = Y + y_0 \end{cases}$ تسمى دساتر تغيير معلم.



3.3 شفعية دالة، مركز تناظر ومحور تناظر:

	التعريف	التفسير الهندسي
الدالة الزوجية	D_f متناظرة بالنسبة لـ 0 وكان $f(-x) = f(x)$.	المنحنى (C_f) متناظر بالنسبة إلى محور التراتيب.
الدالة الفردية	D_f متناظرة بالنسبة لـ 0 وكان $f(-x) = -f(x)$.	المنحنى (C_f) متناظر بالنسبة لمركز المعلم.
الدالة الدورية	إذا كان $f(x+T) = f(x)$.	المنحنى (C_f) يعيد نفسه عند كل مجال طوله T.
محور التناظر	❶ إذا كان $f(2\alpha - x) = f(x)$. ❷ إذا كان $f(\alpha - x) = f(\alpha + x)$. ❸ دستور تغيير معلم $\begin{cases} x = X + \alpha \\ y = Y \end{cases}$. ☜ إيجاد معادلة الدالة في المعلم الجديد: $Y = f(\alpha + X)$. ونثبت أن Y دالة زوجية.	المنحنى (C_f) يقبل محور تناظر هو المستقيم ذو المعادلة $x = \alpha$.

مركز التناظر	❶ إذا كان $f(2\alpha - x) + f(x) = 2\beta$. ❷ إذا كان $f(\alpha - x) + f(\alpha + x) = 2\beta$. ❸ دستور تغيير معلم $\begin{cases} x = X + \alpha \\ y = Y + \beta \end{cases}$. ☜ إيجاد معادلة الدالة في المعلم الجديد: $Y = f(\alpha + X) - \beta$. ونثبتت أن Y دالة فردية.	المنحنى (C_f) يقبل مركز تناظر هو النقطة $\Omega(\alpha; \beta)$.

ملاحظات:

✔ إذا كان $f(\alpha - x) = f(x)$ المنحنى (C_f) يقبل محور تناظر هو المستقيم ذو المعادلة $x = \frac{\alpha}{2}$.

✔ إذا كان $f(\alpha - x) + f(x) = \beta$ المنحنى (C_f) يقبل مركز تناظر هو النقطة $\Omega\left(\frac{\alpha}{2}; \frac{\beta}{2}\right)$.

✔ إذا كان $f(\alpha - x) + f(\alpha + x) = \beta$ المنحنى (C_f) يقبل مركز تناظر هو النقطة $\Omega\left(\alpha; \frac{\beta}{2}\right)$.

4.3 التقاطع مع محوري الاحداثيات:

صيغة السؤال	كيفية الإجابة
عين نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل.	حل المعادلة $f(x) = 0$ وإيجاد فواصل هذه النقط مع العلم أن ترتيباتها معدومة.
عين نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محور التراتيب.	حساب $f(0)$ وإيجاد ترتيبات هذه النقط مع العلم أن فواصلها معدومة.
حل بيانيا المعادلة $f(x) = 0$.	تعيين فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل.
حل بيانيا المعادلة $f(x) = a$.	تعيين فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y = a$.
حل بيانيا المعادلة $f(x) = g(x)$.	تعيين فواصل النقط المشتركة بين المنحنى (C_f) والمنحنى (C_g).
استنتج إشارة $f(x)$.	بالنسبة للإشارة: المجالات التي يكون فيها المنحنى (C_f) تحت محور الفواصل فإن $f(x) < 0$، والمجالات التي يكون فيها المنحنى (C_f) فوق محور الفواصل فإن $f(x) > 0$.
حل بيانيا المتراجحة $f(x) > a$.	تعيين فواصل نقط المنحنى (C_f) الواقعة فوق المستقيم ذو المعادلة $y = a$.
حل بيانيا المتراجحة $f(x) \geq g(x)$.	تعيين فواصل نقط المنحنى (C_f) الواقعة فوق المنحنى (C_g).

5.3 المناقشة البيانية:

✍ لتكن f دالة معرفة على D_f، و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$. و (Δ) مستقيم معادلته $y = ax + b$.

المعادلة من الشكل	المناقشة البيانية
$f(x) = m$	حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيمات الموازية لمحور الفواصل.
$f(x) = ax + m$	حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيمات الموازية لـ (Δ).
$f(x) = mx + b$	حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيمات الدورانية حول النقطة $\Omega(0;b)$.
$f(x) = m^2$ أو $f(x) = \lvert m\rvert$	حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيمات الموازية لمحور الفواصل. $(y = m^2$ أو $y = \lvert m\rvert)$ لكن المناقشة تبدأ من محور الفواصل نحو الأعلى.
$f(x) = f(m)$	حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيمات الموازية لمحور الفواصل معادلاتها $y = f(m)$.

ملاحظات :

- ✔ المناقشة البيانية تعتمد عموما على منحنى دالة تعطى عبارتها في نص التمرين، بحيث لابد من رسم منحناها بشكل صحيح.
- ✔ نقول أن للمعادلة حل موجب إذا كانت نقطة التقاطع تقع على يمين محور التراتيب.
- ✔ نقول أن للمعادلة حل سالب إذا كانت نقطة التقاطع تقع على يسار محور التراتيب.
- ✔ نقول أن للمعادلة حل مضاعف إذا كانت نقطة التقاطع هي نقطة التماس.
- ✔ في حالة المعادلة $f(x) = u(m)$، ضع $f(x) = M$ وناقش عدد الحلول حسب قيم M واستنتج منها قيم m.
- ✔ في حالة $f(x) = mx + b$ نبين أن جميع المستقيمات التي معادلاتها من الشكل $y = mx + b$ تشمل نقطة ثابتة A.

4 الدوال كثيرات الحدود

1.4 دالة كثير الحدود:

تعريف

✍ نسمي دالة كثير حدود كل دالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1x + a_0$.

✍ يسمى العدد الطبيعي n درجة كثير حدود f، وتسمى الأعداد الحقيقية a_0 ، a_1 ، $\cdots$ ، a_n مع $(a_n \neq 0)$ معاملاته، ويسمى a_px^p الحد الذي درجته p.

مبرهنة

1. يكون كثير حدود معدوما إذا وفقط إذا كانت كل معاملاته معدومة.
2. يكون كثيرا حدود، غير معدومين متساويين إذا وفقط إذا كانا من نفس الدرجة وكانت معاملات الحدود من نفس الدرجة متساوية.

2.4 عمليات على كثيرات الحدود:

نتائج

1. مجموع، فرق، جداء ومركب كثير حدود هي كثيرات حدود.
2. جداء كثيري حدود غير معدومين درجتهما n و p على الترتيب هو كثير حدود درجته $(n+p)$.
3. حاصل قسمة كثير حدود f على كثير حدود غير معدوم g ليس كثير حدود. وتسمى الدالة $x \mapsto \dfrac{f(x)}{g(x)}$ دالة ناطقة.

3.4 جذر كثير حدود:

تعريف

✍ العدد الحقيقي α جذر لكثير الحدود f يعني $f(\alpha) = 0$

4.4 تحليل كثير حدود باستعمال العامل $(x-\alpha)$:

مبرهنة

ليكن f كثير حدود درجته أكبر من أوتساوي 1 و α عدد حقيقي. إذا كان $f(\alpha) = 0$ فإنه يوجد كثير حدود g بحيث من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f(x) = (x-\alpha)g(x)$ ، بحيث إذا كانت n درجة f فإن درجة g هي $(n-1)$.

5.4 طرق تحليل كثير حدود:

✍ هناك أربع طرق لتحليل كثير حدود من الدرجة n:

مثال

✔ الهدف هو تحليل $f(x)$ إلى جداء عاملين أو أكثر بطرق مختلفة. حيث $f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$

طريقة (التحليل)

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 - x^2 - 4x + 4 \\ &= x^2(x-1) - 4(x-1) \\ &= (x-1)(x^2-4) \\ &= (x-1)(x+2)(x-2) \end{aligned}$$

طريقة (المطابقة)

نبين أن 1 جذر لـ f ثم نستعمل المبرهنة السابقة، ومنه

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-1)(ax^2+bx+c) \\ &= ax^3 + (c-a)x^2 + (c-b)x - c \end{aligned}$$

بالمطابقة نجد : $a = 1$ ، $b = 0$ ، $c = -4$.

ومنه : $f(x) = (x-1)(x^2-4)$

طريقة (القسمة الإقليدية)

$$\begin{array}{rr|l} & x^3 - x^2 - 4x + 4 & x - 1 \\ \cline{3-3} & -x^3 + x^2 & x^2 - 4 \\ \cline{2-2} & -4x + 4 & \\ & 4x - 4 & \\ \cline{2-2} & 0 & \end{array}$$

طريقة (طريقة هورنر)

	x^3	$-x^2$	$-4x$	$+4$
	1	−1	−4	4
1	0	1	0	−4
×	1	0	−4	0

$+$

$f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4 = (x-1)(x^2-4)$

5 المعادلات والمتراجحات من الدرجة الثانية

تعريف

لتكن a ، b ، c أعداد حقيقية ثابتة مع $a \neq 0$

✍ نسمي معادلة من الدرجة الثانية، ذات المجهول x، كل معادلة يمكن كتابتها على الشكل: $ax^2 + bx + c = 0$.

✍ نسمي متراجحة من الدرجة الثانية ذات المجهول x كل متراجحة يمكن كتابتها على أحد الشكلين التاليين:

$$ax^2 + bx + c \geq 0, \ ax^2 + bx + c > 0$$

1.5 الشكل النموذجي لثلاثي حدود من الدرجة الثانية:

✍ الشكل النموذجي لثلاثي الحدود هو: $ax^2+bx+c=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}\right]$

✍ يسمى العدد $\Delta=b^2-4ac$ مميز ثلاثي الحدود من الدرجة الثانية.

2.5 حل معادلات من الدرجة الثانية:

إذا كان	$\Delta>0$	$\Delta=0$	$\Delta<0$
حلول المعادلة:	$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ و $x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$	$x_0=\frac{-b}{2a}$	لاتقبل حلول
التحليل:	$a(x-x_1)(x-x_2)$	$a(x-x_1)^2$	لايمكن التحليل
الإشارة:	$-\infty$ ... x_1 ... x_2 ... $+\infty$: إشارة a 0 إشارة (-a) 0 إشارة a	$-\infty$ ... x_0 ... $+\infty$: إشارة a 0 إشارة a	$-\infty$ ... $+\infty$: إشارة a

3.5 المعادلات والمتراجحات الصماء:

طريقـــة

✍ لحل معادلة من الشكل $\sqrt{A(x)}=B(x)......(*)$ نتبع الخطوات التالية:

① نعين D مجموعة تعريف المعادلة $(*)$.

② من أجل كل x من D: $(*)$ تكافئ $\begin{cases}A(x)=[B(x)]^2\\B(x)\geq x\end{cases}$.

4.5 المعادلات مضاعفة التربيع:

تعريف

✍ نسمي معادلة مضاعفة التربيع، ذات المجهول x، كل معادلة يمكن كتابتها على الشكل: $ax^4+bx^2+c=0$ حيث a ، b و c أعداد حقيقية ثابتة مع $a\neq 0$.

✍ حل هذه المعادلة يؤول إلى حل الجملة $\begin{cases}X=x^2\\aX^2+bX+c=0\end{cases}$ يسمى X مجهولا مساعدا.

✍ بعد حل المعادلة $aX^2+bX+c=0$ نستنتج حلول المعادلة $ax^4+bx^2+c=0$.

5.5 مجموع وجداء حلي معادلة من الدرجة الثانية:

إذا كان مميز معادلة من الدرجة الثانية $0 < \Delta$ فإن:

❖ إذا وضعنا $S = x_1 + x_2$ و $P = x_1 \times x_2$ حيث S هو مجموع الحلين و P جداؤهما نجد:

$$S = x_1 + x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$P = x_1 x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \times \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{b^2-\Delta}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

نتائج

❶ إذا علم أحد الجذرين يمكن حساب الجذر الآخر وذلك باستعمال المجموع S أو الجداء P.

❷ يكون مجموع عددين هو S وجداؤهما هو P إذا وفقط إذا كانا حلين للمعادلة ذات المجهول x والتي تكتب بالشكل التالي: $x^2 - Sx + p$.

❸ نعتبر المعادلة من الدرجة الثانية ذات المجهول الحقيقي x التالية: $(1) \cdots ax^2 + bx + c$ مع $(a \neq 0)$

❖ إذا كان $0 > \frac{c}{a}$ فإن المعادلة (1) تقبل حلين إشارتاهما مختلفتان.

❖ إذا كان $0 < \frac{c}{a}$ و $0 < -\frac{b}{a}$ فإن المعدلة (1) تقبل حلين موجبين تماما.

❖ إذا كان $0 < \frac{c}{a}$ و $0 > -\frac{b}{a}$ فإن المعادلة (1) تقبل حلين سالبين تماما.

ألبرت آينشتاين: لا تسعى إلى النجاح، وإنما كن ذو قيمة.

اعتزم وكد فإن مضيت فلا تقف ... وأصبر وثابر فالنجاح محقق.

بالتوفيق في السنة الدراسية