

الاحتمالات

I. مصطلحات

- (1) تجربة عشوائية: هي كل تجربة لا يمكن توقع نتيجتها رغم معرفة مجموعة النتائج الممكنة
- (2) مجموعة الإمكانات Ω : هي مجموعة النتائج الممكنة في تجربة عشوائية ولها تسميات أخرى مثل: (الحادثة الأكيدة، المجموعة الشاملة أو مجموعة المخارج)
- (3) الحادثة A : هي مجموعة جزئية من Ω
- (1.3) الحادثة الأولية: هي حادثة تحتوي على عنصر وحيد
- (2.3) الحادثة المستحيلة ϕ : هي الحادثة الخالية
- (3.3) الحادثة العكسية \bar{A} : هي الحادثة التي تحوي كل عناصر Ω ما عدا عناصر A
- * لتكن B حادثة أخرى من Ω :

$$(4) A \cap B: \text{هي العناصر المشتركة بين } A \text{ و } B$$

$$(5) A \cup B: \text{هي العناصر المشتركة و الغير مشتركة بين } A \text{ و } B \text{ بدون تكرار}$$

$$(6) A \text{ و } B \text{ غير متلائمتين} \iff A \cap B = \phi$$

$$(7) A \text{ و } B \text{ حادثتان مستقلتان: احتمال الحادثة } A \text{ لا يؤثر في احتمال الحادثة } B \text{ و العكس.}$$

II. قانون الاحتمال

لتكن $\Omega = \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_n\}$ حيث e_i هو المخرج رقم i مع $i \in \mathbb{N}^*$

$$(1) \text{ قانون الاحتمال } P_i: \text{ هو احتمال تحقق المخرج } e_i$$

$$(2) \text{ احتمال الحادثة } A: \text{ يرمز له بـ } P(A) \text{ ويساوي مجموع احتمالات الحوادث الأولية للحادثة } A$$

(3) خواص:

$$\bullet \quad 0 \leq P(A) \leq 1 \text{ و } 0 \leq P_i \leq 1$$

$$\bullet \quad P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n = 1 \text{ أي } \sum_{i=1}^n P_i = 1$$

$$\bullet \quad P(\phi) = 0 \text{ و } P(\Omega) = 1$$

Prof Mustapha
KdH.A.LD9

III. تساوي الاحتمال

(1) تجربة متساوية الاحتمال: هي تجربة عشوائية حيث كل الحوادث الأولية لها نفس الاحتمال

(2) مصطلحات تساوي الاحتمال:

"زهر نرد غير مزيفة"، "قطعة نقود متوازنة"، "كريات لا نفرق بينها عند اللمس" ...

*ملاحظة مهمة جدا: لا تكفي هذه المصطلحات لاعتبار تساوي الاحتمال بل يتعلق بالسؤال المطروح أيضا (و يمكن للمجموعة الشاملة Ω أن تتغير من سؤال لآخر في نفس التمرين)

(3) نتائج:

في حالة تساوي الاحتمال يكون قانون الاحتمال متساوي التوزيع حيث:

$$P(A) = \frac{\text{عدد عناصر } A}{\text{عدد عناصر } \Omega} = \frac{m}{n}$$

$$\bullet \quad \text{كل مخرج } e_i \text{ له احتمال } P_i = \frac{1}{n}$$

IV. خواص الاحتمالات:

- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- إذا كانت A و B حادثتين غير متلائمتين فإن: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$
- إذا كانت $A \subset B$ فإن: $P(A) \leq P(B)$
- إذا كانت A و B حادثتان مستقلتان فإن: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

V. تعاريف لقانون الاحتمال:

$$\textcircled{1} \text{ الأمل } E: E = \sum_{i=1}^n e_i p_i$$

$$\textcircled{2} \text{ التباين } V: V = \sum_{i=1}^n (e_i - E)^2 p_i \quad \text{أو} \quad V = \sum_{i=1}^n e_i^2 p_i - E^2$$

$$\textcircled{3} \text{ الانحراف المعياري } \sigma: \sigma = \sqrt{V}$$

*ملاحظة: الأمل يمثل الوسط الحسابي في سلسلة إحصائية إذا اعتبرنا عناصر Ω هي قيم الطبع و قيم P_i هي التواترات

VI. المتغير العشوائي X

1. المتغير العشوائي X هو دالة عددية معرفة على Ω

2. عموما نرمز ب " I " لمجموعة قيم X أي $I = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$

VII. قانون الاحتمال للمتغير العشوائي

قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X هو احتمال تحقق المخرج X_i من I و نرمز له ب P_i أو $P(X = x_i)$

VIII. تعاريف للمتغير العشوائي X :

$$\textcircled{1} \text{ الأمل الرياضي } E: E(X) = \sum_{i=1}^n X_i P_i$$

$$\textcircled{2} \text{ التباين } V: V(X) = \sum_{i=1}^n (X_i - E(X))^2 P_i \quad \text{أو} \quad V(X) = \sum_{i=1}^n X_i^2 P_i - (E(X))^2$$

$$\textcircled{3} \text{ الانحراف المعياري } \sigma: \sigma = \sqrt{V(X)}$$

Prof Mustapha
KdA-LD