الدوال العددية

Prof Mustapha
KHALDI

I]. العمليات على الدوال

1) تساوي دالتين: f و g متساويتين $\Leftarrow \left.\begin{matrix} D_f=D_g \\ f(x)=g(x) \end{matrix}\right\}$

2) العمليات الجبرية: f و g دوال عددية و k و λ أعداد حقيقية

التعريف	العملية
$(f+k)(x)=f(x)+k$	$f+k$
$(f+g)(x)=f(x)+g(x)$	$f+g$
$(\lambda f)(x)=\lambda f(x)$	λf
$(f\times g)(x)=f(x)\times g(x)$	$f\times g$
$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$	$\frac{f}{g}$

3) تركيب الدوال: $(fog)(x)=f[g(x)]$

II]. اتجاه التغير

1) مراجعة

	إذا كان	فإن
❶	$x_1<x_2$ و $f(x_1)<f(x_2)$	f متزايدة
❷	$x_1<x_2$ و $f(x_1)>f(x_2)$	f متناقصة
❸	$f(x_1)=f(x_2)$	f ثابتة

✱ملاحظة❶: f رتيبة على مجال معناه f متناقصة أو متزايدة على هذا المجال

✱ملاحظة❷: (الفرق بين متزايدة ومتزايدة تماما، متناقصة ومتناقصة تماما)

f متزايدة تماما	f متزايدة
معناه f متزايدة دون أن تكون ثابتة	معناه f متزايدة ثم ثابتة أو ثابتة ثم متزايدة أو متزايدة ثم ثابتة ثم متزايدة...الخ

- نفس الأمر بالنسبة لمتناقصة و متناقصة تماما

✱ملاحظة مهمة❸: (الخطأ الشائع)

f متزايدة ليس معناه f موجبة و f متناقصة ليس معناه f سالبة و لا علاقة أبدا بين تغيرات الدالة و إشارتها

2) العمليات على الدوال واتجاه التغير

الدالة	اتجاه التغير
$f+k$	f و $f+k$ لهما نفس اتجاه التغير
λf	إذا كان $\lambda>0$ فإن f و λf لهما نفس اتجاه التغير
	إذا كان $\lambda<0$ فإن f و λf متعاكسين في اتجاه التغير
fog	إذا كان f و g لهما نفس اتجاه التغير فإن fog متزايدة تماما على I
	إذا كان f و g متعاكسين في اتجاه التغير فإن fog متناقصة تماما على I
$f+g$	لا توجد قاعدة عامة إلا إذا أضيفت شروط على الدالتين
$f\times g$	لا توجد قاعدة عامة إلا إذا أضيفت شروط على الدالتين

✱ملاحظة: لتسهيل دراسة اتجاه تغير أي دالة f من الأفضل كتابتها على الشكل: $u+k$ ، λu أو vou
حيث u و v دالتان مرجعيتان

III]. التمثيل البياني

إذا كان	فإن
$g(x)=f(x)+k$	C_g هو صورة C_f بانسحاب شعاعه $\vec{v}\binom{0}{k}$
$g(x)=f(x+b)$	C_g هو صورة C_f بانسحاب شعاعه $\vec{v}\binom{-b}{0}$
$g(x)=f(x+b)+k$	C_g هو صورة C_f بانسحاب شعاعه $\vec{v}\binom{-b}{k}$
$g(x)=\lambda f(x)$	نرسم C_g بالاحتفاظ بفواصل C_f و ضرب ترتيب C_f في λ
$g(x)=\lambda f(x+b)+k$	C_g هو صورة $C_{\lambda f}$ بانسحاب شعاعه $\vec{v}\binom{-b}{k}$
$g(x)=-f(x)$	C_g هو نظير C_f بالنسبة لمحور الفواصل
$g(x)=f(-x)$	C_g هو نظير C_f بالنسبة لمحور التراتيب
$g(x)=-f(-x)$	C_g هو نظير C_f بالنسبة للمبدأ
$g(x)=\lvert f(x)\rvert$	C_g منطبق على C_f لما $f(x)\geq 0$ و C_g نظير C_f بالنسبة لمحور الفواصل لما $f(x)\leq 0$ ✱ بتعبير اخر: C_g منطبق على C_f لما C_f فوق محور الفواصل و C_g نظير C_f بالنسبة لمحور الفواصل لما C_f تحت محور الفواصل
$g(x)=f(\lvert x\rvert)$	C_g منطبق على C_f لما $x\geq 0$ و C_g نظير C_f بالنسبة لمحور التراتيب لما $x\leq 0$

IV]. دساتير تغيير معلم

العلاقة بين إحداثيات نقطة $M(x,y)$ في معلم قديم $(O;\vec{i},\vec{j})$ و احداثياها $M(X,Y)$ في معلم جديد $(\Omega;\vec{i},\vec{j})$

حيث (x_0,y_0) هي احداثيات Ω في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$ هي:

$$\begin{cases} x = X + x_0 \\ y = Y + y_0 \end{cases}$$

Prof Mustapha
KHALDI

مركز التناظر

✓ طريقة ❶:

مركز تناظر $W(a\,;\,b)$ ⇐ $f(2a-x)+f(x)=2b$

✓ طريقة ❷:

مركز تناظر $W(a\,;\,b)$ ⇐ $f(a+x)+f(a-x)=2b$

✓ طريقة ❸: دستور تغيير معلم

مركز تناظر $W(a\,;\,b)$ ⇐ $\begin{cases} x = a + X \\ y = b + Y \end{cases}$

1) إيجاد معادلة الدالة في المعلم الجديد:

$$Y=f(a+X)-b$$

2) إثبات أن Y دالة فردية.

محور التناظر

✓ طريقة ❶:

$x=a$ محور تناظر ⇐ $f(2a-x)=f(x)$

✓ طريقة ❷:

$x=a$ محور تناظر ⇐ $f(a-x)=f(a+x)$

✓ طريقة ❸: دستور تغيير معلم

$x=a$ محور تناظر ⇐ $\begin{cases} x = a + X \\ y = Y \end{cases}$

1) إيجاد معادلة الدالة في المعلم الجديد:

$$Y=f(a+X)$$

2) إثبات أن Y دالة زوجية.

✱ملاحظة: المنحنى الممثل للدالة: ax^3+bx^2+cx+d حيث $a\neq 0$ يقبل دائما مركز تناظر