درس : كثير الحدود

1/ الدالة كثير الحدود :

تعريف : نسمي الدالة كثير حدود كل دالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بمايلي :

$$f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+...+a_1x+a_0$$

حيث n عدد طبيعي و a_0 ، a_1 ، ... ، a_n أعداد حقيقية ثابتة.

2/ درجة كثير الحدود :

- **كل دالة كثير حدود غير معدومة f تكتب بطريقة واحدة حيث :**

$$f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+...+a_1x+a_0 \text{ مع } a_n\neq 0$$

يسمى العدد الطبيعي n درجة كثير الحدود f ، تسمى الأعداد a_0 ، a_1 ، ... ، a_n معاملاته

3/ تساوي كثير الحدود :

MD-ROUCHANE

- يكون كثيرا حدود ، غير معدومين، متساويين إذا و فقط إذا كانا من نفس الدرجة و كانت معاملات الحدود من نفس الدرجة متساوية.
- يكون كثير حدود معدوما إذا و فقط إذا كانت كل معاملاته معدومة.

4/ العمليات على كثير حدود :

i. الحساب الجبري لكثير حدود :

1. مجموع، فرق و جداء كثيرات حدود هي كثيرات حدود.
2. مركب كثيري حدود هو كثير حدود.
3. جداء كثيري حدود غير معدومين درجتاهما n و p على الترتيب هو كثير حدود درجته $(n+p)$.

ii. جذر كثير حدود :

f كثير حدود درجته اكبر من او تساوي 1 و α عدد حقيقي حيث

العدد α جذر لكثير الحدود f يعني $f(\alpha)=0$

4/ تحليل كثير حدود باستعمال $(x-\alpha)$:

f كثير حدود درجته اكبر من او تساوي 1 و α عدد حقيقي حيث

اذا كان $f(\alpha)=0$ فانه يوجد كثير حدود g من اجل كل عدد حقيقي x فان

$$f(x)=(x-\alpha)g(x)$$

5/المعادلات من الدرجة الثانية :

- **تعريف :** نسمي معادلة من الدرجة الثانية بمجهول x, كل معادلة تكتب من الشكل $ax^2+bx+c=0$ حيث a,b,c اعداد حقيقية مع $a\neq 0$

- **الشكل النموذجي للمعادلة من الدرجة الثانية :**

ليكن ax^2+bx+c ثلاثي حدود من الدرجة الثانية $(a\neq 0)$

- **يسمى العدد** b^2-4ac **مميز ثلاثي الحدود** ax^2+bx+c و نرمز إليه بالرمز Δ
- **يسمى الشكل النموذجي لثلاثي الحدود** ax^2+bx+c $a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}\right]$

- **حل معادلة ثلاثي الحدود** $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$ **:**

باستعمال المميز Δ و الشكل النموذجي نتحصل على ثلاث حالات :

الحالات الممكنة	قيمة المميز Δ	حلول المعادلة $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$	تحليل المعادلة ax^2+bx+c
	$\Delta>0$	$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$, $x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$	$a(x-x_1)(x-x_2)$
	$\Delta=0$	$x_1=x_2=\frac{-b}{2a}$	$a(x-x_1)^2$
	$\Delta<0$	لا توجد حلول في مجموعة الاعداد الحقيقية	لا يمكن تحليل العبارة

MD-ROUCHANE

5/المتراجحات من الدرجة الثانية :

تعريف : نسمي متراجحة من الدرجة الثانية كل متراجحة يمكن كتابتها على شكل الموالي $ax^2+bx+c>0$ **او** $ax^2+bx+c<0$ **حيث** a,b,c **اعداد حقيقية مع** $a\neq 0$

- **للحل متراجحة نقوم بدراسة إشارة ثلاثي الحدود** ax^2+bx+c **و نتحصل على ثلاث حالات ممكنة**

$\Delta=0$

المعادلة $ax^2+bx+c=0$ **تقبل حل مضاعف** x_1

x	$-\infty$	x_1	$+\infty$
ax^2+bx+c	إشارة a	0	إشارة a

$\Delta>0$

المعادلة $ax^2+bx+c=0$ **تقبل حلين متمايزين** x_1 **و** x_2

x	$-\infty$	x_1		x_2	$+\infty$
ax^2+bx+c	إشارة a	0	إشارة $(-a)$	0	إشارة a

$\Delta<0$

المعادلة $ax^2+bx+c=0$ **لا تقبل حلول**

من اجل كل عدد حقيقي x **, اشارة** ax^2+bx+c **من إشارة** a

MD-ROUCHANE

تطبيقات كثير الحدود

تطبيق 1:

هل الدوال التالية كثيرات حدود ؟ اذا كانت الإجابة بنعم حدد درجتها

$f(x)=(x+1)(x^2-2)$; $f(x)=\frac{x^2+4x+4}{x+2}$; $f(x)=(\cos x)^2+2\cos x+1$

تطبيق 2:

f **دالة كثير حدود معرفة بـــ:** $f(x)=x^3+x^2-4x-4$

1. **عين الأعداد الحقيقية** a ، b **و** c **بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي** x **:**

$$f(x)=(x+1)\left(ax^2+bx+c\right)$$

2. **حل في** $\mathbb{R}$ **المعادلة ذات المجهول** x **:** $f(x)=0$

تطبيق 3:

نعتبر الدالتين كثيري الحدود f **و** g **المعرفتين كمايلي :** $f(x)=2x^2-2x$ **و** $g(x)=-x^2+3x-7$

1. **عين كثيرات الحدود التالية:** $f+g$ ، $2f-3g$
2. **عين كثير الحدود** $f\times g$ **محددا درجته.**

MD-ROUCHANE

تطبيق 4:

f **دالة كثير حدود معرفة بـــ:** $f(x)=x^3-x^2-4x+4$

تحقق أن العدد 2 **جذر لكثير الحدود** f

عين كثير حدود g **بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي** x **:** $f(x)=(x-2)g(x)$

تطبيق 5:

نعتبر ثلاثي الحدود من الدرجة الثانية f **المعرف بـــ:** $f(x)=x^2+3x-4$

1. **عين الشكل النموذجي لـــ** $f(x)$

حل في $\mathbb{R}$ **المعادلات التالية:**

أ) $x^2+2x=0$ ب) $x^2+x+1=0$ جـ) $x^2-4x+4=0$ د) $x^2+x-6=0$

حل في $\mathbb{R}$ **المتراجحات التالية:**

أ) $2x^2+4x-6\le 0$ ب) $-x^2+10x-25\ge 0$ جـ) $x^2-x+4<0$