مجلة 5min" Maths

1

الفصل الأول

2AS

الشعب العلمية

1.الدوال العددية

2..معادلات/متراجحات

3. الاشتقاقية

4. الاحتمالات

...

Imane Boudjelloul
لن يأتي أحد ويطرق بابك ويمنحك يوماً جميلاً،
أنت من يجب أن تطرق أبواب روحك وتجتهد
لتفوز بأجمل حياة ولن يخذلك الله ابداً 🌸🌸
😊

4 j Message J'adore 30

الأستاذ شعبان أسامة

اصدار سبتمبر 2021 / تلمسان / 0675302299

حساباتي عبر منصلت التواصل الاجتماعي:

5min maths

بسم الله الرحمن الرحيم

1 اليك أيها الطالب " مجلة 5🕑min Maths" للسنة الثانية ثانوي شعب علمية _ محاور الفصل الأول

وفق المنهاج الرسمي الجديد

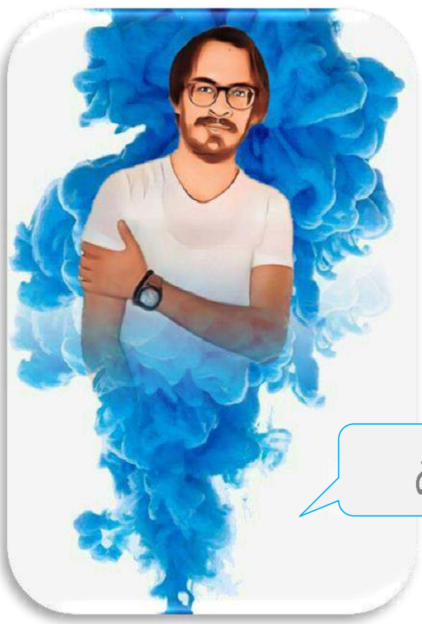
جاء هذا الملف شامل قصد مساعدتك على التحضير الجيد للموسم الدراسي الحالي، أرجو عدم قراءة حلول التمارين المطروحة بل التفكير في الحل الذاتي أولا ثم مقارنته مع الحل المقترح مع العلم أنه ليس الحل الوحيد و ربما يكون حلك أحسن و أقصر لكن النتائج و الأهداف واحدة ,

في الأخير نرجوا من الله القدير أن يوفقك الى ما فيه نجاحك و يهديك الى سبيل الخير

"

أهدي هذا العمل المتواضع لعائلتي الكريمة أولا

و ثانيا لجميع محبي المادة



الأستاذ شعبان أسامة

......

مجلة الرياضيات الالكترونية للطور الثانوي بمختلف مستوياته الثلاثة، تم اصدار أول نسخة بتاريخ: 2019/09/13

5min Maths

CHABANE Oussama

تجدون في هذا العمل

1. الدوال العددية

- ملخص الدرس+ تطبيقات
- تمارين محلولة
- تقويم المحور 1+2

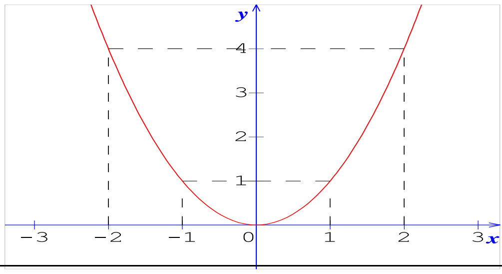
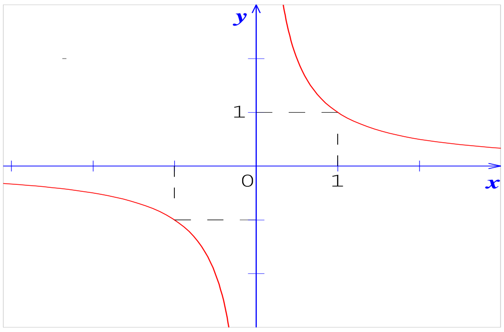
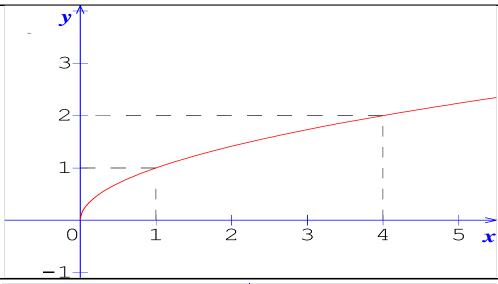
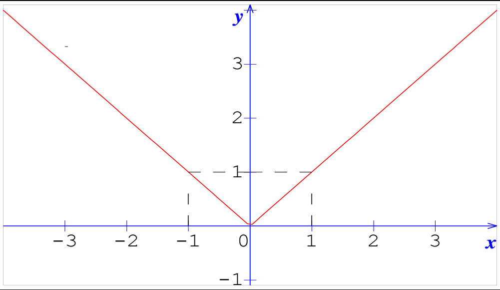
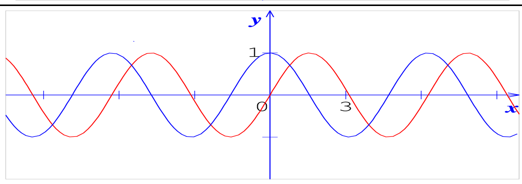
" سيتم نشر المحاور الأخرى الخاصة بالفصل الأول تدريجيا حسب التوزيع السنوي في الأيام المقبلة ان شاء الله

#5min Maths

١. الدوال العددية

الدوال المرجعية

نلخص في الجدول الموالي تذكيرا ببعض الدوال المرجعية التي درست في السنة الأولى ثانوي

الدالة	اتجاه التغير	التمثيل البياني
$f: x \mapsto x^2$	• f متناقصة تماما على $]-\infty, 0]$ إذا كان $a < b \leq 0$ فإن $a^2 > b^2$ • f متزايدة تماما على $[0, +\infty[$ إذا كان $0 \leq a < b$ فإن $a^2 < b^2$	
$f: x \mapsto \frac{1}{x}$	• f متناقصة تماما على $]-\infty, 0[$ إذا كان $a < b < 0$ فإن $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ • f متناقصة تماما على $]0, +\infty[$ إذا كان $0 < a < b$ فإن $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$	
$f: x \mapsto \sqrt{x}$	• f متزايدة تماما على $[0, +\infty[$ إذا كان $0 \leq a < b$ فإن $\sqrt{a} < \sqrt{b}$	
$f: x \mapsto \lvert x \rvert$	• f متناقصة تماما على $]-\infty, 0]$ إذا كان $a < b \leq 0$ فإن $\lvert a \rvert > \lvert b \rvert$ • f متزايدة تماما على $[0, +\infty[$ إذا كان $0 \leq a < b$ فإن $\lvert a \rvert < \lvert b \rvert$	
$f: x \mapsto \sin x$ $g: x \mapsto \cos x$	الدالتان $f: x \mapsto \sin x$ و $g: x \mapsto \cos x$ دوريتان دورهما 2π	

عمليات على الدوال

1. تساوي دالتين

➢ تعريف: القول عن دالتين f و g أنهما متساويتان يعني أن لهما نفس مجموعة التعريف D و أن من أجل كل

عدد حقيقي x من D لدينا: $f(x) = g(x)$ و نكتب: $f = g$

2.العمليات الجبرية

f و g دالتان معرفتان على D_f و D_g على الترتيب. λ و k عددان حقيقيان.

العملية	الرمز	التعريف	مجموعة التعريف
مجموع f و k	$f+k$	$(f+k)(x)=f(x)+k$	D_f
مجموع f و g	$f+g$	$(f+g)(x)=f(x)+g(x)$	$D_f \cap D_g$
جداء f بالعدد λ	λf	$(\lambda f)(x)=\lambda f(x)$	D_f
جداء f و g	$f \times g$	$(f\times g)(x)=f(x)\times g(x)$	$D_f \cap D_g$
حاصل قسمة f على g	$\frac{f}{g}$	$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$	$\{x\in D_f \cap D_g : g(x)\neq 0\}$

مثال: f و g دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x^2$ و $g(x)=x+2$

- الدوال $f+3$ ، $f+g$ ، $-2f$ ، $f\times g$ هي الدوال المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$(f+3)(x)=x^2+3$ ، $(f+g)(x)=x^2+x+2$ ، $(-2f)(x)=-2x^2$ و $(f\times g)(x)=x^2(x+2)$

- الدالة $\frac{f}{g}$ هي الدالة المعرفة على $]-\infty,-2[\cup]-2,+\infty[$ بـ: $\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{x^2}{x+2}$.

3. تركيب الدوال

تعريف: f و g دالتان معرفتان على D_f و D_g على الترتيب. مركب الدالة f متبوعة بالدالة g هي الدالة التي نرمز إليها بالرمز $g\circ f$ و المعرفة على: $D_{g\circ f}=\{x / f(x)\in D_g \text{ و } x\in D_f\}$ بـ: $(g\circ f)(x)=g[f(x)]$

مثال: لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=-x+3$ و لتكن g الدالة الجذر التربيعي $(x\mapsto\sqrt{x})$

يكون $-x+3\geq 0$ من أجل $x\leq 3$ ومنه مجموعة تعريف الدالة $g\circ f$ هي: $D=]-\infty,3]$ و لدينا:

$(g\circ f)(x)=\sqrt{-x+3}$.

تطبيق 1

f و g دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x+2$ و $g(x)=x^2+2x$

1. عرف الدوال $f+g$ ، $-f+2g$ ، $f\times g$ و $\frac{f}{g}$
2. نعتبر الدالة h المعرفة على $]2;+\infty[$ بـ: $h(x)=\frac{x^2-4}{x-2}$. هل الدالتان f و h متساويتان ؟

حل: 1.من أجل كل عدد حقيقي x : $(f+g)(x)=x^2+3x+2$ ، $(-f+2g)(x)=2x^2+3x-2$

و $(f\times g)(x)=x^3+4x^2+4x$

من أجل $x\neq 0$ و $x\neq -2$: $\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{x+2}{x^2+2x}=\frac{1}{x}$ ($x^2+2x=0$ من أجل $x=0$ أو $x=-2$)

الدالتان f و h متمايزتان لأن ليس لهما نفس مجموعة التعريف.

تطبيق 2 نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على $[0;+\infty[$ و $[1;+\infty[$ على الترتيب بِـ: $f(x)=2x^2+1$ و $g(x)=\sqrt{x-1}$

1. أكتب كلا من f و g على شكل مركب دالتين مرجعيتين يطلب تحديدهما.
2. عرف الدالتين $f\circ g$ و $g\circ f$

حل:

1. لدينا:

$$x \xrightarrow{u_1} x^2 \xrightarrow{v_1} 2x^2+1 \qquad (f)$$

$$x \xrightarrow{u_2} x-1 \xrightarrow{v_2} \sqrt{x-1} \qquad (g)$$

ومنه $f=v_1\circ u_1$ حيث: $u_1: x\to x^2$ و $v_1: x\to 2x+1$

و $g=v_2\circ u_2$ حيث: $u_2: x\to x-1$ و $v_2: x\to \sqrt{x}$

نلاحظ فعلا أن الدوال u_1، v_1، u_2 و v_2 دوال مرجعية.

2. تعريف الدالتين $f\circ g$ و $g\circ f$

لدينا من أجل كل x من $[1;+\infty[$: $g(x)\geq 0$ أي $g(x)\in[0;+\infty[$ ومنه الدالة $f\circ g$ معرفة على $[1;+\infty[$

و لدينا من أجل كل x من $[0;+\infty[$: $f(x)\geq 1$ أي $f(x)\in[1;+\infty[$ ومنه الدالة $g\circ f$ معرفة على $[0;+\infty[$

من أجل كل x من $[1;+\infty[$ لدينا:

$$\begin{aligned} f\circ g(x) &= f\left[(g(x))\right] \\ &= f\left(\sqrt{x-1}\right) \\ &= 2\left(\sqrt{x-1}\right)^2+1 \\ &= 2(x-1)+1 \\ &= 2x-1 \end{aligned}$$

من أجل كل x من $[0;+\infty[$ لدينا:

$$\begin{aligned} g\circ f(x) &= g\left[f(x)\right] \\ &= g\left(2x^2+1\right) \\ &= \sqrt{\left(2x^2+1\right)-1} \\ &= \sqrt{2x^2} \\ &= \sqrt{2}\,x \end{aligned}$$

اتجاه التغير

1. اتجاه تغير الدالة: $f+k$

f دالة رتيبة تماما على مجال I و k عدد حقيقي. للدالتين f و $f+k$ نفس اتجاه التغير على المجال I.

2. اتجاه تغير الدالة: λf

f دالة رتيبة تماما على مجال I و λ عدد حقيقي غير معدوم.

- إذا كان $\lambda>0$ يكون للدالتين f و λf نفس اتجاه التغير على المجال I.
- إذا كان $\lambda<0$ يكون اتجاها تغير الدالتين f و λf متعاكسين على المجال I.

3. اتجاه تغير الدالة: $g\circ f$

f دالة رتيبة تماما على مجال I و g دالة رتيبة تماما على مجال J حيث: $f(I)\subset J$

- إذا كان للدالتين f و g نفس اتجاه التغير تكون الدالة $g \circ f$ متزايدة تماما على I.
- إذا كان اتجاها تغير الدالتين f و g متعاكسين تكون الدالة $g \circ f$ متناقصة تماما على I.

تطبيق 3 أدرس اتجاه تغير كل من الدالتين الآتيتين:

1) f هي الدالة المعرفة على $]-\infty;0[$ بِـ: $f(x) = -\dfrac{3}{x} + 2$

2) g هي الدالة المعرفة على $[1.5;+\infty[$ بِـ: $g(x) = (-2x+3)^2$

طريقة: **عند دراسة اتجاه تغير دالة f يمكن أن نحاول كتابة f على الشكل $u+k$ ، λu أو $v \circ u$ حيث: u و v دالتان مرجعيتان.**

حل: 1.إذا اعتبرنا الدالة h المعرفة على $]-\infty;0[$ بِـ: $h(x) = \dfrac{1}{x}$ يكون لدينا: $f = -3h + 2$.

للدالتين f و $-3h$ نفس اتجاه التغير ومنه فاتجاها تغير الدالتين f و h متعاكسين.

بما أن h متناقصة تماما على $]-\infty;0[$ فإن f متزايدة تماما على $]-\infty;0[$.

2.إذا اعتبرنا الدالتين u و v المعرفتين على $[1.5;+\infty[$ و $]-\infty;0]$ على الترتيب بِـ:
$u(x) = -2x+3$ و $v(x) = x^2$ و علما أنه من أجل كل x من $[1.5;+\infty[$، $u(x) \le 0$ يكون لدينا: $g = v \circ u$.

بما أن الدالة u متناقصة تماما على $[1.5;+\infty[$ و الدالة v متناقصة تماما على $]-\infty;0]$ فإن الدالة g متزايدة تماما على المجال $[1.5;+\infty[$.

تطبيق 3 f و g دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$.

1) أدرس اتجاه تغير الدالة $(f+g)$ في الحالتين التاليتين:

ا) $f(x) = 3x+1$ و $g(x) = -2x+3$ ب) $f(x) = 2x+1$ و $g(x) = -3x+5$

2) أدرس اتجاه تغير الدالة $(f \times g)$ علما أن: $f(x) = x - \sqrt{2}$ و $g(x) = x + \sqrt{2}$

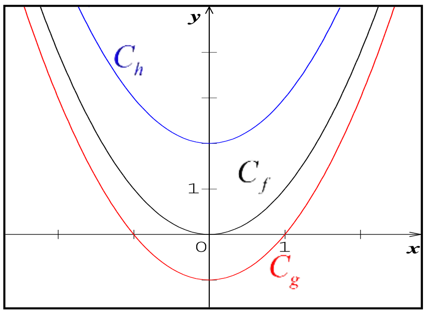
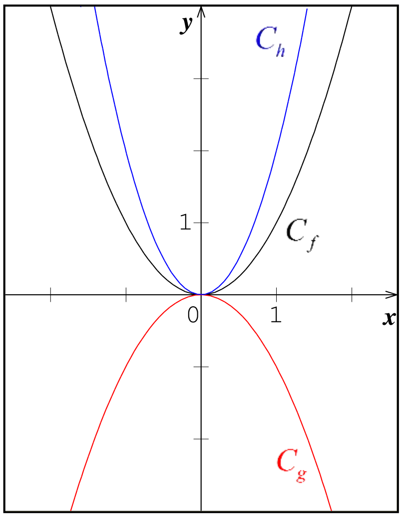
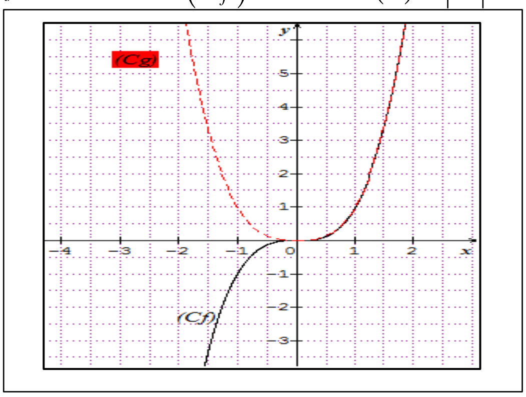
حل: 1) ا) لدينا: $(f+g)(x) = -2x+3+3x+1 = x+4$ ومنه الدالة $(f+g)$ متزايدة تماما على $\mathbb{R}$.

ب)لدينا: $(f+g)(x) = 2x+1-3x+5 = -x+6$ ومنه الدالة $(f+g)$ متناقصة تماما على $\mathbb{R}$.

2. لدينا: $(f \times g)(x) = \left(x-\sqrt{2}\right)\left(x+\sqrt{2}\right) = x^2 - 2$. للدالتين $(f \times g)$ و الدالة " مربع " نفس اتجاه التغير و منه فالدالة $(f \times g)$ متناقصة تماما على $]-\infty;0]$ و متزايدة تماما على $[0;+\infty[$

تعليق: **لا يمكن إعطاء قواعد عامة تمكن من استنتاج اتجاه تغير الدالتين $(f+g)$ و $(f \times g)$ في كل الحالات إلا أن ذلك يكون ممكنا إذا أضيفت شروط على الدالتين f و g.**

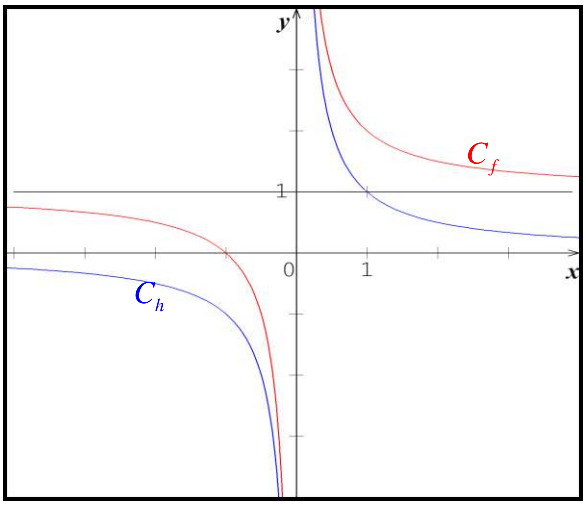
التمثيل البياني

الدالة	الشرح	مثال
$f+k$	إذا كان (C_f) و (C_{f+k}) التمثيلين البيانيين في معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ للدالتين f و $(f+k)$ على الترتيب حيث k عدد حقيقي فإن (C_{f+k}) هو صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $k\vec{j}$.	نعتبر الدوال f، g و h المعرفة على $\mathbb{R}$ كالآتي: $f(x)=x^2$، $g(x)=x^2-1$ و $h(x)=x^2+2$ لدينا $g=f-1$ ومنه (C_g) هو صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $-\vec{j}$. لدينا $h=f+2$ ومنه (C_h) هو صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $2\vec{j}$ أي $\vec{v}\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}$. 
λf	ليكن (C_f) و $(C_{\lambda f})$ التمثيلين البيانيين في معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ للدالتين f و (λf) على الترتيب حيث λ عدد حقيقي غير معدوم. و لتكن M نقطة من (C_f) فاصلتها x. نحصل على نقطة من $(C_{\lambda f})$ ذات الفاصلة x بضرب ترتيب النقطة M في العدد λ.	نعتبر الدوال f، g و h المعرفة على $\mathbb{R}$ كالآتي: $f(x)=x^2$، $g(x)=-x^2$ و $h(x)=2x^2$ و لتكن (C_f)، (C_g) و (C_h) تمثيلاتها البيانية في معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$. لدينا $g=-f$ و $h=2f$ ملاحظة: إذا كان $\lambda=-1$ يكون المنحنيان (C_f) و (C_{-f}) المرسومان، في معلم متعامد، متناظرين بالنسبة لمحور الفواصل. 
$\|f\|$	لرسم التمثيل البياني للدالة $\|f\|$ نحتفظ بجزء (C_f) الواقع فوق محور الفواصل، و نرسم النظير بالنسبة إلى محور الفواصل لجزء (C_f) الواقع تحت محور الفواصل	نعتبر الدوال f، g المعرفة على $\mathbb{R}$ كالآتي: $f(x)=x^3$، $g(x)=\|x^3\|$ و لتكن (C_f)،تمثيلاتها البيانية في معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$. 

تطبيق 4

لتكن f الدالة المعرفة على $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ بـِ: $f(x)=\dfrac{x+1}{x}$

1. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x لدينا: $f(x)=\dfrac{1}{x}+1$
2. أرسم في معلم ، التمثيل البياني للدالة f انطلاقا من التمثيل البياني للدالة " مقلوب ".



حل:

1. من أجل $x\neq 0$ لدينا: $f(x)=\dfrac{x}{x}+\dfrac{1}{x}=1+\dfrac{1}{x}$
2. إذا اعتبرنا الدالة h المعرفة على $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$

بـِ: $h(x)=\dfrac{1}{x}$ يكون لدينا: $f=h+1$

إذن، في معلم $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$، المنحني الممثل للدالة f هو صورة

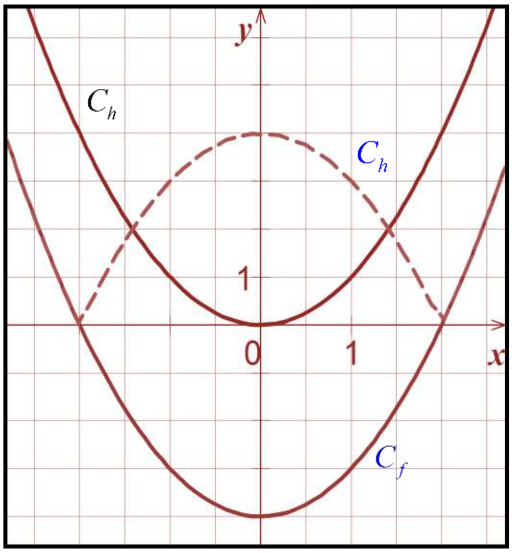
القطع الزائد الممثل للدالة h بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{j}$ أي $\vec{u}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$

تطبيق 5

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على $\mathbb{R}$ بـِ: $f(x)=x^2-4$ و $g(x)=|f(x)|$. نسمي $\left(C_f\right)$ و $\left(C_g\right)$

تمثيلاهما البيانيان على الترتيب في معلم $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1. ارسم المنحنى $\left(C_f\right)$ انطلاقا من $\left(C_h\right)$ التمثيل البياني للدالة $h:x\mapsto x^2$ (h هي الدالة " مربع ")
2. بين كيف يمكن استنتاج $\left(C_g\right)$ انطلاقا من $\left(C_f\right)$ ثم ارسمه.



حل:

1. $\left(C_f\right)$ هو صورة $\left(C_h\right)$ بالانسحاب الذي شعاعه $-4\vec{j}$.
2. إذا كان $f(x)\geq 0$ فإن $g(x)=f(x)$

و إذا كان $f(x)\leq 0$ فإن $g(x)=-f(x)$

إذن بالنسبة للأعداد x التي تحقق $f(x)\geq 0$ يكون $\left(C_g\right)$ منطبقا على $\left(C_f\right)$

و بالنسبة للأعداد x التي تحقق $f(x)\leq 0$ يكون $\left(C_g\right)$ منطبقا على $\left(C_{-f}\right)$

و نعلم أن $\left(C_{-f}\right)$ هي نظيرة $\left(C_f\right)$ بالنسبة لمحور الفواصل

مركز و محور تناظر

أ. مركز تناظر

لاثبات أن النقطة $\omega(a;b)$ مركز تناظر للمنحنى (C) في المعلم $\left(O;I,J\right)$.

المقاربة 1: من أجل كل x و $a-x$ و $a+x$ من D (مجموعة تعريف الدالة) لدينا: $f(a-x)+f(a+x)=2b$.

المقاربة 2 : من أجل كل x و $2a-x$ من D (مجموعة تعريف الدالة) لدينا: $f(2a-x)+f(x)=2b$.

المقاربة 3: تغير المعلم $\begin{cases} x=a+X \\ y=b+Y \end{cases}$ كتابة معادلة (C) في المعلم $\omega(\vec{i};\vec{j})$ و اثبات أن الدالة المحصل عليها دالة فردية

تطبيق 6 بين أن النقطة $\Omega(2,3)$ مركز تناظر للمنحني (C_f) الممثل في معلم $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ للدالة f المعرفة على $]-\infty,2[\cup]2,+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{3x}{x-2}$

حل: من أجل كل x و $4-x$ من D_f نتحقق من صحة المساواة : $f(4-x)+f(x)=6$

$$\begin{aligned} f(4-x)+f(x) &= \frac{3(4-x)}{4-x-2}+\frac{3x}{x-2} \\ &= \frac{12-3x}{2-x}+\frac{3x}{x-2} \\ &= \frac{3x-12+3x}{x-2} \\ &= \frac{6x-12}{x-2} \\ &= 6\left(\frac{x-2}{x-2}\right)=6 \end{aligned}$$

و عليه اذن النقطة $\Omega(2,3)$ مركز تناظر للمنحني (C_f)

ب. محور تناظر

لاثبات أن المستقيم $(\Delta): x=a$ محور تناظر للمنحنى (C) في المعلم $(O;I,J)$.

المقاربة 1: من أجل كل x و $a-x$ و $a+x$ من D (مجموعة تعريف الدالة) لدينا: $f(a-x)=f(a+x)$.

المقاربة 2: من أجل كل x و $2a-x$ من D (مجموعة تعريف الدالة) لدينا: $f(2a-x)=f(x)$.

المقاربة 3: تغير المعلم $\begin{cases} x=a+X \\ y=b+Y \end{cases}$ كتابة معادلة (C) في المعلم $\omega(\vec{i};\vec{j})$ و اثبات أن الدالة المحصل عليها دالة زوجية

تطبيق 7 بين أن المستقيم ذا المعادلة $x=2$ محورتناظر للمنحني (C_f) الممثل في معلم $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\left(x-2\right)^2+1$.

حل: من أجل كل x و $4-x$ من D_f نتحقق من صحة المساواة : $f(4-x)=f(x)$

لدينا
$$\begin{aligned} f(4-x) &= (4-x-2)^2+1 \\ &= (2-x)^2+1 \\ &= (x-2)^2+1 \\ &= f(x) \end{aligned}$$

منه $f(4-x)=f(x)$ اذن المستقيم ذا المعادلة $x=2$ محور تناظر للمنحني (C_f).

1. عين مجموعة تعريف الدالة f في كل حالة من الحالات التالية :

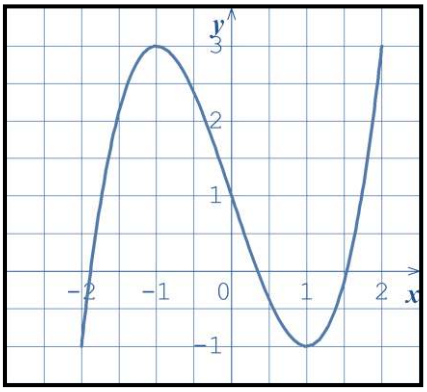
❶. $f(x)=x^3-2x+5$	❷. $f(x)=\dfrac{x^2-3}{7}$	❸. $f(x)=x^2-\lvert x+1\rvert$
❹. $f(x)=x-\dfrac{1}{2x}$	❺. $f(x)=x+1-\dfrac{1}{x-4}$	❻. $f(x)=\dfrac{2x+3}{x^2-4}$
❼. $f(x)=\dfrac{x^2}{\lvert x\rvert-3}$	❽. $f(x)=x-\sqrt{x-1}$	❾. $f(x)=\sin x-3\cos x$

2. لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\dfrac{1}{2}x^2-5x+3$

1) احسب صور الأعداد : $1,0,2,\sqrt{3}$

2) احسب سوابق الأعداد : 3 .

3. لتكن الدالة f المعرفة في المجال $[-2;2]$ (C_f) هو المنحنى البياني الممثل للدالة f في معلم للمستوى



1) عين صور الأعداد -1 ، 0 ، 1 بالدالة f .

2) عين سوابق الأعداد -1 ، 3 ، 5 بالدالة f .

3) حل في $[-2;2]$ المعادلة $f(x)=3$.

4. أذكر إن كانت الدالتان f و g متساويتين في كل حالة من الحالات التالية :

❶. $f(x)=x+2$ و $g(x)=\sqrt{(x+2)^2}$	❷. $f(x)=\sqrt{x^2}$ و $g(x)=\lvert x\rvert$
❻. $f(x)=1+\dfrac{2}{x-3}$ و $g(x)=\dfrac{x^2-4x+3}{(x-3)^2}$	❹. $f(x)=\dfrac{x^2}{\lvert x\rvert}$ و $g(x)=\lvert x\rvert$
❺. $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$ و $g(x)=\dfrac{\sqrt{x}+1}{x-1}$	

5. نعتبر الدالتين التآلفيتين f و g المعرفتين على المجال $[-2,3]$ كالآتي: $f(x)=\dfrac{1}{2}x+1$ و $g(x)=-x+2$.

ليكن (D) و (D') تمثيلاهما البيانيين في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. ما هو اتجاه تغير كل من الدالتين f و g ؟ أرسم كلا من (D) و (D').
2. بقراءة بيانية عين فاصلة و ترتيب نقطة تقاطع المنحنيين (D) و (D'). تحقق من النتيجتين بالحساب.
3. نعتبر الدوال f_1، f_2، f_3 و f_4 المعرفة على المجال $[-2,3]$ كما يلي:

$f_1(x)=f(x)+g(x)$ ، $f_2(x)=f(x)\times g(x)$ ، $f_3(x)=-2f(x)$ و $f_4(x)=g(x)+1$.

- عين بدلالة x عبارة كل من $f_1(x)$ ، $f_2(x)$ ، $f_3(x)$ و $f_4(x)$.
- أرسم كلا من (D_3) و (D_4) التمثيلين البيانيين للدالتين f_3 و f_4 في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

4. نعتبر الدالة h المعرفة كما يلي: $h(x)=\dfrac{f(x)}{g(x)}$

عين D_h مجموعة تعريف الدالة h. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D_h لدينا: $h(x)=-\dfrac{1}{2}-\dfrac{2}{x-2}$.

6 .

نعتبر الدالتين g و h المعرفتين على المجال $[-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=\sqrt{x+1}$ و $h(x)=\sqrt{x+1}+2$

و ليكن (C_g) و (C_h) تمثيليهما البيانيين على الترتيب في معلم للمستوي.

ا) انطلاقا من التمثيل البياني (C_f) للدالة " الجذر التربيعي " $f:x\to\sqrt{x}$ ارسم المنحنى (C_g).

ب) حدد طريقتين لرسم المنحنى (C_h) ثم ارسمه.

7 .

احسب $f\circ g$ و $g\circ f$ في كل حالة من الحالات التالية:

❶. $f(x)=2x$ و $g(x)=-3x$	❷. $f(x)=x-3$ و $g(x)=3x+2$
❸. $f(x)=x^2$ و $g(x)=2-3x$	❹. $f(x)=\dfrac{-1}{x+1}$ و $g(x)=2x$

8 .

فكك الدالة f إلى مركب دالتين بسيطتين في كل حالة من الحالات التالية :

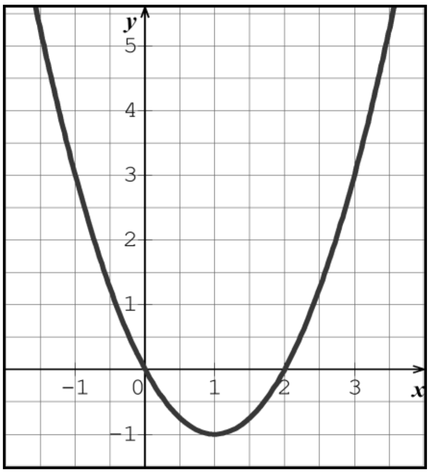
.1 $f(x)=(x-1)^2$	.2 $f(x)=(x+2)^2+1$	.3 $f(x)=\dfrac{3}{x+1}$
.4 $f(x)=\sqrt{x+1}$	.5 $f(x)=\cos(x-1)$	.6 $f(x)=\left\lvert\dfrac{2x}{5}-1\right\rvert$

9 .

f دالة معرَفة على المجال $]-\infty;3]$ بـ : $f(x)=\sqrt{3-x}$

1) فكك الدالة f إلى مركب دالتين مرجعيتين يطلب تعيينهما .

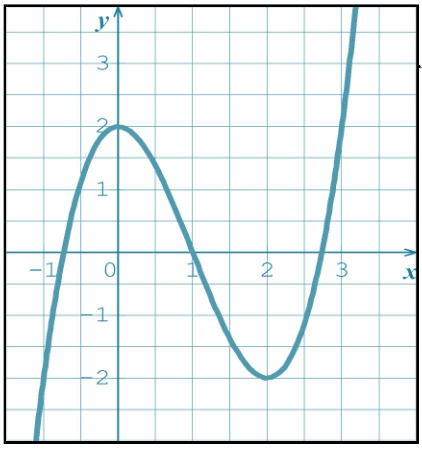
2) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty;3[$ ......



10 . (C) هو المنحنى البياني للدالة f (انظر الشكل المقابل)

مثل في نفس المعلم المنحنى البياني للدوال h و g

و k حيث : $g(x)=-f(x)$ ، $h(x)=|f(x)|$ ، $k(x)=f(x-1)+3$.



11 . (C) هو المنحنى البياني للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x^3-3x^2+2$

أنقل هذا الشكل على ورقتك ثم في نفس المعلم ثم مثل بيانيا الدالتين f_1 و f_2

المعرفتين كما يلي : $f_1(x)=|x^3|-3x^2+2$ $f_2(x)=|x^3-3x^2+2|$

12 . f و g و h دوال معرفة كما يلي : $f(x)=3x-\dfrac{1}{3x}$ ، $g(x)=1-\dfrac{1}{3x}$ و $h(x)=3x-1$

1) فكك الدالة f إلى مجموع دالتين u و v يطلب تعيينهما

2) أحسب و بسط $\dfrac{f(x)}{g(x)}$

3) هل الدالتان h و $\dfrac{f}{g}$ متساويتان ؟

13 . f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ حيث: $f(x)=\dfrac{x^2+3x}{2-x}$

1) عين ثلاثة عداد حقيقية a ، b و c بحيث من أجل كل عدد x من $\mathbb{R}-\{2\}$ لدينا : $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{2-x}$

2) أدرس وضعية (C_f) المنحنى الممثل للدالة f بالنسبة للمستقيم الذي معادلته : $y=-x-5$

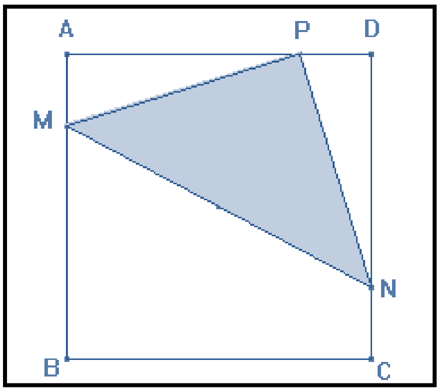
14. f و g الدالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=2x^2-1$ و $g(x)=4x^3-3x$.

بين أن : $f\circ g=g\circ f$

15. لتكن f الدالة المعرفة على أكبر مجموعة ممكنة D جزء من $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\sqrt{\dfrac{x+2}{x+1}}$

1. بين أن: $D=]-\infty;-2]\cup]-1;+\infty[$
2. بين أن: $f=g\circ h$ حيث g هي الدالة " الجذر التربيعي " و h دالة يطلب تحديدها.
3. تحقق أن من أجل كل x من D لدينا: $h(x)=1+\dfrac{1}{x+1}$. استنتج اتجاه تغيّر h على $]-\infty;-2]$ وعلى $]-1;+\infty[$
4. عين اتجاه تغير الدالة f على $]-\infty;-2]$ و على $]-1;+\infty[$

16. $ABCD$ مربع طول ضلعه $2cm$. نعتبر النقط M، N و P حيث: $M\in[AB]$، $N\in[CD]$ و $P\in[AD]$.



نفرض أن النقطة M تتحرك على $[AB]$ مع: $AM=CN=DP$.

نضع $AM=x$ و نرمز بـ $f(x)$ إلى مساحة المثلث MNP.

1. عين D مجموعة تعريف f ثم تحقق أن: $f(x)=(x-1)^2+1$
2. أدرس على $[0;2]$ تغيرات الدالة: $x\mapsto(x-1)^2$ ثم استنتج تغيرات الدالة f على $[0;2]$.

* شكل جدول تغيرات f ثم عين وضعية M التي تكون من أجلها مساحة المثلث MNP أصغر ما يمكن.

3. اشرح كيف يتم رسم (C_f) التمثيل البياني لـ f انطلاقا من القطع المكافئ: $y=x^2$ ثم ارسمه.

17. أذكر ان كانت الدالة f زوجية أم فردية في كل مما يلي:

1. $f(x)=\dfrac{x^2+2|x|}{x^2-2|x|}$ 2. $f(x)=\dfrac{1+x}{1-x}-\dfrac{1-x}{1+x}$ 3. $f(x)=\sqrt{1+(x+1)^2}+\sqrt{1+(x-1)^2}$

18. تمرين خاص بشعبة الرياضيات

أوجد دور كل دالة مما يلي:

1. $f(x)=\cos\left(3x-\dfrac{\pi}{4}\right)$ 2. $f(x)=\cos^2\left(\dfrac{x}{4}\right)$ 3. $f(x)=\tan\left(\dfrac{x}{3}\right)$

19. f دالة عددية معرفة كما يلي: $f(x)=2x^2-4x+2$.

1. بين أنه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x)=(g\circ h)(x)$ حيث g و h الدالتان يطلب تعيينهما.
2. أرسم المنحنى (C_f) انطلاقا من المنحنى (C_g).

3. k دالة عددية معرفة كما يلي: $k(x)=2x^2-4|x|+2$

أ-بين أن الدالة k زوجية.

ب -بكتابة $k(x)$ دون رمز القيمة المطلقة في المجال $]0;+\infty[$ استنتج رسم المنحنى (C_k) انطلاقا من المنحنى (C_f).

20 . لتكن f الدالة العددية لمعرفة كما يلي: $f(x)=x^3-3x^2+3x-1$.

بين أن المنحنى (C_f) يقبل النقطة $A(1;0)$ كمركز تناظر ثم استنتج انشاء التمثيل البياني للدالة.

1.

تعيين مجموعة تعريف الدالة f في كل حالة :

❶. $f(x)=x^3-2x+5$ الدالة f معرفة من أجل كل x من $\mathbb{R}$ و منه $D_f=\mathbb{R}$.

❷. $f(x)=\dfrac{x^2-3}{7}$ الدالة f معرفة من أجل كل x من $\mathbb{R}$ و منه $D_f=\mathbb{R}$.

❸. $f(x)=x^2-|x+1|$ الدالة f معرفة من أجل كل x من $\mathbb{R}$ و منه $D_f=\mathbb{R}$.

❹. $f(x)=x-\dfrac{1}{2x}$ الدالة f معرفة من أجل $2x\neq 0$ أي $x\neq 0$ و منه $D_f=\mathbb{R}^*$.

❺. $f(x)=x+1-\dfrac{1}{x-4}$ الدالة f معرفة من أجل $x-4\neq 0$ أي $x\neq 4$ و منه $D_f=\mathbb{R}-\{4\}$.

❻. $f(x)=\dfrac{2x+3}{x^2-4}$ الدالة f معرفة من أجل $x^2-4\neq 0$ أي $x^2\neq 4$ و بالتالي $x\neq 2$ و $x\neq -2$ و عليه $D_f=\mathbb{R}-\{-2;2\}$.

❼. $f(x)=\dfrac{x^2}{|x|-3}$ الدالة f معرفة من أجل $|x|-3\neq 0$ أي $|x|\neq 3$ و بالتالي $x\neq 3$ و $x\neq -3$ و عليه $D_f=\mathbb{R}-\{-3;3\}$.

❽. $f(x)=x-\sqrt{x-1}$ الدالة f معرفة من أجل $x-1\geq 0$ أي $x\geq 1$ و بالتالي $D_f=[1;+\infty[$.

❾. $f(x)=\sin x-3\cos x$ الدالة f معرفة من أجل كل x من $\mathbb{R}$ و منه $D_f=\mathbb{R}$.

2.

الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\dfrac{1}{2}x^2-5x+3$

1) حساب الصور الأعداد : **1 , 0 , 2** , $\sqrt{3}$:

$f(0)=3$ ، $f(1)=\dfrac{1}{2}-5+3=\dfrac{-3}{2}$ ، $f(2)=2-10+3=-5$ ، $f\left(\sqrt{3}\right)=\dfrac{3}{2}-5\sqrt{3}+3=\dfrac{9}{2}-5\sqrt{3}$

2) حساب سابقة العدد 3 : نقوم بحل المعادلة : $f(x)=3$ أي $f(x)=\dfrac{1}{2}x^2-5x+3=3$

تكافئ
$$f(x)=\frac{1}{2}x^2-5x=0$$
$$\frac{1}{2}x^2-5x=0\Leftrightarrow x\left(\frac{1}{2}x-5\right)=0$$
$\Leftarrow$ $x=0$ أو $x=10$

و منه سوابق العدد 3 بالدالة f هي $x=0$ و $x=10$

.3

لتكن الدالة f المعرفة في المجال $[-2;2]$:

1) تعين صور الأعداد 1- ، 0 ، 1 بالدالة f . $f(-1)=3$ $f(0)=1$ و $f(1)=-1$

2) تعين سوابق الأعداد 1- ، 3 ، 5 بالدالة f .

سوابق 1- هي 2- و 1.

سوابق 3 هي 1- و 2.

3) حلول في $[-2;2]$ المعادلة $f(x)=3$. $S=\{-1;2\}$

.4

❶. $f(x)=x+2$ و $g(x)=\sqrt{(x+2)^2}$ نلاحظ أن كل من $D_f=D_g=\mathbb{R}$

$g(x)=\sqrt{(x+2)^2}=|x+2|$ و عليه $f(x)\neq g(x)$ إذن $f\neq g$.

❷. $f(x)=\sqrt{x^2}$ و $g(x)=|x|$ نلاحظ أنكل من $D_f=D_g=\mathbb{R}$

و لدينا $f(x)=\sqrt{x^2}=g(x)=|x|$ إذن $f=g$.

❸. $f(x)=1+\dfrac{2}{x-3}$ و $g(x)=\dfrac{x^2-4x+3}{(x-3)^2}$ نلاحظ أن $D_f=D_g=\mathbb{R}-\{3\}$.

ومنه

$$f(x)=1+\frac{2}{x-3}=\frac{x-1}{x-3}=\frac{(x-1)(x-3)}{(x-3)(x-3)}$$
$$=\frac{x^2-4x+3}{(x-3)^2}=g(x)$$

عليه $f(x)=g(x)$ ان $f=g$.

❹. $f(x)=\dfrac{x^2}{|x|}$ و $g(x)=|x|$ لدينا $D_g=\mathbb{R}$ لكن $D_f=\mathbb{R}^*$ إذن $D_f\neq D_g$ و منه $f\neq g$

❺. $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$ و $g(x)=\dfrac{\sqrt{x}+1}{x-1}$ نلاحظ أن $D_f=D_g=\mathbb{R}-\{1\}$.

و منه

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}-1}=\frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}=\frac{\sqrt{x}+1}{x-1}=g(x)$$
$$f(x)=g(x)$$

و عليه $f=g$.

.5

نعتبر الدالتين التآلفيتين f و g المعرفتين على المجال $[-2,3]$ كالآتي: $f(x)=\dfrac{1}{2}x+1$ و $g(x)=-x+2$.

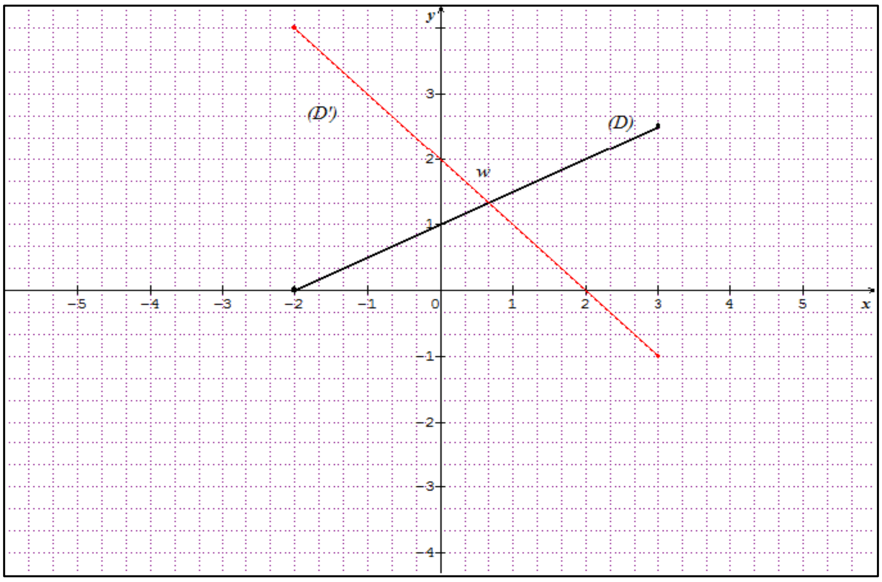
ليكن (D) و (D') تمثيلاهما البيانيين في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. اتجاه تغير كل من الدالتين f و g :

الدالة f متزايدة تماما على $[-2,3]$ و الدالة g متناقصة تماما على $[-2,3]$.

الرسم:

نلاحظ أن المنحنين (D) و (D') يتقاطعان في النقطة w.



تحقق من النتيجتين بالحساب:

نقوم بحل المعادلة: $f(x)=g(x)$

$\frac{1}{2}x+1=-x+2$ و عليه $x=\frac{2}{3}$ بالتعويض نجد $y=\frac{4}{3}$.

اذن نقطة التقاطع هي $w\left(\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right)$.

2.نعتبر الدوال f_1 ، f_2 ، f_3 و f_4 المعرفة على المجال $[-2,3]$ كما يلي:

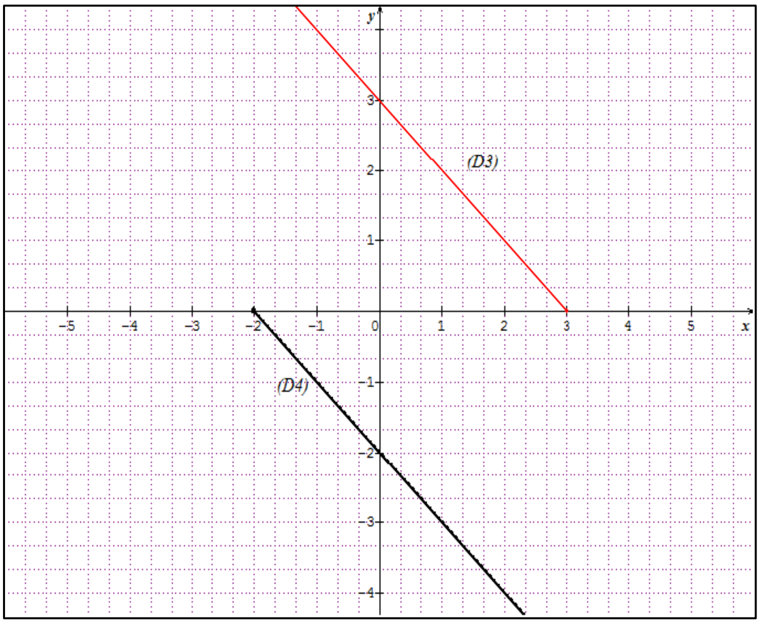
$f_1(x)=f(x)+g(x)$ ،

$f_2(x)=f(x)\times g(x)$ ،

$f_3(x)=-2\ f(x)$ و $f_4(x)=g(x)+1$

.

أ-عين بدلالة x عبارة كل من $f_1(x)$ ، $f_2(x)$ ، $f_3(x)$ و $f_4(x)$:



$$f_1(x)=f(x)+g(x)=\frac{x}{2}+1-x+2=-\frac{x}{2}+3$$

$$f_2(x)=f(x)\times g(x)=\left(\frac{1}{2}x+1\right)(-x+2)=-\frac{1}{2}x^2+2$$

$$f_3(x)=-2\ f(x)=-2\left(\frac{1}{2}x+1\right)=-x-2$$

$$f_4(x)=g(x)+1=-x+2+1=-x+3$$

ب- رسم كلا من (D_3) و (D_4):

3.نعتبر الدالة h المعرفة كما يلي: $h(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$

تعين D_h مجموعة تعريف الدالة h. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D_h لدينا: $h(x)=-\frac{1}{2}-\frac{2}{x-2}$.

الدالة h معرفة من أجل $g(x)\neq 0$ أي $x\neq 2$ و بالتالي $D_h=\mathbb{R}-\{2\}$.

6.

لتكن الدالتين g و h المعرفتين على المجال $[-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=\sqrt{x+1}$ و $h(x)=\sqrt{x+1}+2$

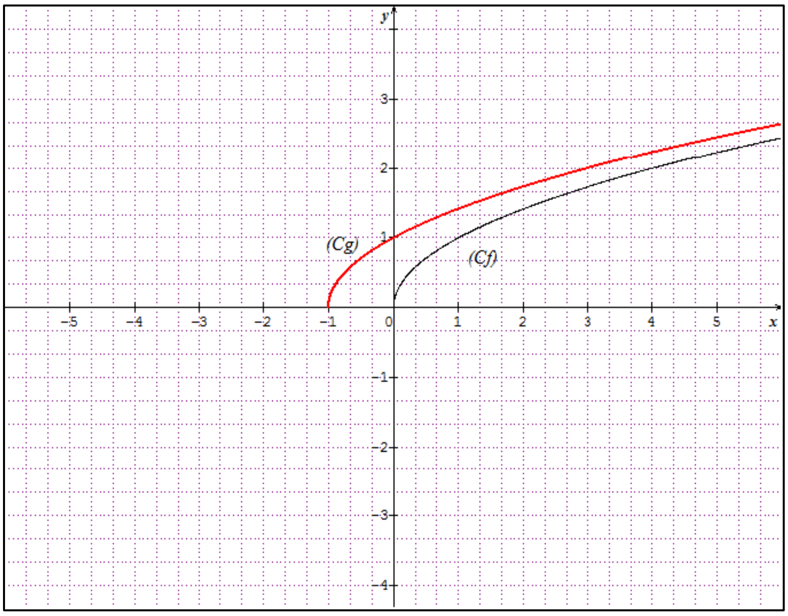
و ليكن (C_g) و (C_h) تمثيليهما البيانيين على الترتيب في معلم للمستوى.

ا) انطلاقا من التمثيل البياني (C_f) للدالة " الجذر التربيعي " $f:x\rightarrow\sqrt{x}$ ارسم المنحنى (C_g).

الشرح: المنحني $\left(C_g\right)$ هو صورة المنحنى $\left(C_f\right)$

بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\0\end{pmatrix}$.

ب) تحديد طريقتين لرسم المنحني $\left(C_h\right)$:

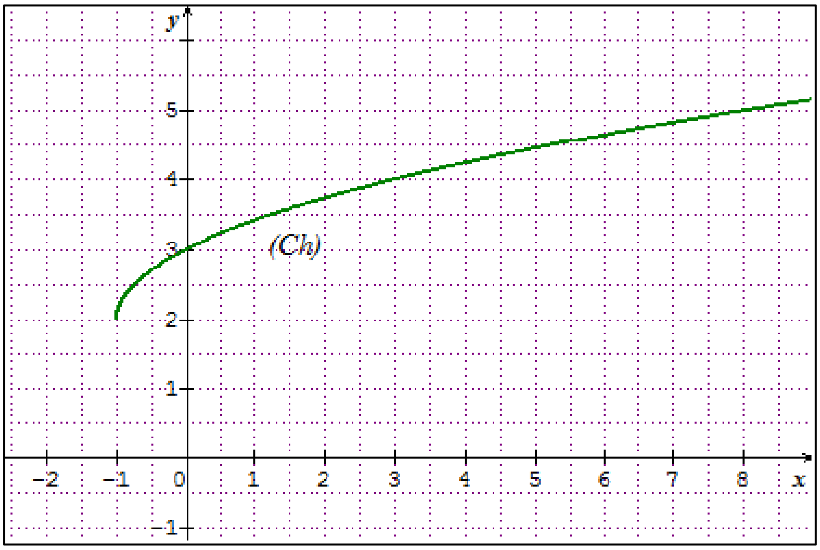


طريقة1: المنحنى $\left(C_h\right)$ هو صورة المنحنى $\left(C_f\right)$

بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$.

طريقة2: المنحنى $\left(C_h\right)$ هو صورة المنحنى $\left(C_g\right)$

بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{w}\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}$.



7.

حساب $f\circ g$ و $g\circ f$ في كل حالة من الحالات التالية:

❶. $f(x)=2x$ و $g(x)=-3x$ $\left(f\circ g\right)(x)=f\left(g(x)\right)=f\left(-3x\right)=2(-3x)$ $=-6x$ $\left(g\circ f\right)(x)=g\left(f(x)\right)=g\left(2x\right)=-3(2x)$ $=-6x$ نلاحظ أن $\left(f\circ g\right)(x)=\left(g\circ f\right)(x)$	❷. $f(x)=x-3$ و $g(x)=3x+2$ $\left(f\circ g\right)(x)=f\left(g(x)\right)=f(3x+2)$ $=3x+2-3=3x-1$ $\left(g\circ f\right)(x)=g\left(f(x)\right)=g\left(x-3\right)=3(x-3)+2$ $=3x-7$
❸. $f(x)=x^2$ و $g(x)=2-3x$ $\left(f\circ g\right)(x)=f\left(g(x)\right)=f(2-3x)$ $=\left(2-3x\right)^2=4+9x^2-12x$ $\left(g\circ f\right)(x)=g\left(f(x)\right)=g\left(x^2\right)=2-3x^2$	❹. $f(x)=\dfrac{-1}{x+1}$ و $g(x)=2x$ $\left(f\circ g\right)(x)=f\left(g(x)\right)=f(2x)$ $=\dfrac{-1}{2x+1}$

$(g\circ f)(x)=g(f(x))=g\left(\dfrac{-1}{x+1}\right)$ $=\dfrac{-2}{x+1}$	

.8

تفكيك الدالة f إلى مركب دالتين بسيطتين في كل حالة من الحالات التالية :

.1 $f(x)=(x-1)^2$ $\left.\begin{array}{l}u(x)=x-1\\ v(x)=x^2\end{array}\right\}\Rightarrow f(x)=(v\circ u)(x)$	.2 $f(x)=(x+2)^2+1$ $\left.\begin{array}{l}u(x)=x+2\\ v(x)=x^2+1\end{array}\right\}\Rightarrow f(x)=(v\circ u)(x)$	.3 $f(x)=\dfrac{3}{x+1}$ $\left.\begin{array}{l}u(x)=x+1\\ v(x)=\dfrac{3}{x}\end{array}\right\}\Rightarrow f(x)=(v\circ u)(x)$
.4 $f(x)=\sqrt{x+1}$ $\left.\begin{array}{l}u(x)=\sqrt{x}\\ v(x)=x+1\end{array}\right\}\Rightarrow f(x)=(u\circ v)(x)$	.5 $f(x)=\cos(x-1)$ $\left.\begin{array}{l}u(x)=\cos(x)\\ v(x)=x-1\end{array}\right\}\Rightarrow f(x)=(u\circ v)(x)$	.6 $f(x)=\left\|\dfrac{2x}{5}-1\right\|$ $\left.\begin{array}{l}u(x)=\dfrac{2}{5}x\\ v(x)=\|x+1\|\end{array}\right\}\Rightarrow f(x)=(v\circ u)(x)$

.9

f دالة معرفة على المجال $]-\infty;3]$ بـ : $f(x)=\sqrt{3-x}$

1. تفكك الدالة f إلى مركب دالتين مرجعيتين يطلب تعيينهما .

يمكن كتابة الدالة f كمايلي $f(x)=(u\circ v)(x)$ حيث $u(x)=\sqrt{x}$ و $v(x)=3-x$

2. استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty;3[$ ::

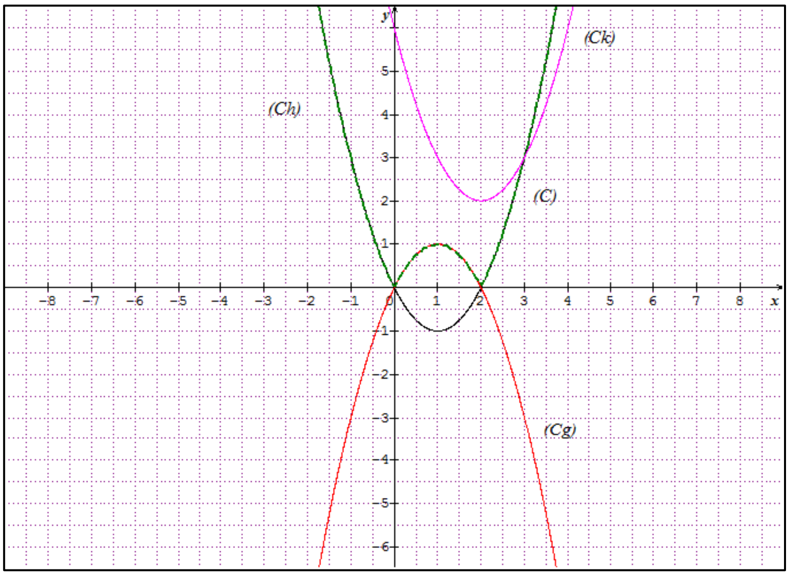
بما أن u دالة متزايدة تماما على المجال $[0;3]$ و الدالة v متناقصة تماما على $]-\infty;3]$ و عليه الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty;3]$ (لأن لكل من u و v اتجاه تغير معاكس)

.10

(C) هو المنحنى البياني للدالة f (انظر الشكل المقابل)

التمثيل في نفس المعلم المنحني البياني للدوال h و g و k حيث :

$g(x) = -f(x)$ ، $h(x) = |f(x)|$ ، $k(x) = f(x-1)+3$.



الشرح:

*منحنى الدالة g هو نظير منحنى (C) بالنسبة لمحور الفواصل.

*اذا كان $f(x) \geq 0$ فان (C_h) ينطبق غلى المنحنى (C) و اذا كان $f(x) \leq 0$ فان (C_h) و المنحنى (C) يتناظران بالنسبة لمحور الفواصل .

*منحنى الدالة k هو صورة المنحنى (C) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$.

.11

(C) هو المنحنى البياني للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

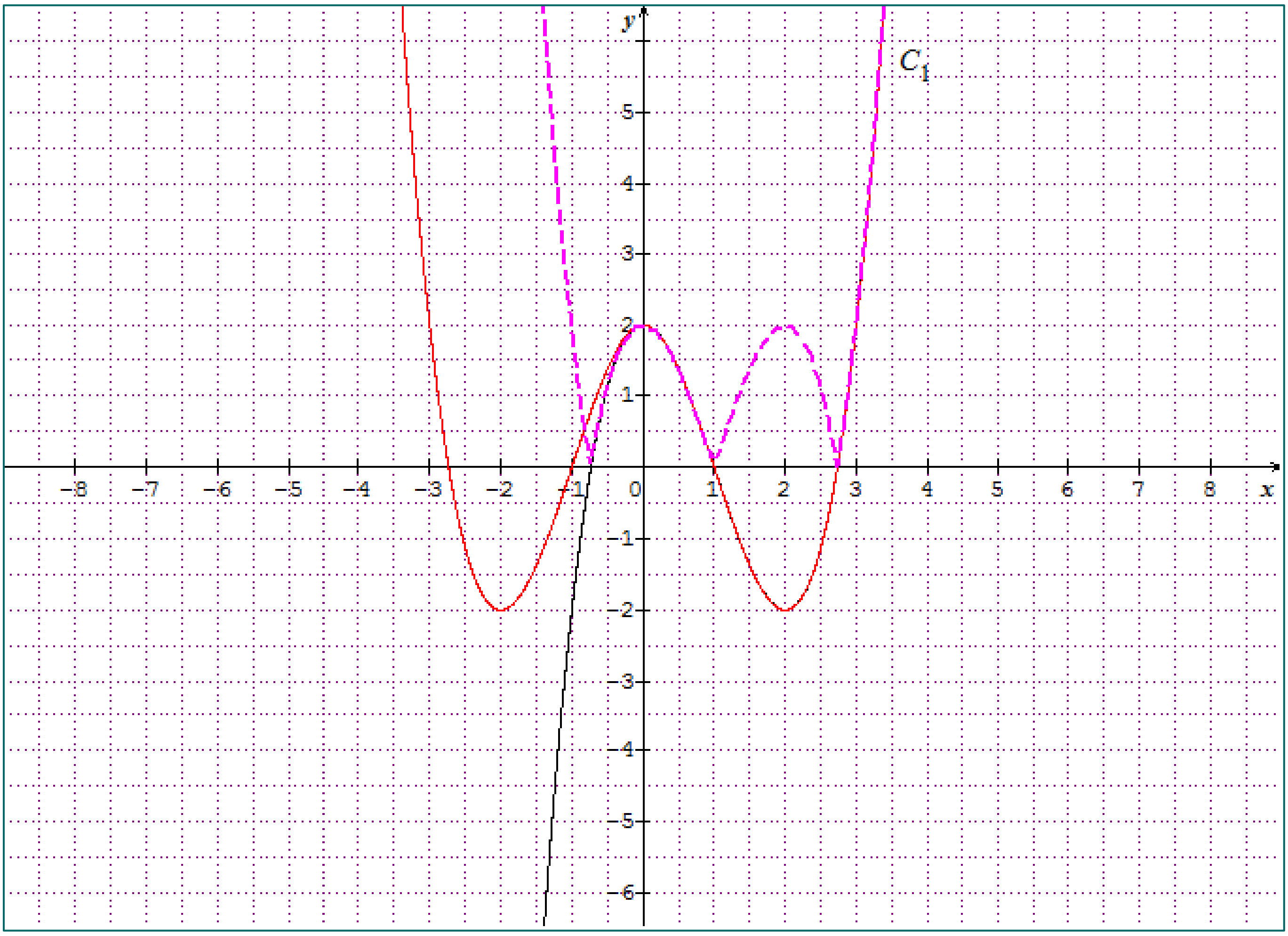
تمثيل بيانيا الدالتين f_1 و f_2 :

المعرفتين كما يلي :

$$f_1(x) = |x^3| - 3x^2 + 2 = |x^3| - 3|x^2| + 2 = f(|x|) = \begin{cases} f(x); x \geq 0 \\ f(x); x \leq 0 \end{cases}$$

و

$$f_2(x) = |x^3 - 3x^2 + 2| = |f(x)| = \begin{cases} f(x); f(x) \geq 0 \\ -f(x); f(x) \leq 0 \end{cases}$$



.12

f و g و h دوال معرفة كما يلي : $f(x)=3x-\frac{1}{3x}$ ، $g(x)=1-\frac{1}{3x}$ و $h(x)=3x-1$

1. تفكيك الدالة f **إلى مجموع دالتين** u **و** v **يطلب تعيينهما :**

يمكن كتابة الدالة f **كمايلي** $f(x)=u(x)+v(x)$ **حيث** $u(x)=3x-1$ **و** $v(x)=1-\frac{1}{3x}$ **. أي** $f(x)=h(x)+g(x)$

2. حساب و تبسيط $\frac{f(x)}{g(x)}$ **:**

$$\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{3x-\frac{1}{3x}}{1-\frac{1}{3x}}=\frac{\frac{9x^2-1}{3x}}{\frac{3x-1}{3x}}=\frac{9x^2-1}{3x-1}$$

و منه

$$=\frac{9x^2-1}{3x-1}=\frac{(3x-1)(3x+1)}{3x-1}$$
$$=3x+1$$

و بالتالي : $h(x)\neq\frac{f(x)}{g(x)}$.

3. الدالتان h **و** $\frac{f}{g}$ **غير متساويتان لأن** $h(x)\neq\frac{f(x)}{g(x)}$.

.13

f **دالة معرفة على** $\mathbb{R}-\{2\}$ **حيث:** $f(x)=\frac{x^2+3x}{2-x}$

1. تعين الأعداد الحقيقية a ، b **و** c **بحيث من أجل كل عدد** x **من** $\mathbb{R}-\{2\}$

لدينا : $f(x)=ax+b+\frac{c}{2-x}$

$$ax+b+\frac{c}{2-x}=\frac{(ax+b)(2-x)+c}{2-x}$$

و عليه:

$$=\frac{2ax-ax^2+2b-bx+c}{2-x}$$
$$=\frac{-ax^2+(2a-b)x+2b+c}{2-x}$$

بالمطابقة نتحصل على مايلي: $\begin{cases}-a=1\\2a-b=3\\2b+c=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=-1\\b=-5\\c=10\end{cases}$ **و منه** $f(x)=-x-5+\frac{10}{2-x}$

2. دراسة وضعية (C_f) **المنحنى الممثل للدالة** f **بالنسبة للمستقيم الذي معادلته :** $y=-x-5$ **:**

نقوم بدراسة اشارة الفرق: $f(x)-y$

و بالتالي :
$$f(x)-y=-x-5+\frac{10}{2-x}+x+5$$
$$=\frac{10}{2-x}$$

x	$-\infty$ 2 $+\infty$	
$2-x$	+	-
الوضع النسبي	المنحنى (C_f) يقع فوق المستقيم	المنحنى (C_f) يقع تحت المستقيم

.14

اثبات أن : $f\circ g=g\circ f$ حيث f و g دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$f(x)=2x^2-1$ و $g(x)=4x^3-3x$.

$$\left(f\circ g\right)(x)=f(g(x))=f\left(4x^3-3x\right)$$
$$=2\left(4x^3-3x\right)^2-1=2\left[16x^6+9x^2-24x^4\right]-1$$
$$=32x^6-48x^4+18x^2-1$$

من جهة أخرى:

$$\left(g\circ f\right)(x)=g\left(f(x)\right)=g\left(2x^2-1\right)$$
$$=4\left(2x^2-1\right)^3-3\left(2x^2-1\right)$$
$$=4\left[\left(2x^2-1\right)^2\left(2x^2-1\right)\right]-6x^2+3$$

منه :
$$=4\left[\left(4x^4+1-4x^2\right)\left(2x^2-1\right)\right]-6x^2+3$$
$$=4\left[8x^6-4x^4+2x^2-1-8x^4+4x^2\right]-6x^2+3$$
$$=4\left[8x^6-12x^4-1+6x^2\right]-6x^2+3$$
$$=32x^6-48x^4-4+24x^2-6x^2+3$$
$$=32x^6-48x^4+18x^2-1$$

اذن $\left(f\circ g\right)(x)=\left(g\circ f\right)(x)$

و بما أن كل من f و g دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ يمكن القول أن $f\circ g=g\circ f$.

.15

1. التحقق من أن $D=\left]-\infty;-2\right]\cup\left]-1;+\infty\right[$

تكون الدالة f معرفة من أجل قيم x التي تحقق: $\frac{x+2}{x+1}\geq 0$ و $x+1\neq 0$. لندرس حسب قيم x إشارة $\frac{x+2}{x+1}$

x	$-\infty$		-2		-1		$+\infty$
$x+2$		-	0	+	|	+	
$x+1$		-	|	-	0	+	
$\dfrac{x+2}{x+1}$		+	0	-	||	+	

نستنتج من الجدول هكذا أن: $D=]-\infty;-2]\cup]-1;+\infty[$

2. تعيين الدالة h

بإتباع المخطط التالي: $\sqrt{\dfrac{x+2}{x+1}} \mapsto \dfrac{x+2}{x+1} \mapsto x$ و علما أن: $g:x\mapsto\sqrt{x}$ فإن: $h:x\mapsto\dfrac{x+2}{x+1}$

و لدينا فعلا: $f=g\circ h$

3. تغيرات الدالة h **:** لدينا من أجل كل x من D : $h(x)=\dfrac{x+2}{x+1}=\dfrac{(x+1)+1}{x+1}=1+\dfrac{1}{x+1}$

من $h(x)=1+\dfrac{1}{x+1}$ نستنتج أن اتجاه تغير h هو نفسه اتجاه تغير الدالة: $x\mapsto\dfrac{1}{x+1}$

نلاحظ كذلك أن الدالة: $x\mapsto\dfrac{1}{x+1}$ هي مركب الدالة: $x\mapsto x+1$ متبوعة بالدالة: $x\mapsto\dfrac{1}{x}$

بما أن اتجاهي الدالتين $x\mapsto x+1$ و $x\mapsto\dfrac{1}{x}$ متعاكسان فإن الدالة $x\mapsto\dfrac{1}{x+1}$ متناقصة على $]-\infty;-2]$ وعلى $]-1;+\infty[$

4. تعيين اتجاه تغير الدالة f

بما أن الدالة g متزايدة و الدالة h متناقصة فإن الدالة f متناقصة على $]-\infty;-2]$ وعلى $]-1;+\infty[$

.16

1. تعيين D **و حساب** $f(x)$ **:** بما أن M تتحرك على $[AB]$ و $AB=2$ فإن: $D=[0;2]$

المثلث MNP متساوي الساقين و قائم في P ومنه: $f(x)=\dfrac{1}{2}MP^2=\dfrac{1}{2}\left[x^2+(2-x)^2\right]=x^2-2x+2$

لدينا: $(x-1)^2+1=x^2-2x+1+1=x^2-2x+2$ ومنه: $f(x)=(x-1)^2+1$

2. تغيرات الدالة f

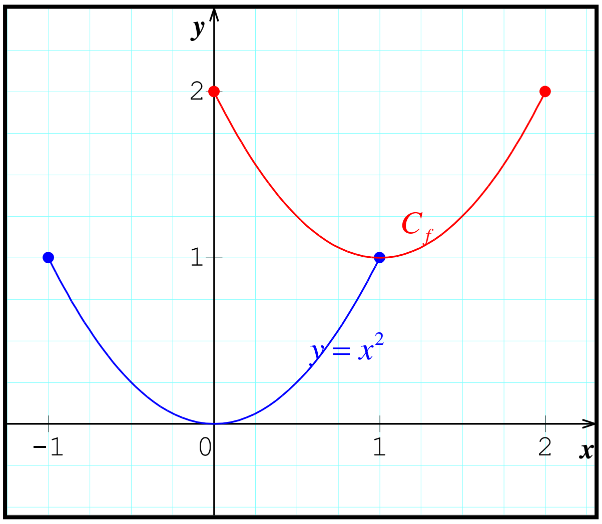
الدالة: $x\mapsto(x-1)^2$ متناقصة على $[0;1]$ و متزايدة على $[1;2]$ و بما أن للدالة: $x\mapsto(x-1)^2+1$ نفس اتجاه تغير $x\mapsto(x-1)^2$ فإن الدالة f متناقصة على $[0;1]$ و متزايدة على $[1;2]$.

x	0		1		2
$f(x)$	2	↘	1	↗	2

نلاحظ أن الدالة f تقبل قيمة حدية صغرى عند القيمة **1** لـِ x

إذن وضعية النقطة M التي تكون من أجلها مساحة المثلث MNP أصغر ما يمكن هي منتصف القطعة $[AB]$

.3 رسم المنحني (C_f)



المنحني (C_f) هو صورة القطع المكافئ ذو المعادلة $y=x^2$

بواسطة الانسحاب الذي شعاعه $\vec{u}(1;1)$ نقوم برسم القطع المكافئ

ذو المعادلة $y=x^2$ في المجال $[-1;1]$ ثم نستنتج المنحني (C_f)

المنحني (C_f) قطع مكافئ ذروته هي صورة النقطة O ذروة

القطع المكافئ ذو المعادلة $y=x^2$ بواسطة الانسحاب الذي

شعاعه $\vec{u}(1;1)$. و منه ذروة (C_f) هي النقطة $(1;1)$.

.17

تعيين شفعية الدالة f في كل مما يلي:

.1 $f(x)=\dfrac{x^2+2|x|}{x^2-2|x|}$

لدينا $D_f=\{x\in\mathbb{R}: x^2-2|x|\neq 0\}$ ، $x^2-2|x|\neq 0$ معناه : $|x|(|x|-2)=0 \Rightarrow \begin{cases}|x|=2\\|x|=0\end{cases}$ و بالتالي: $x=0, x=2, x=-2$

$D_f=\mathbb{R}-\{-2,0,2\}$.

من أجل كل x و $-x$ من D_f لدينا:

$f(-x)=\dfrac{(-x)^2+2|-x|}{(-x)^2-2|-x|}=\dfrac{x^2+2|x|}{x^2-2|x|}=f(x)$ و عليه الدالة f زوجية.

.2 $f(x)=\dfrac{1+x}{1-x}-\dfrac{1-x}{1+x}$

لدينا $D_f=\{x\in\mathbb{R}: 1+x\neq 0; 1-x\neq 0\}$

$D_f=\mathbb{R}-\{-1;1\}$

من أجل كل x و $-x$ من D_f لدينا:

$$f(-x)=\frac{1-(-x)}{1+(-x)}-\frac{1+(-x)}{1-(-x)}=\frac{1+x}{1-x}-\frac{1-x}{1+x}$$
$$=-\left(\frac{1-x}{1+x}-\frac{1+x}{1-x}\right)=-f(x)$$

و عليه الدالة f فردية.

.3 $f(x)=\sqrt{1+(x+1)^2}+\sqrt{1+(x-1)^2}$.

نلاحظ أن $D_f=\mathbb{R}$ و من أجل كل x و $-x$ من D_f لدينا:

$$\begin{aligned} f(-x) &= \sqrt{1+(-x-1)^2}+\sqrt{1+(-x+1)^2} \\ &= \sqrt{1+(x+1)^2}+\sqrt{1+(x-1)^2} \\ &= f(x) \end{aligned}$$

و عليه الدالة f زوجية.

.18

.1 $f(x)=\cos\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)$.

ليكن p أصغر دور موجب للدالة f ، $\begin{cases} D_f=\mathbb{R} \\ f(x+p)=f(x) \end{cases}$.

$$\cos\left(3(x+p)-\frac{\pi}{4}\right)=\cos\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\cos\left(3x-\frac{\pi}{4}+3p\right)=\cos\left(3x-\frac{\pi}{4}+2k\pi\right)(k\in\mathbb{Z})$$

و منه $3p=2k\pi \Rightarrow p=\frac{2k\pi}{3}$ من أجل $k=1$ أي $p=\frac{2\pi}{3}$.

.2 $f(x)=\cos^2\left(\frac{x}{4}\right)$

f دورية معناه $\cos^2\left(\frac{x}{4}\right)=\cos^2\left(\frac{x}{4}+\frac{p}{4}\right)$ و بالتالي:

أي $\begin{cases} \cos\left(\frac{x}{4}+\frac{p}{4}\right)=\cos\left(\frac{x}{4}\right) \\ \cos\left(\frac{x}{4}+\frac{p}{4}\right)=-\cos\left(\frac{x}{4}\right) \end{cases}$ و $\begin{cases} \cos\left(\frac{x}{4}+\frac{p}{4}\right)=\cos\left(\frac{x}{4}\right) \\ \cos\left(\frac{x}{4}+\frac{p}{4}\right)=\cos\left(\frac{x}{4}\right) \end{cases}$ عليه $p=4\pi$.

.3 $f(x)=\tan\left(\frac{x}{3}\right)$.

$D_f=\mathbb{R}-\left\{x/\frac{x}{3}=\frac{\pi}{2}+k\pi\right\}$ ، f دورية معناه $\tan\left(\frac{x}{3}+\frac{p}{3}\right)=\tan\left(\frac{x}{3}\right)$. نعلم أن دور الدالة $x\mapsto \tan x$ هو π و عليه $\frac{p}{3}=\pi \Rightarrow p=3\pi$.

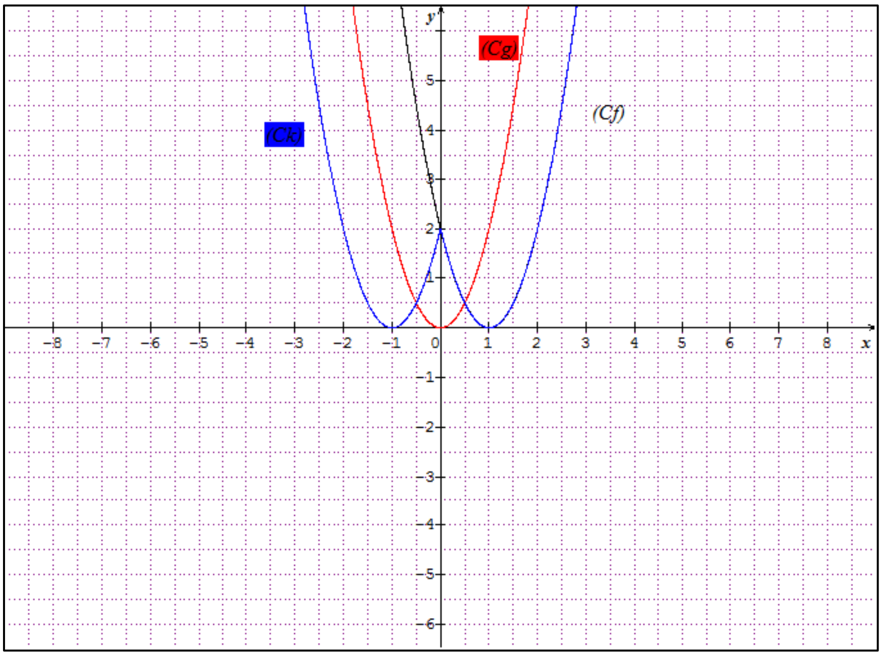
.19

f دالة عددية معرفة كما يلي: $f(x)=2x^2-4x+2$.

.1لدينا $\begin{aligned} f(x) &= 2x^2-4x+2=2\left(x^2-2x+1\right) \\ &= 2\left(x-1\right)^2 \end{aligned}$ و عليه بأخذ $g(x)=2x^2$ و $h(x)=x-1$ نجد: $f(x)=\left(g\circ h\right)(x)$

.2رسم المنحنى $\left(C_f\right)$ انطلاقا من المنحنى $\left(C_g\right)$.

المنحنى (C_f) هو صورة المنحنى (C_g) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{i}$.



3. k دالـــة عدديـــة معرفـــة كمـــا يلـــي:
$$k(x)=2x^2-4|x|+2$$

أ- الدالة k زوجية.

من أجل كل x و $-x$ من D_k لدينا $k(-x)=k(x)$ و بالتالي k دالة زوجية.

ب -كتابة $k(x)$ دون رمز القيمة المطلقة في المجال $]0;+\infty[$:

من أجل كل x موجب تماما
$$k(x)=2x^2-4x+2=f(x)$$

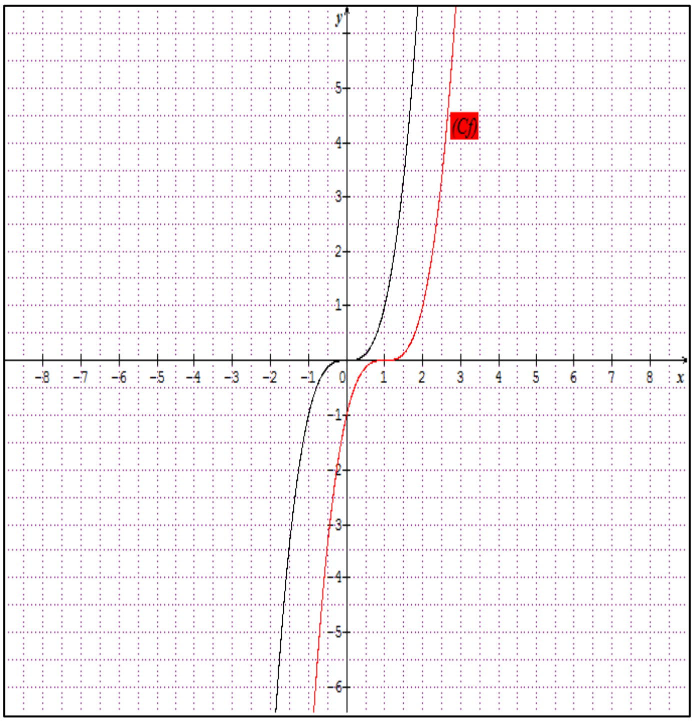
استنتج رسم المنحنى (C_k)

منحنى (C_k) ينطبق على (C_f) من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$.

20.

من أجل كل x و $2-x$ من D_f :

$$\begin{aligned}f(2-x)&=(2-x)^3-3(2-x)^2+3(2-x)-1\\&=8-12x+6x^2-x^3-12+12x-3x^2+6-3x-1\\&=-x^3+3x^2-3x-1\\&=2(0)-f(x)\end{aligned}$$



و منه المنحنى (C_f) يقبل النقطة $A(1;0)$ كمركز تناظر. لدينا

$f(x)=x^3-3x^2+3x-1=(x-1)^3$ و منه المنحنى (C_f)

هو صورة منحنى الدالة: $x\mapsto x^3$ بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{i}$ أي $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$.

تقويم ❶ لمحور الدوال العددية

1.

نعتبر الدالة f المعرفة كما يلي : $f(x)=|x-2|-3|x|+|x+2|$

1) بين أن الدالة f زوجية ثم اكتب $f(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة.

2) ادرس تغيرات الدالة f و ارسم منحنها البياني في معلم متعامد و متجانس.

3) ارسم انطلاقا من منحنى الدالة f ، منحنى الدالة g حيث $g(x)=-f(x)$.

2.

1) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ حيث : $f(x)=x^2+2x$

أ- أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0,+\infty[$

ب- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x حيث : $x\geq 0$ فإن $f(x)\geq 0$

2) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ حيث : $g(x)=-1+\sqrt{1+x}$

أ- أدرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $[0,+\infty[$

ب -أثبت أنه إدا كان العدد x موجبا فإن $g(x)\geq 0$

3)أ- على أي مجال يمكن تعريف الدالة $g\circ f$ ؟

ب- أحسب $(g\circ f)(x)$

4) أ- على أي مجال يمكن تعريف الدالة $f\circ g$ ؟

ب- أحسب $(f\circ g)(x)$.

3.

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x+1)(x-4)$

1) أ- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون: $f(x)=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{25}{4}$

ب- ارسم في معلم $(O;I,J)$ المنحنى (P) الممثل للدالة $x\mapsto x^2$ و استنتج رسم المنحنى الممثل للدالة f في نفس المعلم.

2).أ- g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=f(|x|)$

ب-أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي $x\geq 0$: $g(x)=f(x)$

ج-أثبت أن g دالة زوجية.

3) ارسم منحنى g باستعمال منحنى f .

تقويم 2 لمحور الدوال العددية

1.

نعتبر الدالتين f و g حيث: $f(x)=\sqrt{x+1}-1$ ، $g(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x+1}+1}$

1.أ-عين مجموعة تعريف كل من الدالتين f و g.   ب- بين أن $f=g$.

2.أحسب و بسط $(f\circ h)(x)$ حيث: $h(x)=x^2-1$.

2.

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بالشكل: $f(x)=\dfrac{2x-1}{x-1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

I. 1.عين العددين الحقيقين a و b بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{1\}$: $f(x)=a+\dfrac{b}{x-1}$

2.فكك الدالة f الى مركب دالتين مرجعيتين يطلب تعينهما.

3.استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجالين $]1;+\infty[$ و $]-\infty;1[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

4.بين أن المنحنى البياني للدالة f هو صورة المنحنى الباني للدالة مقلوب بانسحاب يطلب تعين شعاعه.

5.أنشئ (C_f) .

6.بين أن النقطة $\omega(1;2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f).

II. g دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ كما يلي: $g(x)=\dfrac{2|x|-1}{|x|-1}$

1.أكتب عبارة $g(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة.

2.أوجد علاقة بين الدالة g و الدالة f .

3.استنتج طريقة لرسم منحنى الدالة g انطلاقا من (C_f).

3.

لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل: $g(x)=x^2-x$. و (C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1.تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ أنه: $g(x)=\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{1}{4}$

2.فكك الدالة g الى مركب دالتين يطلب تعينهما.

3.استنتج اتجاه تغير الدلة g على المجالين $\left[\dfrac{1}{2};+\infty\right[$ و $\left]-\infty;\dfrac{1}{2}\right]$.

4. نعتبر الدالة h حيث: $h(x)=g(|x|)$. بين أن الدالة h زوجية ثم اشرح كيف يمكنك انشاء منحناها البياني.