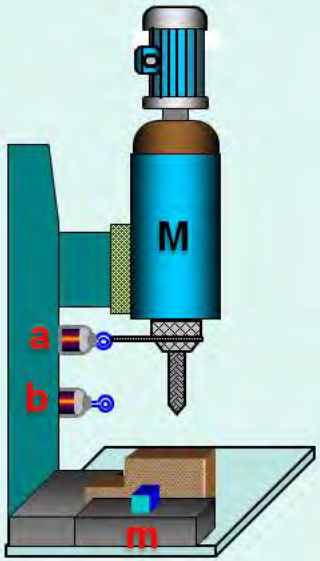
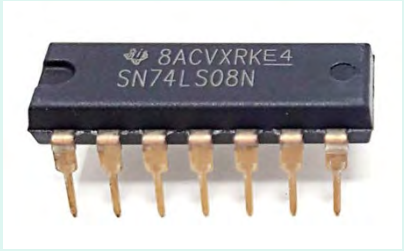
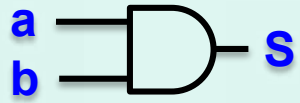
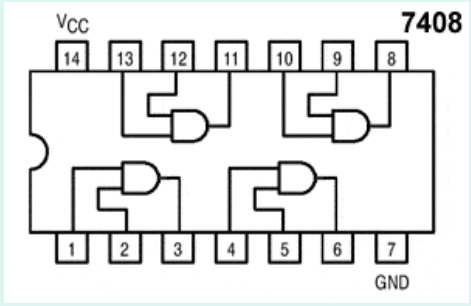
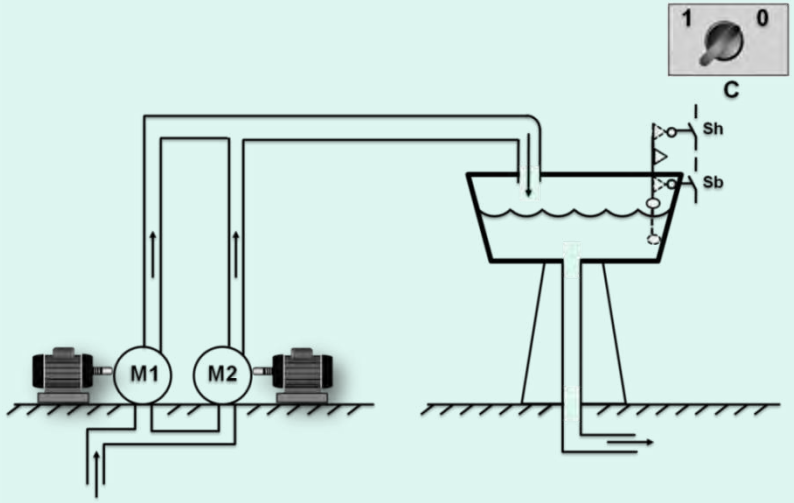
متقن محمد بوضياف –الرباحية- ولاية سعيدة
marouaneouldkada@gmail.com




من إعداد :

الأساتذة - جنيدي الزهرة
- ولد قادة نجادي

تحت إشراف السيد مكاوي محمد

# المنطق التوافقـــي

## 1 ـ نظام التعداد :

هناك أنظمة عدة مختلفة وأشهرها هو النظام العشري ولكن منذ أن أخترع الحاسوب والأجهزة الالكترونية أستخدم نظام عد يناسب الخواص التقنية له وهو النظام الثنائي و يتكون أي نظام عد من رموز و أساس .

## 2 ـ أنواع نظام العد :

1 ـ النظام العشري : أساسه 10 ويتكون من عشرة رموز هي ( 0، 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9 )

مثال

$$1865 = 1000 + 800 + 60 + 5$$

$$1865 = 1.10^3 + 8.10^2 + 6.10^1 + 5.10^0$$

2 - النظام الثنائي : أساسه 2 ويتكون من رمزين ( 0 ، 1 )، يستعمل في الإلكترونيك العددية ، لان الدارات لا يمكنها الأخذ إلا حالتين .

مثال : 100101

3 - النظام الثماني : أساسه 8 ورموزه هي (0 ،1 ،2 , 3 ،4 ،5 ،6 ،7 )

مثال : 534

4 - النظام السداسي عشر : أساسه 16 ورموزه هي ( 0، 1، 2 ،3 ،4 ،5 ،6 ،7 ،8 9 , A,B,C,D,E,F )

مثال : 6A3B

3 - التحويل من نظام إلى أخر :

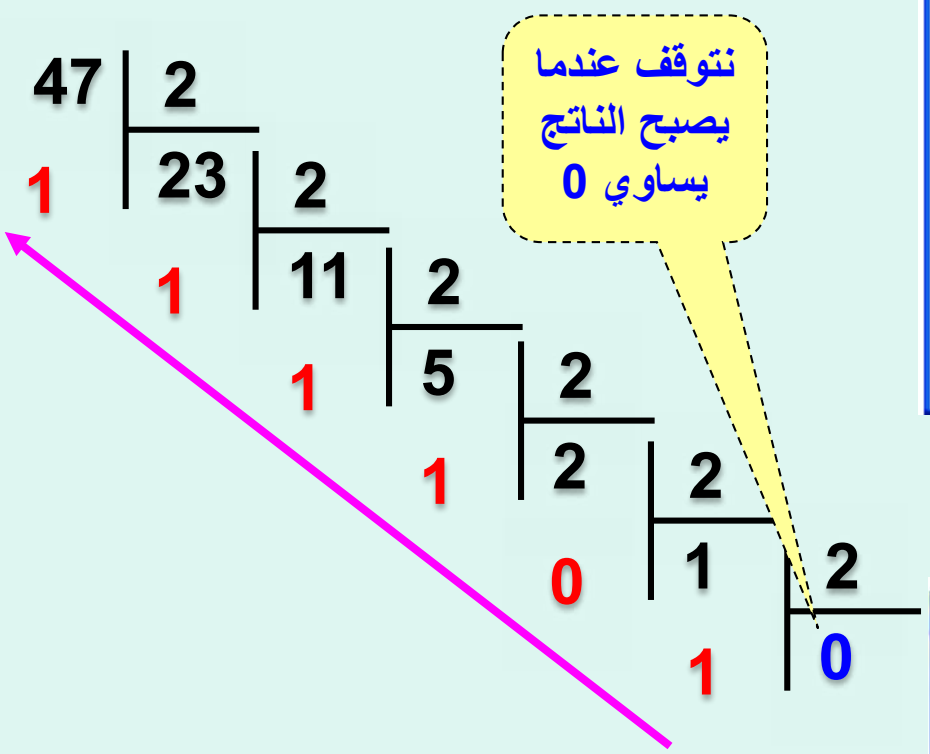
1 - التحويل من النظام العشري إلى النظام أخر:

القاعدة : نقسم العدد علي أساس النظام أخر حتى للوصول إلى النتيجة صفر ثم نكتب البواقي في الاتجاه العكسي .

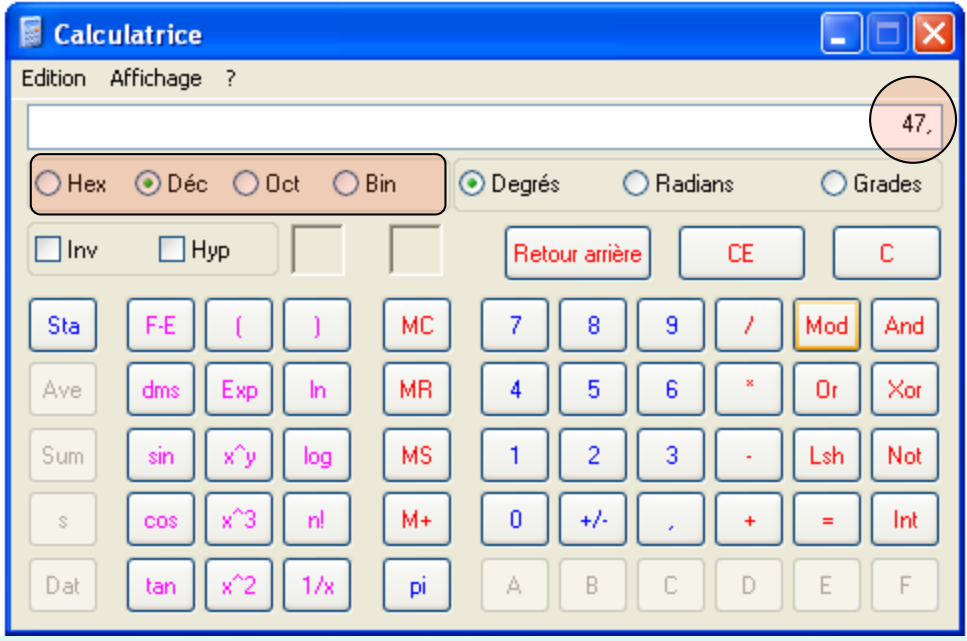
أمثلة : المثال رقم 1 : $(47)_{10} = (\ ?\ )_2$

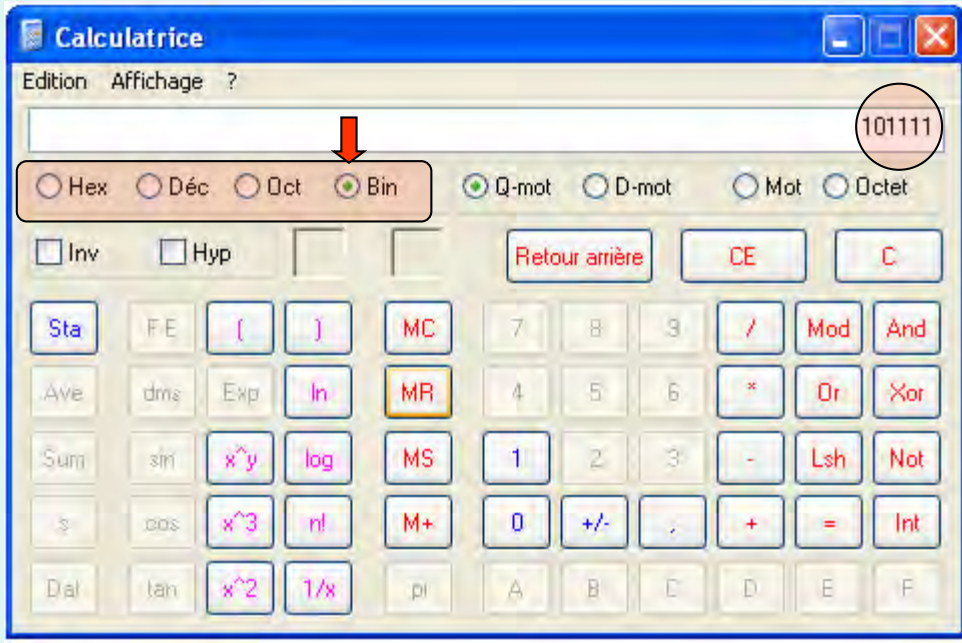
| العدد | 47 | 23 | 11 | 5 | 2 | 1 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| المقسوم عليه | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | |
| الباقي | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | |

$$(47)_{10} = (101111)_2$$



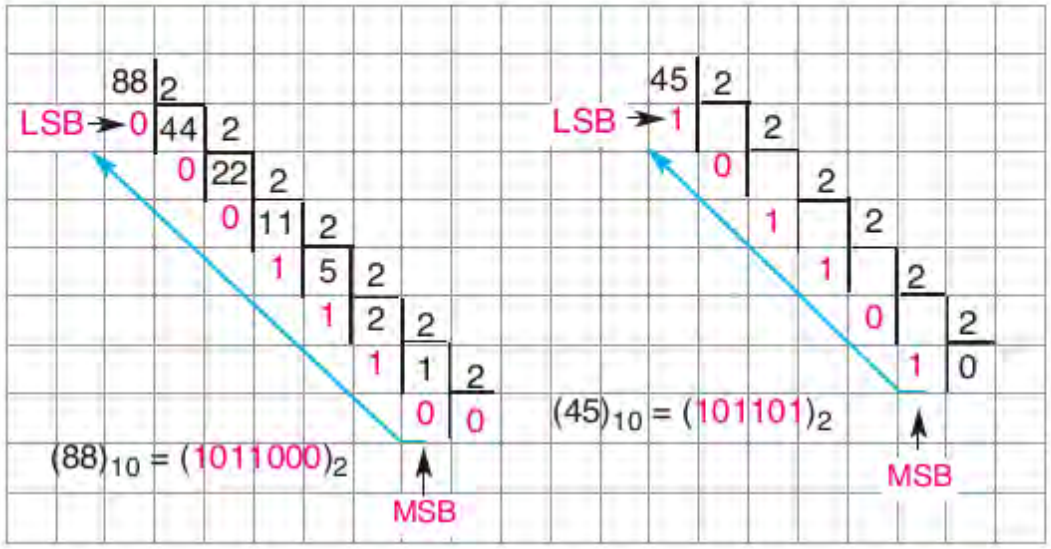

$$(47)_{10} = (101111)_2$$



b- 1- Exemple : coder les nombres $(88)_{10}$ et $(45)_{10}$ en binaire.

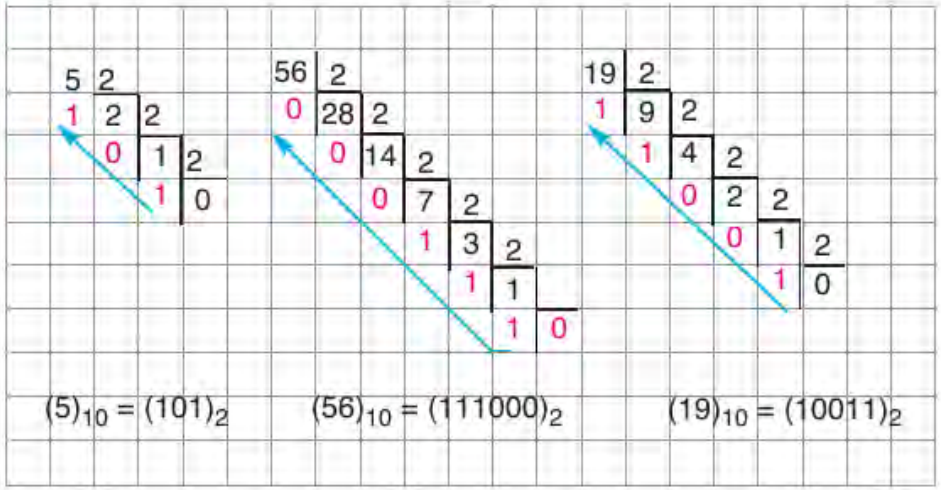
b- 2- Solution




## Exercice 1

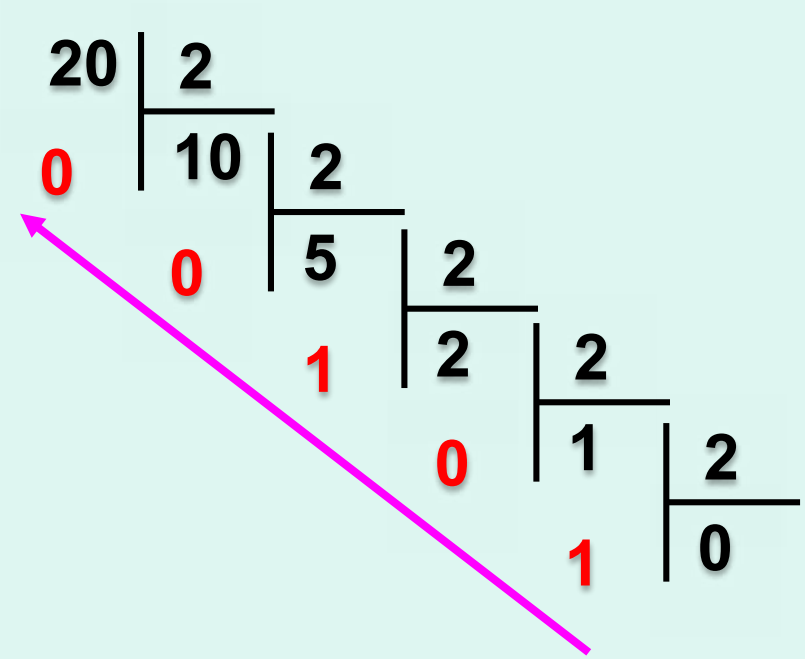
Coder en binaire pur les nombres décimaux suivants 5 ; 56 et 19.

## Solution



العدد العشري:

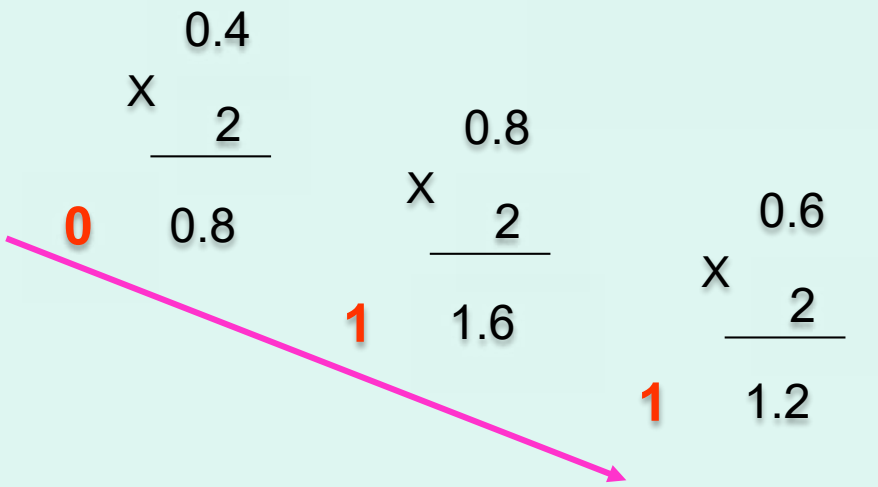
$(20.4)_{10} = (\ ؟\ )_2$




$(20)_{10} = (\ ؟\ )_2$ ⟹ $(20)_{10} = (10100)_2$

$(20.4)_{10} = (\ ؟\ )_2$

نأخذ الجزء الصحيح
ونكمل عملية الضرب




نتوقف حسب
الدقة المطلوبة

$(0.4)_{10} = (\ ؟\ )_2$

$(0.4)_{10} = (\ 0.011\ )_2$

$(20.4)_{10} = (\ ؟\ )_2$ ⟹ $(20.4)_{10} = (\ 10100.011\ )_2$

المثال رقم 2 : $(47)_{10} = (\ ؟\ )_8$

| العدد | 47 | 5 | 0 |
|---|---|---|---|
| المقسوم عليه | 8 | 8 | |
| الباقي | 7 | 5 | |

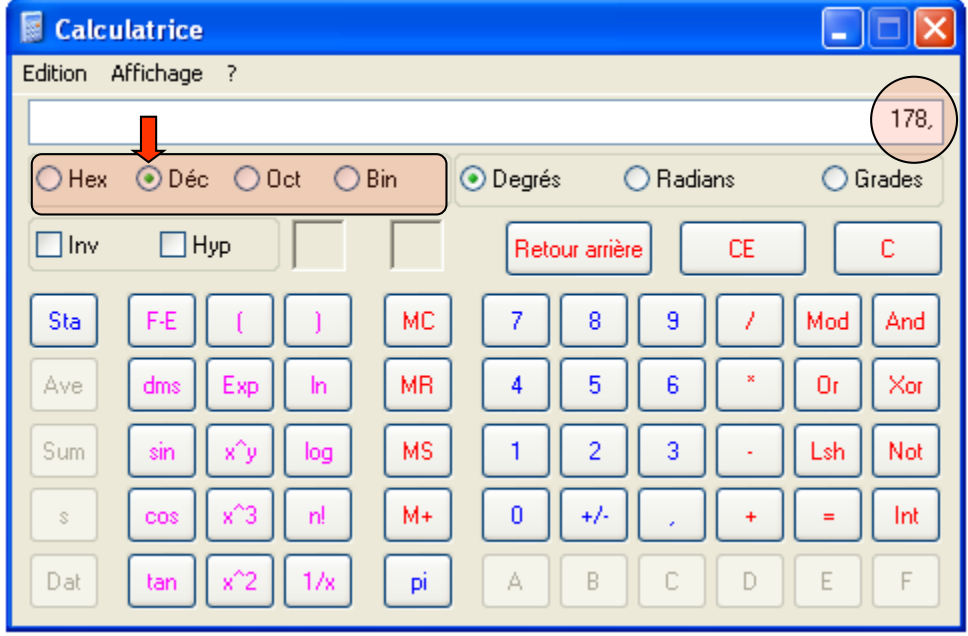
$(47)_{10} = (57)_8$

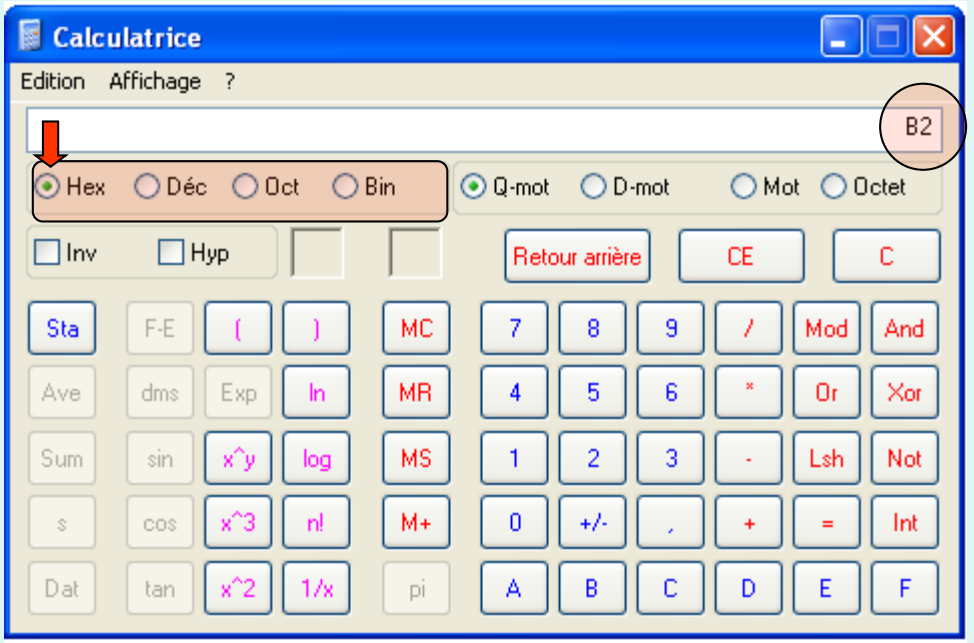
المثال رقم 3 : $(178)_{10} = (\ ؟\ )_{16}$

| العدد | 178 | 11 | 0 |
|---|---|---|---|
| المقسوم عليه | 16 | 16 | |
| الباقي | 2 | 11 | |

$(178)_{10} = (B2)_{16}$

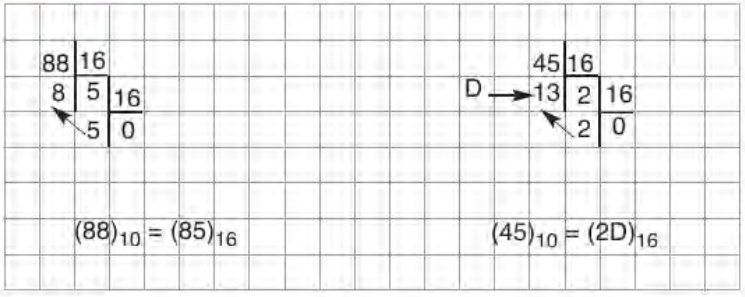
$(178)_{10} = (B2)_{16}$




b- 1- Exemple : coder les nombres $(88)_{10}$ et $(45)_{10}$ en hexadécimal.

b- 2- Solution



## 2 - التحويل من النظام أخر إلى النظام العشري :

**القاعدة :**

يتم التحويل باستخدام مفهوم المرتبة حيث نضرب كل رمز من رموز العدد أخر بقيمة المرتبة المقابلة ونجمع الجداءات .

مثال رقم 1 : $(111011)_2 = (\ ؟\ )_{10}$

$$111011 = 1.2^0 + 1.2^1 + 0.2^2 + 1.2^3 + 1.2^4 + 1.2^5$$
$$= 1 + 2 + 0 + 8 + 16 + 32$$
$$= (59)_{10}$$

مثال رقم 2 : $(235\ )_8 = (\ ؟\ )_{10}$

$$235 = 5.8^0 + 3.8^1 + 2.8^2$$
$$= (157)_{10}$$

مثال رقم 3 : $(AC2\ )_{16} = (\ ؟\ )_{10}$

$$AC2 = 2.16^0 + C.16^1 + A.16^2$$
$$= (2754)_{10}$$

## 3 ـ التحويل من النظام الثنائي إلى النظام الثماني $8 = 2^3$ :

**القاعدة :** نجزئ الرموز ثلاثا ثلاثا انطلاقا من اليمين ،ثم حساب قيمة كل مجموعة في الأساس العشري .

**مثال :** $( 110011010011 )_2 = ( ؟ )_8$

( 110011010011 )

6 3 2 3

$( 110011010011 )_2 = ( 6323 )_8$

## 4 ـ التحويل من النظام الثماني إلى النظام الثنائي :

**القاعدة :** نحول كل رمز إلى الثنائي ثم نربط النتائج .

**مثال :** $(264)_8 = (\ ؟\ )_2$

**264**

**010 110 100**

$$(264)_8 = (010110100)_2$$

## 5 ـ التحويل من النظام الثنائي إلى النظام السداسي عشر $2^4 = 16$ :

**القاعدة :** نجزئ الرموز أربعة – أربعة انطلاقا من اليمين ، ثم حساب قيمة كل مجموعة في الأساس العشري .

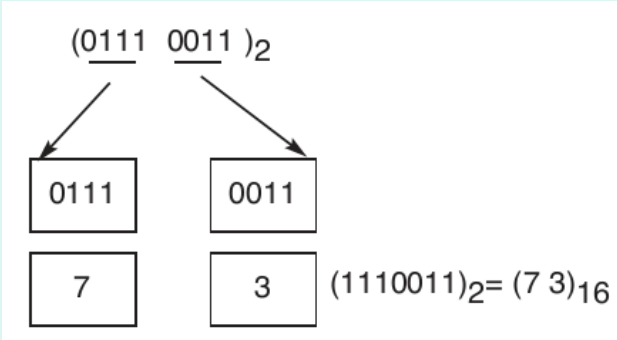
**مثال :** $( 10110011111011)_2 = (\ ?\ )_{16}$

$(10110011111011)$

0010

2 C F B

$( 10110011111011)_2 = (2CFB )_{16}$



## 6 ـ التحويل من النظام السداسي عشر إلى النظام الثنائي

**القاعدة :** نحول كل رمز إلى الثنائي ثم نربط النتائج .

مثال : $(3A9)_{16} = (\ ؟\ )_2$

**(3A9)**

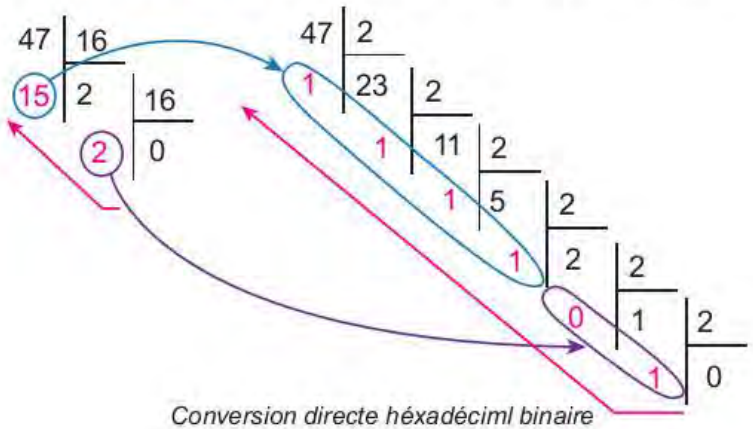
0011 1010 1001

$$(3A9)_{16} = (001110101001)_2$$

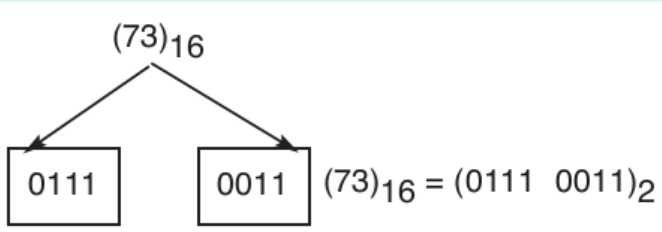
**Conversion héxadécimal - binaire**

Exprimons $(47)_{10}$ dans le système héxadécimal et dans le système binaire.

On obtient :




*Conversion directe héxadéciml binaire*



## 6 ـ التحويل من النظام السداسي عشر إلى النظام العشري.

**القاعدة :** يتم التحويل باستخدام مفهوم المرتبة ونجمع الجداءات .

**مثال :** $(1B9)_{16} = (\ ?\ )_{10}$

$$1B9 = 9.16^0 + B.16^1 + 1.16^2$$

$$= (441)_{16}$$

c-1- Exemple : écrire en décimal (ou décoder) le nombre $(123)_{16}$.

c-2- Solution :

$$(123)_{16} = 1x16^2 + 2x16^1 + 3x16^0$$

$$= 256 + 32 + 3 = (291)_{10}$$

## 4 ـ الترميز في مختلف الأنظمة :

| النظام العشري | النظام الثنائي $2^3$ $2^2$ $2^1$ $2^0$ | النظام الثماني | النظام السداسي عشر |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 0 0 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 0 0 1 | 1 | 1 |
| 2 | 0 0 1 0 | 2 | 2 |
| 3 | 0 0 1 1 | 3 | 3 |
| 4 | 0 1 0 0 | 4 | 4 |
| 5 | 0 1 0 1 | 5 | 5 |
| 6 | 0 1 1 0 | 6 | 6 |
| 7 | 0 1 1 1 | 7 | 7 |
| 8 | 1 0 0 0 | 10 | 8 |
| 9 | 1 0 0 1 | 11 | 9 |
| 10 | 1 0 1 0 | 12 | A |
| 11 | 1 0 1 1 | 13 | B |
| 12 | 1 1 0 0 | 14 | C |
| 13 | 1 1 0 1 | 15 | D |
| 14 | 1 1 1 0 | 16 | E |
| 15 | 1 1 1 1 | 17 | F |

# النظام الثنائي

$2^3$ $2^2$ $2^1$ $2^0$

8 4 2 1

$(0)_{10} = 0 \Rightarrow (0000) = (0000)_2$

$(1)_{10} = 1 \Rightarrow (0002^0) = (0001)_2$

$(2)_{10} = 2 \Rightarrow (002^10) = (0010)_2$

$(3)_{10} = 3 = 2 + 1 \Rightarrow (002^12^0) = (0011)_2$

$(4)_5 = 4 \Rightarrow (02^200) = (0100)_2$

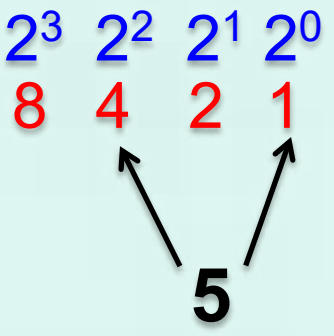
$(5)_{10} = 5 = 4 + 1 \Rightarrow (02^202^0) = (0101)_2$

$(6)_{10} = 6 = 4 + 2 \Rightarrow (02^22^10) = (0110)_2$

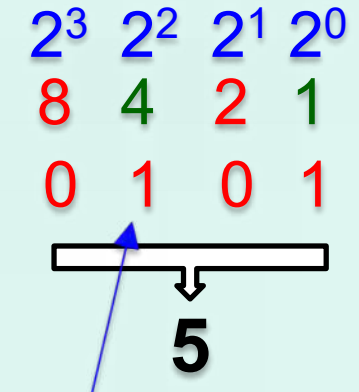
$(7)_{10} = 7 = 4 + 2 + 1 \Rightarrow (02^22^12^0) = (0111)_2$

$(8)10 = 8 \Rightarrow (2^3000) = (1000)_2$

$(9)_{10} = 9 = 8 + 1 \Rightarrow (2^3002^0) = (1001)_2$




**5= 4+1**




نضع في الأعداد(8 4 2 1) والذي مجموعهم
يؤدي إلى العدد 5 العدد 1 والأخر يملأ بـ 0

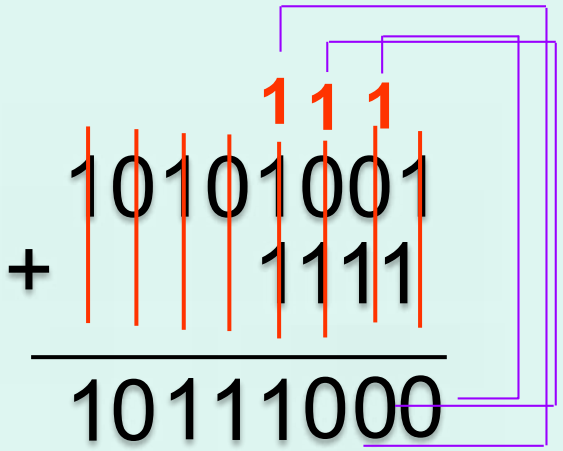
## 4 ـ العمليات الحسابية في النظام الثنائي :

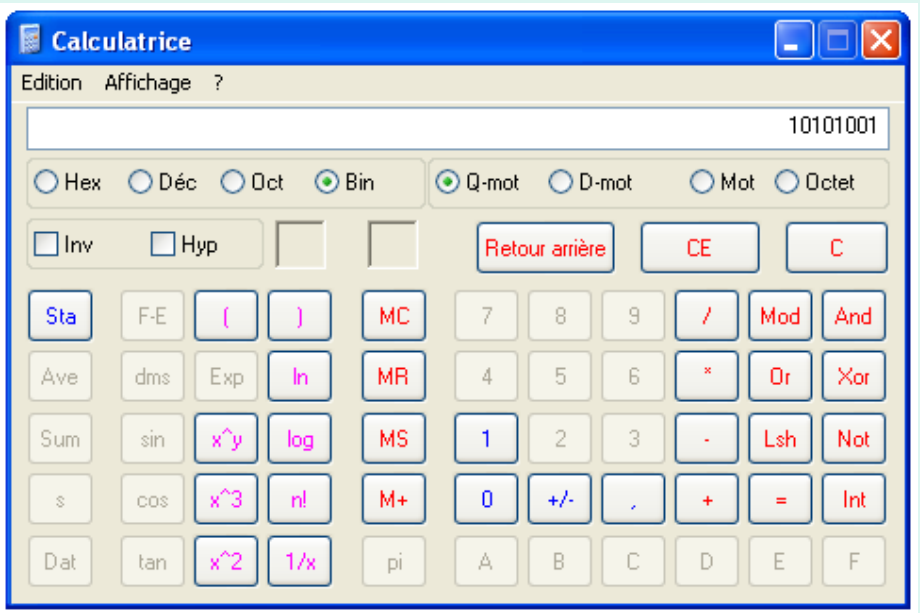
### 1 ـ الجمع المنطقي :

| العدد 1 | | العدد 2 | | النتيجة | الباقي |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | + | 0 | = | 0 | 0 |
| 1 | + | 0 | = | 1 | 0 |
| 0 | + | 1 | = | 1 | 0 |
| 1 | + | 1 | = | 0 | 1 |

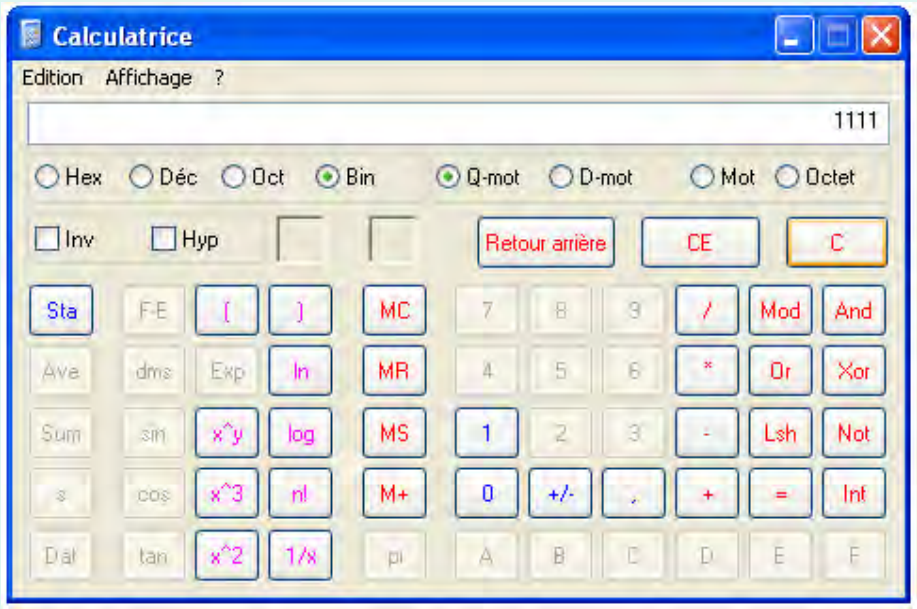
**الجمع** : في عملية الجمع يظهر الباقي

**مثال** 10101001 + 1111 = ؟

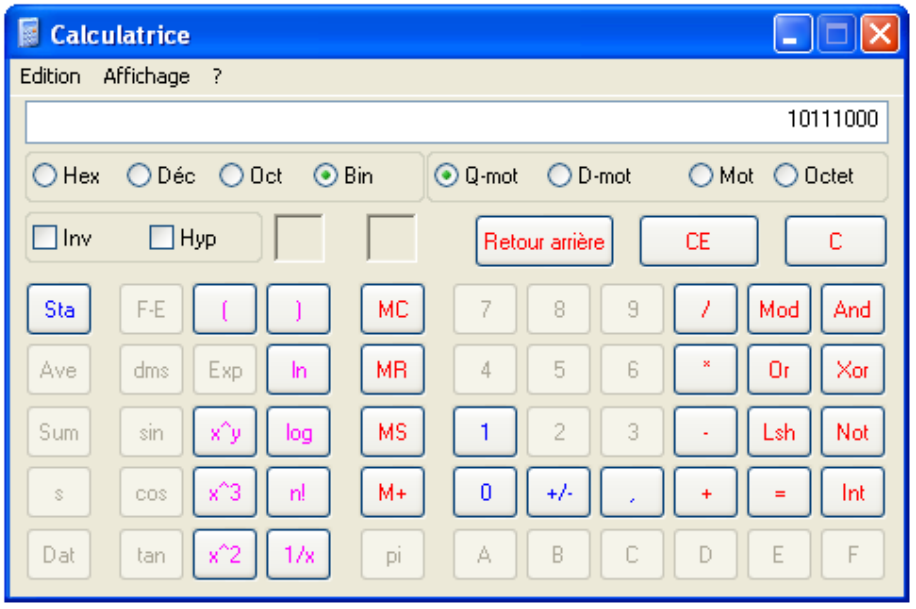



Calculatrice
Edition Affichage ?
10101001
Hex Déc Oct Bin Q-mot D-mot Mot Octet
Inv Hyp
Retour arrière CE C
Sta F-E ( ) MC 7 8 9 / Mod And
Ave dms Exp ln MR 4 5 6 * Or Xor
Sum sin x^y log MS 1 2 3 - Lsh Not
s cos x^3 n! M+ 0 +/- , + = Int
Dat tan x^2 1/x pi A B C D E F

+


Calculatrice
Edition Affichage ?
1111
Hex Déc Oct Bin Q-mot D-mot Mot Octet
Inv Hyp
Retour arrière CE C
Sta F-E ( ) MC 7 8 9 / Mod And
Ave dms Exp ln MR 4 5 6 * Or Xor
Sum sin x^y log MS 1 2 3 - Lsh Not
s cos x^3 n! M+ 0 +/- , + = Int
Dat tan x^2 1/x pi A B C D E F

=


Calculatrice
Edition Affichage ?
10111000
Hex Déc Oct Bin Q-mot D-mot Mot Octet
Inv Hyp
Retour arrière CE C
Sta F-E ( ) MC 7 8 9 / Mod And
Ave dms Exp ln MR 4 5 6 * Or Xor
Sum sin x^y log MS 1 2 3 - Lsh Not
s cos x^3 n! M+ 0 +/- , + = Int
Dat tan x^2 1/x pi A B C D E F

## 1 - الطرح المنطقي :

**الطرح** : في عملية الطرح تظهر الاستعارة

| العدد 1 | | العدد 2 | | النتيجة | الاستعارة |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | - | 0 | = | 0 | 0 |
| 1 | - | 0 | = | 1 | 0 |
| 0 | - | 1 | = | 1 | 1 |
| 1 | - | 1 | = | 0 | 0 |

1: الاستعارة

$$\begin{array}{r} 1\,0\,1^{1}0 \\ -\;0\,0\,_{1}0\,1 \\ \hline 1\,0\,0\,1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ -\;\;1 \\ \hline 9 \end{array}$$

## 5 - النظام : BCD

هذا الترميز يحتفظ بإيجابيات النظام العشري و النظام الثنائي ، ننسب لكل رمز عشري كلمة ثنائية ذات أربع بيت .

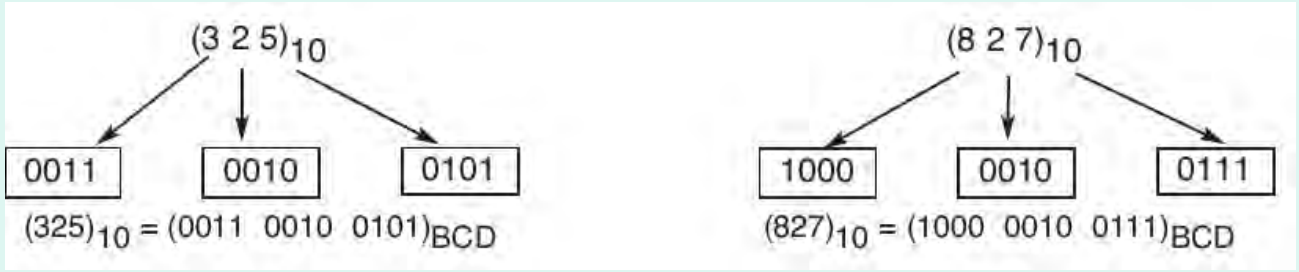
| عشري | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| BCD | 0000 | 0001 | 0010 | 0011 | 0100 | 0101 | 0110 | 0111 | 1000 | 1001 |

مثال : $(547)_{10} = (\ )_{BCD}$

**(547)**

**0110 0100 0111**

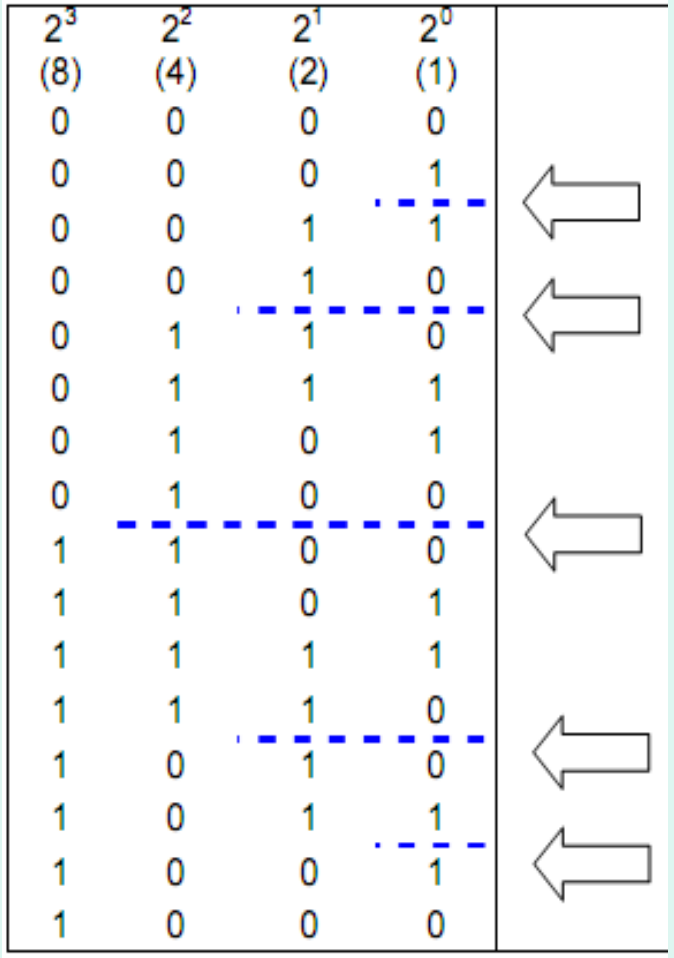
$(547\ )_{10} = (010101000111\ )_{BCD}$



## 6 ـ النظام الثنائي المنعكس (GRAY) :

Pour comprendre, clic par clic

| العشري | الثنائي الطبيعي | | | | الثنائي المنعكس ( gray ) | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 3 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 4 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 5 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 6 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 7 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 8 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 9 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 10 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 11 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 12 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 13 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 14 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 15 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |



| Hexadécimal | Décimal | | Binaire | | | | Gray | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $16^0$ | $10^1$ | $10^0$ | $2^3$ | $2^2$ | $2^1$ | $2^0$ | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 2 | 0 | 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 3 | 0 | 3 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 4 | 0 | 4 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 5 | 0 | 5 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 6 | 0 | 6 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 7 | 0 | 7 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 8 | 0 | 8 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 9 | 0 | 9 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| A | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| B | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| C | 1 | 2 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| D | 1 | 3 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| E | 1 | 4 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| F | 1 | 5 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

## Conversion du binaire naturel en binaire réfléchi

### a- Méthode de conversation

L'opération de conversion est basé sur la comparaison entre les bits du nombre écrit en binaire naturel tel que :

- le premier chiffre (de poids le plus fort) du naturel est le même que le chiffre du réfléchi ;
- si les bits $B_{j+1}$ et $B_j$ ont même valeur (0 ou 1), le chiffre correspondant en binaire réfléchi est $G_j = 0$ ;
- si les bits $B_{j+1}$ et $B_j$ ont des valeurs différentes, alors le chiffre correspondant en binaire réfléchi est $G_j = 1$.

### b-1- Exemple

Soit à convertir le nombre binaire naturel $(1101)_2$ en binaire réfléchi.

### b-2- Solution

| $B_3$ | $B_2$ | $B_1$ | $B_0$ | |
|---|---|---|---|---|
| 1 → | 1 → | 0 → | 1 | Nombre binaire pur |
| ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | |
| $G_3$ | $G_2$ | $G_1$ | $G_0$ | Nombre en code Gray |
| 1 | 0 | 1 | 1 | |

$(1101)_2 = (1011)_{réfléchi}$

## Exercice 4

Convertir en binaire Gray les nombres binaires purs suivants $(10110)_2$ et $(1001011)_2$

### Solution

| $B_4$ | $B_3$ | $B_2$ | $B_0$ | $B_0$ | | $B_6$ | $B_5$ | $B_4$ | $B_3$ | $B_2$ | $B_0$ | $B_0$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 → | 0 → | 1 → | 1 → | 0 | Nombre binaire pur | 1 → | 0 → | 0 → | 1 → | 0 → | 1 → | 1 | Nombre binaire pur |
| ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | Nombre en code Gray | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | Nombre en code Gray |
| $G_4$ | $G_3$ | $G_2$ | $G_1$ | $G_0$ | | $G_6$ | $G_5$ | $G_4$ | $G_3$ | $G_2$ | $G_1$ | $G_0$ | |

Code de Gray :

Ce n'est pas un code arithmétique.
Code présentant la particularité qu'un nombre par rapport à son prédécesseur ne diffère que par 1 seul bit. Il est utilisé dans les transmissions numériques pour lim ter les erreurs de transmission.

Conversion binaire → Gray :

- le MSB reste le même
- de gauche à droite, on additionne les bits adjacent du binaire pour avoir le bit en Gray (sans les retenues=XOR)

Ex.: $(10110)_2 \rightarrow (X)_{Gray}$ ?

```
1 + 0 + 1 + 1 + 0
|   |   |   |   |
1   1   1   0   1
```

| Codage décimal | Codage binaire naturel | Codage Gray ou binaire réfléchi |
|---|---|---|
| 0 | 0000 | 0000 |
| 1 | 0001 | 0001 |
| 2 | 0010 | 0011 |
| 3 | 0011 | 0010 |
| 4 | 0100 | 0110 |
| 5 | 0101 | 0111 |
| 6 | 0110 | 0101 |
| 7 | 0111 | 0100 |

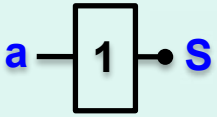
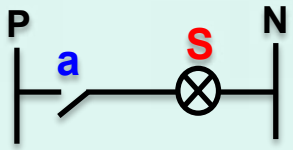
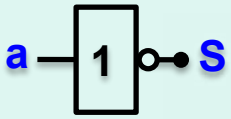
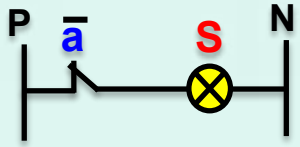
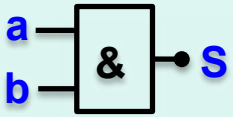
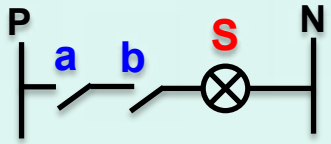
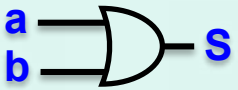
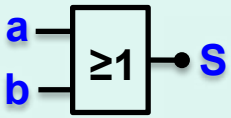
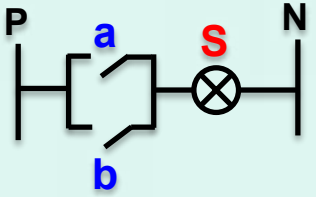
Conversion Gray →binaire :

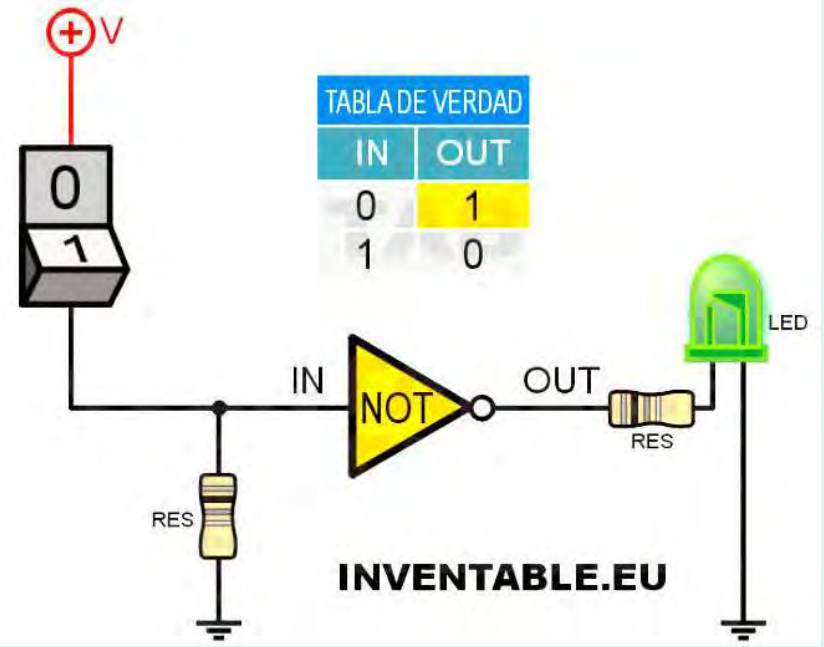
- le MSB reste le même
- de gauche à droite, on additionne chaque nouveau bit de code binaire créé au bit de code Gray adjacent suivant (sans les retenues)

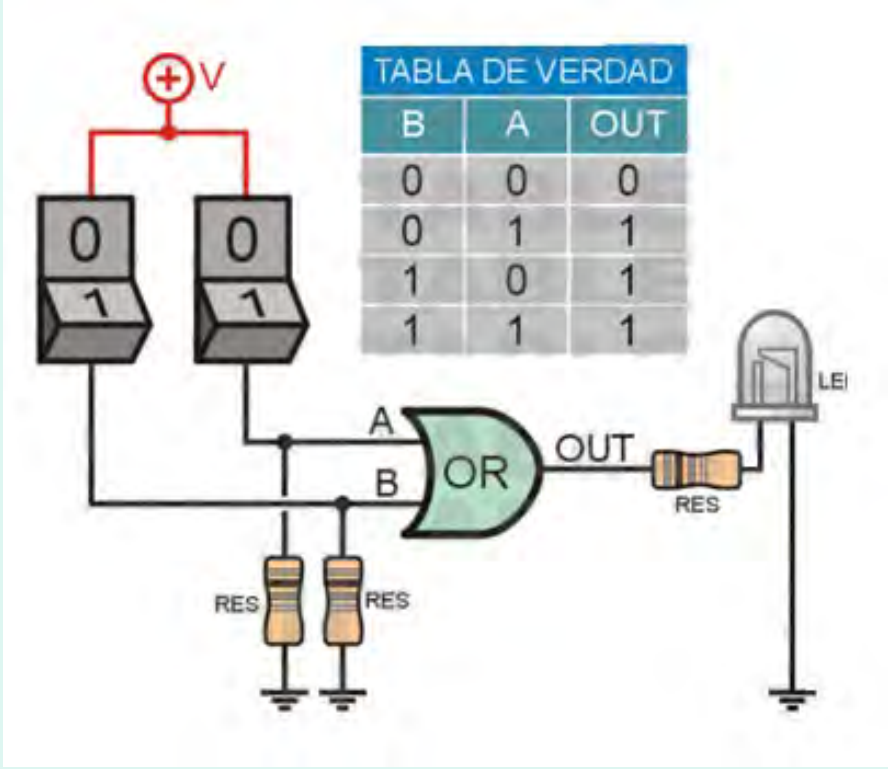
Ex.: $11011_{gray} \rightarrow$ binaire ?

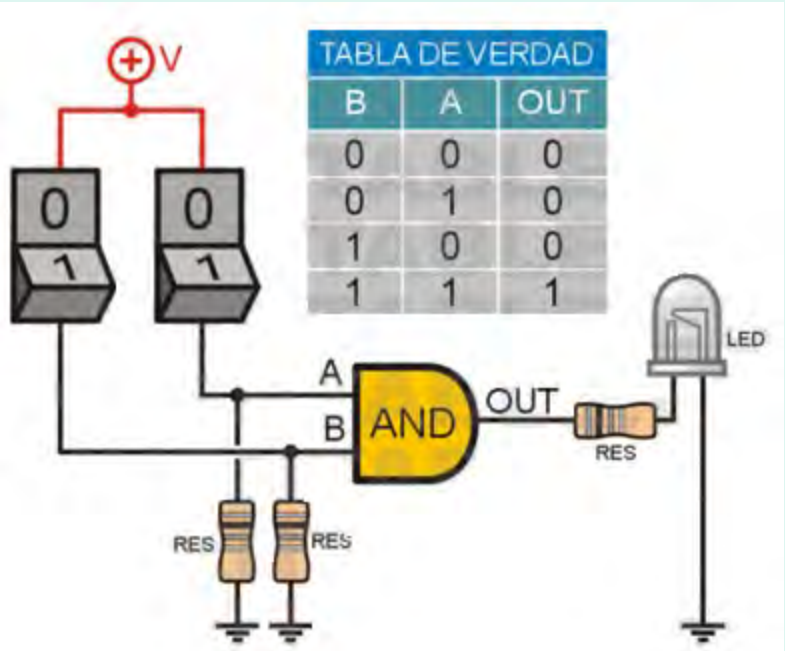
```
1   1   0   1   1
  /   /   /   /
| + | + | + | + |
1   0   0   1   0
```

$11011_{gray} \rightarrow 10010$

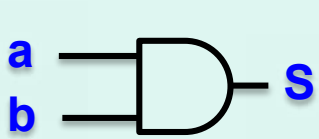
| البوابة | الرمز الامريكي | الرمز الاروبي | جدول الحقيقة | م المنطقية | الدارة الكهـربائية |
|---|---|---|---|---|---|
| "نعم" OUI | |   | a S<br>0 0<br>1 1 | S = a |   |
| "نفي" NON NO | |   | a S<br>0 1<br>1 0 | S = ā |   |
| "و" ET AND | |   | b a S<br>0 0 0<br>0 1 0<br>1 0 0<br>1 1 1 | S = a . b |   |
| " أو " OU OR |   |   | b a S<br>0 0 0<br>0 1 1<br>1 0 1<br>1 1 1 | S = a + b |   |

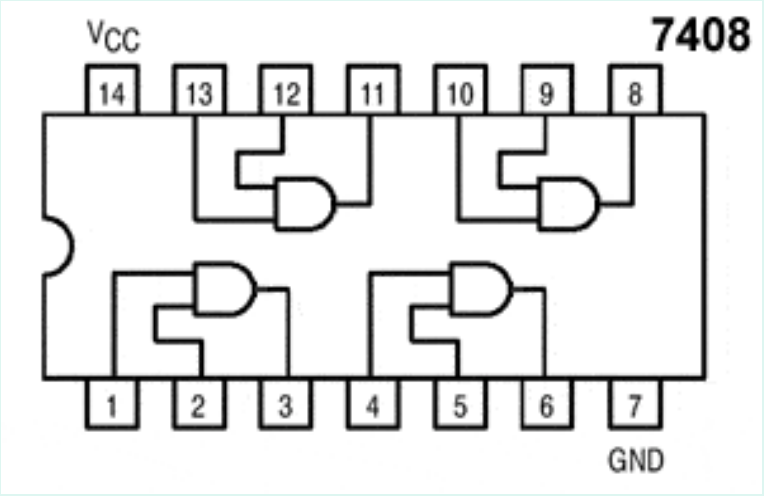

V
0
1
TABLA DE VERDAD
IN
OUT
0
1
1
0
LED
IN
NOT
OUT
RES
RES
INVENTABLE.EU

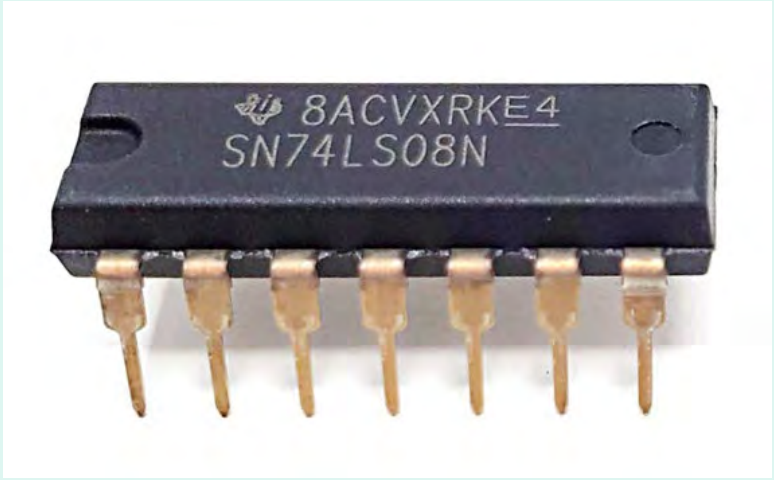

V
0
1
0
1
TABLA DE VERDAD
B
A
OUT
0
0
0
0
1
1
1
0
1
1
1
1
A
B
OR
OUT
RES
RES
RES
LEI

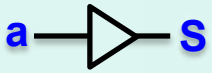
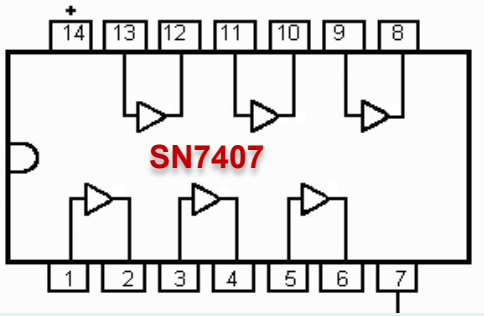
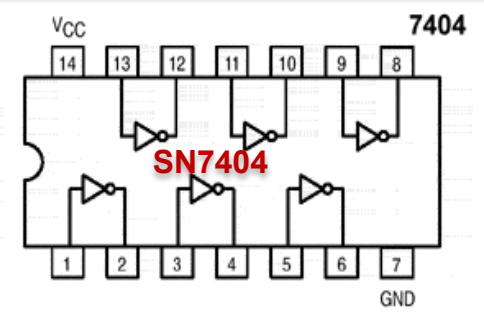
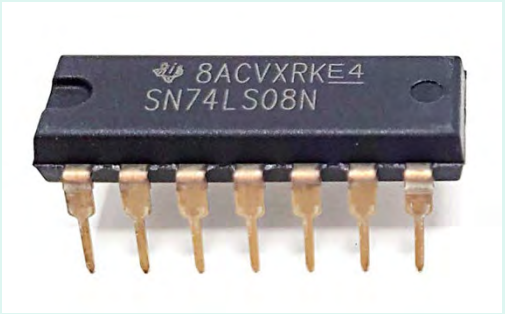
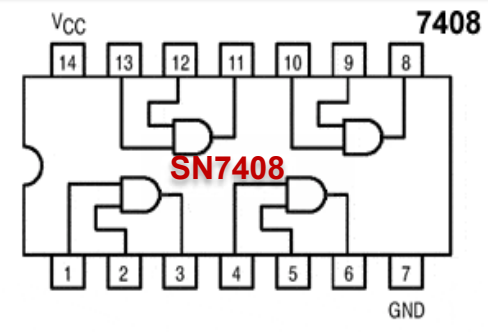
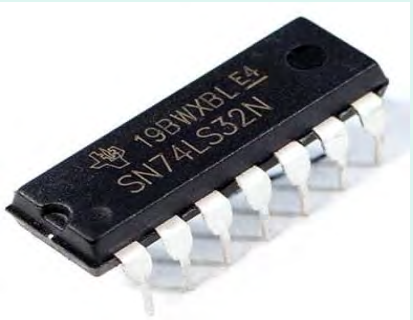
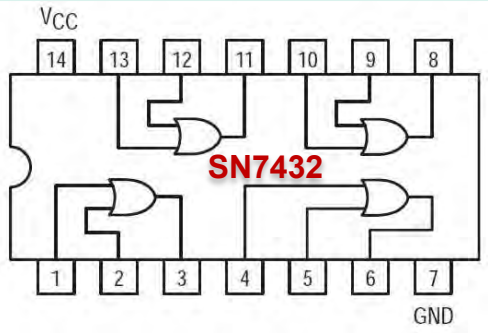

V
0
1
0
1
TABLA DE VERDAD
B
A
OUT
0
0
0
0
1
0
1
0
0
1
1
1
LED
A
B
AND
OUT
RES
RES
RES

**ملاحظة:** في الواقع لا توجد بوابات لوحدها وإنما توجد في مركب الكتروني يسمى الدارة المندمجة (Circuit intègre)

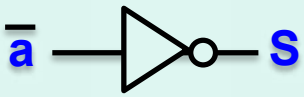


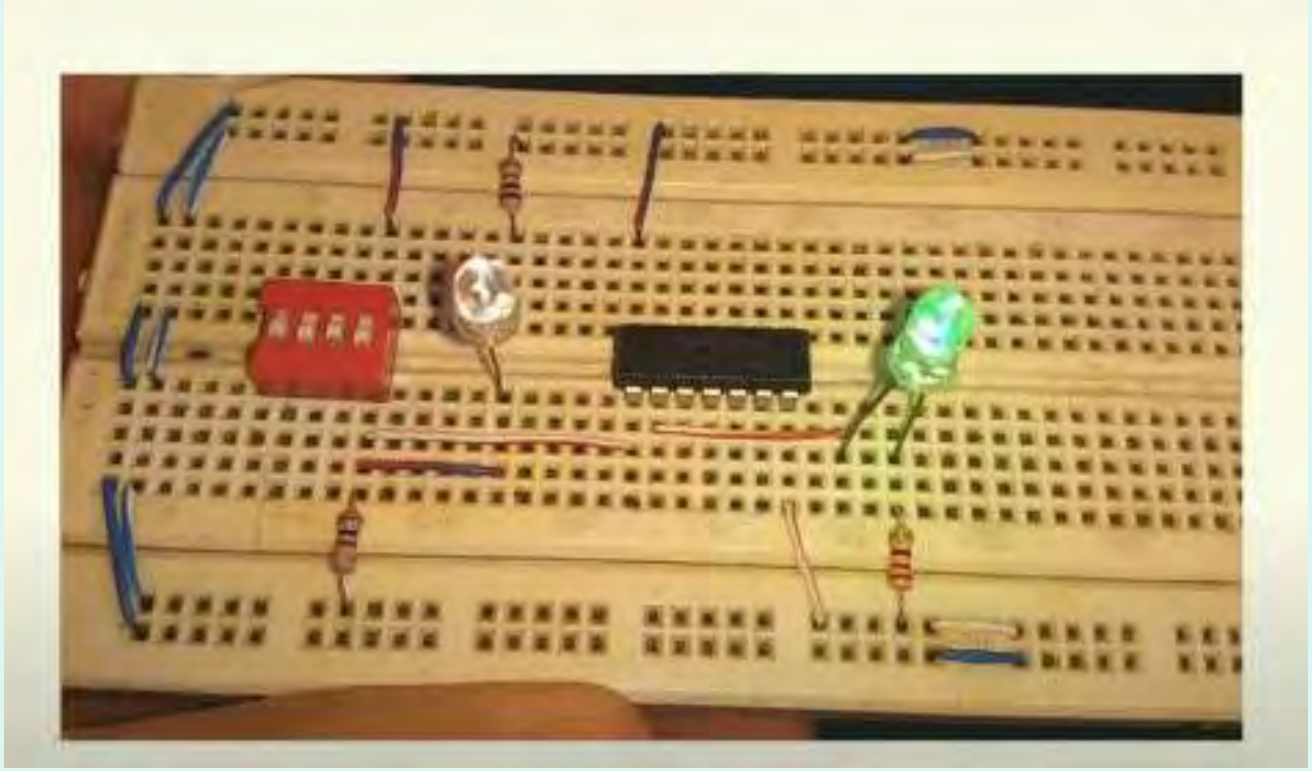



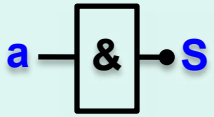
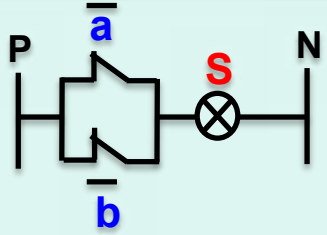
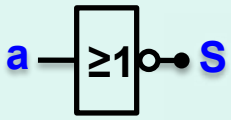
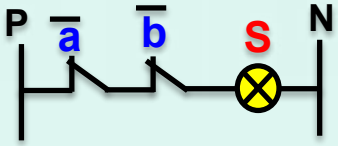
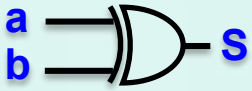
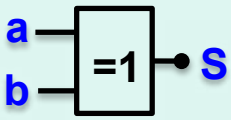
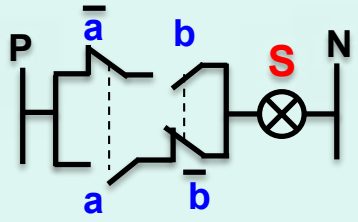
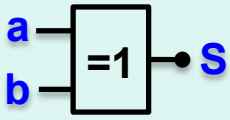
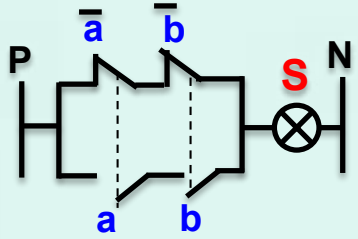
| البوابة | التمثيل المنطقي | الدارة المندمجة | التمثيل المنطقي لدارة المندمجة |
|---|---|---|---|
| "نعم"<br>OUI |  | |  |
| "نفي"<br>NON<br>NO | | |  |
| "و"<br>ET<br>AND | |  |  |
| " أو "<br>OU<br>OR | |  |  |

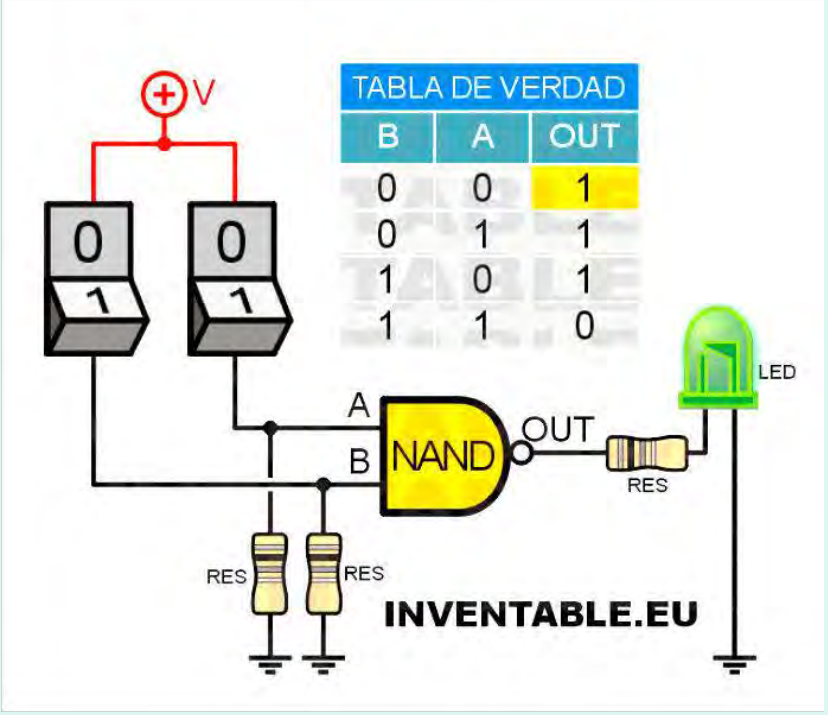
" ץ"
NON
NO



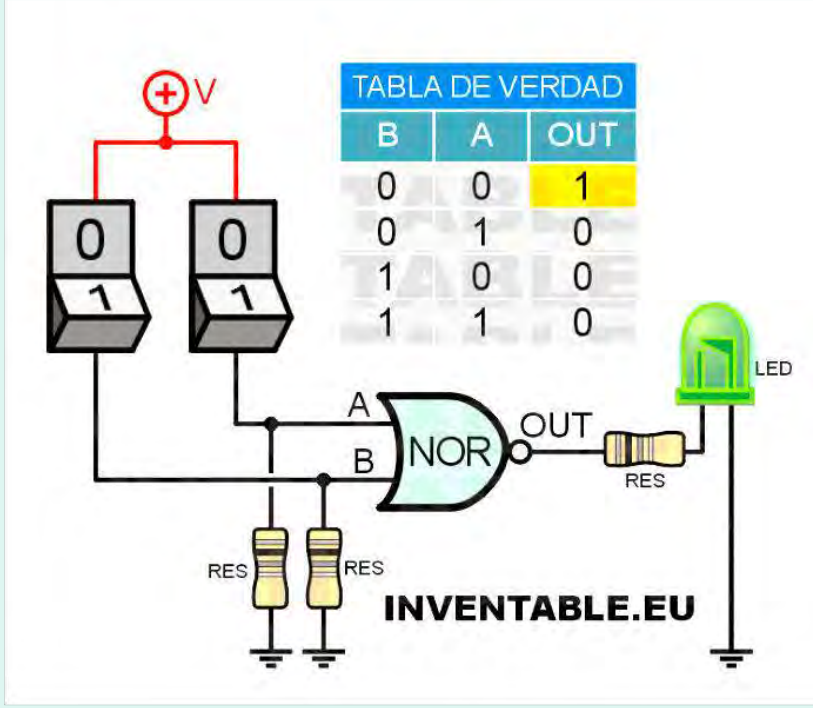

| a | S |
|---|---|
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |



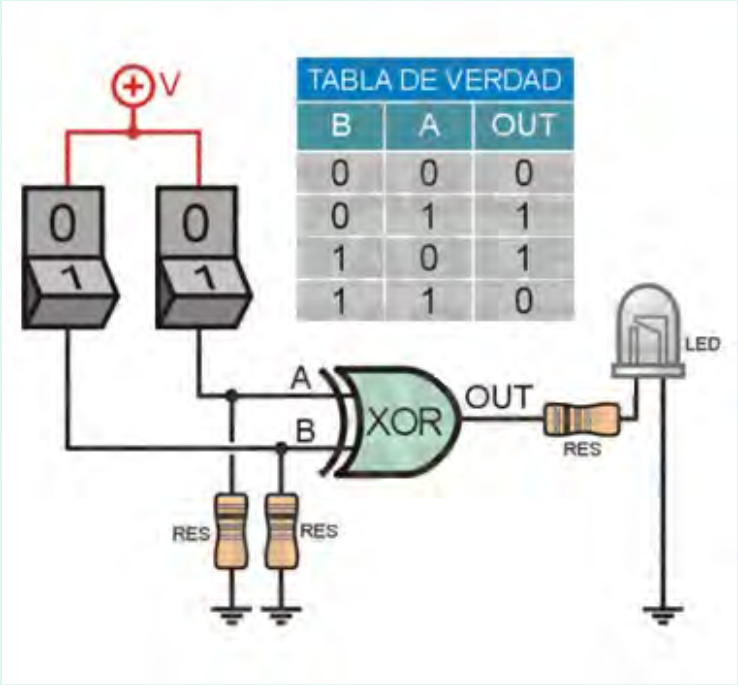
| البوابة | الرمز الامريكي | الرمز الفرنسي | جدول الحقيقة | م المنطقية | الدارة الكهـربائية |
|---|---|---|---|---|---|
| "نفي و "<br>NAND | |  | b a S<br>0 0 1<br>0 1 1<br>1 0 1<br>1 1 0 | $S = \overline{a.b}$ |  |
| نفي أو "<br>"<br>NOR | |  | b a S<br>0 0 1<br>0 1 0<br>1 0 0<br>1 1 0 | $S = \overline{a+b}$ |  |
| "أو الاستبعادي"<br>ET EXCLU<br>XOR |  |  | b a S<br>0 0 0<br>0 1 1<br>1 0 1<br>1 1 1 | $S=a\bar{b} + \bar{a}b$<br>$S = a \oplus b$ |  |
| "لا أو<br>الاستبعادي"<br>OU EXCLU<br>NXOR | |  | b a S<br>0 0 1<br>0 1 0<br>1 0 0<br>1 1 1 | $S=\bar{a}\bar{b} + ab$<br>$S = \overline{a \oplus b}$ |  |



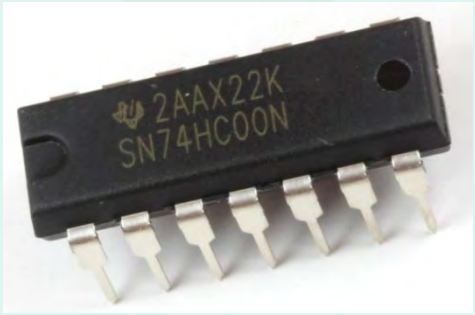
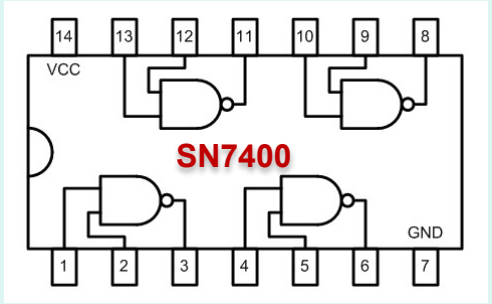
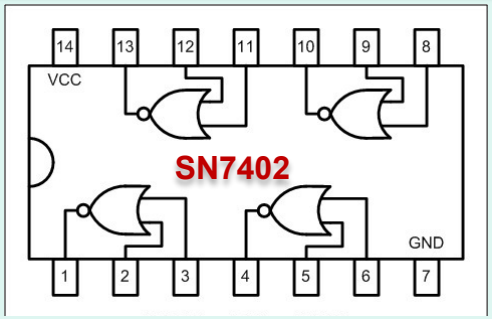
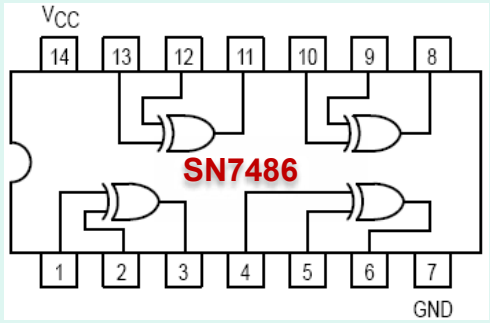
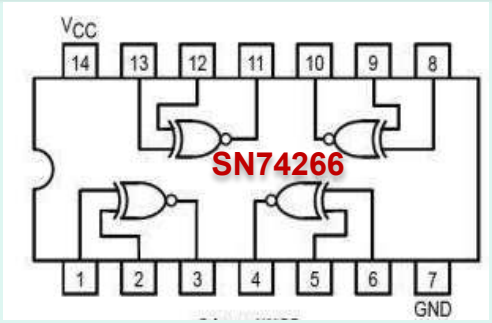

| TABLA DE VERDAD | | |
|---|---|---|
| B | A | OUT |
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |



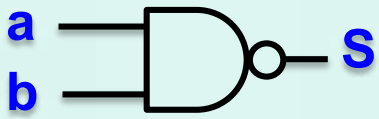

| TABLA DE VERDAD | | |
|---|---|---|
| B | A | OUT |
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 |



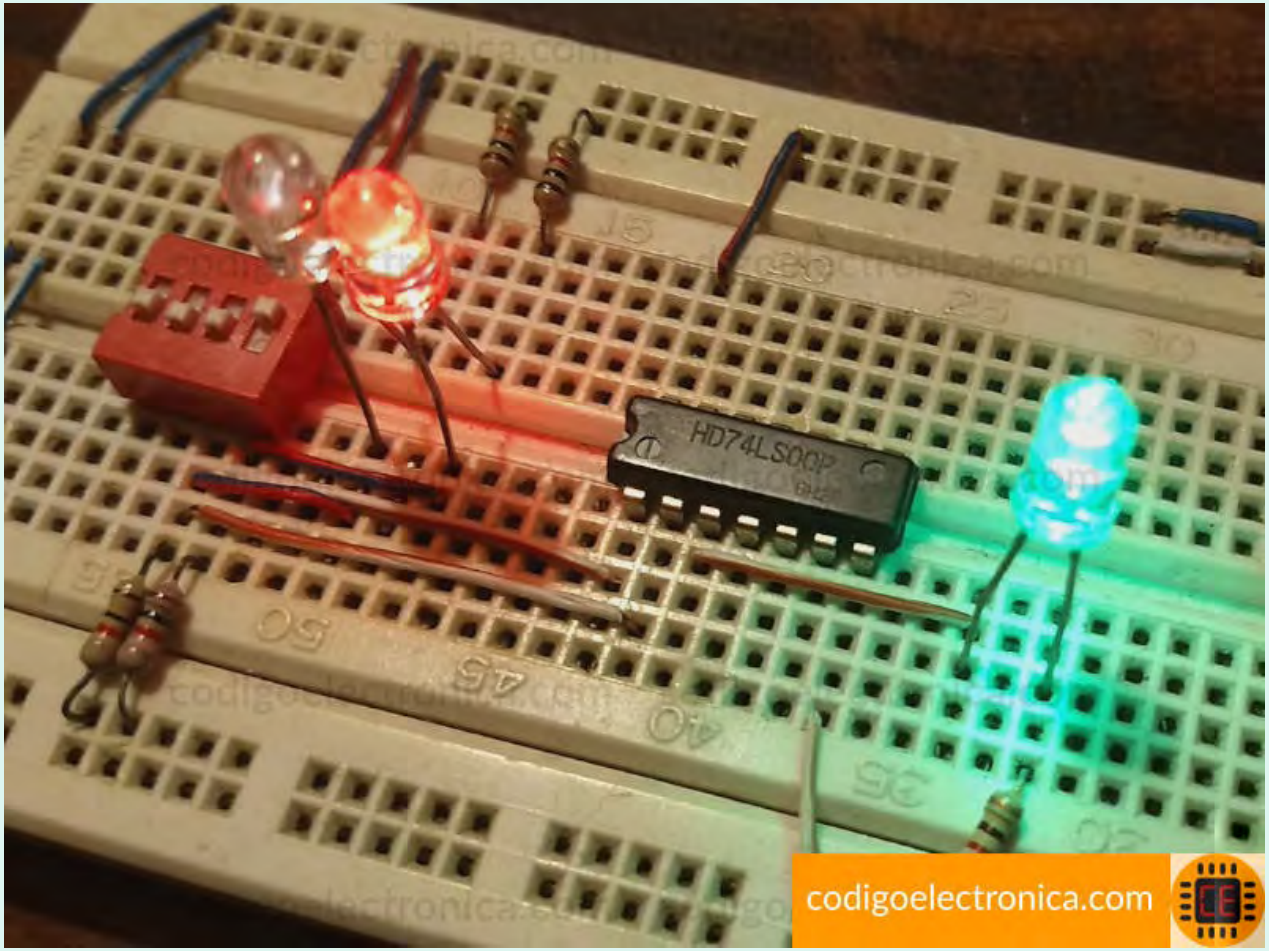

| TABLA DE VERDAD | | |
|---|---|---|
| B | A | OUT |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

| البوابة | التمثيل المنطقي | الدارة المندمجة | التمثيل المنطقي لدارة المندمجة |
|---|---|---|---|
| "نفي و "<br>NAND | |  |  |
| نفي أو "<br>"<br>NOR | | |  |
| "أو الاستبعادي"<br>ET EXCLU<br>NXOR | | |  |
| "لا أو<br>الاستبعادي"<br>OU EXCLU<br>XOR | | |  |

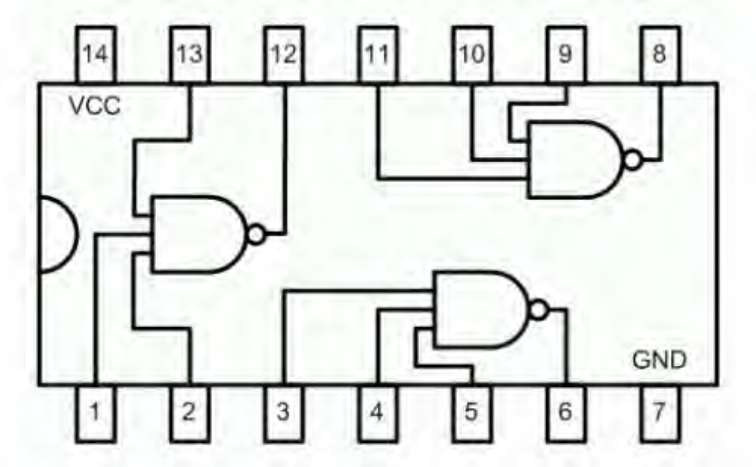
"نفي و "
NAND

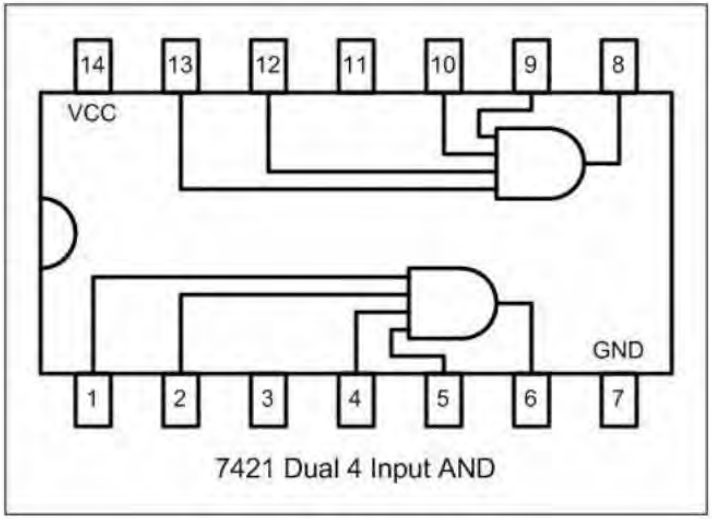



| b | a | S |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |



**ملاحظة:** هناك بوابات بثلاثة أو أربعة مداخل



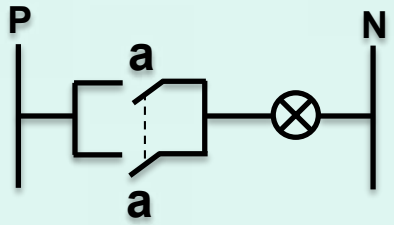
## بعض الخواص:

### 1 - الجمع المنطقي :

$S = a + a$

$S = a$

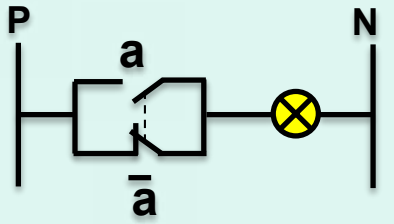
| a | a | a + a |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |




$S = a + \bar{a}$

$S = 1$

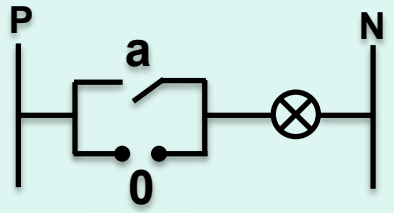
| a | $\bar{a}$ | $a + \bar{a}$ |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |




$S = a + 0$

$S = a$

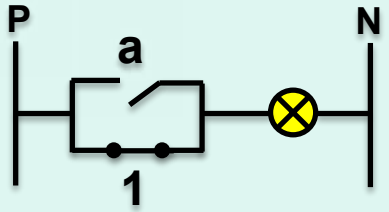
| a | 0 | a + 0 |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 |




$S = a + 1$

$S = 1$

| a | 1 | a + 1 |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

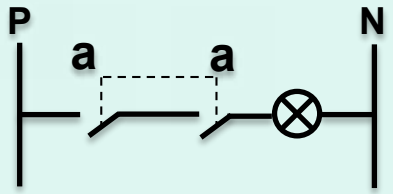


## 2 - الضرب المنطقي :

$S = a . a$

$S = a$

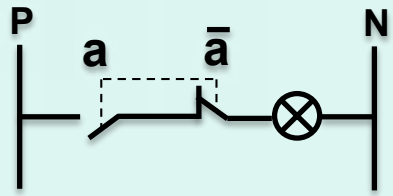
| a | a | a . a |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |




$S = a . \bar{a}$

$S = 0$

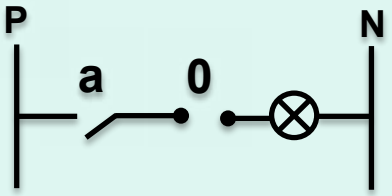
| a | $\bar{a}$ | $a . \bar{a}$ |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |




$S = a . 0$

$S = 0$

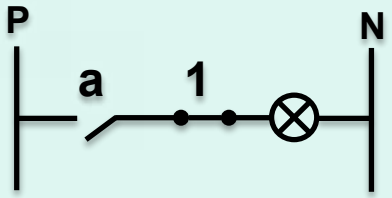
| a | 0 | a . 0 |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |




$S = a . 1$

$S = a$

| a | 1 | a . 1 |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |



## التبديلية

$$a \cdot b = b \cdot a$$
$$a + b = b + a$$

## التجميعية

$$a.(b.c) = (a.b.).c$$
$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

## التوزيعية

$$a.(b + c) = a.b + a.c$$
$$a + b.c = (a + b).(a + c)$$

## بعض الاستنتاجات:

$a + a.b = a$ ⟵ $a \cdot (1 + b) = a + 1 = a$

$a \cdot (a + b) = a$ ⟵ $a \cdot a + a \cdot b = a + a.b = a$

$a \cdot (\overline{a} + b) = a \cdot b$ ⟵ $a \cdot \overline{a} + a \cdot b = 0 + a.b = a \cdot b$

$a + \overline{a} \cdot b = a + b$ ⟵ $(\overline{a} + a).(a + b) = 1 \cdot (a \cdot b) = a + b$

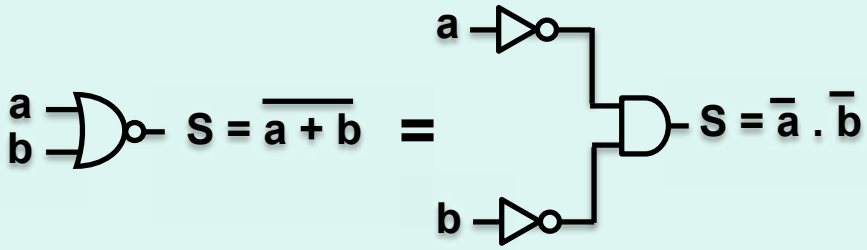
## 8 ـ قوانين دي مورقين De Morgan :

Auguste (ou Augustus) De Morgan (27 juin 1806 à Madurai (Tamil Nadu) -18 mars 1871) est un mathématicien et logicien britannique, né en Inde. Il est le fondateur
Avec Boole de la logique moderne ; il a notamment formulé les lois de De Morgan .

### 1 – إتمام الجمع المنطقي

$$\overline{a+b} = \overline{a}.\overline{b}$$

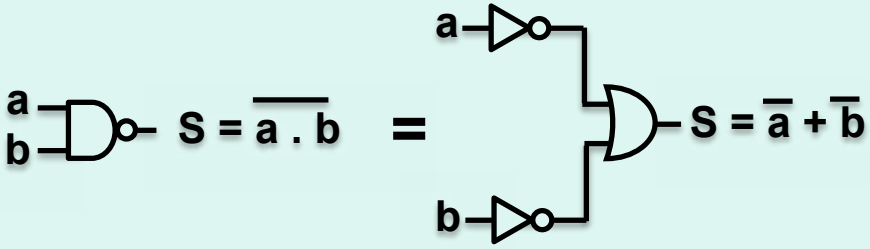
| b | a | a+b | $S_1=\overline{a+b}$ | $\overline{b}$ | $\overline{a}$ | $S_2=\overline{a}.\overline{b}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |




### 2 – إتمام الضرب المنطقي

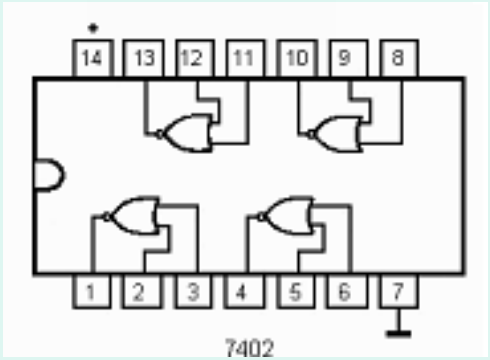
$$\overline{a.b} = \overline{a}+\overline{b}$$

| b | a | a.b | $S_1=\overline{a.b}$ | $\overline{b}$ | $\overline{a}$ | $S_2=\overline{a}+\overline{b}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |



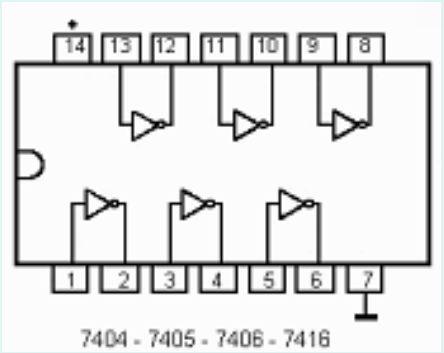
Auguste (ou Augustus) De Morgan (27 juin 1806 à Madurai (Tamil Nadu) -18 mars 1871) est un mathématicien et logicien britannique, né en Inde. Il est le fondateur
Avec Boole de la logique moderne ; il a notamment formulé les lois de De Morgan .

$\overline{a+b}$ $= \overline{a} \cdot \overline{b}$



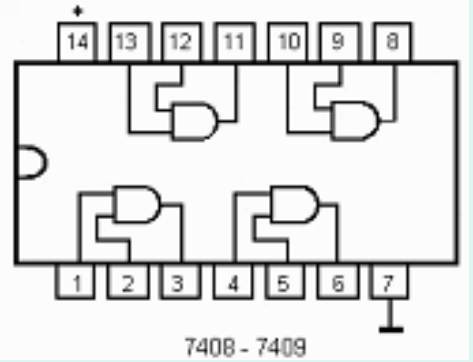
7402

=



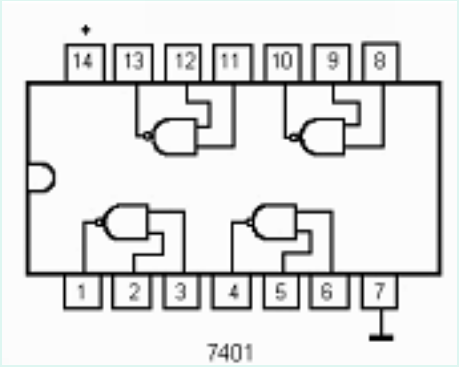
7404 - 7405 - 7406 - 7416

+



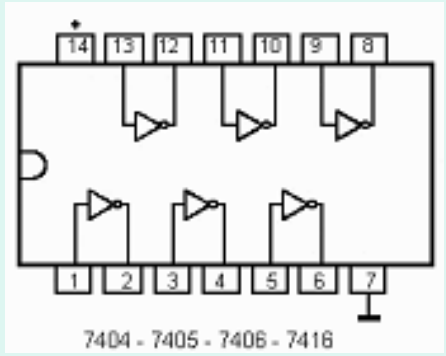
7408 - 7409

$\overline{a.b}$ $= \overline{a} + \overline{b}$



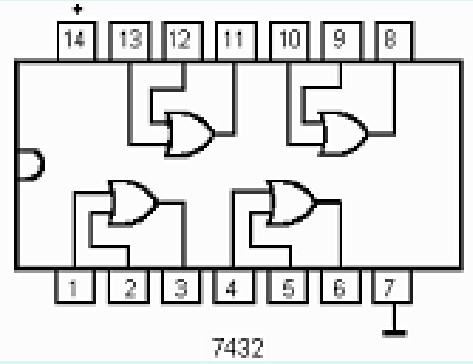
7401

=



7404 - 7405 - 7406 - 7416

+

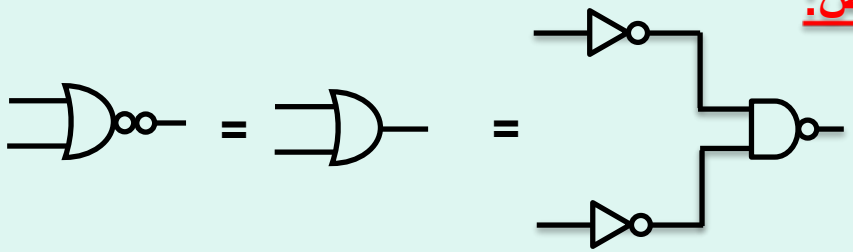


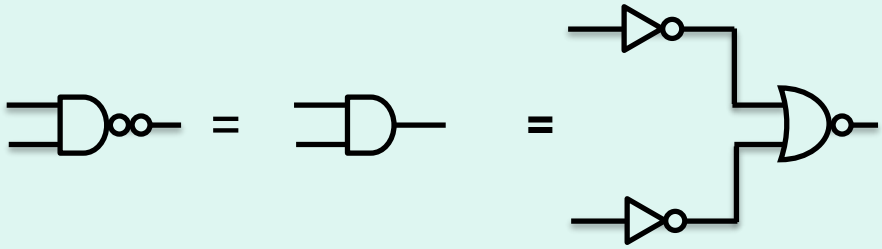
7432

## بعض الخواص:

$$\overline{a + b} = a + b = \overline{\bar{a} \cdot \bar{b}}$$

$$\overline{a \cdot b} = a \cdot b = \overline{\bar{a} + \bar{b}}$$





| c | b | a | S |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

9 ـ استخرج المعادلة المنطقية من جدول الحقيقة :

$$S = a\bar{b}\bar{c} + \bar{a}\bar{b}c + a\bar{b}c + abc$$

## 10 - تبسيط المعادلات المنطقية : هناك طريقتان :

**1-الطريقة الجبرية :** تعتمد هذه الطريقة على خواص جبر بول والعلاقات الأساسية :

**مثال:اختزل المعادلات التالية :**

$$S_1 = a + a.b.c + a.b.\overline{c} + a.b + a.d + a.\overline{d}$$

$$= a\,(\,1 + bc + d + \overline{d}\,) + a.b\,(\,\overline{c} + 1\,)$$

$$= a + a.b$$

$$S_1 = a + b$$

$$S_2 = (\,a + b\,)\,(\,a + \overline{b}\,)$$

$$= a.\,a + a.\overline{b} + a.b + b.\overline{b}$$

$$= a + a\,(\,b + \overline{b}\,) + 0$$

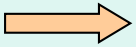
$$S_2 = a$$

## 2 ـ طريقة كارنو : الطريقة الجبرية تشترط معرفة جيدة لقواعد جبر بول ،لذا نفضل استعمال طريقة بيانية، هي طرقة كارنو .

يملأ جدول كرنو بنظام الثنائي المنعكس ( gray ) .

### 1 ـ جدول كارنو لمتغيرين :

| b | a | S |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |



| b \ a | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 0 | 00 | 01 |
| 1 | 10 | 11 |

Maurice Karnaugh

(*4/10/1924 New-York)

Ingénieur informaticien, maintenant retraité, essentiellement connu pour avoir inventé, en 1950, une méthode de simplification des expressions booléennes et a développé la table de Karnaugh aux laboratoires Bell en 1953.

## 2 - جدول كارنو لثلاث متغيرات :

**جدول الحقيقة:**

| c | b | a | S | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 2 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 3 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 4 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 5 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 6 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 7 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 8 |

| c \ ba | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 4 | 3 |
| 1 | 5 | 6 | 8 | 7 |



| c \ ba | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

## 3- جدول كارنو باربع متغيرات :

| d | c | b | a | S | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 2 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 3 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 4 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 5 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 6 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 7 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 8 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 9 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 10 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 11 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 12 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 13 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 14 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 15 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 16 |

| dc \ ba | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 00 | 1 | 2 | 4 | 3 |
| 01 | 5 | 6 | 8 | 7 |
| 11 | 13 | 14 | 16 | 15 |
| 10 | 9 | 10 | 12 | 11 |

| dc \ ba | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 00 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 01 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 11 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 10 | 0 | 1 | 0 | 1 |

## استخراج المعادلة المنطقية من جدول كارنو:

| b \ a | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

$$S = a.\bar{b} + \bar{a}.b$$

| c \ ba | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |

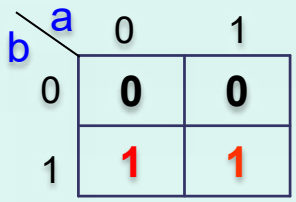
$$S = a.\bar{b}\bar{c} + a.\bar{b}c + a.bc$$

| dc \ ba | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 00 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 01 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 11 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | 0 | 1 | 0 | 0 |

$$S = a.b\bar{c}\bar{d} + a.\bar{b}cd + a.bc\bar{d} + \bar{a}.\bar{b}cd + a.\bar{b}\bar{c}d$$

## وضع المعادلة المنطقية في جدول كارنو:

$S = \bar{a}.b + a.b$



| b \ a | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

$S = a.\bar{b}\bar{c} + \bar{a}.b\bar{c} + a.\bar{b}c + a.bc$

| c \ ba | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |

$S = a.bc\bar{d} + \bar{a}.bcd + a.\bar{b}cd + a.bcd + a.\bar{b}\bar{c}d$

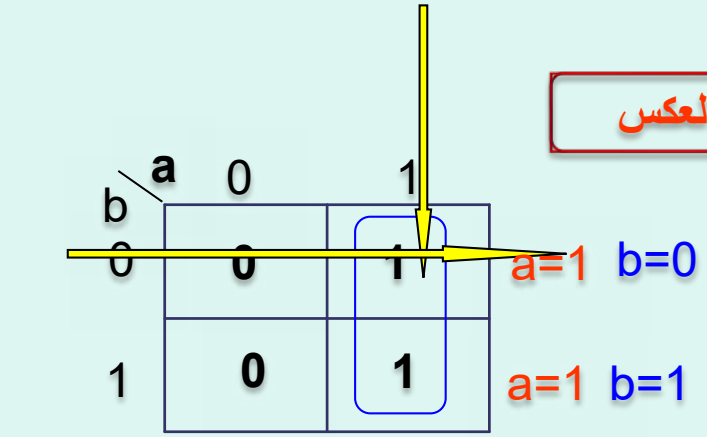
| dc \ ba | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 00 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 01 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 11 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | 0 | 1 | 0 | 0 |

## 4 ـ الاختزال بطريقة كارنو :

**1ـ تجميع ثنائي :** تجميع ثنائي هو خانتان متجاورتان .

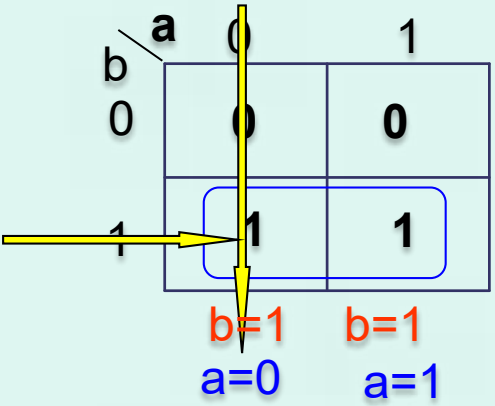
**جدول كارنو لمتغيرين:**

المتغيرة التي تحذف هي التي تتغير من المتممة إلى غير المتممة أو العكس



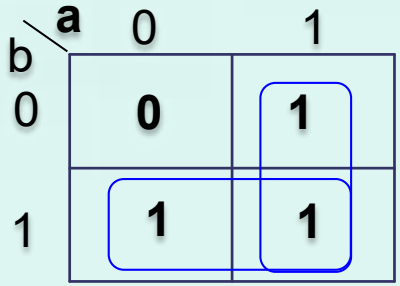

$(\overline{b} \rightarrow b \quad et \quad a \rightarrow a) \Rightarrow S = a$

b تغيرت و a لم تتغير ⇐ b تحذف.




$(\overline{a} \rightarrow a \quad et \quad b \rightarrow b) \Rightarrow S = b$

b تغيرت و a لم تتغير ⇐ b تحذف.




$(\overline{b} \rightarrow b \quad et \quad a \rightarrow a) \Rightarrow a$ بالنسبة للتجميع الاول

$(\overline{a} \rightarrow a \quad et \quad b \rightarrow b) \Rightarrow b$ بالنسبة للتجميع الثاني

$\Rightarrow S = a + b$

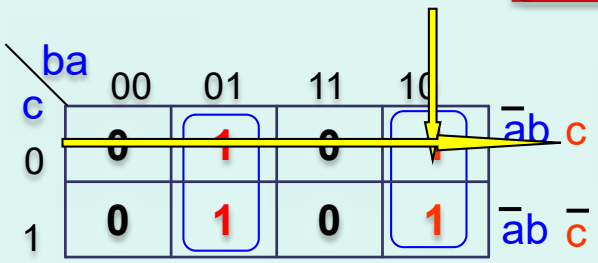
**ملاحظة:** عند الانتقال من تجميع إلى تجميع نضيف +

## 4 ـ الاختزال بطريقة كارنو :

**1ـ تجميع ثنائي :** تجميع ثنائي هو خانتان متجاورتان .

**جدول كارنو لـ 3 متغيرات:**

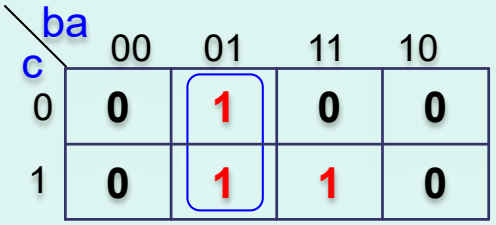
**المتغيرة التي تحذف هي التي تتغير من المتممة إلى غير المتممة أو العكس**




$(\bar{a}b \rightarrow \bar{a}b \text{ et } \rightarrow c)\ \bar{c} \Rightarrow \bar{a}b$ بالنسبة للتجميع الاول

$(a\bar{b} \rightarrow a\bar{b} \text{ et } c \rightarrow \bar{c}) \Rightarrow a\bar{b}$ بالنسبة للتجميع الثاني

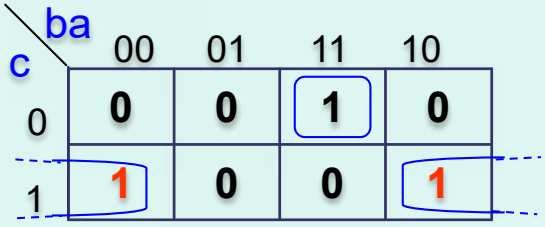
$\Rightarrow S = \bar{a}b + a\bar{b}$




$(a\bar{b} \rightarrow a\bar{b} \text{ et } c \rightarrow \bar{c}) \Rightarrow \bar{a}b$ بالنسبة للتجميع الاول

$(a\bar{b} \rightarrow ab \text{ et } c \rightarrow c) \Rightarrow ac$ بالنسبة للتجميع الثاني

$\Rightarrow S = \bar{a}b + ac$




$(ab\bar{c} \rightarrow ab\bar{c})$ (لا يمكن تجميعه) $\Rightarrow ab\bar{c}$

$(\bar{a}b \rightarrow \bar{a}\bar{b} \text{ et } c \rightarrow c) \Rightarrow \bar{a}c$ بالنسبة للتجميع الثاني

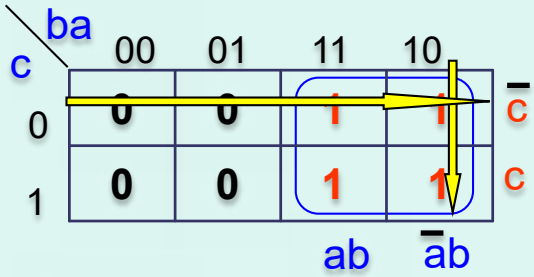
$\Rightarrow S = ab\bar{c} + \bar{a}c$

**ملاحظة1:** في التجميع الثالث يمكن طي جدول كارنو كطي الورقة وبالتالي يلتقي الطرفان فيشكلان تجمع لمتغيرين.

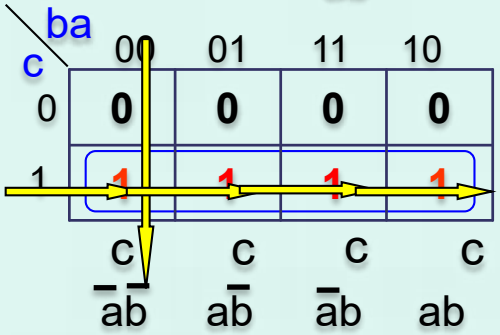
## 4 ـ الاختزال بطريقة كارنو :

**2ـ تجميع الرباعي :** الرباعي هو 4 خانات متجاورة .

**جدول كارنو لـ 3 متغيرات:**

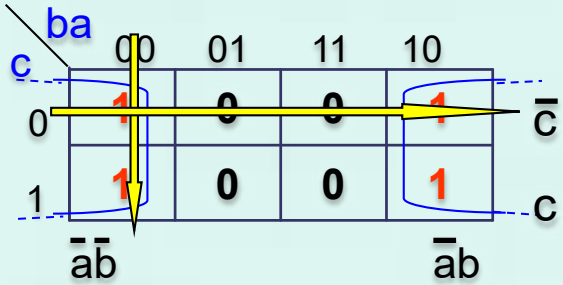



$(\bar{a}b \rightarrow ab \text{ et } c \rightarrow \bar{c}) \Rightarrow b \Rightarrow S = b$



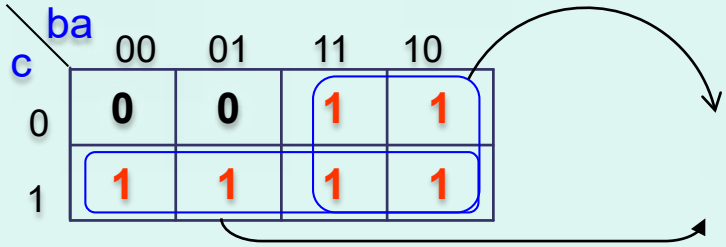

$\bar{a}\bar{b} \rightarrow a\bar{b} \rightarrow \bar{a}b \rightarrow ab$ $\Rightarrow$ a تغيرت و b تغيرت

$c \rightarrow c$ $\Rightarrow S = C$




$\bar{a}\bar{b} \rightarrow \bar{a}b \Rightarrow \bar{a}$

$c \rightarrow \bar{c}$ $\Rightarrow S = \bar{a}$




$\Rightarrow S = b+c$

**ملاحظة1:** في التجميع الثالث يمكن طي جدول كارنو كطي الورقة وبالتالي يلتقي الطرفان فيشكلان تجمع لمتغرات.

**ملاحظة2:** في التجميع الرابع عند الانتقال من تجميع إلى تجميع نضيف +

## 4 ـ الاختزال بطريقة كارنو :

### 2ـ تجميع الثنائي و الرباعي :

**جدول كارنو لـ 3 متغيرات:**

| c \ ba | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

$\Rightarrow S = b + ac$

| c \ ba | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |

$\Rightarrow S = \bar{a} + bc$

| c \ ba | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

$\Rightarrow S = a + bc$

| c \ ba | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |

$\Rightarrow S = b + \bar{a}c$

## 4 ـ الاختزال بطريقة كارنو :

### 2ـ تجميع الرباعي و الرباعي :

**جدول كارنو لـ 3 متغيرات:**

| c \ ba | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

$\Rightarrow S = b + c$

| c \ ba | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

$\Rightarrow S = \bar{a} + c$

| c \ ba | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

$\Rightarrow S = a + b$

| c \ ba | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

$\Rightarrow S = a + c + b$

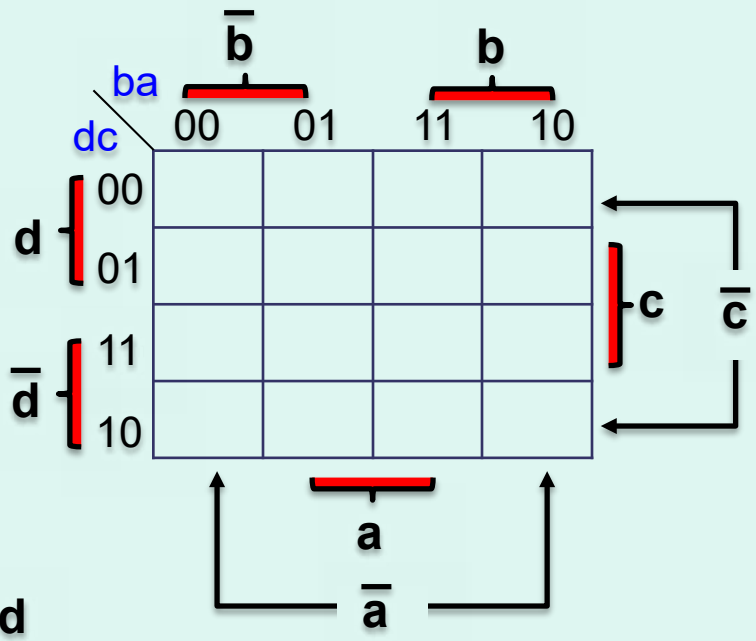
## 4 ـ الاختزال بطريقة كارنو :

### 1- تجميع ثنائي :

**جدول كارنو لـ 4 متغيرات:**

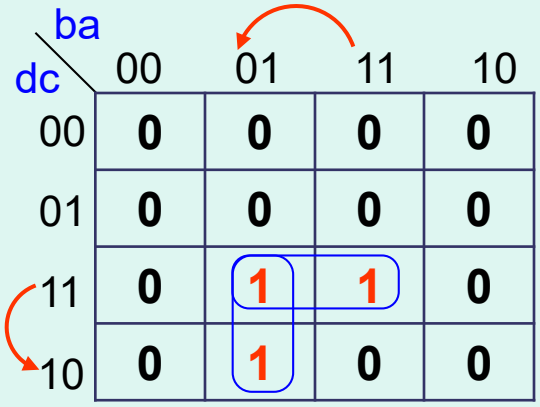
| dc \ ba | 00 | 01 | **ab** 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 00 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| c 01 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 11 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 10 | 0 | 0 | 0 | 0 |

$\Rightarrow \quad S = abc$

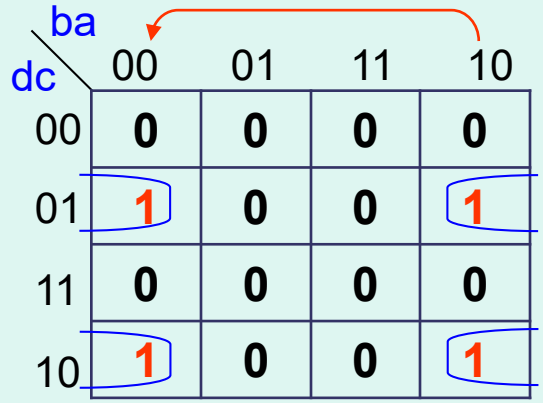



| dc \ ba | 00 | **b̄a** 01 | 11 | **b** 10 |
|---|---|---|---|---|
| 00 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| c 01 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 11 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| **cd̄** 10 | 0 | 0 | 1 | 1 |

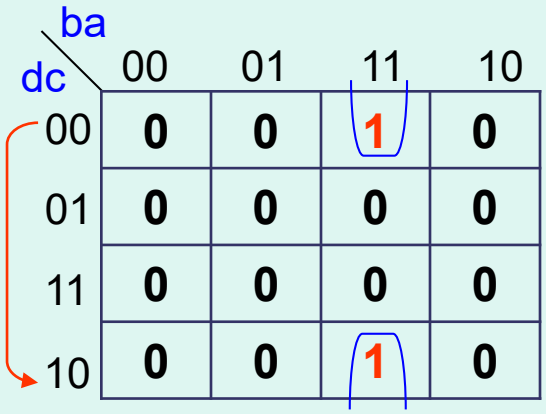
$\Rightarrow \quad S = a\bar{b}c + b\bar{c}d$




$S = acd + a\bar{b}d$




$S = \bar{a}c\bar{d} + \bar{a}\bar{c}d$




$S = ab\bar{c}$

## 2 ـ الرباعيات : هو أربع خانات متجاورة .

| dc \ ba | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 00 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 01 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 11 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | 0 | 0 | 0 | 0 |

$S = a\bar{d}$

| dc \ ba | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 00 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 01 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 11 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 10 | 0 | 0 | 1 | 0 |

$S = ab$

| dc \ ba | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 00 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 01 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 11 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | 0 | 1 | 1 | 0 |

$S = a\bar{c}$

## 2 ـ ثنائيات والرباعيات :

| dc \ ba | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 00 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 01 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 11 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | 0 | 0 | 1 | 1 |

$$S = a\bar{d} + b\bar{c}d$$

| dc \ ba | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 00 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 01 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 11 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 10 | 0 | 0 | 1 | 0 |

$$S = ab + ac\bar{d}$$

| dc \ ba | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 00 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 01 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 11 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 10 | 0 | 1 | 1 | 0 |

$$S = a\bar{c} + abd + \bar{a}\bar{b}c\bar{d}$$

**3 ـ الثمانيات :** هو ثماني خانات متجاورة .

| dc \ ba | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 00 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 01 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 11 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 10 | 0 | 1 | 1 | 0 |

$S = a$

| dc \ ba | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 00 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 01 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 11 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 10 | 1 | 0 | 0 | 1 |

$S = \bar{a}$

| dc \ ba | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 00 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 01 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 11 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 10 | 0 | 0 | 0 | 0 |

$S = c$

## 4 - التداخل :

| dc \ ba | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 00 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 01 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 11 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 10 | 0 | 0 | 0 | 0 |

$$S = c + a\bar{b}\bar{d}$$

| dc \ ba | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 00 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 01 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 11 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 10 | 1 | 1 | 1 | 1 |

$$S = d + bc$$

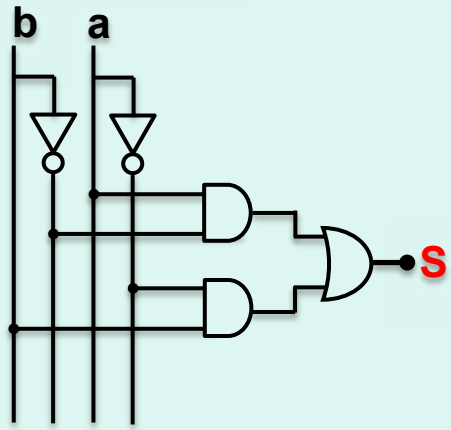
| dc \ ba | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 00 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 01 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 11 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 10 | 0 | 1 | 1 | 0 |

$$S = c + a$$

## 11 ـ المخطط المنطقي :

### 1ـ تمثيل المعادلة بمخطط منطقي:

$$S = a\bar{b} + \bar{a}b$$



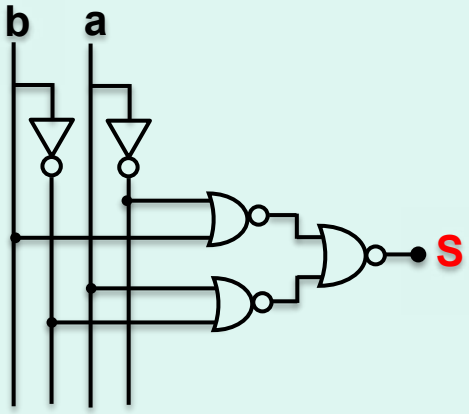

### 2 ـ باستعمال البوابة " لا أو " :

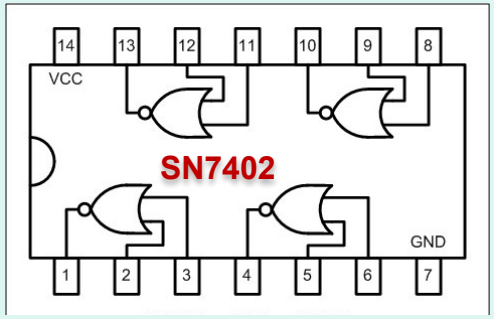
$$S = (\bar{a} + b)(a + \bar{b})$$

$$\overline{\overline{S}} = \overline{\overline{(\bar{a} + b)(a + \bar{b})}}$$

$$S = \overline{(\bar{a} + b)} + \overline{(a + \bar{b})}$$

قوانين دي مورقين De Morgan



## 3 ـ باستعمال البوابة " لا و " :

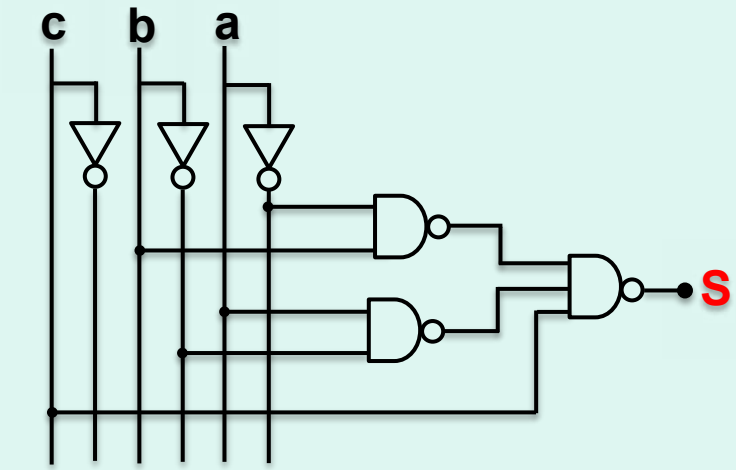
$$S = \bar{a}b + a\bar{b} + c$$

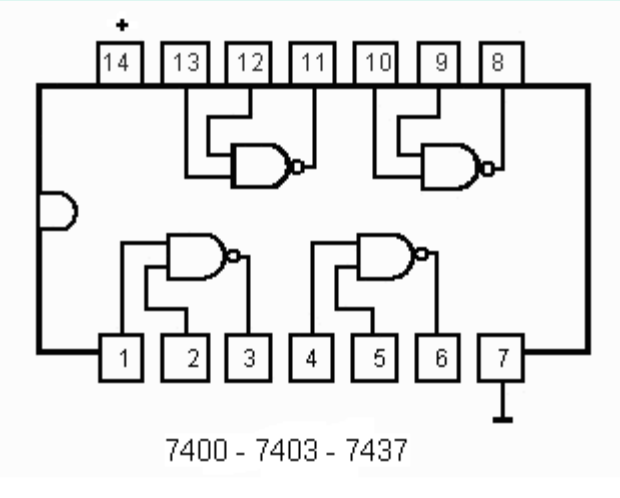
$$S = \overline{\bar{a}b + a\bar{b} + c}$$

$$S = \overline{(\bar{a}b + a\bar{b}).c}$$

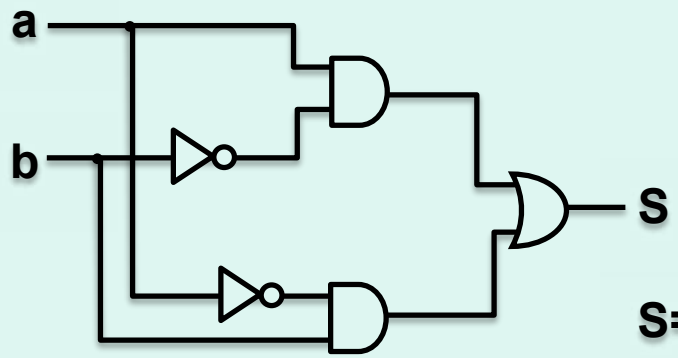
$$S = \overline{(\bar{a}b \,.\, a\bar{b}).c}$$

**De Morgan قوانين دي مورقين**

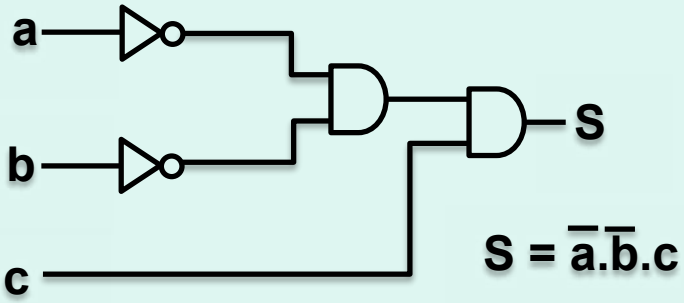


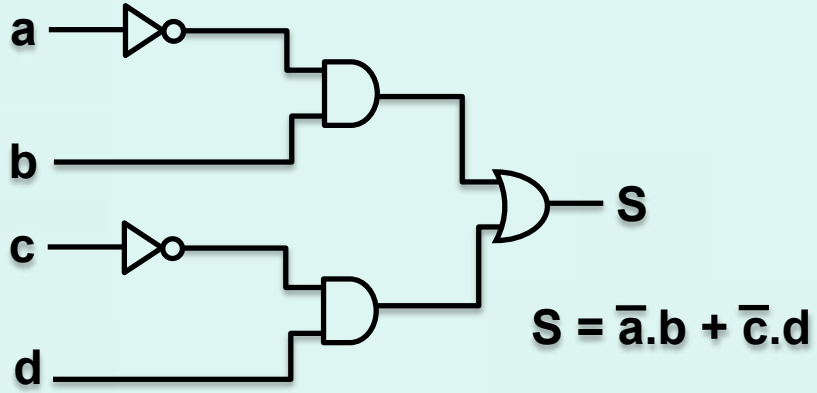
## استخرج المعادلة المنطقية من التصميم المنطقي



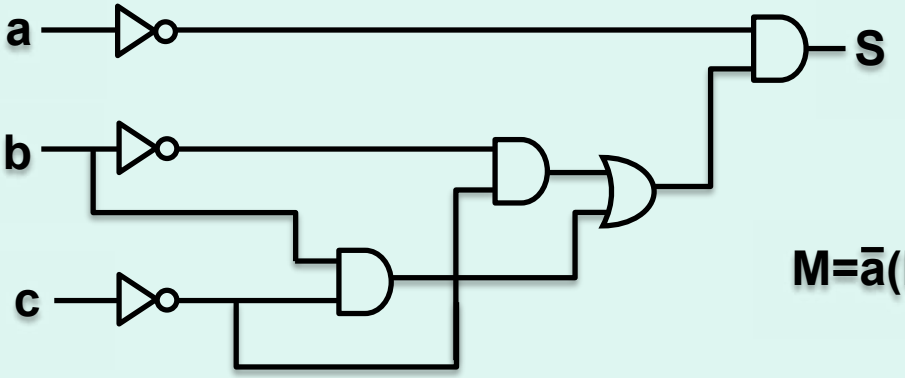
$S=a\bar{b} + \bar{a}b$ ⟹ $S = a \oplus b$




$S = \bar{a}.\bar{b}.c$




$S = \bar{a}.b + \bar{c}.d$




$M=\bar{a}(b\bar{c} + \bar{b}c)$

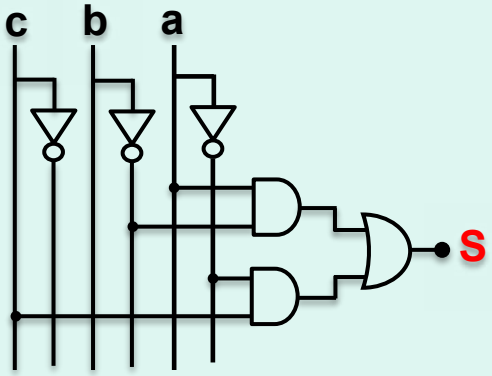
## 5 ـ أمثلة :

**1- اختزل المعادلة التالية بطريقة كارنو ثم مثلها منطقيا:**

$$S = \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}bc + \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}bc$$

| c \ ba | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |

$$S = a\bar{b} + \bar{a}c$$




**2- اختزل المعادلة التالية بطريقة كارنو ثم مثلها منطقيا باستعمال البوابة " NAND ":**

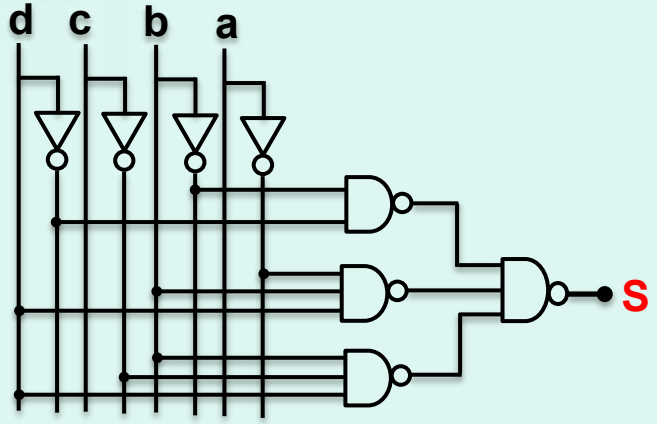
$$S = \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d} + a\bar{b}\bar{c}\bar{d} + a\bar{b}cd + \bar{a}\bar{b}cd + \bar{a}bcd + \bar{a}b\bar{c}d + ab\bar{c}d$$

$$S = \bar{b}\bar{d} + \bar{a}bd + b\bar{c}d$$

$$S = \overline{\bar{b}\bar{d} + \bar{a}bd + b\bar{c}d}$$

$$S = \overline{(\bar{b}\bar{d})} \cdot \overline{(\bar{a}bd)} \cdot \overline{(b\bar{c}d)}$$

| dc \ ba | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 00 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 01 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 11 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 10 | 0 | 0 | 1 | 1 |



## 12 ـ مسائل في المنطق التوافقي:

### المسألة 1:

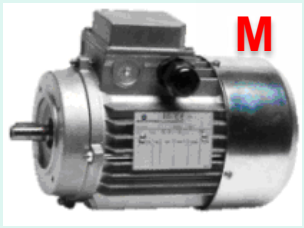
ـ يشتغل محرك M ذو سرعتين بواسطة زرين ضاغطين a و b.

ـ حالة الراحة يكون a و b غير مضغوطين .

ـ الضغط على a فقط ، المحرك يدور بسرعة صغيرة.

ـ الضغط على a و b معا المحرك يدور بسرعة كبيرة .

ـ الضغط على b فقط ، المحرك يدور بسرعة كبيرة .




### الحل :

ـ عدد متغيرات الدخول :

مدخلين a و b ⟵ 4 توفيقات ( $2^2$ )حالات .

ـ عدد المخارج : سرعة كبيرة $G_V$ وسرعة صغيرة $P_V$

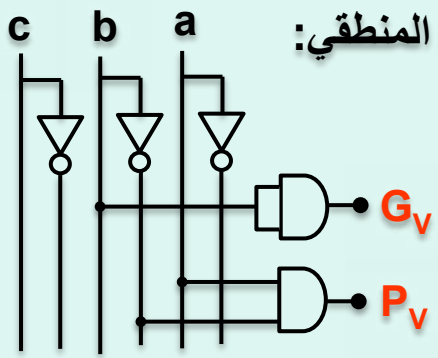
| b | a | $G_V$ | $P_V$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

⟹

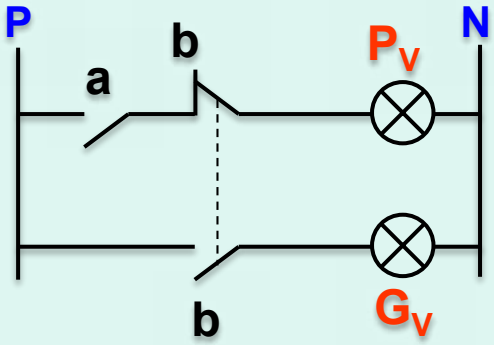
| b \ a | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

⟹ $G_V = b$

المخطط المنطقي:




⟹ $P_V = a\bar{b}$



## المسالة 2:

- ثلاث قاطعات a و b و c تتحكم في إشعال مصباحين $L_1$ و $L_2$ حسب الشروط التالية :
- بمجرد إن تكون قاطعة أو عدة قواطع مغلوقة يشتعل المصباح الأول $L_1$ .
- المصباح الثاني $L_2$ لا يشتعل إلا إذا كانت قاطعتان مغلقتان .

## الحل :

- عدد متغيرات الدخول :

3 مداخل a و b و c ⟸ 8 توفيقات ⟸ ( $2^3$ حالات ).

- عدد المخارج :

مخرجين : المصباح $L_1$ والمصباح $L_2$ .

| c | b | a | $L_1$ | $L_2$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

| c \ ba | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

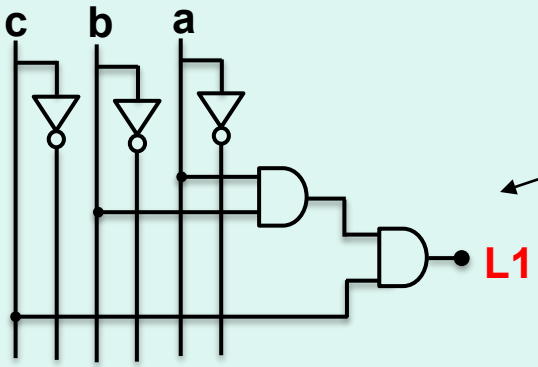
$L_1 = a + b + c$

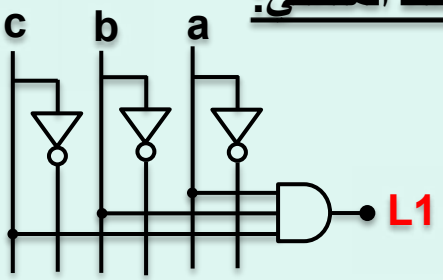
| c \ ba | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

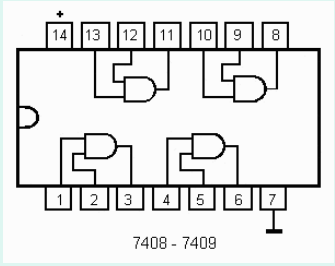
$L_2 = ab + bc + ac$

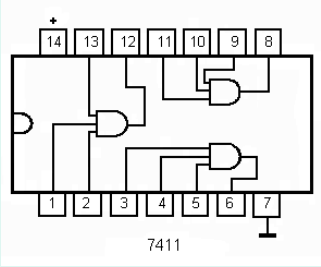
## المخطط المنطقي:

$L_1 = a + b + c$

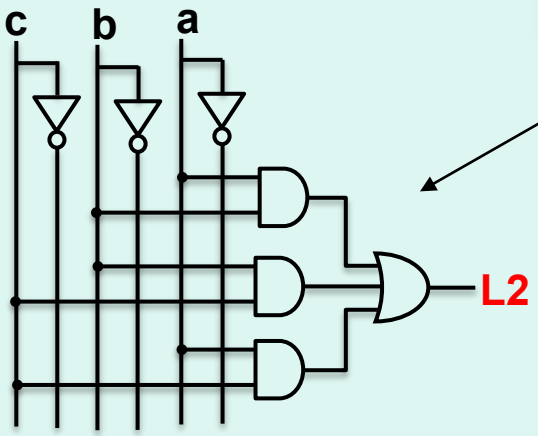


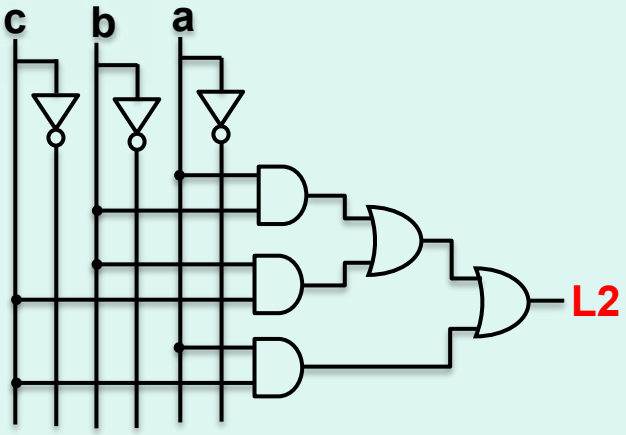




$L_2 = ab + bc + ac$



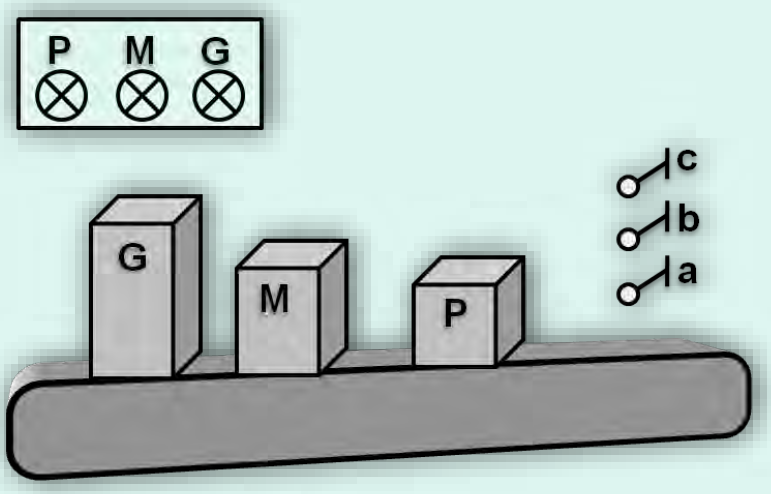



المسالة 3:

# نظام ألي لفرز الارتفاع.

**التشغيل:**

-لدينا نظام ألي لفرز ثلاثة علب مختلفة الارتفاع ( G , M , P ) بواسطة ثلاثة ملتقطات أو كواشف (c , b , a) , وثلاث شواهد تدل على كل ارتفاع بحيث:




P: يضغط فقط على a .

M: يضغط فقط على a و b.

G: يضغط على a و b و c.

## المطلوب:

1 ـ اكتب خطوات التشغيل.

2 ـ حدد متغيرات الدخول.

3 ـ حدد المخارج.

4 ـ استخرج جدول الحقيقة للتشغيل.

5 ـ استخرج المعادلة المنطقية للتشغيل

6 ـ اختزل المعادلة المنطقية للتشغيل بواسطة جدول كارنو.

7 ـ مثل المعادلة المنطقية للتشغيل بواسطة المخطط الكهربائي ثم المخطط المنطقي.

| c | b | a | G | M | P |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |

**الحل:**

لا يمكن الاختزال بجدول كارنو

**الارتفاع P**

| c \ ba | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

$P = \bar{a}\bar{b}\bar{c}$

**الارتفاع M**

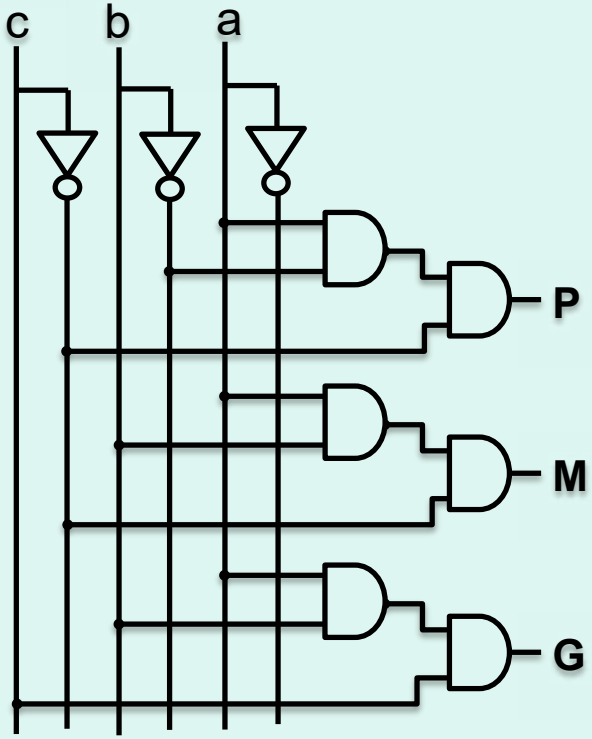
| c \ ba | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

$M = ab\bar{c}$

**الارتفاع G**

| c \ ba | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |

$G = abc$



## مسالة 4:

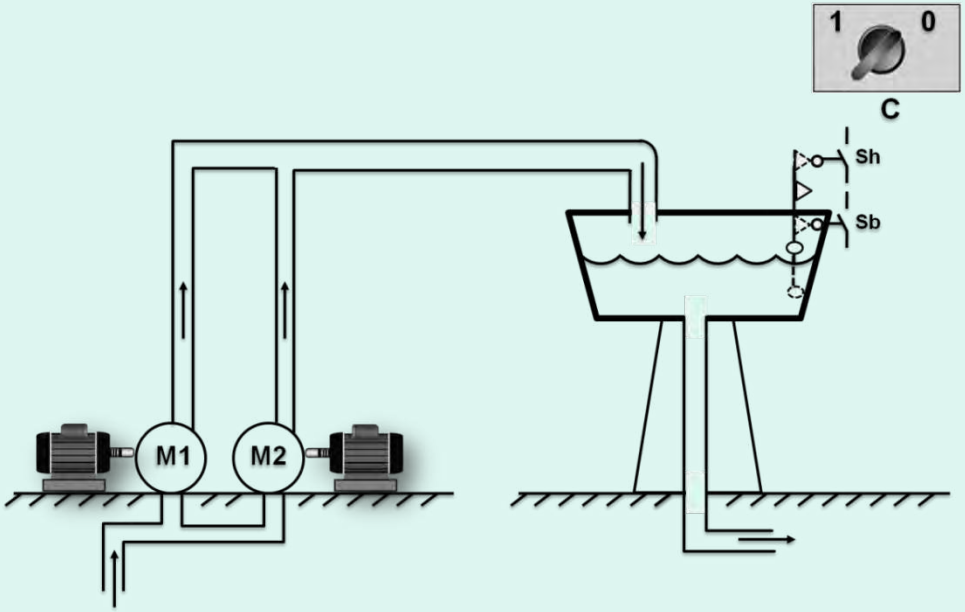
# نظام ألي: مضختان للتحكم في ملء حوض مائي.

**التشغيل:**

1-عندما يكون الحوض ممتلئ ( Sh=1 و Sb=1 ) لاتعمل أي مضخة.

2-عندما يكون الحوض فارغ ( Sh=0 و Sb=0) تعمل مضختان M1 و M2.

3-عندما يكون الحوض نصف فارغ ( Sh=0 و Sb=1 ) تعمل إحدى مضختان. يتم الاختيار مابين المضختين حسب المبدل C=1 تعمل المضخة M1 , C=0 تعمل المضخة M2.




**المطلوب:**

1 ـ حدد متغيرات الدخول.

2 ـ حدد المخارج.

3 ـ استخرج جدول الحقيقة للتشغيل.

4 ـ استخرج المعادلة المنطقية للتشغيل

5 ـ اختزل المعادلة المنطقية للتشغيل بواسطة جدول كارنو.

6 ـ مثل المعادلة المنطقية للتشغيل بواسطة المخطط الكهربائي ثم المخطط المنطقي.

## الحل:

### جدول الحقيقة:

| c | Sb | Sh | M1 | M2 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | ϕ | ϕ |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | ϕ | ϕ |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |

### M1-

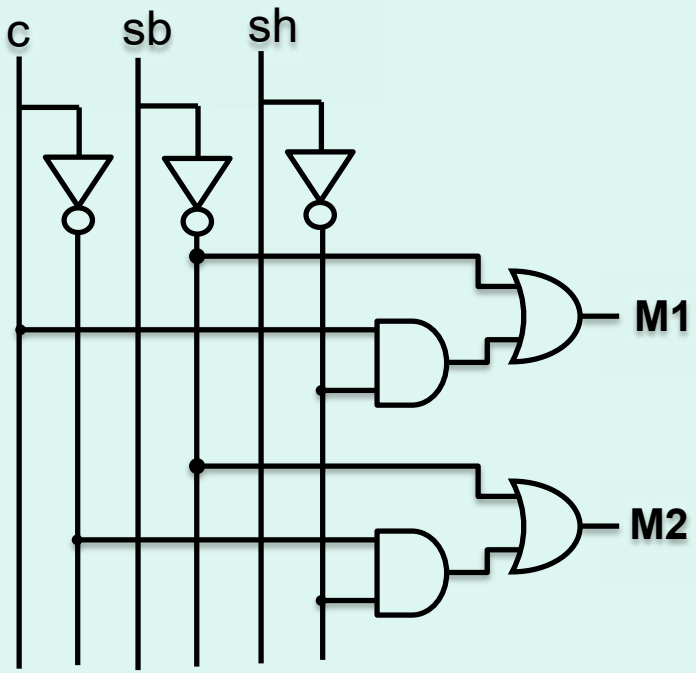
| c \ sbsh | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | ϕ | 0 | 0 |
| 1 | 1 | ϕ | 0 | 1 |

$M1 = \overline{sb} + c.\overline{sh}$

### M2-

| c \ sbsh | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | ϕ | 0 | 1 |
| 1 | 1 | ϕ | 0 | 0 |

$M2 = \overline{sb} + \overline{c}.\overline{sh}$



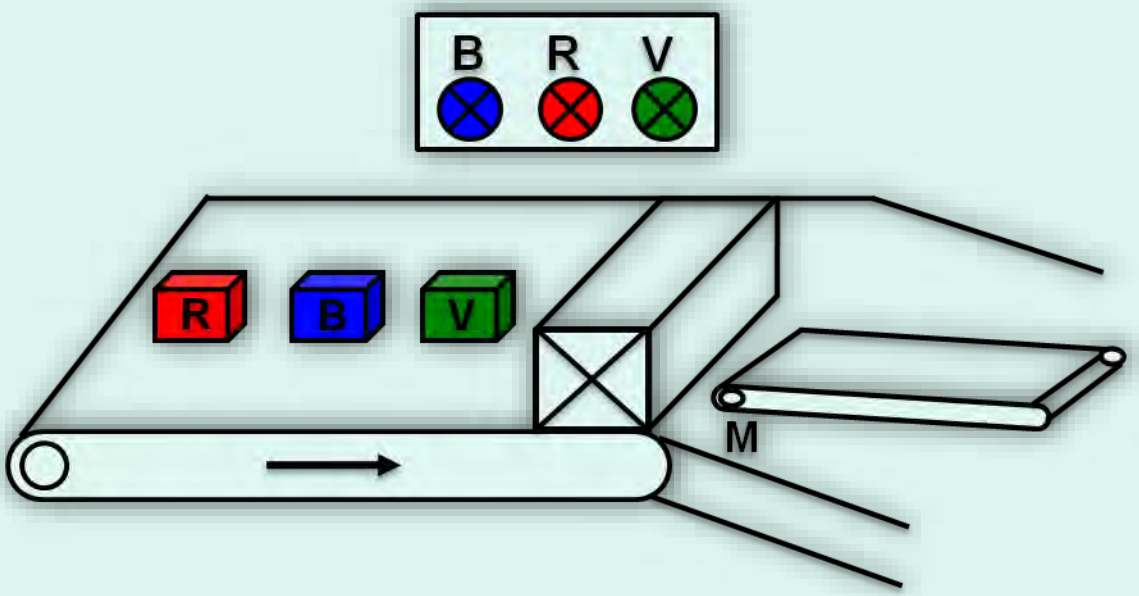
**مسالة 5:**

# نظام ألي لفرز قطع حسب الألوان.

**التشغيل:**

- لفرز قطع مختلفة الألوان(الاخضر , الأحمر , الأزرق ) باستعمال جهاز ألي لفرز القطع حسب الألوان حيث التشغيل كما يلي:

1- يشتغل المحرك M عند فرز لونين اثنين مختلفين فقط .




**المطلوب:**

1 ـ اكتب خطوات التشغيل.

2 ـ حدد متغيرات الدخول.

3 ـ حدد المخارج.

4 ـ استخرج جدول الحقيقة للتشغيل.

5 ـ استخرج المعادلة المنطقية للتشغيل

6 ـ اختزل المعادلة المنطقية للتشغيل بواسطة جدول كارنو.

7 ـ مثل المعادلة المنطقية للتشغيل بواسطة المخطط الكهربائي ثم المخطط المنطقي.

**الحل:**

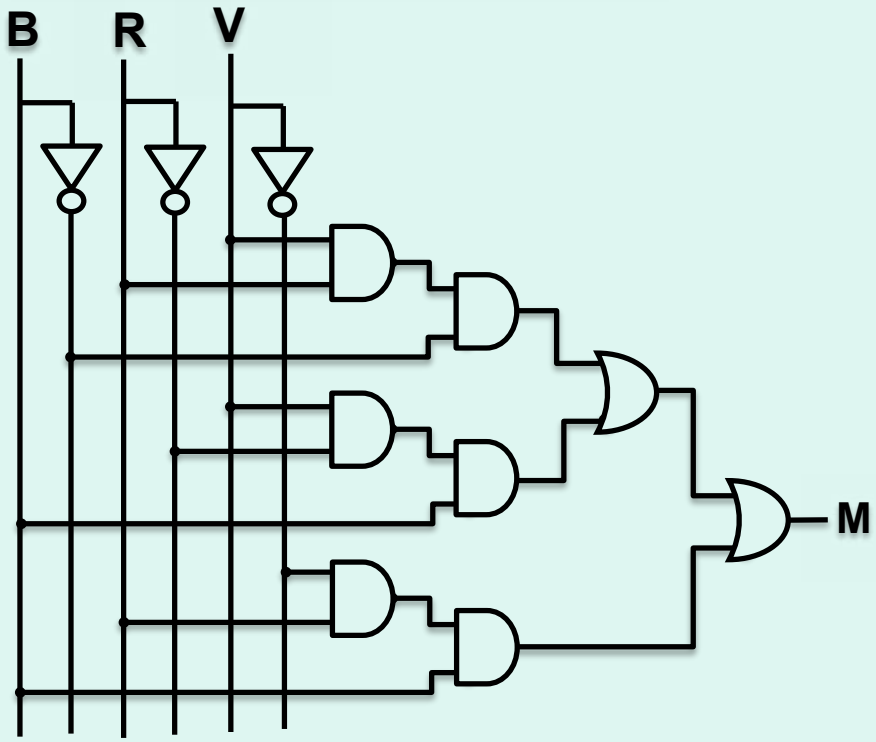
| B | R | V | M |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

**M**

| B \ RV | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |

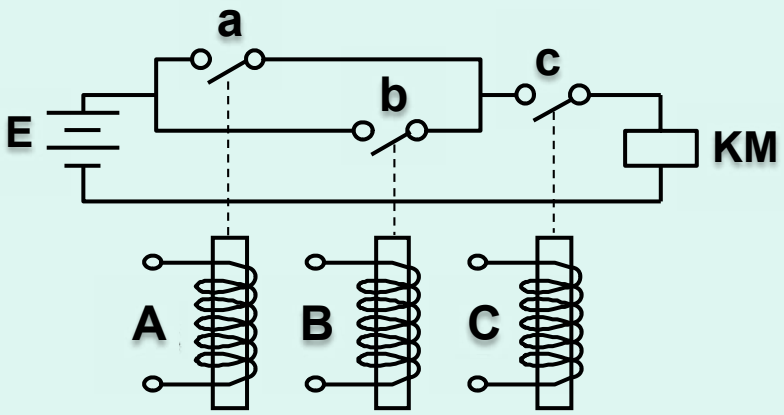
لا يوجد تجميع

$$M = V\bar{R}B + \bar{V}R\bar{B} + \bar{V}RB$$



## المسالة 6:

- ثلاث قاطعات a و b و c تتحكم في تغذية العنصر KM حسب الشكل التالي:




## المطلوب:

1 - اكتب خطوات التشغيل.

2 - حدد متغيرات الدخول.

3 - حدد المخارج.

4 - استخرج جدول الحقيقة للتشغيل.

5 - استخرج المعادلة المنطقية للتشغيل

6 - اختزل المعادلة المنطقية للتشغيل بواسطة جدول كارنو.

7 - مثل المعادلة المنطقية للتشغيل بواسطة المخطط الكهربائي ثم المخطط المنطقي.

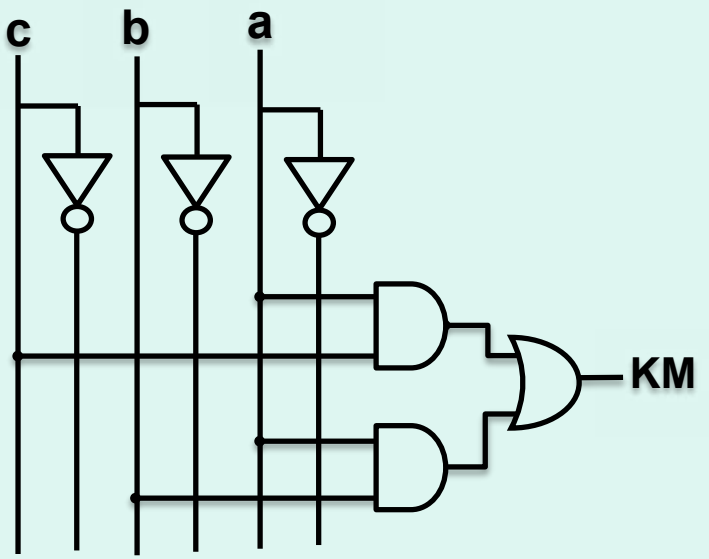
**الحل:**

| c | b | a | KM |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

**KM**

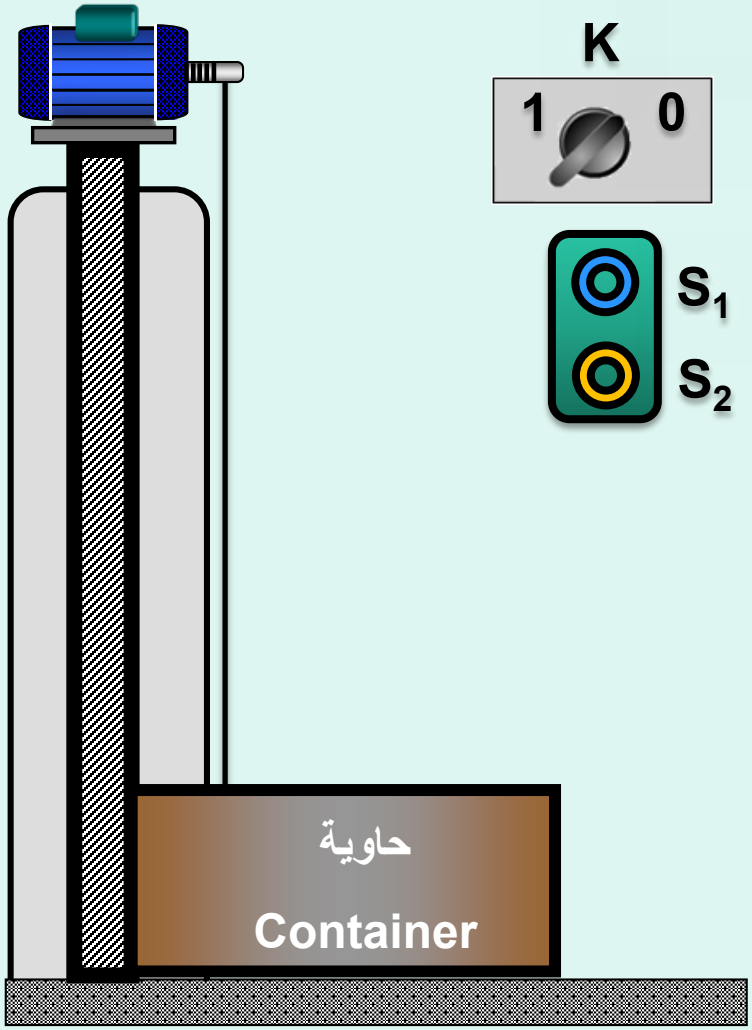
| c \ ba | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

$$KM = ac + bc$$



## المسالة 7:

# نظام ألي لرفع الحاويات







## وصف التشغيل:

- صعود ونزول الحاوية يكون بسرعتين ( بطيئة وسريعة).
- علبة التشغيل تحتوي على :
  - زرين ضاغطين $S_1$ و $S_2$ ..
  - مبدل k ( commutateur).

حيث:

- KM1 : يتحكم في الصعود البطيء للحاوية.
- KM2 : يتحكم في النزول البطيء للحاوية.
- KM3 : يتحكم في الصعود السريع للحاوية.
- KM4 : يتحكم في النزول السريع للحاوية.

## مراحل التشغيل:

1- الحاوية مملوءة و المبدل في وضعية ( (k=0):

- الضغط على $S_2$ يؤدي الى الصعود البطيء للحاوية.
- الضغط على $S_1$ يؤدي الى النزول البطيء للحاوية.
- الضغط على $S_1$ و $S_2$ في أن واحد يؤدي إلى الصعود البطيء للحاوية.

اضغط وانتظر

**2 ـ الحاوية فارغة و المبدل في وضعية ( (k=1):**

- الضغط على $S_2$ يؤدي الى الصعود السريع للحاوية.
- الضغط على $S_1$ يؤدي الى النزول السريع للحاوية.
- الضغط على $S_1$ و $S_2$ في ان واحد يؤدي الى الصعود السريع للحاوية.

**3 ـ في كل الحالات وذا كان $S_2 = S_1 = 0$ يؤدي الى التوقف المحرك.**

**المطلوب:**

1 ـ حدد متغيرات الدخول.

2 ـ حدد المخارج.

3 ـ استخرج جدول الحقيقة للتشغيل.

4 ـ استخرج المعادلة المنطقية للتشغيل

5 ـ اختزل المعادلة المنطقية للتشغيل بواسطة جدول كارنو.

6 ـ مثل المعادلة المنطقية للتشغيل بواسطة المخطط الكهربائي ثم المخطط المنطقي.

**الحل :**

- متغيرات الدخول :

3 مداخل K و $S_1$ و $S_2$ ⟸ 8 توفيقات ⟸ ( $2^3$ حالات ).

- المخارج :

4 مخارج : KM1 , KM2 , KM3 , KM4

3 - جدول الحقيقة للتشغيل.

| K | $S_2$ | $S_1$ | KM1 | KM2 | KM3 | KM4 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |

| K | $S_2$ | $S_1$ | KM1 | KM2 | KM3 | KM4 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |

المخرج : KM1

| K \ $S_2S_1$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

$KM1 = S_2.\overline{K}$

المخرج : KM2

| K \ $S_2S_1$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

$KM2 = S_1.\overline{S}_2.\overline{K}$

| K | $S_2$ | $S_1$ | KM1 | KM2 | KM3 | KM4 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |

**المخرج : KM3**

| K \ $S_2S_1$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |

$KM3 = S_2.K$

**المخرج : KM4**

| K \ $S_2S_1$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |

$KM4 = S_1.\overline{S}_2.K$

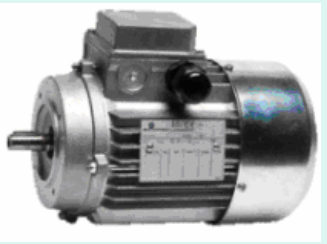
## تمثيل المعادلة المنطقية للتشغيل بواسطة المخطط الكهربائي.

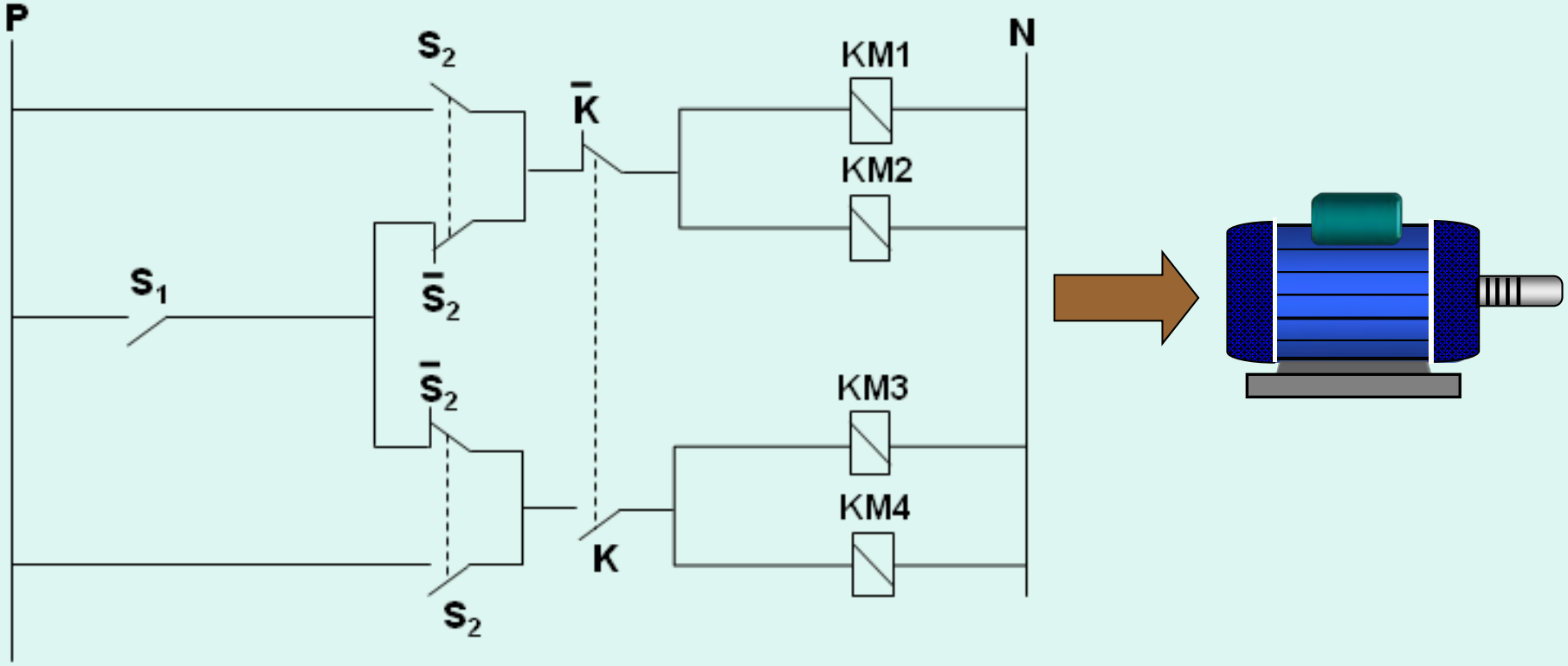
$KM1 = S_2.\overline{K}$

$KM2 = S_1.\overline{S_2}.\overline{K}$

$KM3 = S_2.K$

$KM4 = S_1.\overline{S_2}.K$





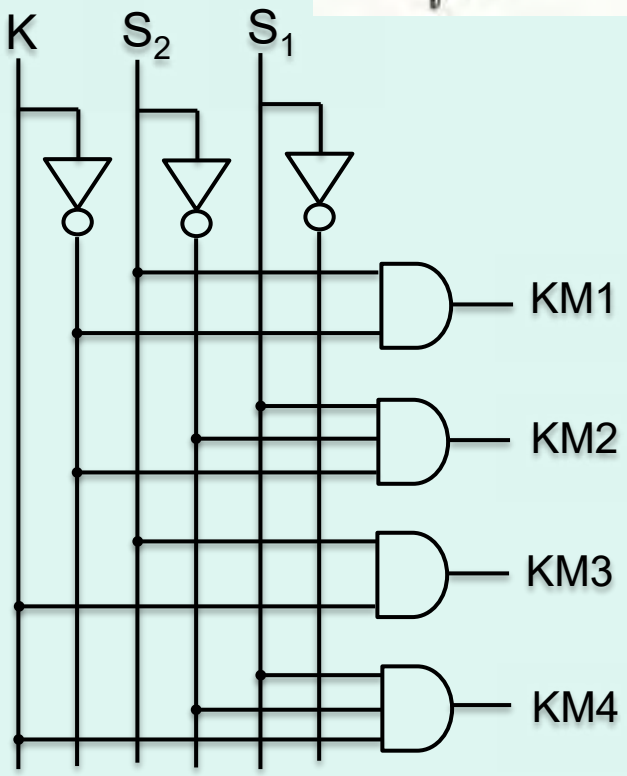
## تمثيل المعادلة المنطقية للتشغيل بواسطة المخطط المنطقي.

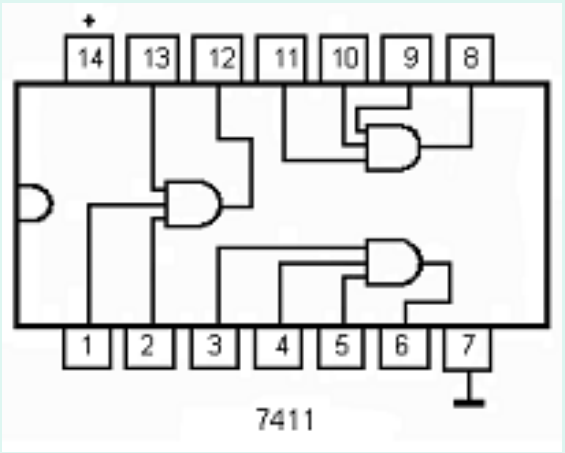
$KM1 = S_2.\overline{K}$

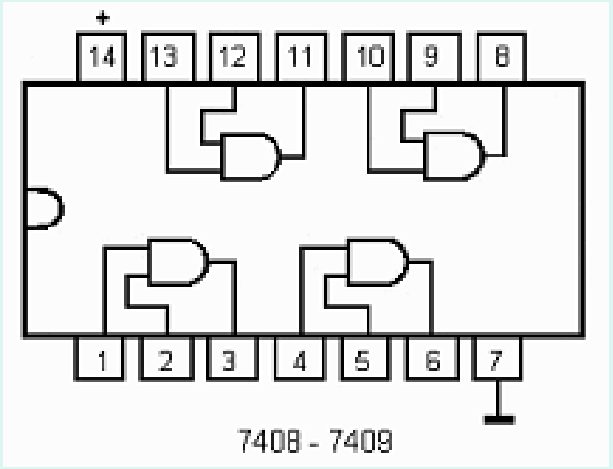
$KM2 = S_1.\overline{S}_2.\overline{K}$

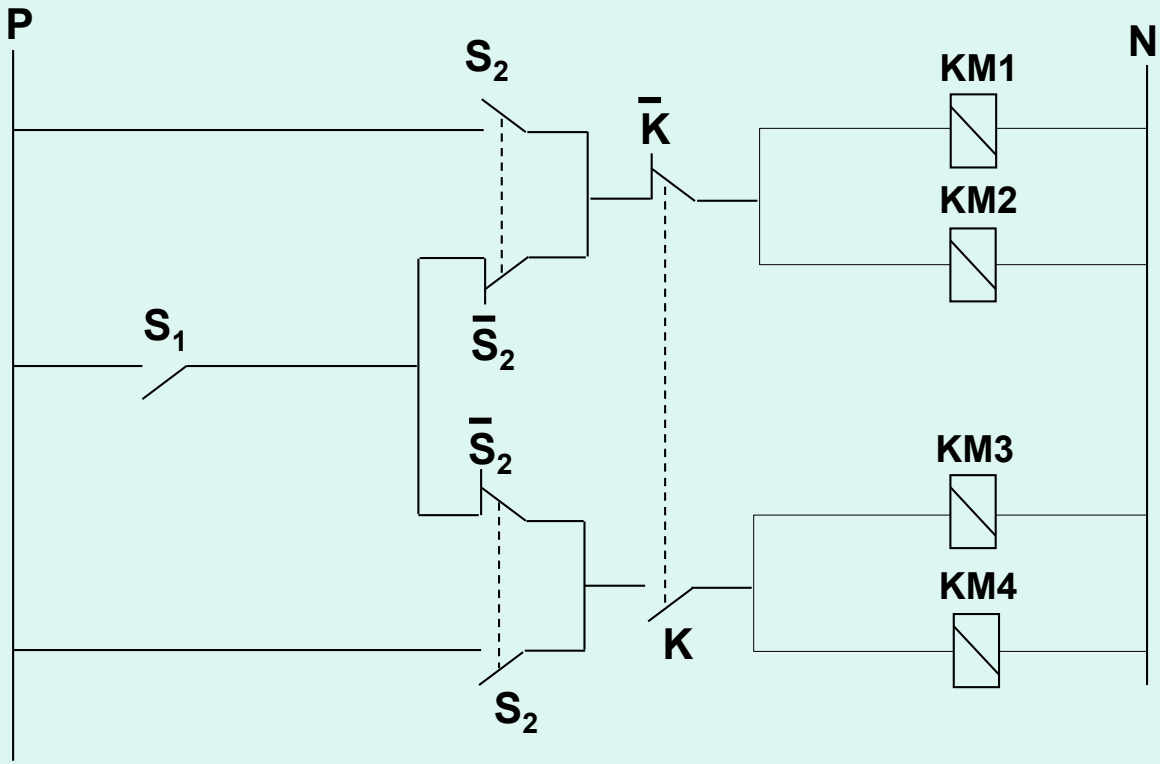
$KM3 = S_2.K$

$KM4 = S_1.\overline{S}_2.K$




P
N
S2
K
KM1
KM2
S1
S2
S2
KM3
KM4
K
S2

**مسالة 4:**

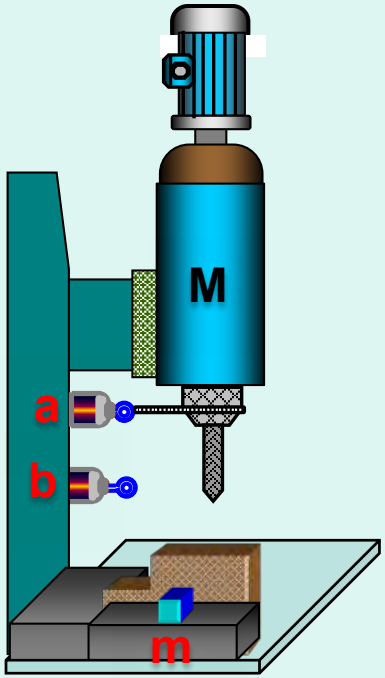
# نظام ألي لثقب قطعة.

**التشغيل:** يشتغل محرك الثقب M في الحالات التالية:

1-عندما تكون m مضغوطة فقط.

2-عندما تكون m و a مضغوطتان فقط.

3-عندما عندما تكون m و b مضغوطتان فقط.




## المطلوب:

1 ـ حدد متغيرات الدخول.

2 ـ حدد المخارج.

3 ـ استخرج جدول الحقيقة للتشغيل.

4 ـ استخرج المعادلة المنطقية للتشغيل

5 ـ اختزل المعادلة المنطقية للتشغيل بواسطة جدول كارنو.

6 ـ مثل المعادلة المنطقية للتشغيل بواسطة المخطط الكهربائي ثم المخطط المنطقي.

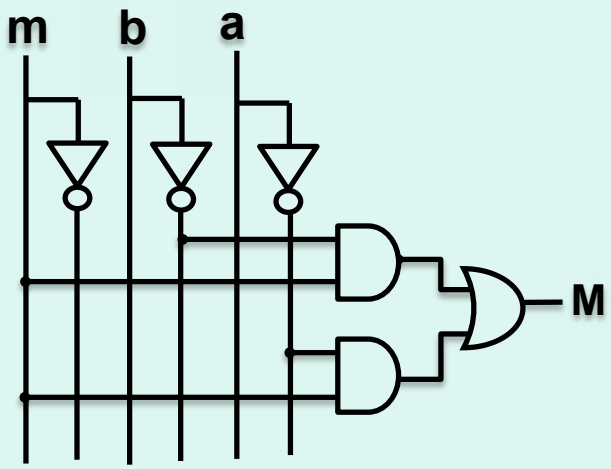
**الحل:**

| m | b | a | M |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

**M**

| m \ ba | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |

$$M = \bar{b}m + \bar{a}m$$



- حول الى النظام الثنائي مايلي :

$(1996)_{10}$ ، $(FAB5)_{16}$

- حول الى النظام السداسي عشر مايلي :

$(10110101110110)_2$ ، $(547)_8$ ، $(1962)_{10}$

- حول الى النظام BCD مايلي :

$(962)_{10}$ ، $(1973)_{10}$ ، $(150)_{10}$

- حول الى النظام العشري مايلي :

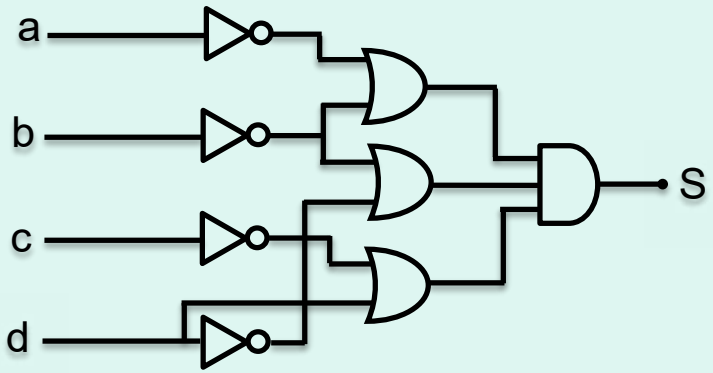
$(101101)_2$ ، $(325)_8$ ، $(FCD)_{16}$ ، $(011100100011)_{BCD}$

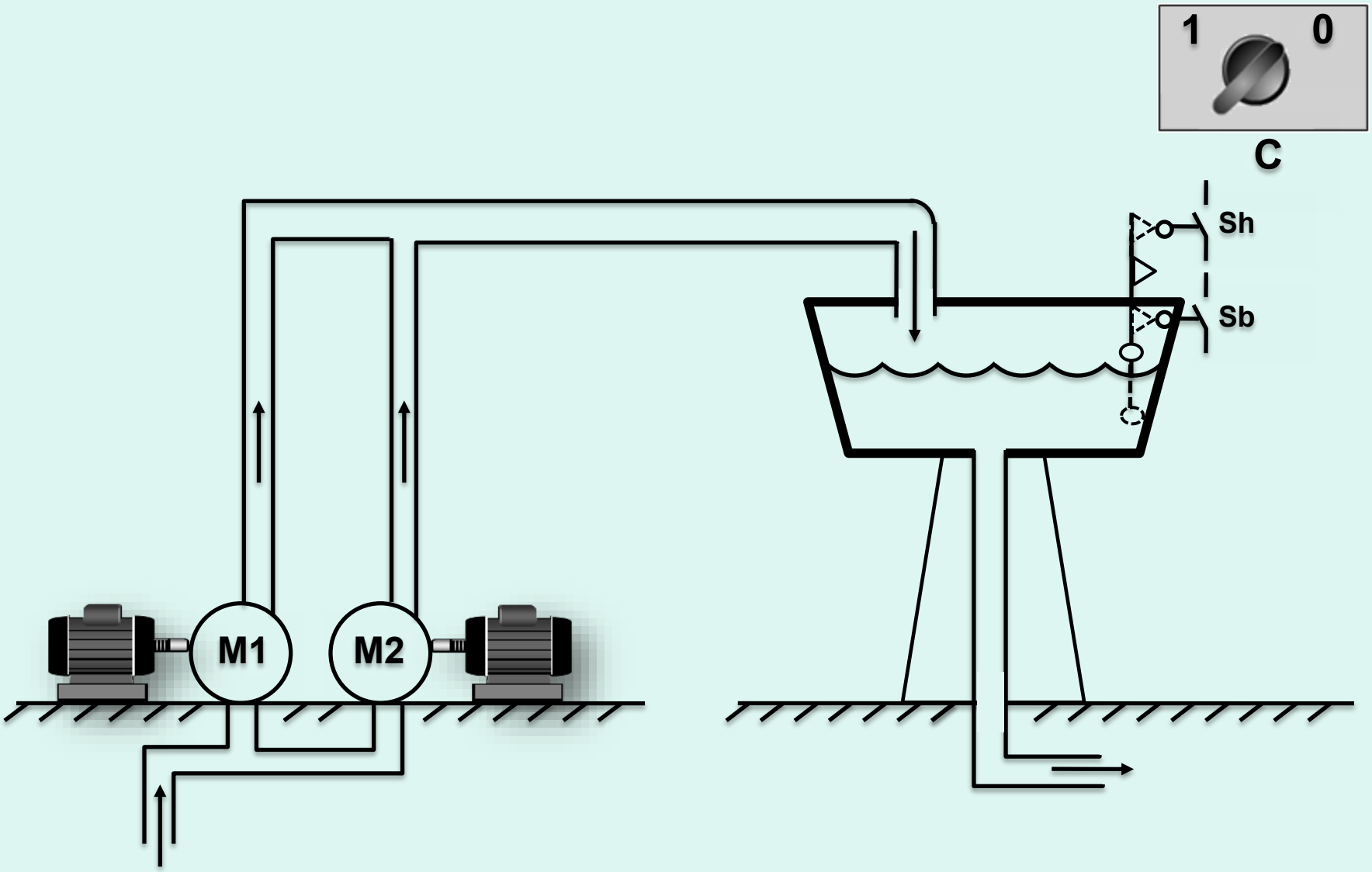
- حول الى كل نظام :

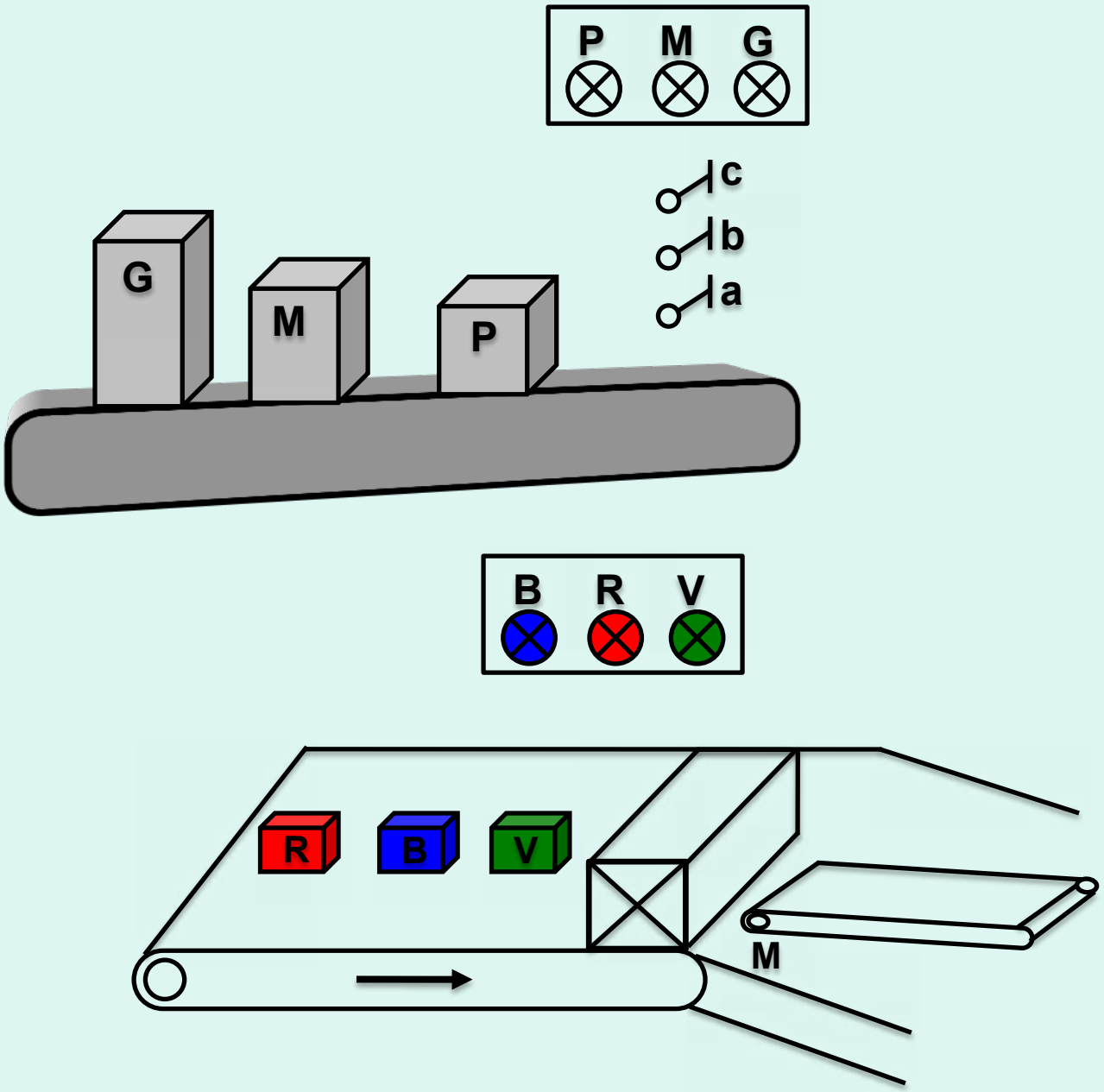
$(78)_{10} = (\ ؟\ )_2$ ، $(250)_{10} = (\ ؟\ )_{16}$ ، $(1110011)_2 = (\ ؟\ )_{10}$ ، $(10110111)_2 = (\ ؟\ )_{16}$ ، $(AB2)_{16} = (\ ؟\ )_{10}$

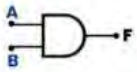
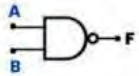
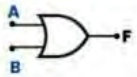
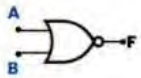
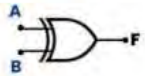
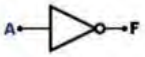
$(3A5)_{16} = (\ ؟\ )_2$ ، $(962)_{BCD} = (؟)_{10}$ ، $(962)_{BCD} = (؟)_2$

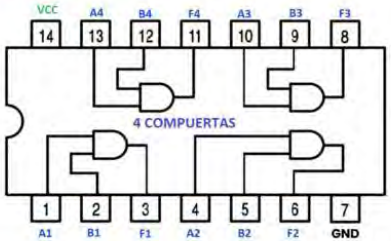
- استخرج الدالة المنطقية S :

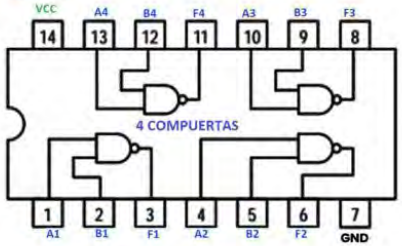


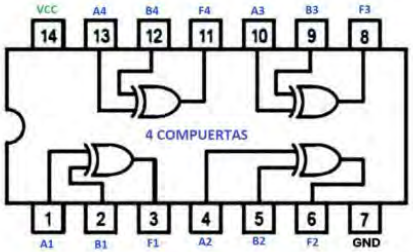

1
0
C
Sh
Sb
M1
M2

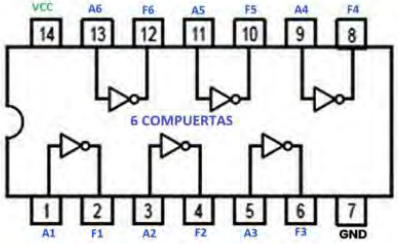

P
M
G
c
b
a
G
M
P
B
R
V
R
B
V
M

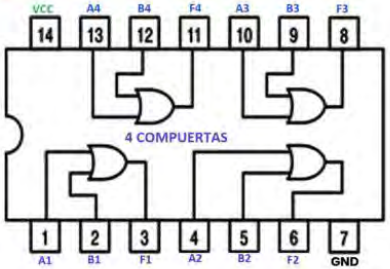
| NOMBRE | TABLA DE VERDAD | CIRCUITO | OPERACIÓN |
|---|---|---|---|
| AND  | A B F<br>0 0 0<br>0 1 0<br>1 0 0<br>1 1 1 | 74LS08 | F=AB |
| NAND  | A B F<br>0 0 1<br>0 1 1<br>1 0 1<br>1 1 0 | 74LS00 | $F=\overline{AB}$<br>$=\overline{A}+\overline{B}$ |
| OR  | A B F<br>0 0 0<br>0 1 1<br>1 0 1<br>1 1 1 | 74LS32 | F=A+B |
| NOR  | A B F<br>0 0 1<br>0 1 0<br>1 0 0<br>1 1 0 | 74LS02 | $F=\overline{A+B}$<br>$=\overline{A}\cdot\overline{B}$ |
| XOR  | A B F<br>0 0 0<br>0 1 1<br>1 0 1<br>1 1 0 | 74LS86 | $F=A\oplus B$<br>$=A\overline{B}+\overline{A}B$ |
| NOT  | A F<br>0 1<br>1 0 | 74LS04 | $F=\overline{A}$ |

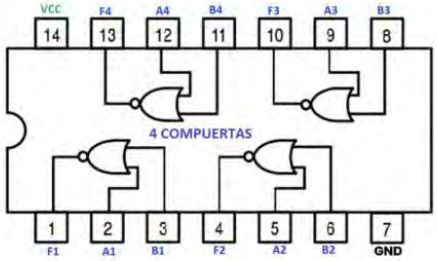
**74LS08**
AND



**74LS00**
NAND



**74LS86**
XOR


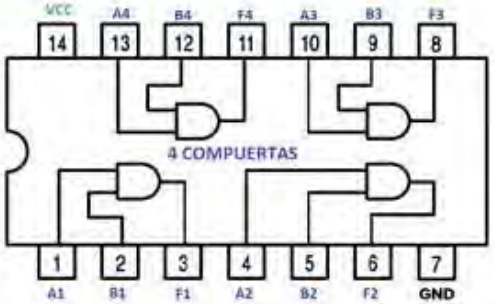

**74LS04**
NOT



**74LS32**
OR



**74LS02**
NOR


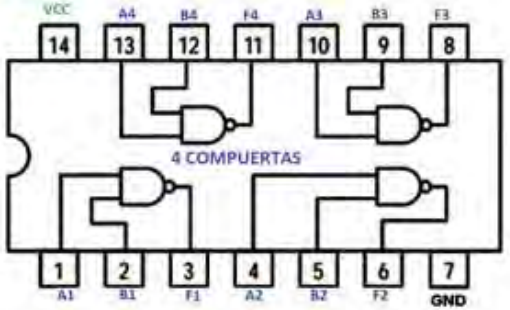
**74LS08**

**AND**



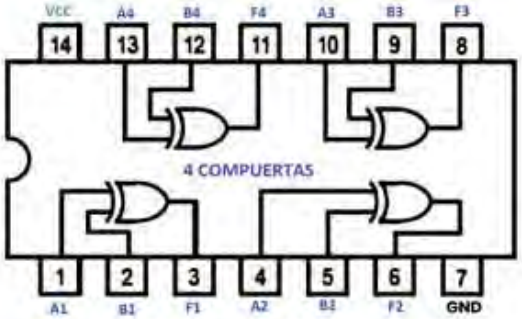

**74LS00**

**NAND**



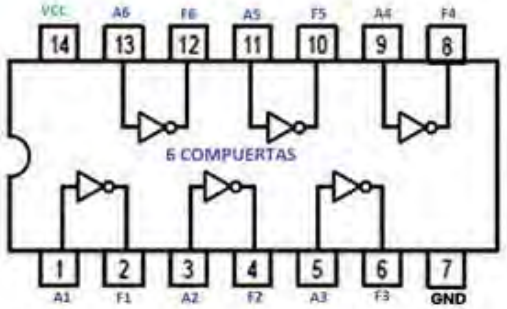

**74LS86**

**XOR**



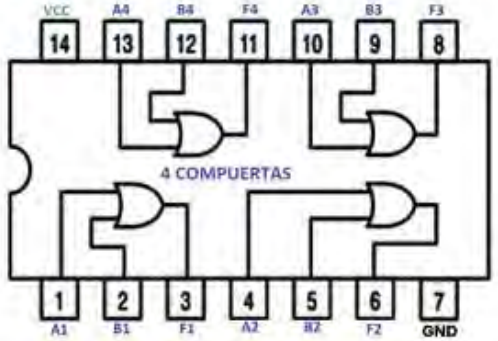

**74LS04**

**NOT**



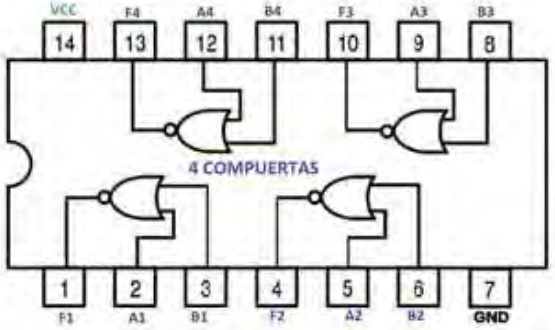

**74LS32**

**OR**

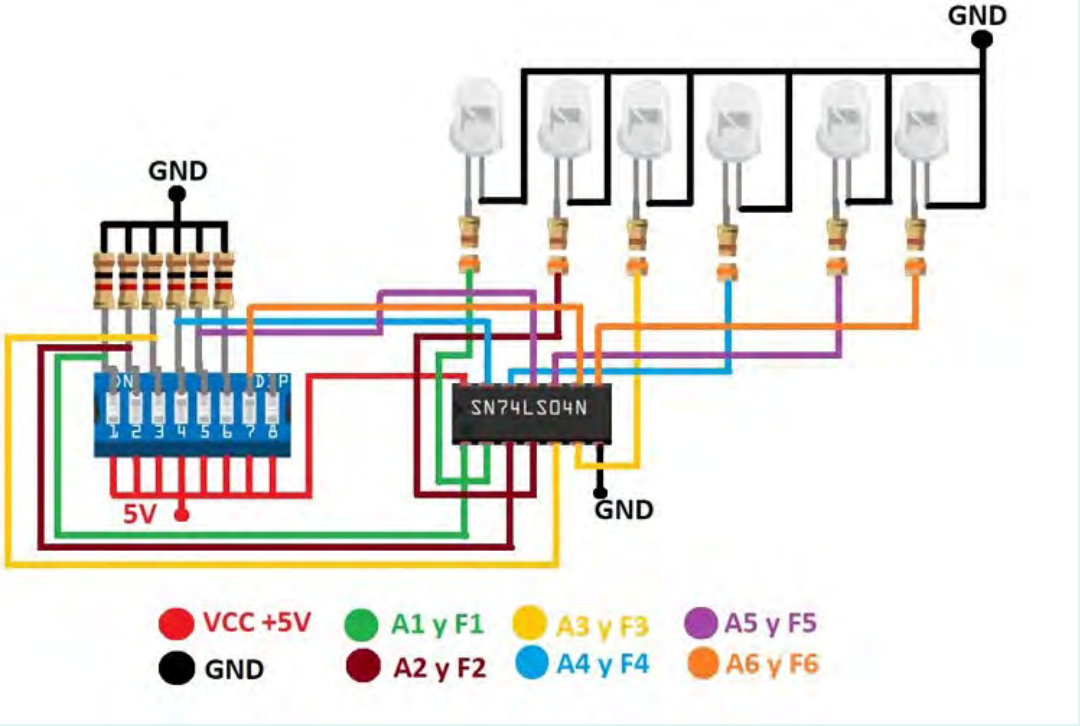


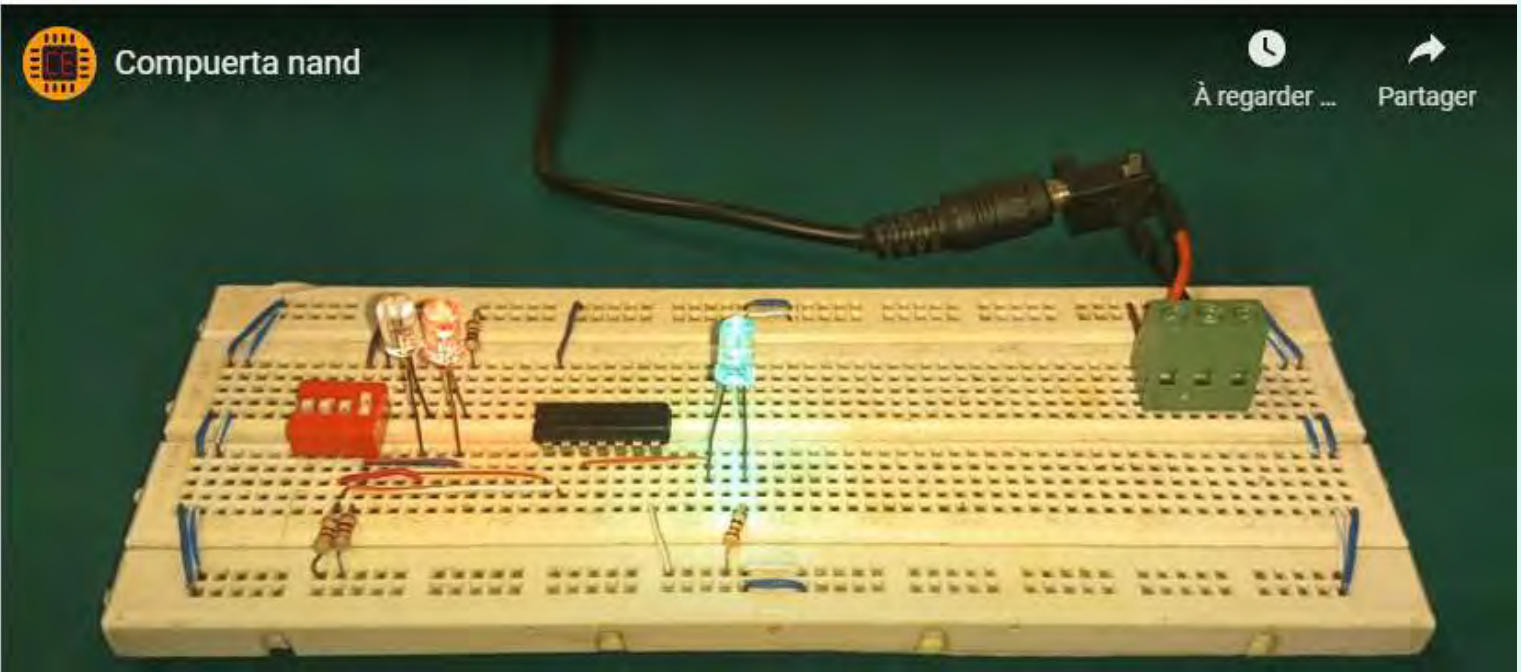

**74LS02**

**NOR**




- 74LS02 NOR
- 74LS86 XOR
- 74LS00 NAND
- 74LS08 AND
- 74LS32 OR
- 74LS04 NOT


GND
GND
SN74LS04N
GND
5V
VCC +5V
GND
A1 y F1
A2 y F2
A3 y F3
A4 y F4
A5 y F5
A6 y F6


Compuerta nand
À regarder ...
Partager