



2 0 1 2

سلسلة القائد

اعداد: الابدتاد رجاجة رمضان



علم السكون



تركيب تحليل محصلة عزم تعارين

[www.geniecivil.keuf.net](http://www.geniecivil.keuf.net)

علم السكون

مفاهيم حول القوى

تركيب القوى

تحليل القوى

عزم القوة

عزم المزدوجة

تطبيقات وتمارين الكتاب المدرسي

تمارين مقترحة

تطبيقات وتمارين الكتاب المدرسي

عناصر القوة

تمارين 2 صفحة 125

تمارين 3 صفحة 125

تمارين 4 صفحة 126

تمارين 5 صفحة 126

تمارين 6 صفحة 126

تمارين 7 صفحة 127

تمارين مقترحة

جدول قيم الزوايا

المراجع

تطبيق 1 صفحة 117

تطبيق 1 صفحة 118

تطبيق 1 صفحة 120

تطبيق 1 صفحة 121

تطبيق 2 صفحة 121

تطبيق 1 صفحة 122

تطبيق 1 صفحة 124

تطبيق 1 صفحة 125

تمارين 1 صفحة 125

الوحدات المستعملة في القوى

تحليل قوة الى مركبتين

تطبيق على المركبات

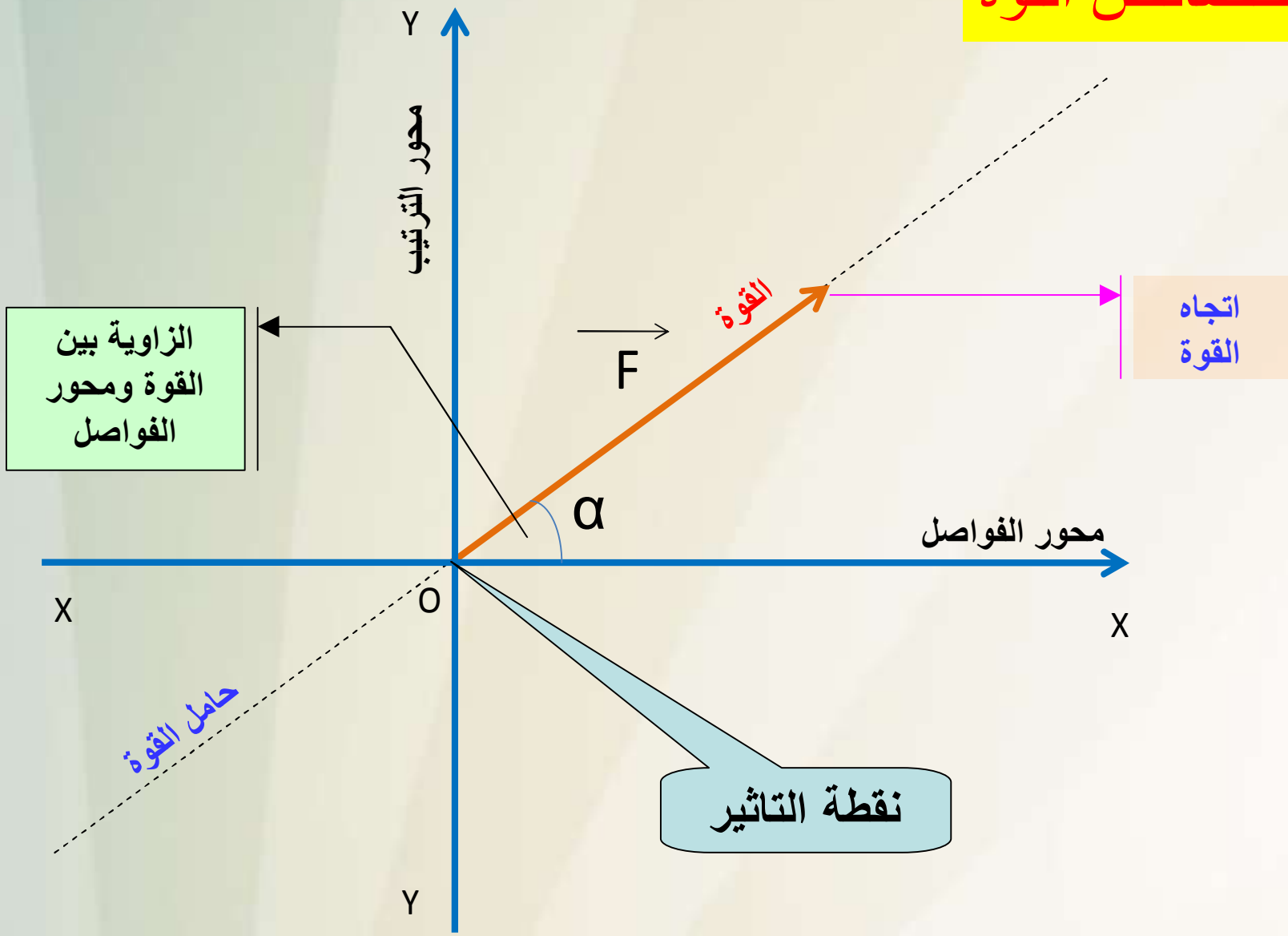
مركبات عدة قوى كيفية

مركبتا المحصلة مع تطبيق

تمارين شدة المحصلة

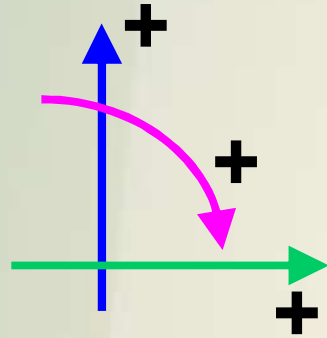
تمارين زاوية المحصلة

# خصائص القوة



# الوحدات والاتجاهات

## الاتجاهات



الاتجاه الموجب للقوى والعزوم

## وحدات القوى

$$1 \text{ Kgf} = 9.81 \text{ N} = 1 \text{ Kgp}$$

$$1 \text{ daN} = 10 \text{ N}$$

$$1 \text{ KN} = 1000 \text{ N}$$

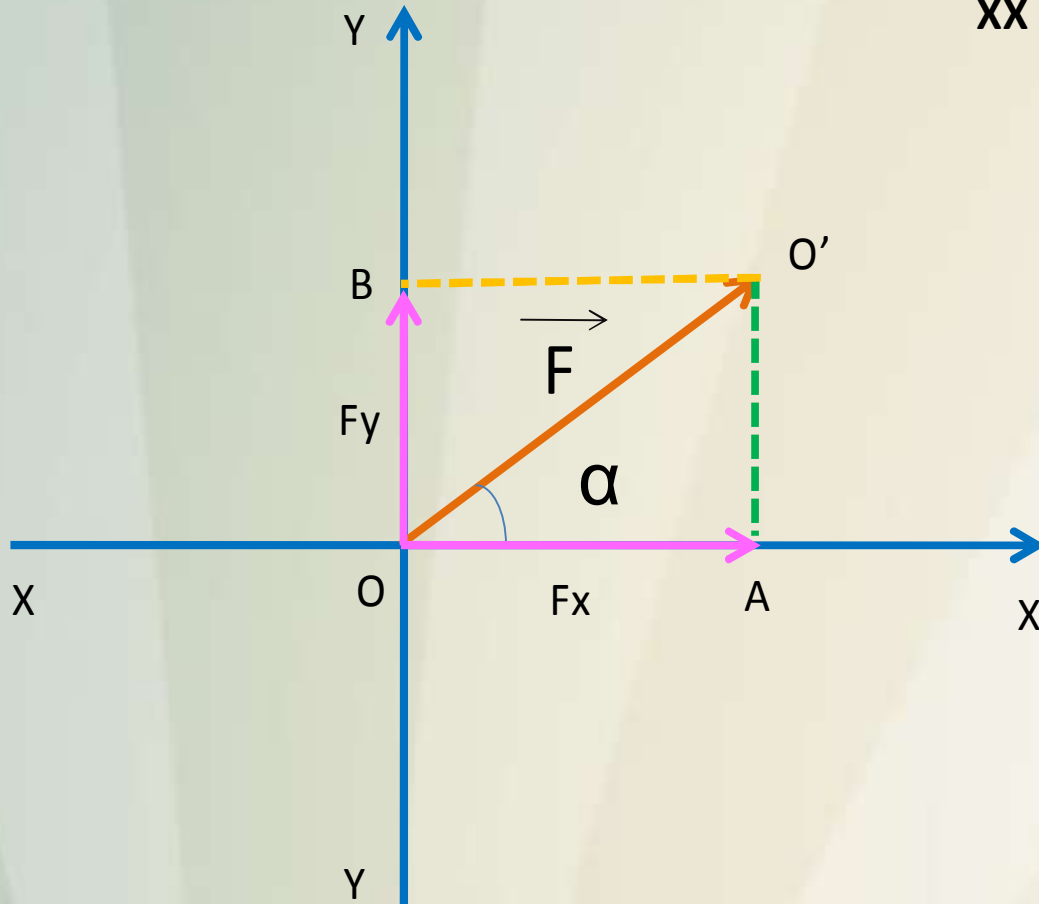
## وحدات العزم

N.m

daN.m

Kgf.m

## تحليل قوة Décomposition d'une force



1- من نهاية القوة F نسطق قطعة مستقيمة تقطع XX في A

2- من نهاية القوة F دائما نسطق قطعة مستقيمة تقطع YY في B

3- نرسم القطعة OA الناتجة عن التقاطع

4- نرسم القطعة OB الناتجة عن التقاطع

$$\text{SIN } \alpha = \dots\dots\dots$$

$$\text{COS } \alpha = \dots\dots\dots$$

1- نسمي القطعة **OA** الناتجة

عن الإسقاط ب **F<sub>x</sub>**

2- نسمي القطعة **OB** الناتجة

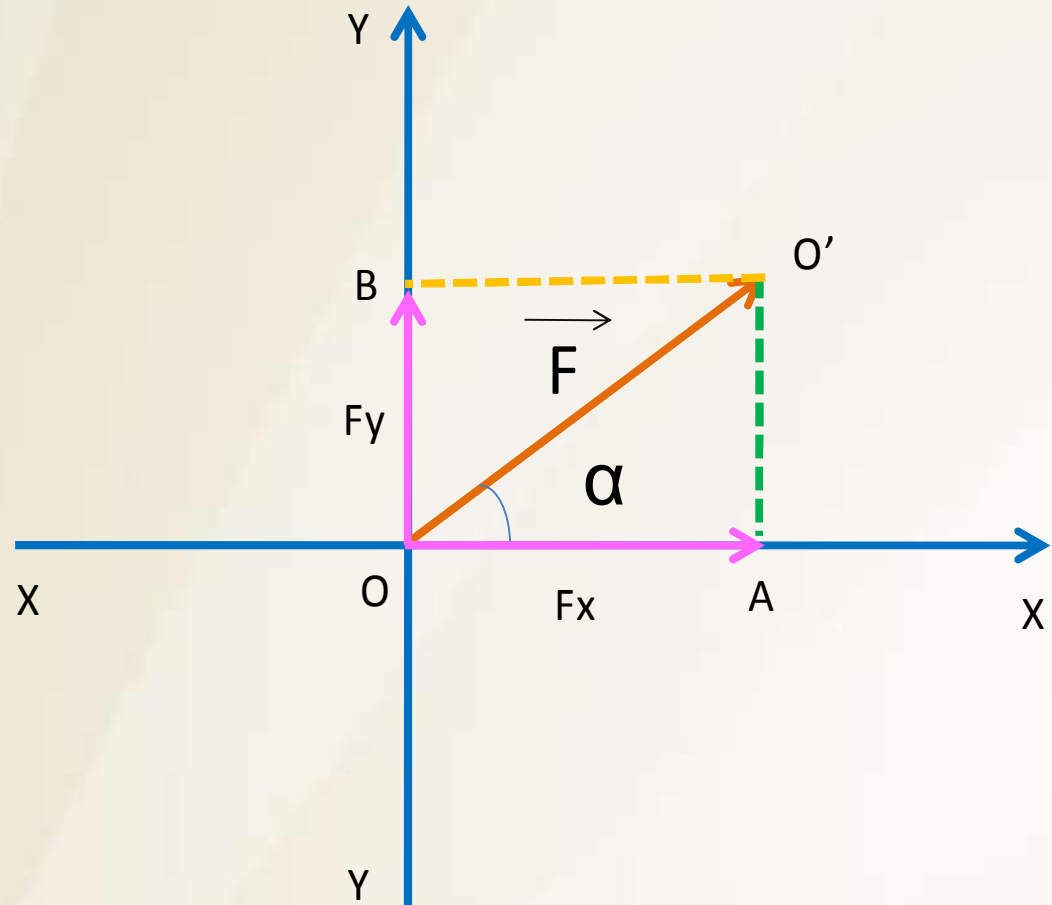
عن الإسقاط ب **F<sub>y</sub>**

$$\cos \alpha = OA/F = F_x/F$$

$$F_x = F \cdot \cos \alpha$$

$$\sin \alpha = OB/F = F_y/F$$

$$F_y = F \cdot \sin \alpha$$



## تطبيقات

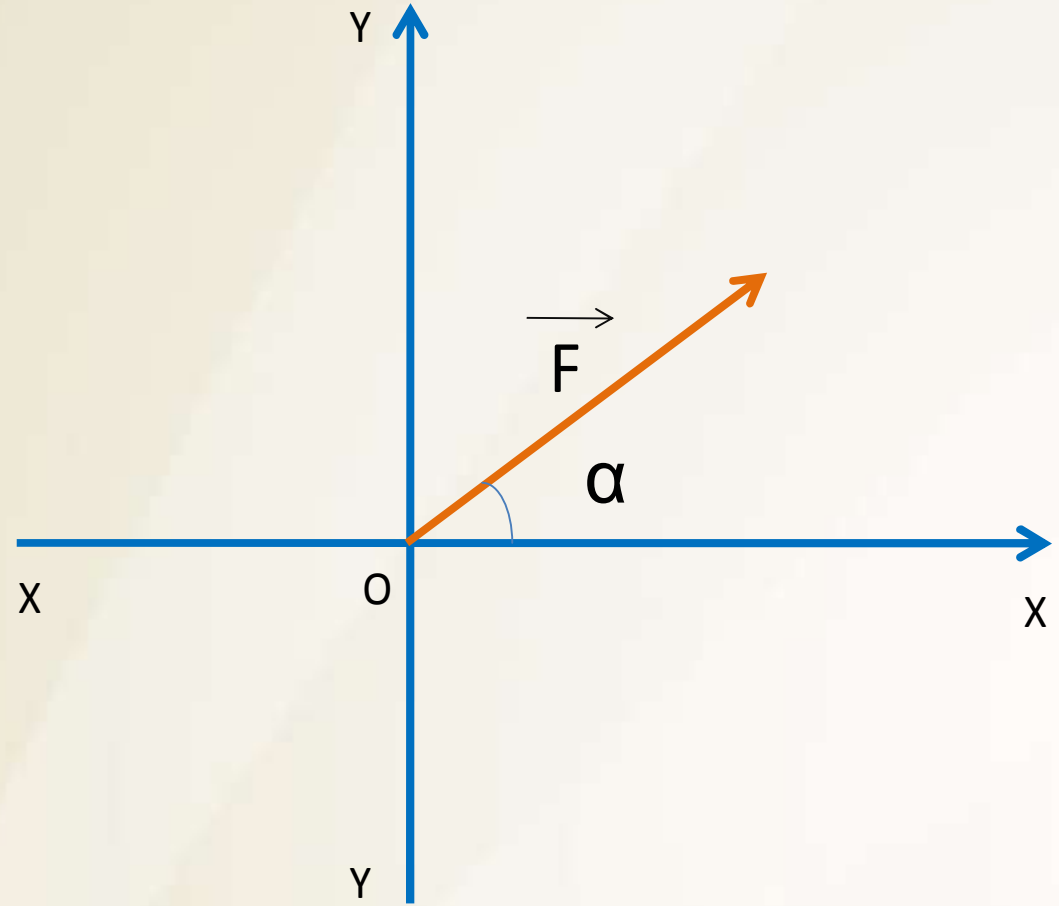
1- احسب  $F_x$  و  $F_y$  مركبتي القوة  $F$   
والتي شدتها 1210 نيوتن

الزاوية المشكلة مع محور  
السينات (الفواصل) هي  $30^\circ$

2- احسب  $F_x$  و  $F_y$  مركبتي القوة  $F$   
السابقة اذا كانت الزاوية هي  $60^\circ$

3- استنتج قيمة  $F_x$  و  $F_y$  مركبتي القوة  
 $F$  السابقة اذا كانت الزاوية هي  $00^\circ$   
اي ان القوة  $F$  منطبقة على  $XX$

4- استنتج قيمة  $F_x$  و  $F_y$  مركبتي القوة  $F$   
السابقة اذا كانت الزاوية هي  $90^\circ$  اي ان  
القوة  $F$  منطبقة على  $YY$



الحل

$$F_x = F \cdot \cos \alpha$$

$$F_y = F \cdot \sin \alpha$$

$$\sin 60 = 0.86$$

$$\cos 60 = 0.5$$

$$\sin 30 = 0.5$$

$$\cos 30 = 0.86$$

-1 الحالة الاولى

$$\begin{array}{l} F_x = 1210 \cdot \cos 30 \\ F_y = 1210 \cdot \sin 30 \end{array} \leftarrow \vec{F}$$

$$F_x = 1040,6 \text{ N}$$


$$F_y = 605 \text{ N}$$

$$\begin{array}{l} F_x = F \cdot \cos \alpha \\ F_y = F \cdot \sin \alpha \end{array} \leftarrow \vec{F}$$

$$\begin{array}{l} F_x = 1210 \cdot 0,86 \\ F_y = 1210 \cdot 0,5 \end{array} \leftarrow \vec{F}$$

## 2- الحالة الثانية


$$F_x = 1210 \cdot \cos 60$$

$$F_y = 1210 \cdot \sin 60$$



$$F_x = 605 \text{ N}$$

$$F_y = 1040,6 \text{ N}$$

$$F_x = F \cdot \cos \alpha$$

$$F_y = F \cdot \sin \alpha$$


$$F_x = 1210 \cdot 0,5$$

$$F_y = 1210 \cdot 0,86$$


## 3- الحالة الثالثة

القوة منطبقة على محور السينات هذا يعني ان المركبة العمودية معدومة وان  $F_x = F$  أي ان  $F_x = 1210 \text{ N}$  وان  $F_y = 0 \text{ N}$ .

## 4- الحالة الرابعة

القوة منطبقة على محور العينات هذا يعني ان المركبة الافقية معدومة وان  $F_y = F$  أي ان  $F_y = 1210 \text{ N}$  وان  $F_x = 0 \text{ N}$ .

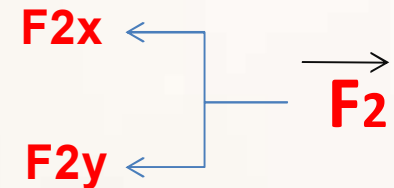
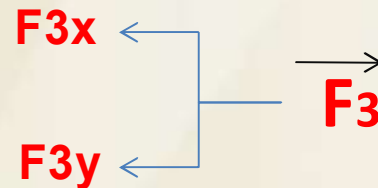
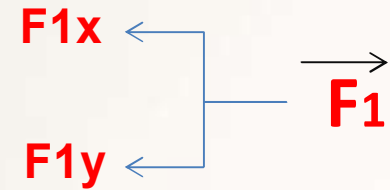
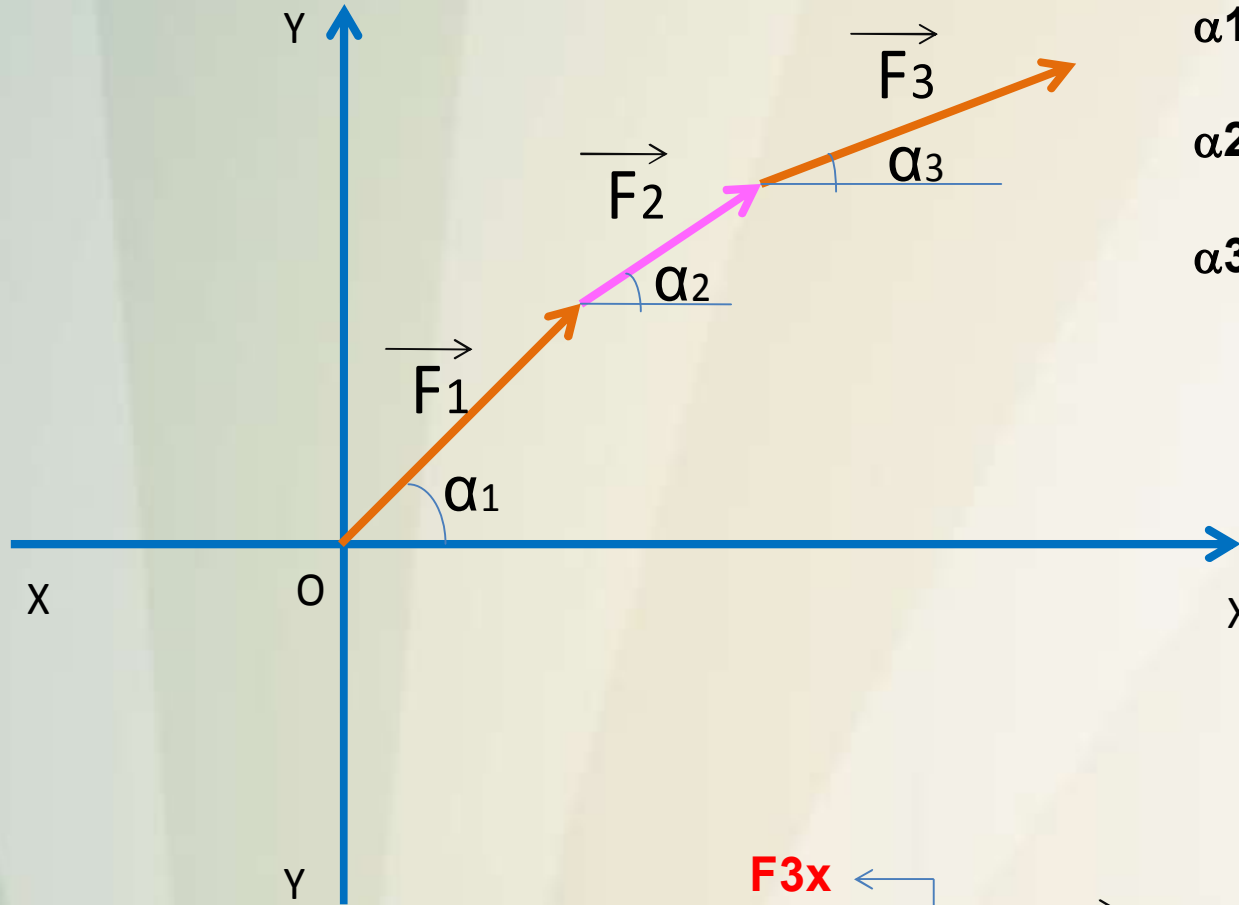
## حالة عدّة قوى

لدينا مجمعة قوى هي:

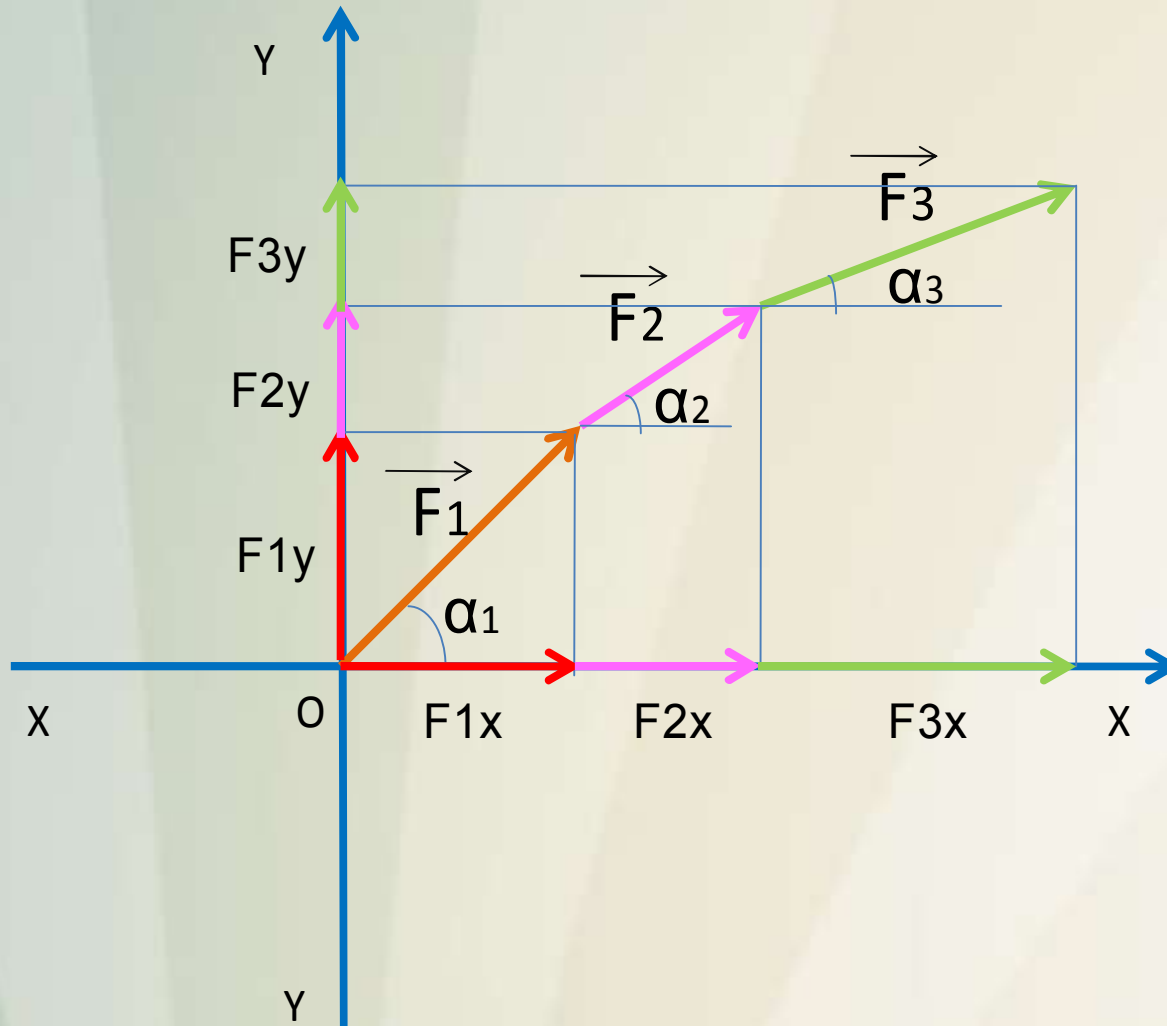
1- القوة  $F_1$  وزاويتها مع  $XX$  هي  $\alpha_1$

2- القوة  $F_2$  وزاويتها مع  $XX$  هي  $\alpha_2$

3- القوة  $F_3$  وزاويتها مع  $XX$  هي  $\alpha_3$



# 1- تحليل كل قوة الى مركبتين $F_x$ و $F_y$



$$\begin{aligned} F_{1x} &= F_1 \cdot \cos \alpha_1 \\ F_{1y} &= F_1 \cdot \sin \alpha_1 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \leftarrow \\ \leftarrow \end{array} \right\} \vec{F}_1$$

$$\begin{aligned} F_{2x} &= F_2 \cdot \cos \alpha_2 \\ F_{2y} &= F_2 \cdot \sin \alpha_2 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \leftarrow \\ \leftarrow \end{array} \right\} \vec{F}_2$$

$$\begin{aligned} F_{3x} &= F_3 \cdot \cos \alpha_3 \\ F_{3y} &= F_3 \cdot \sin \alpha_3 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \leftarrow \\ \leftarrow \end{array} \right\} \vec{F}_3$$

$$F_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x}$$

$$F_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y}$$

تذكر جيدا ان:

$$F_x = F_1 \cos \alpha_1 + F_2 \cos \alpha_2 + F_3 \cos \alpha_3$$

$$F_y = F_1 \sin \alpha_1 + F_2 \sin \alpha_2 + F_3 \sin \alpha_3$$

$$F_x = \sum F_n \cos \alpha_n$$
$$F_y = \sum F_n \sin \alpha_n$$

مركبة المحصلة لمجموعة من القوى = مجموع كل مركبات القوى

## تطبيق

1- اعتمادا على الرسم السابق احسب مركبتي كل قوة

- $F_1=750 \text{ N}$        $\alpha_1=60$
- $F_2=450 \text{ N}$        $\alpha_2=45$
- $F_3=915 \text{ N}$        $\alpha_3= 30$

2- احسب مركبتي المحصلة  $F_x$  و  $F_y$ .

3- ارسم المركبتين في نفس المعلم السابق

4- ارسم المحصلة

5- احسب قيمة المحصلة الناتجة حسابيا

$$F_x = 750 \cdot 0.5 + 450 \cdot 0.7 + 915 \cdot 0.86$$

$$F_y = 750 \cdot 0.86 + 450 \cdot 0.7 + 915 \cdot 0.5$$

$$F_x = 1476.9 \text{ N}$$

$$F_y = 1417.5 \text{ N}$$

$$R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$R = \sqrt{1476.9^2 + 1417.5^2}$$

$$R = \sqrt{2181233.6 + 2009306.2}$$

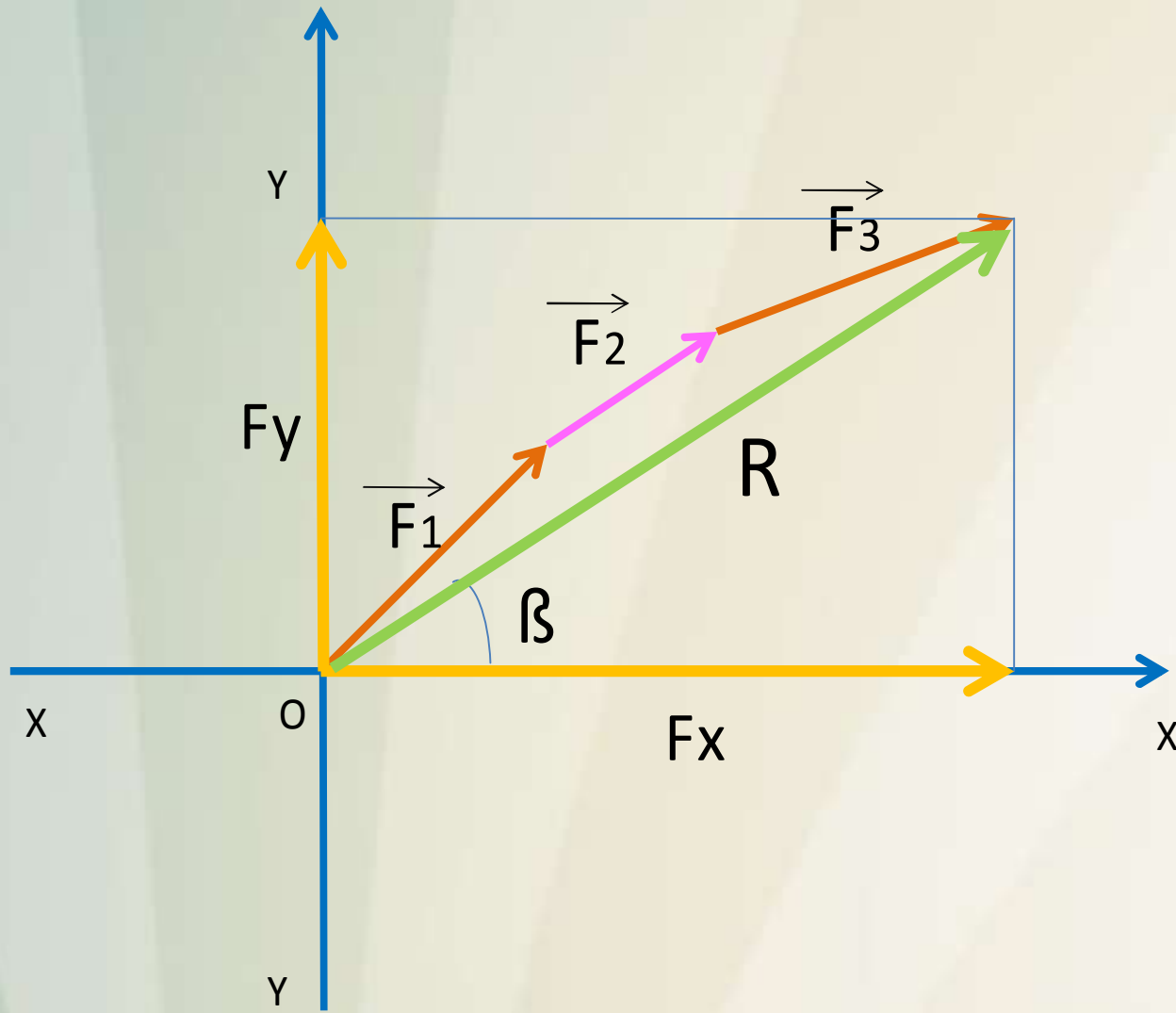
$$R = 2047.08 \text{ N}$$

الحل

$$\begin{array}{l} F_{1x} = 750 \cdot 0.5 \\ F_{1y} = 750 \cdot 0.86 \end{array} \left. \begin{array}{l} \leftarrow \\ \leftarrow \end{array} \right\} \vec{F}_1$$

$$\begin{array}{l} F_{2x} = 450 \cdot 0.7 \\ F_{2y} = 450 \cdot 0.7 \end{array} \left. \begin{array}{l} \leftarrow \\ \leftarrow \end{array} \right\} \vec{F}_2$$

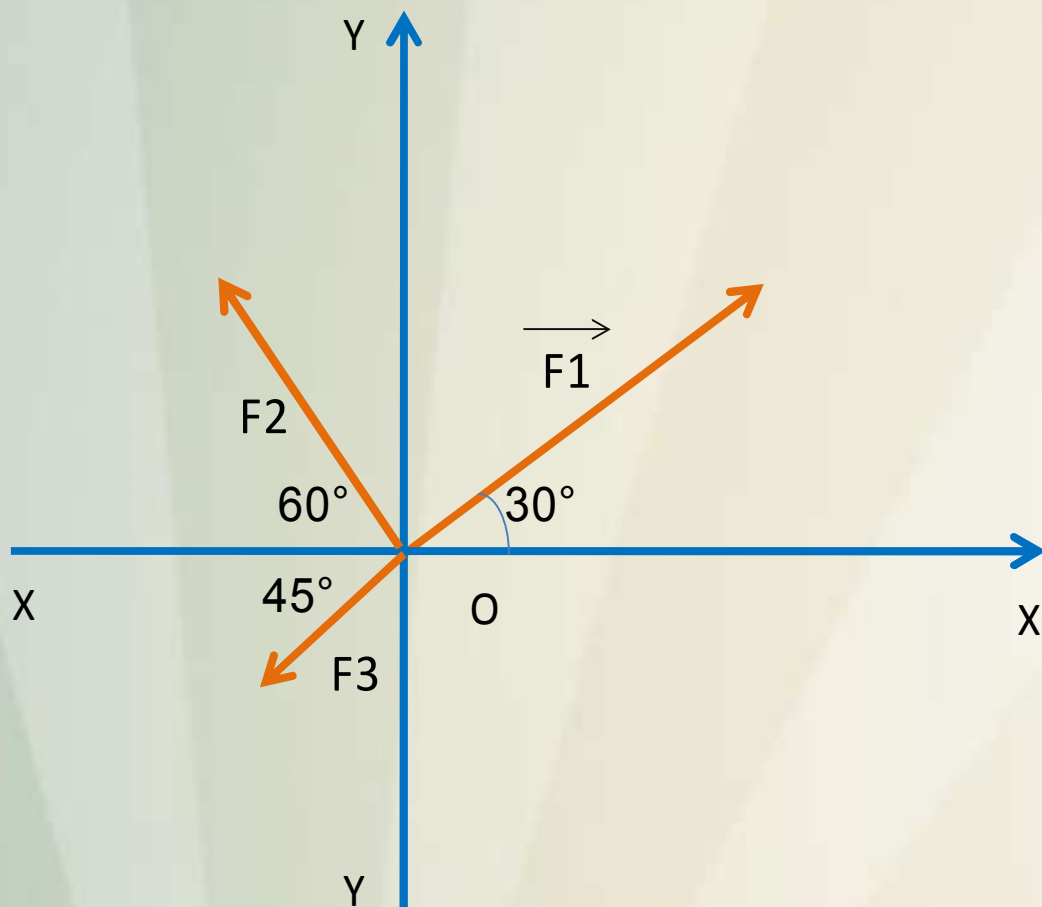
$$\begin{array}{l} F_{3x} = 915 \cdot 0.86 \\ F_{3y} = 915 \cdot 0.5 \end{array} \left. \begin{array}{l} \leftarrow \\ \leftarrow \end{array} \right\} \vec{F}_3$$



## تمرين

### مركبتي المحصلة $R_x$ و $R_y$

- $F_1=915\text{ N}$        $\alpha=30^\circ$
- $F_2=750\text{ N}$        $\alpha=60^\circ$
- $F_3=450\text{ N}$        $\alpha=45^\circ$



1- اعتمادا على الرسم احسب مركبتي كل قوة

2- احسب مركبتي المحصلة  $R_x$  و  $R_y$ .

3- ارسم المركبتين في نفس المعلم السابق

4- ارسم المحصلة

5- احسب قيمة المحصلة الناتجة حسابيا

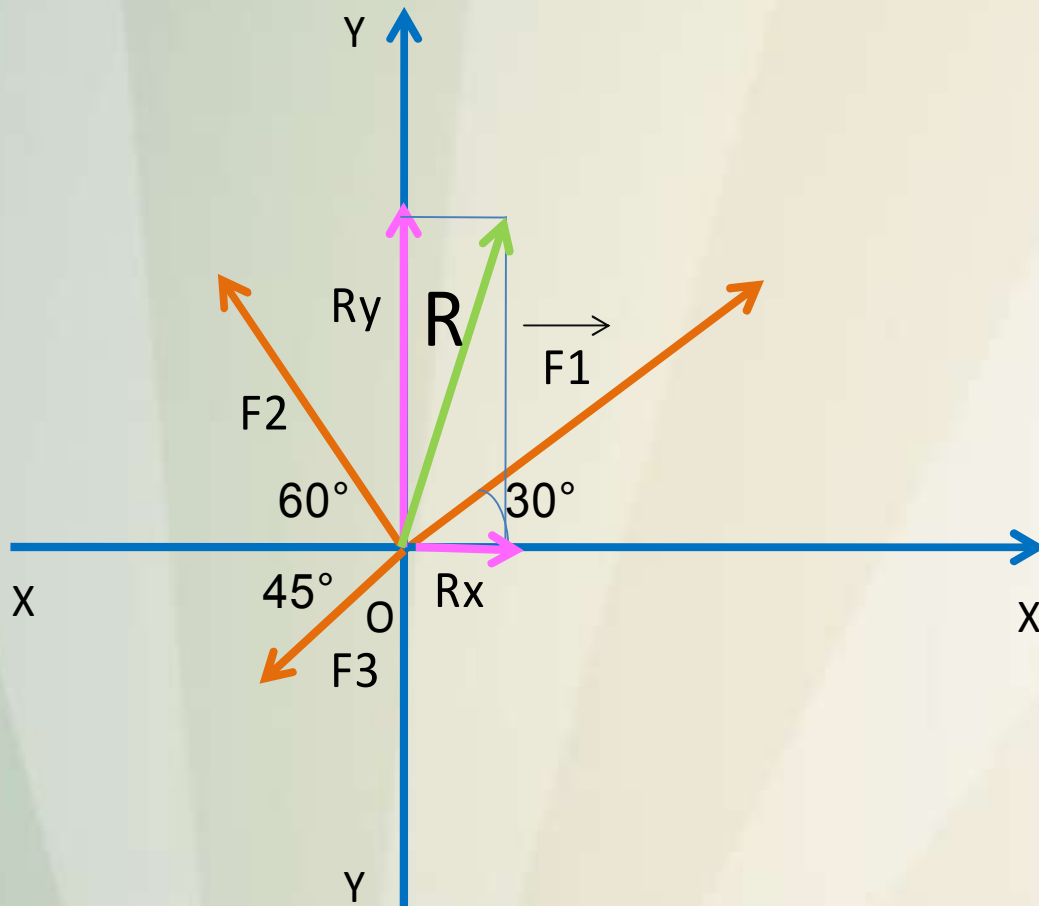
6- احسب الزاوية بين المحصلة والمحور  $XX$

$$R_x = 915 \cdot 0.86 - 750 \cdot 0.5 - 450 \cdot 0.7$$

$$R_y = 915 \cdot 0.5 + 750 \cdot 0.86 - 450 \cdot 0.7$$

$$R_x = 96.9 \text{ N}$$

$$R_y = 787.5 \text{ N}$$



الحل

$$F_{1x} = 915 \cdot 0.86$$

$$F_{1y} = 915 \cdot 0.5$$

$\vec{F}_1$

$$F_{2x} = 750 \cdot 0.5$$

$$F_{2y} = 750 \cdot 0.86$$

$\vec{F}_2$

$$F_{3x} = 450 \cdot 0.7$$

$$F_{3y} = 450 \cdot 0.7$$

$\vec{F}_3$

## حساب قيمة المحصلة

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$R = \sqrt{96.9^2 + 787.5^2}$$

$$R = \sqrt{9389.61 + 620156.25}$$

$$R = \sqrt{629545.86}$$

$$R = 793.43 \text{ N}$$

## حساب الزاوية بين المحصلة و XX

لمعرفة الزاوية يجب ان نقوم بحساب جيب او تذب او ظل الزاوية

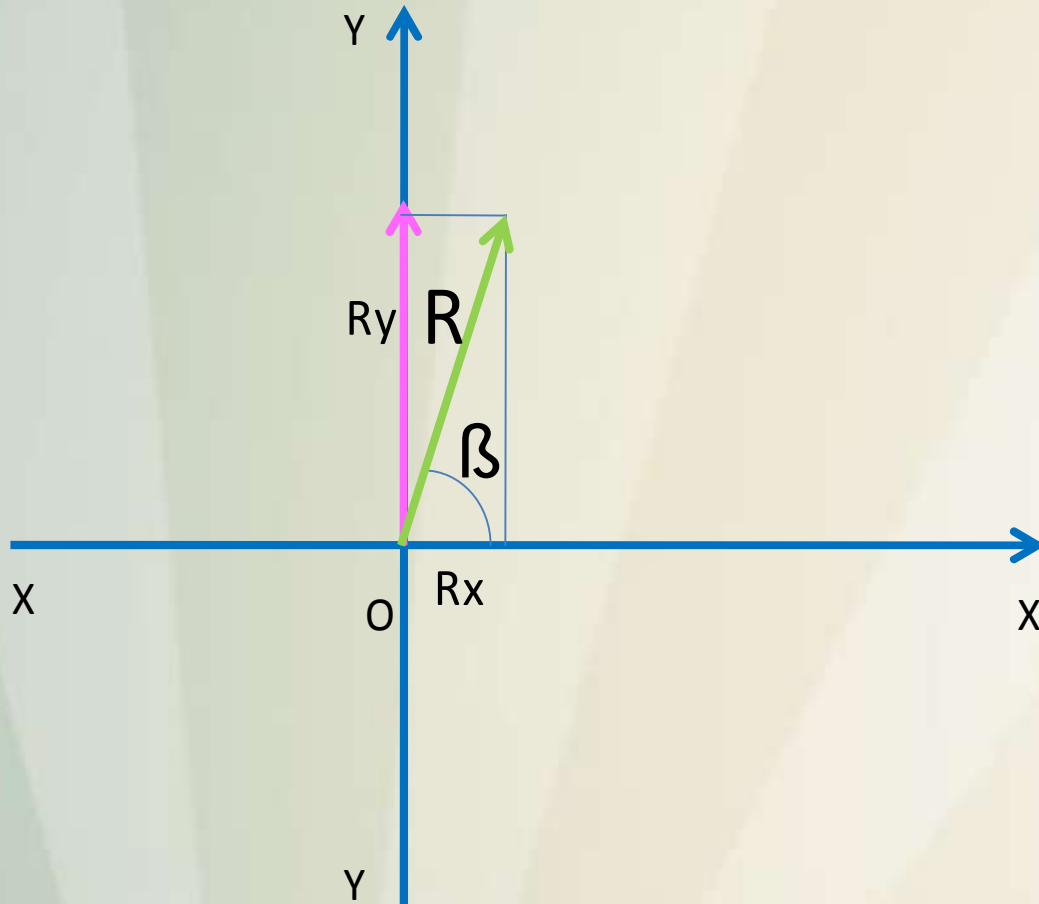
$$\text{tg } \beta = R_y / R_x$$

$$\text{tg } \beta = 787.5 / 96.9$$

$$\text{tg } \beta = 8.1269349$$

عن طريق الجدول او الالة الحاسبة  
نجد ان الزاوية هي:

$$\beta = 82.98^\circ$$



## تطبيقات وتمارين الكتاب المدرسي

تطبيق 1: صفحة - 117

قوتان يطلب تحديد محصلتهما بيانيا و حسابيا

مع اختيار سلم محكم للحل البياني ،

،  $F_2 = 100 \text{ Kgf}$  و  $F_1 = 160 \text{ Kgf}$

الزاوية المخصوصة بين حاملتهما  $\alpha = 45^\circ$  .

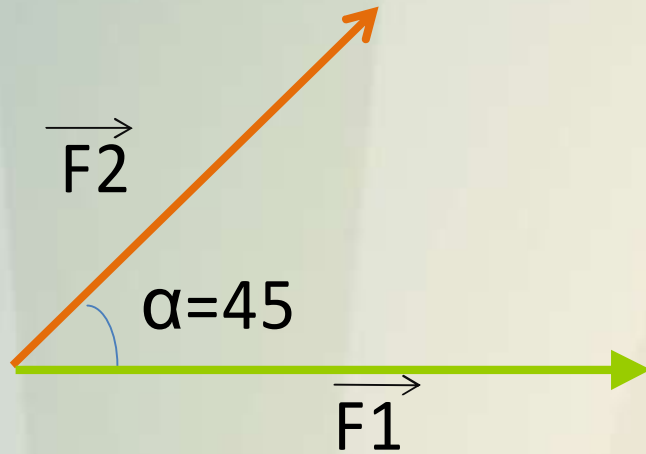


رعاية رمضان



## الحل

### حساب المحصلة R حسابيا



حساب المحصلة للقوتين حيث الزاوية تساوي  $45^\circ$

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha}$$

$$R = \sqrt{160^2 + 100^2 + 2 \times 160 \times 100 \times 0,7}$$

$$R = \sqrt{25600 + 10000 + 22400}$$

$$R = \sqrt{58000}$$

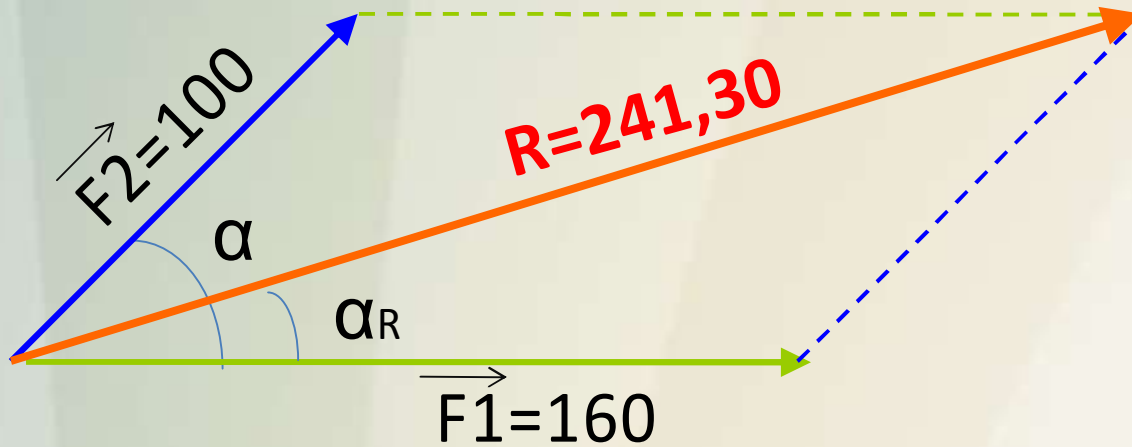
$$\text{Cos}45=0.7$$

$$\text{Sin}45=0.7$$

$$R = 240,83 \text{ kgf}$$

المحصلة

## حساب المحصلة R بيانيا



حساب المحصلة بالطريقة البيانية ينجز ببرنامج الاوتوكاد autocad للحصول على نتائج دقيقة

$$R = 241,30 \text{ kgf}$$

المحصلة

$$\alpha_R = 17^\circ$$

الزاوية بين المحصلة والقوة  $F_1$

ملاحظة:

الاختلاف في قيمة المحصلة بين الطريقة الحسابية والبيانية راجع الى قيمة  $\cos \alpha$

## تطبيقات وتمارين الكتاب المدرسي



تطبيق 1: صفحة - 118

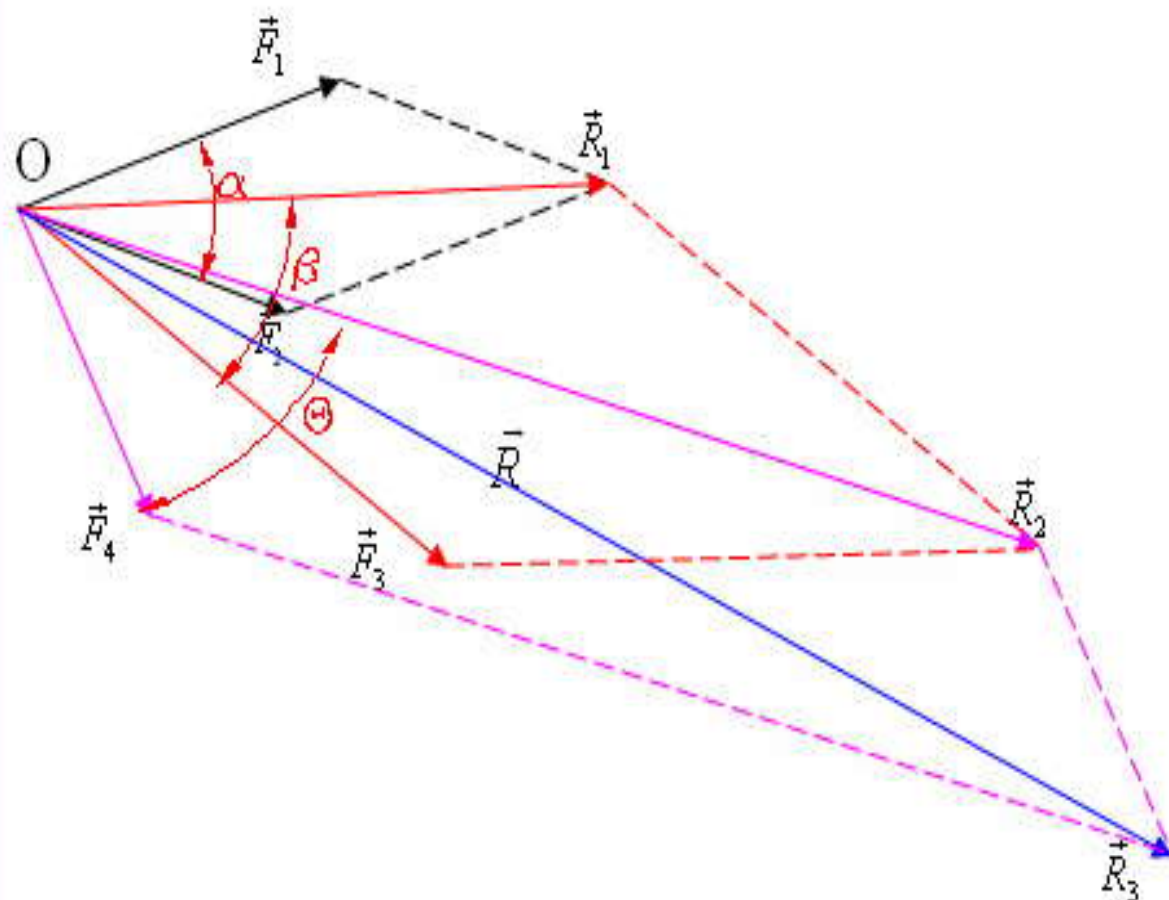
أحسب محصلة القوى

$$F_3 = 200 \text{ N} \text{ و } F_2 = 400 \text{ N} ، F_1 = 300 \text{ N}$$

التي تشكل بينها الزوايا الآتية :

$$\alpha_{F_1 F_2} = 45^\circ \text{ و } \alpha_{F_2 F_3} = 30^\circ$$

## طريقة حساب المحصلة تحليليا (حسابيا) لمجموعة قوى متقاطعة في نقطة

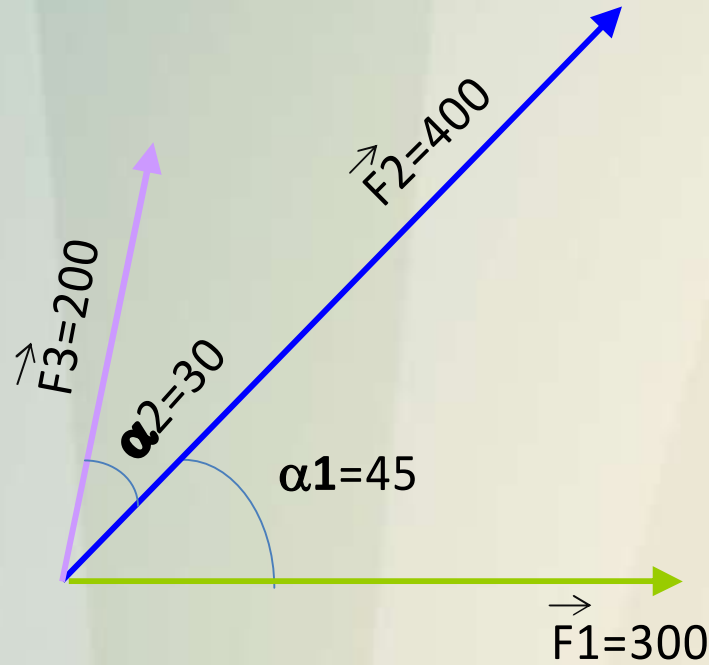


$$R_1 = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha}$$

$$R_2 = \sqrt{R_1^2 + F_3^2 + 2R_1F_3 \cos \beta}$$

$$R_3 = \sqrt{R_2^2 + F_4^2 + 2R_2F_4 \cos \theta}$$

## الحل



## حساب المحصلة R1 حسابيا

حساب المحصلة للقوتين حيث الزوايا تساوي 45°

$$R1 = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha_1}$$

$$R1 = \sqrt{300^2 + 400^2 + 2 \times 300 \times 400 \times 0,7}$$

$$\text{Cos}45=0.7$$

$$\text{Sin}45=0.7$$

$$R1 = \sqrt{90000 + 160000 + 168000}$$

$$R1 = \sqrt{418000}$$

$$R1 = 646,52 \text{ N}$$

المحصلة



حساب الزاوية بين F1 والمحصلة R1

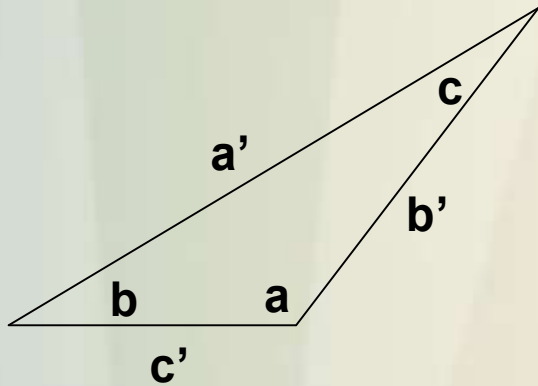
$$\frac{a'}{\sin a} = \frac{b'}{\sin b} = \frac{c'}{\sin c}$$

$$\frac{646,52}{\sin 135} = \frac{400}{\sin b}$$

$$\sin b = \frac{400 \times 0,7}{646,52}$$

**b = 25,65°**

**Sin b = 0,433**



## حساب المحصلة R حسابيا

حساب المحصلة بين القوة F3 و R1 حيث الزاوية بينهما هي  $49.34^\circ = 30 + 19.34$

$$R = \sqrt{F_3^2 + R_1^2 + 2F_3R_1 \cos \alpha}$$

$$\cos 49.34 = 0.651$$

$$\sin 49.34 = 0.758$$

$$R = \sqrt{200^2 + 646,52^2 + 2 \times 200 \times 646,52 \times 0,651}$$

$$R = \sqrt{40000 + 417988,11 + 168353,80}$$

$$R = \sqrt{626341,91}$$

$$R = 791,41 \text{ N}$$

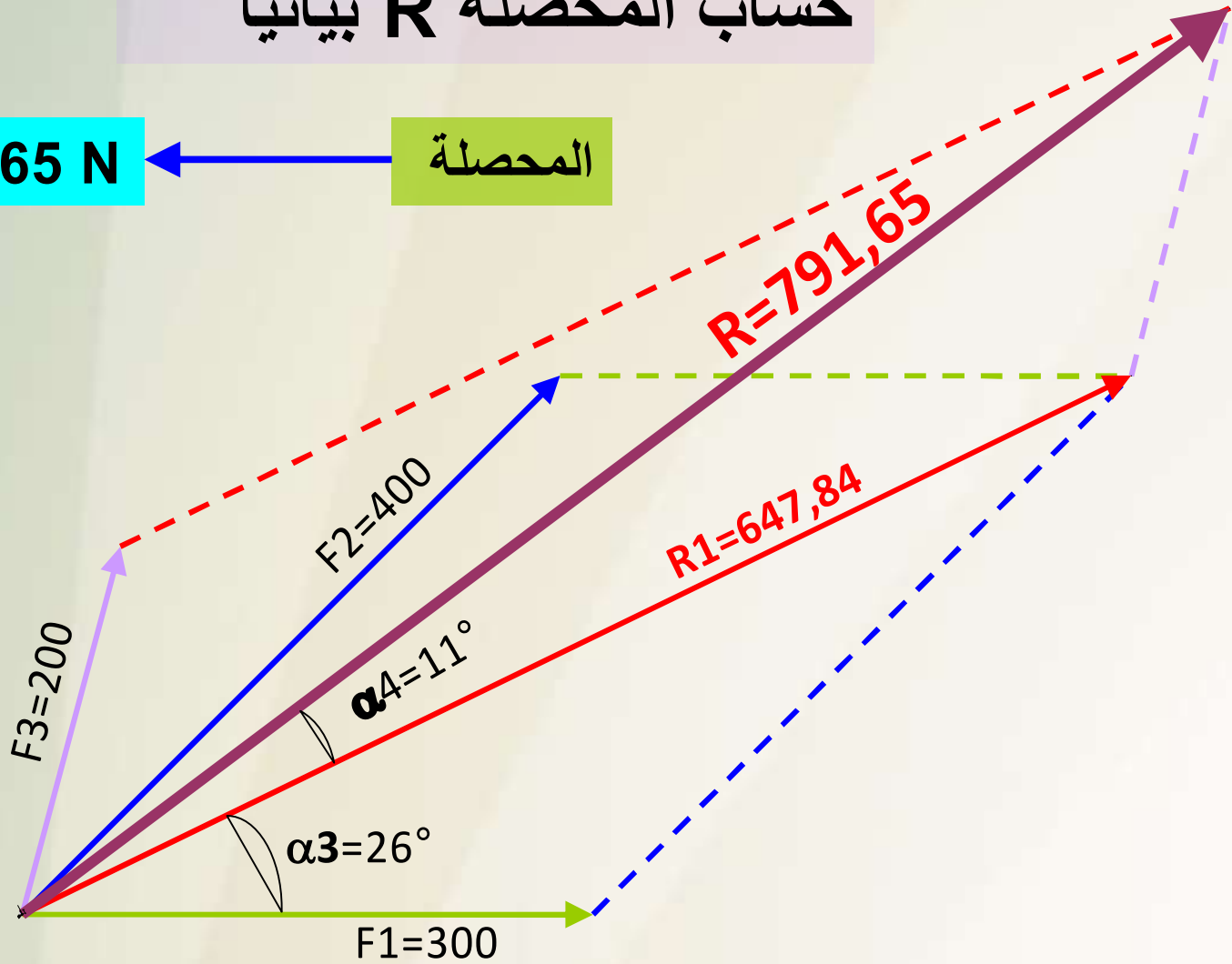
المحصلة

منجز بالاولتوكاد

### حساب المحصلة R بيانيا

$R = 791,65 \text{ N}$

المحصلة



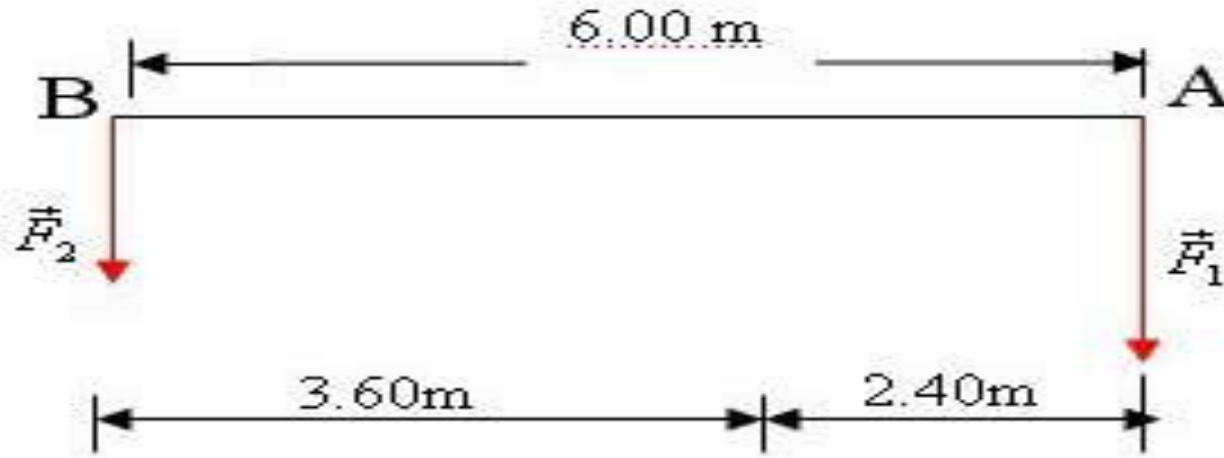
$\alpha_R = 37^\circ$

الزاوية بين المحصلة والقوة F1

## تطبيقات وتمارين الكتاب المدرسي

تطبيق 1: صفحة -120

أحسب قيمة محصلة القوتين  $F_1 = 300 \text{ N}$  و  $F_2 = 200 \text{ N}$  وعين نقطة تأثيرها حسابيا و بيانيا.



الاستاذ: رحاحلة رمضان

## حل التطبيق بالطريقة الحسابية

لدينا قوتين في نفس الاتجاه اذن المحصلة تساوي مجموع القوتين وتكون اقرب الى القوة الكبرى ، واتجاهها نفس اتجاه القوتين

$$R = F_1 + F_2 \quad R = 300 \text{ N} + 200 \text{ N}$$

$$R = 500 \text{ N}$$

شدة المحصلة

تحديد نقطة التأثير

نقطة التأثير تقع بين القوتين وتكون اقرب الى القوة الكبرى، بتطبيق العلاقة نجد:

$$AP = \frac{F_2}{R} \times AB$$

$$AP = \frac{200}{500} \times 6$$

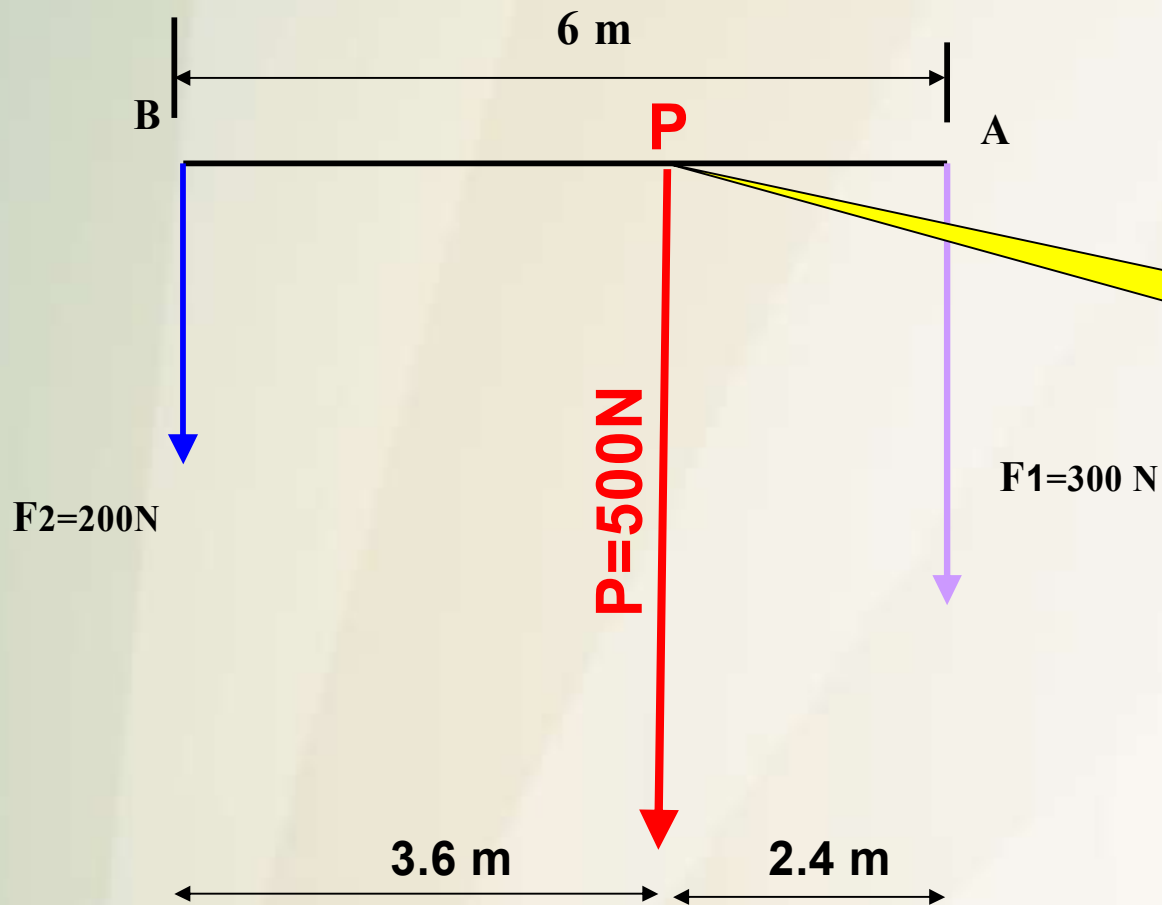
$$AP = 2.4 \text{ m}$$

نستطيع ان نحسب بعد نقطة تأثير المحصلة عن النقطة B بتطبيق العلاقة التالية:

$$BP = \frac{F_1}{R} \times AB$$

$$BP = \frac{300}{500} \times 6$$

$$BP = 3.6\text{m}$$



نقطة التاثير

## تعيين نقطة التأثير بالطريقة البيانية

نرسم القطعة  $AC=F_2$

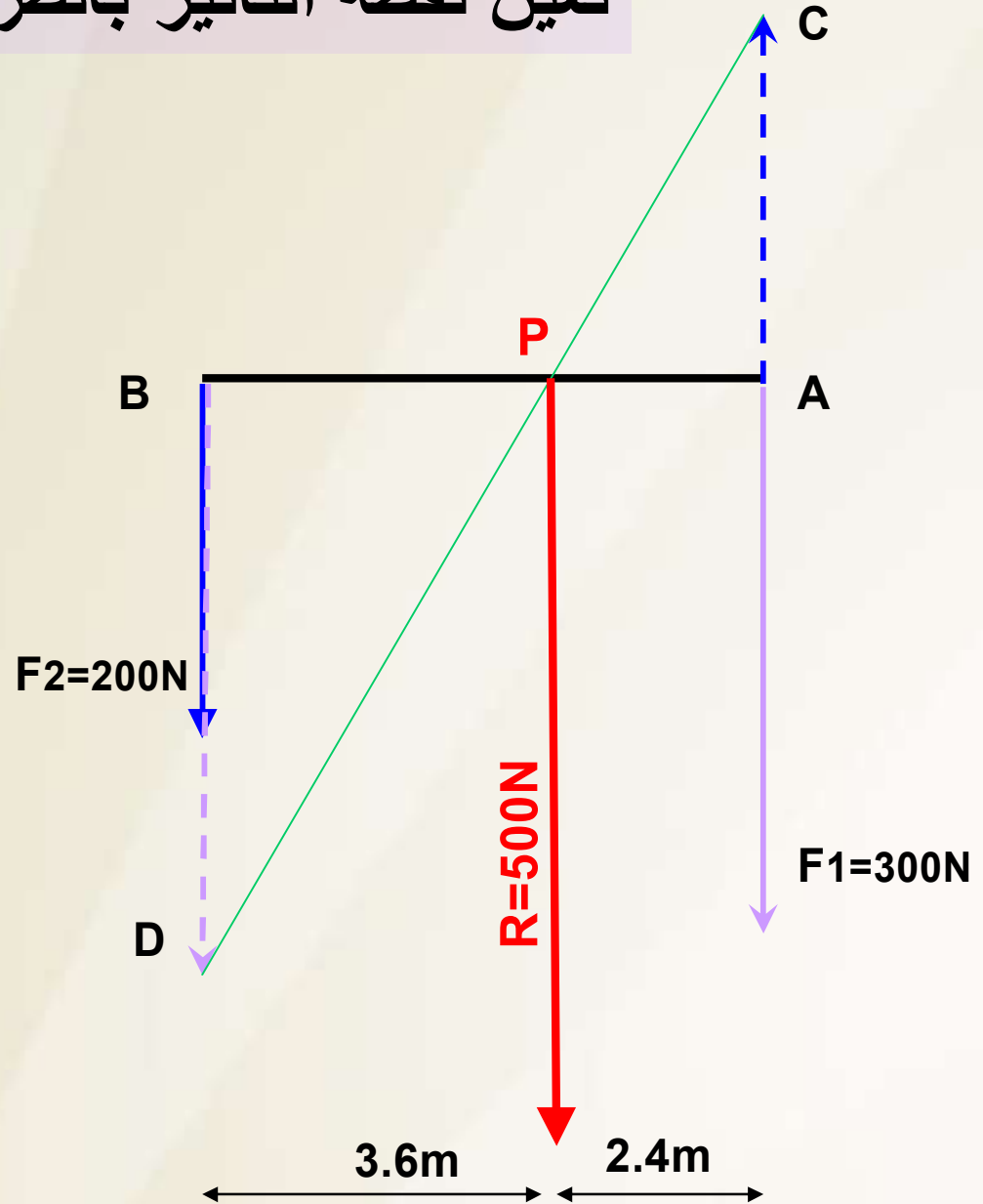
نرسم القطعة  $BD=F_1$

نرسم المستقيم  $CD$

الذي يقطع القطعة  $AB$

في النقطة  $P$

والتي تمثل نقطة تأثير  
المحصلة



المقياس

1 cm.....1 m

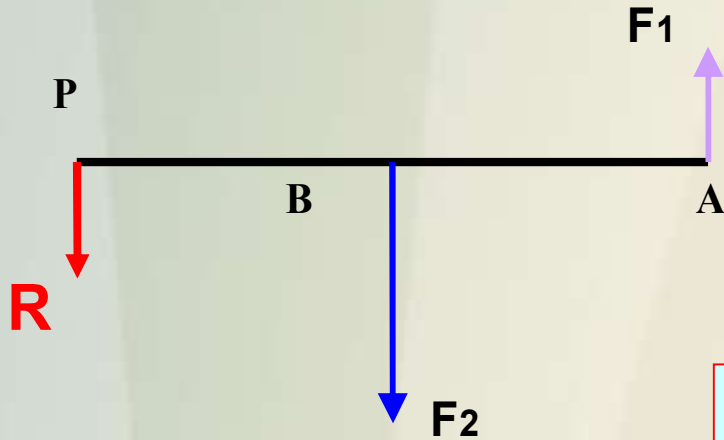
1 cm.....50 N

القوى المتوازية

Forces parallèles

القوى المتعاكسة الاتجاه

Forces de sens opposés



$$R = F_2 - F_1$$

علاقة  
المحصلة

$$PA = \frac{F_2}{R} \times BA$$

علاقة نقطة  
التاثير

$$PB = \frac{F_1}{R} \times BA$$

علاقة نقطة  
التاثير

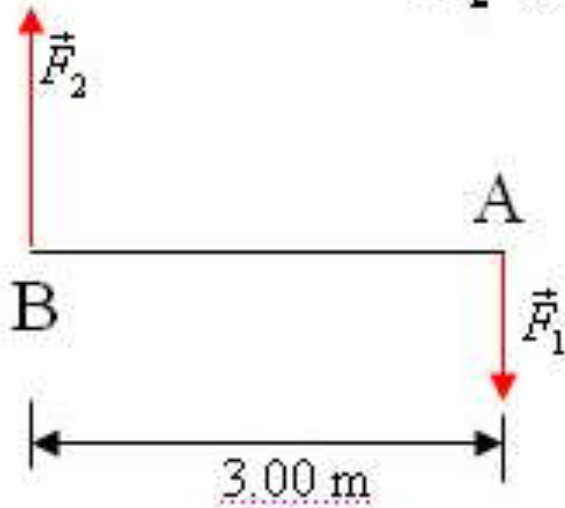
## تطبيقات وتمارين الكتاب المدرسي

تطبيق 1: صفحة -121

أحسب قيمة محصلة القوتين  $F_1=150$  و  $F_2=200$  N

و عين نقطة تأثيرها حسابيا.

المسافة بين القوتين  $AB = 3.00$  m.



الجزائر



الهندسة المدنية



## حل التطبيق بالطريقة الحسابية

لدينا قوتين متعاكستين في الاتجاه اذن المحصلة تساوي الفرق بين القوتين وتكون اقرب الى القوة الكبرى ، واتجاهها نفس اتجاه القوة الكبرى

$$R = F_2 - F_1 \quad R = 200 \text{ N} - 150 \text{ N}$$

$$R = 50 \text{ N}$$



شدة المحصلة

تحديد نقطة التأثير

نقطة التأثير تقع خارج القوتين وتكون بعد القوة الكبرى، بتطبيق العلاقة نجد:

$$PA = \frac{F_2}{R} \times BA$$

$$PA = \frac{200}{50} \times 3$$

$$PA = 12\text{m}$$

نستطيع ان نحسب بعد نقطة تأثير المحصلة عن النقطة B بتطبيق العلاقة التالية:

$$PB = \frac{F_1}{R} \times BA$$

$$PA = \frac{150}{50} \times 3$$

$$PB = 9\text{m}$$

نقطة التأثير

$R=50\text{N}$



P

$F_2=200\text{N}$



B

A

$F_1=150\text{N}$



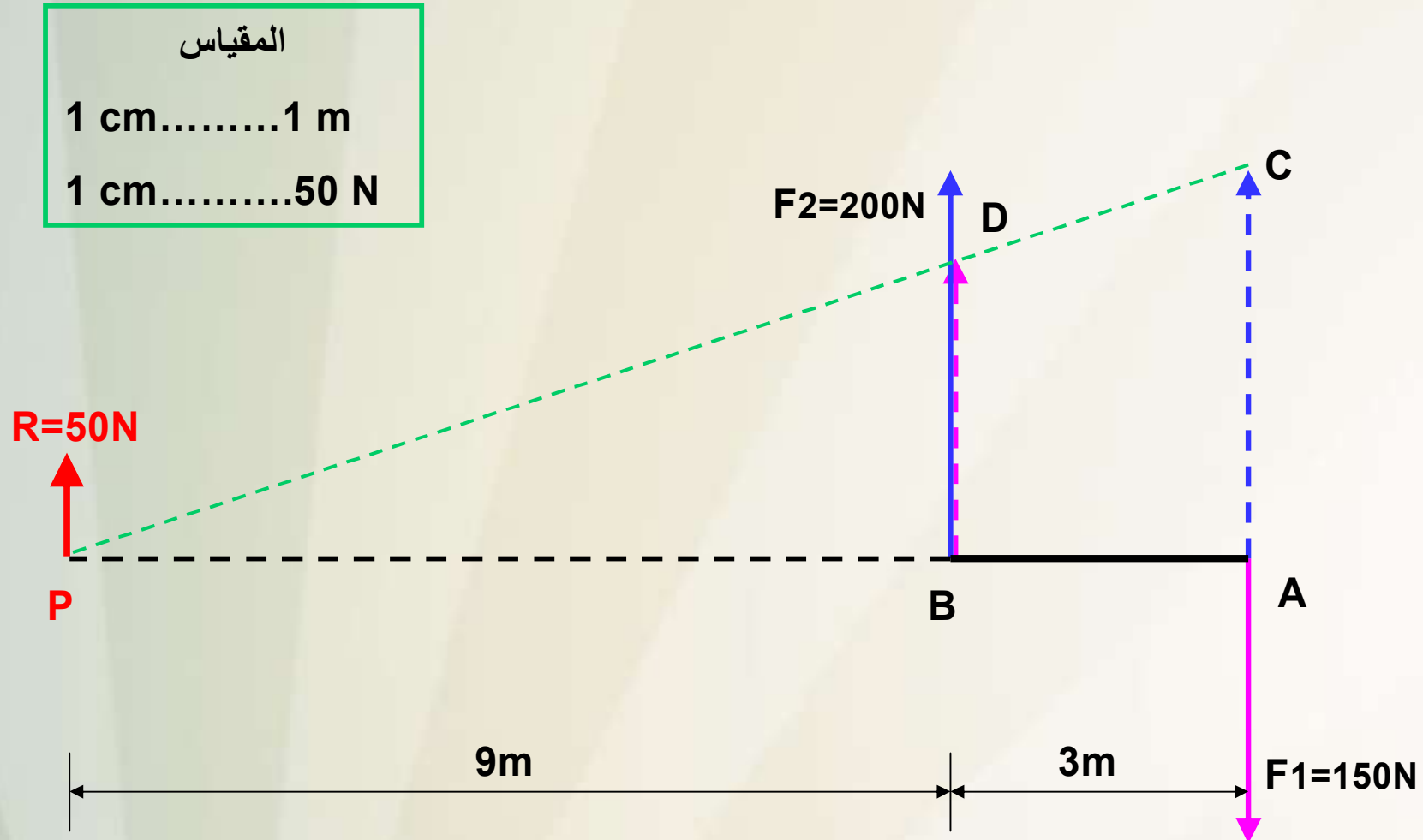
9.00 m

3.00

12.00 m

## تعيين نقطة التأثير بالطريقة البيانية

نرسم القطعة  $AC=F_2$  وكذلك  $BD=F_1$ ، ثم نرسم المستقيم  $CD$  الذي يقطع امتداد القطعة  $AB$  في النقطة  $P$  والتي تمثل نقطة تأثير المحصلة

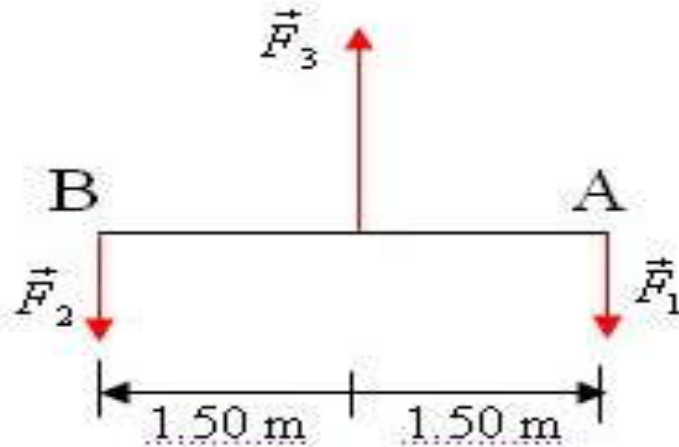


## تطبيقات وتمارين الكتاب المدرسي

تطبيق 2 : صفحة 121

أحسب محصلة القوى التالية باستعمال الطريقة البيانية و الحسابية .

$F_3=30 \text{ Kgf}$  ،  $F_2 = 15 \text{ Kgf}$  ،  $F_1= 15 \text{ Kgf}$



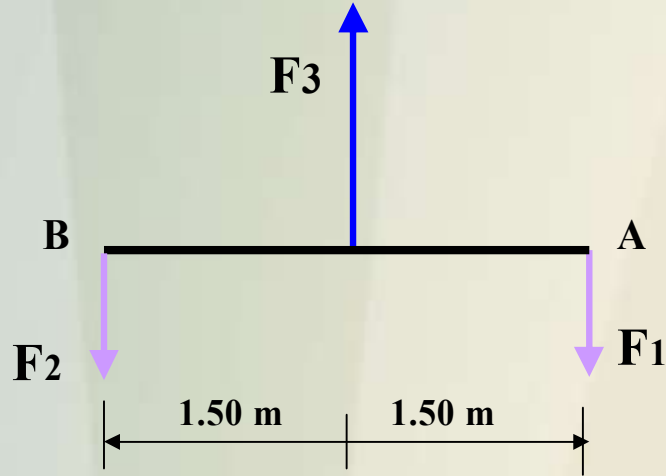
genie civil



Algerie

## الحل

**ملاحظة:** الرسم الخاص بهذا التطبيق في الكتاب المدرسي للسنة الثانية هندسة مدنية غير موجود وهو مأخوذ من النسخة الرقمية



$$R = F_1 + F_2 - F_3$$

$$R = 15 + 15 - 30 \quad \text{kgf}$$

$$R = 0 \quad \text{kgf}$$

استنتاج:

بعد الحساب وجدنا بان المحصلة تساوي الصفر، وبالتالي فان المجموعة في حالة توازن تام

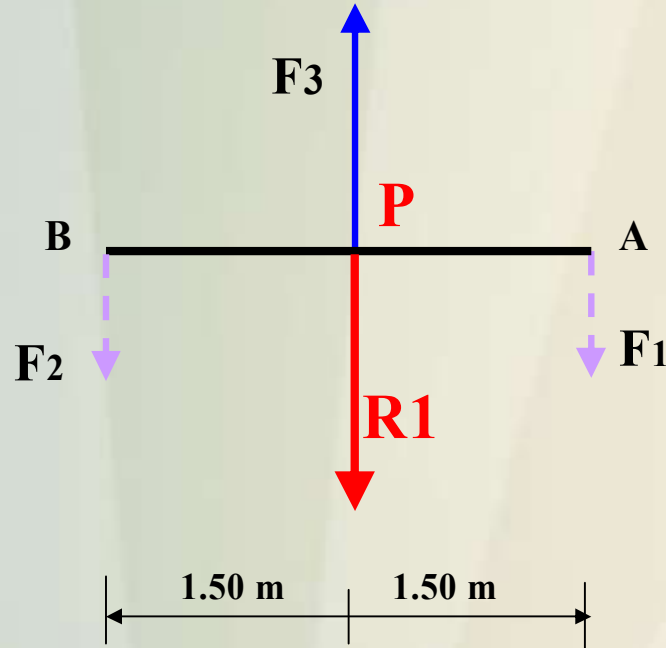
## تعيين نقطة التأثير بالطريقة الحسابية

من المعطيات والرسم نلاحظ بان  $F_1 = F_2$  وهما في نفس الاتجاه السالب وبالتالي فان محصلة القوتين  $F_1$  و  $F_2$  هي:

$$R_1 = F_1 + F_2$$

$$R_1 = 15 + 15 \text{ kgf}$$

$$R_1 = 30 \text{ kgf}$$



نلاحظ بان محصلة القوتين والقوة الثالثة متساويتين ومتعاكستين في الاتجاه ولهما نفس الحامل ، ومنه محصلتهما  $R=0$

ونقطة التأثير تقع في منتصف القطعة AB

## تطبيقات وتمارين الكتاب المدرسي

تطبيق 1 : صفحة 122

لتكن القوتان  $F_1 = 30 \text{ daN}$  و  $F_2 = 10 \text{ daN}$

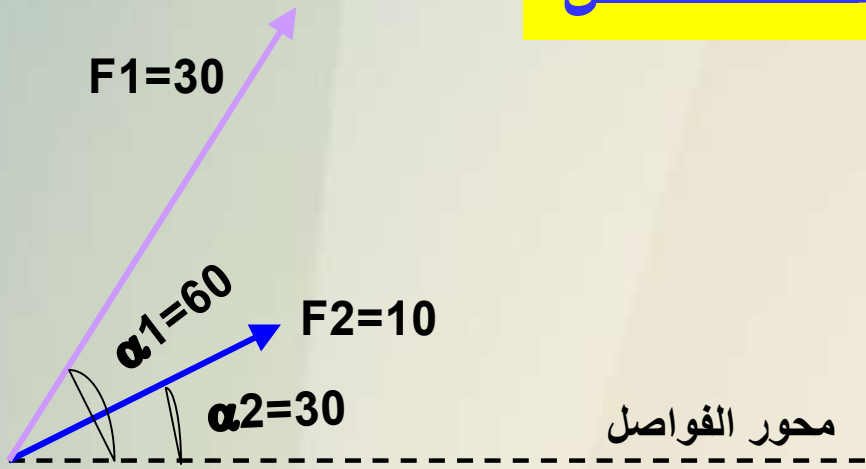
زاويتا ميلهما بالنسبة لمحور الفواصل هي على التوالي:

$$\alpha_2 = 30^\circ$$

$$\alpha_1 = 60^\circ$$

أحسب مركبتى القوتين  $F_x$  و  $F_y$ .

الحاصل



$$F_y = F \cdot \sin \alpha$$

$$F_x = F \cdot \cos \alpha$$

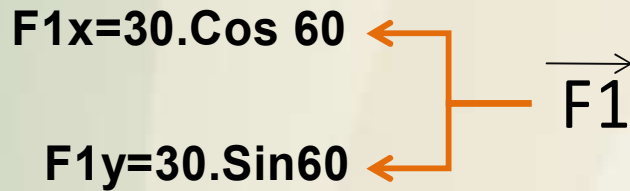
$$\sin 30 = 0.5$$

$$\cos 30 = 0.86$$

$$\sin 60 = 0.86$$

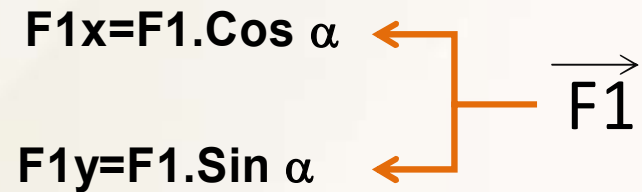
$$\cos 60 = 0.5$$

1- مركبتا القوة F1



$$F_{1x} = 15 \text{ da N}$$

$$F_{1y} = 25,8 \text{ da N}$$



$$F_{1x} = 30 \cdot 0,5$$

$$F_{1y} = 30 \cdot 0,86$$

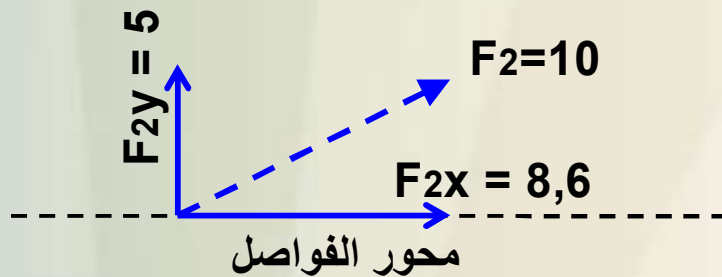
## -1 مركبتا القوة F2

$$F2x = 10 \cdot \cos 30$$

$$F2y = 10 \cdot \sin 30$$

$$F2x = 8,6 \quad \text{da N}$$

$$F2y = 5 \quad \text{da N}$$

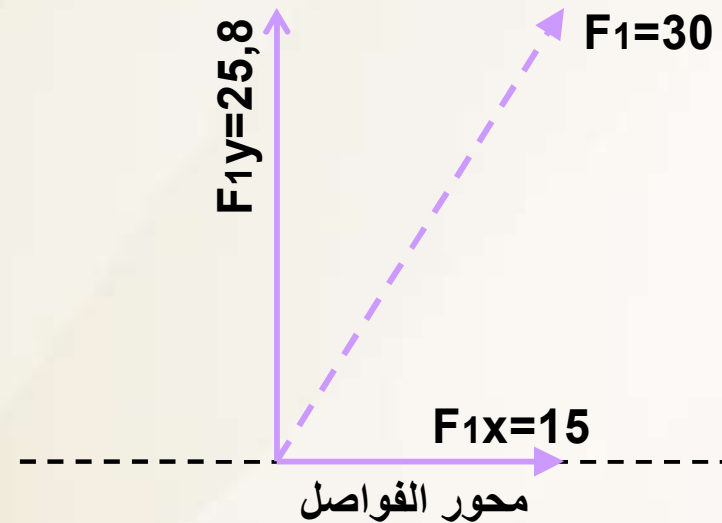


$$F2x = F2 \cdot \cos \alpha$$

$$F2y = F2 \cdot \sin \alpha$$

$$F2x = 10 \cdot 0,86$$

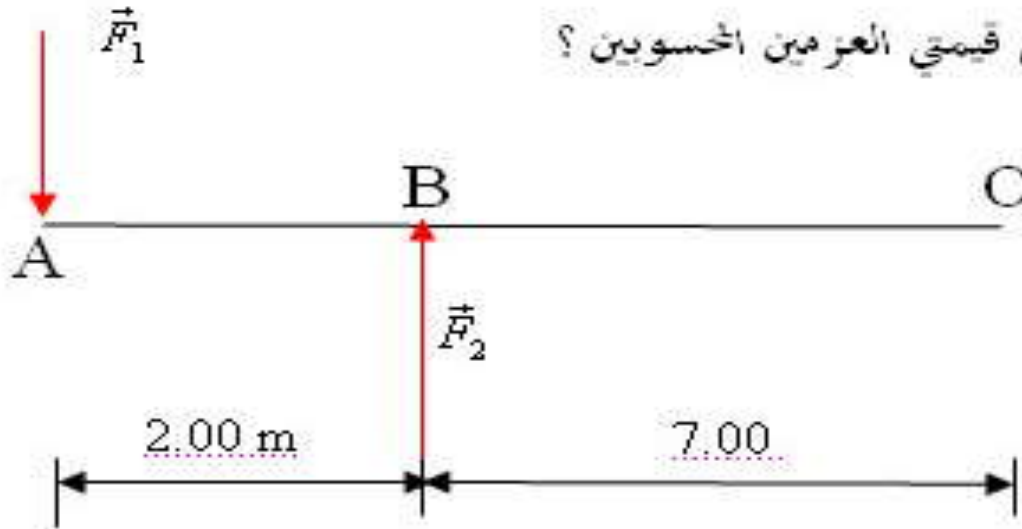
$$F2y = 10 \cdot 0,5$$



## تطبيقات وتمارين الكتاب المدرسي

تطبيق 1 صفحة 124

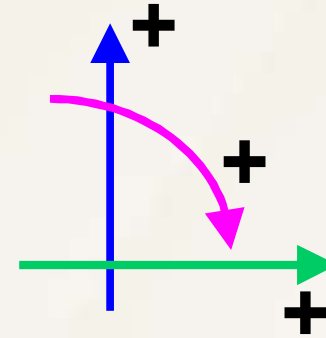
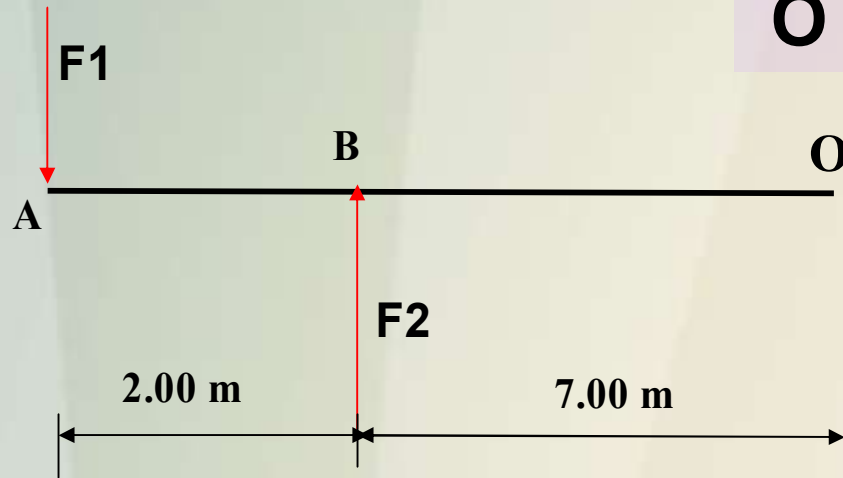
- 1- أحسب عزم القوتين  $F_1 = 18 \text{ Kgf}$  و  $F_2 = 27 \text{ Kgf}$  بالنسبة للنقطة "O".
- 2- أحسب محصلة هاتين القوتين و عين نقطة تأثيرها.
- 3- أحسب عزم هذه المحصلة بالنسبة للنقطة "O".
- 4- ما الذي تلاحظه على قيمتي العزمين المحسوبين؟



رحاطة رمضان --- الهندسة المدنية --- 2012 --- الجزائر

# الحل

## 1- حساب عزم $F_1$ و $F_2$ بالنسبة الى $O$



الاتجاه الموجب للقوى والعزوم

$$\Sigma M_{f/O} = -F_1 \cdot d_1 + F_2 \cdot d_2$$

$$\Sigma M_{f/O} = -18 \cdot 9 + 27 \cdot 7$$

$$\Sigma M_{f/O} = +27 \text{ kgf.m}$$

$$\Sigma M_{f/O} = -162 + 189$$

$$M_{f/O} = +27 \text{ kgf.m}$$

عزم القوتين

## 2- المحصلة حسابيا

$$R = F_2 - F_1 \quad R = 27 \text{ kgf} - 18 \text{ kgf}$$

$$R = + 9 \text{ kgf}$$



شدة المحصلة

## 3- تحديد نقطة التاثير

نقطة التاثير تقع خارج القوتين وتكون بعد القوة الكبرى، بتطبيق العلاقة نجد:

$$PA = \frac{F_2}{R} \times BA$$

$$PA = \frac{27}{9} \times 2$$

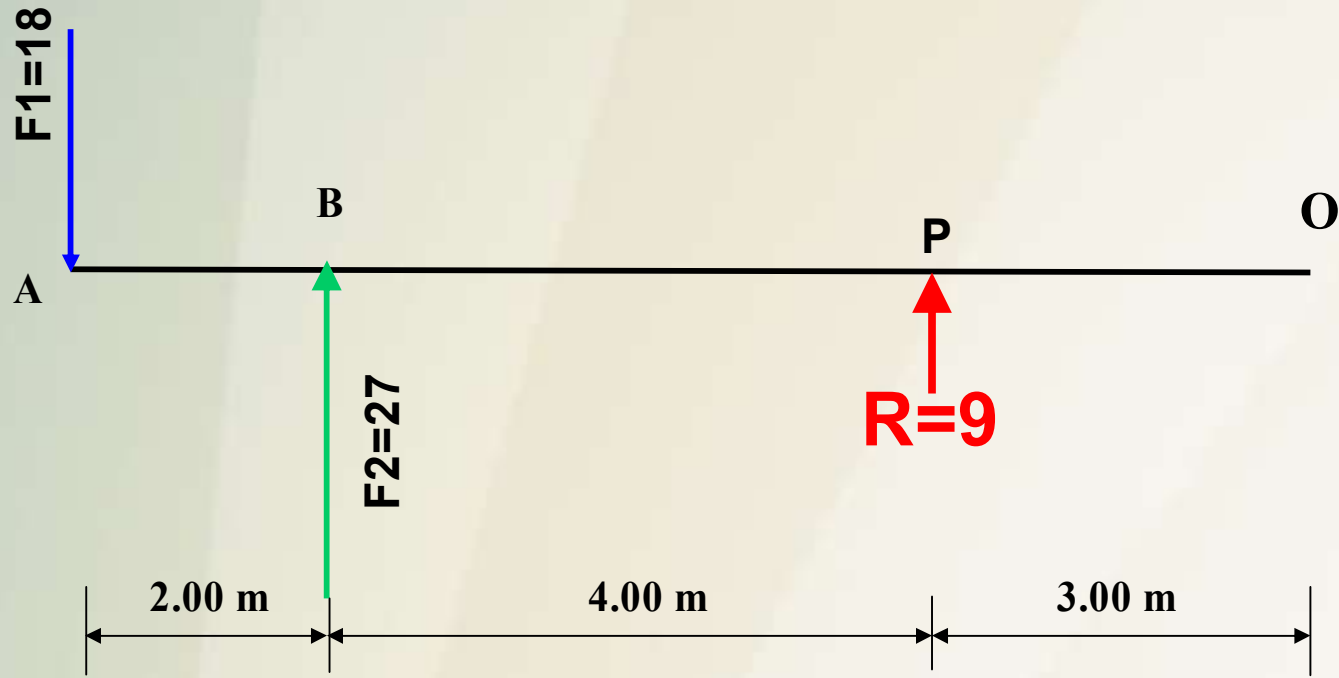
$$PA = 6\text{m}$$

نستطيع ان نحسب بعد نقطة تاثير المحصلة عن النقطة B بتطبيق العلاقة التالية:

$$PB = \frac{F_1}{R} \times BA$$

$$PB = \frac{18}{9} \times 2$$

$$PB = 4\text{m}$$



3- حساب عزم المحصلة R بالنسبة الى O

$$M_R/O = R \cdot d$$

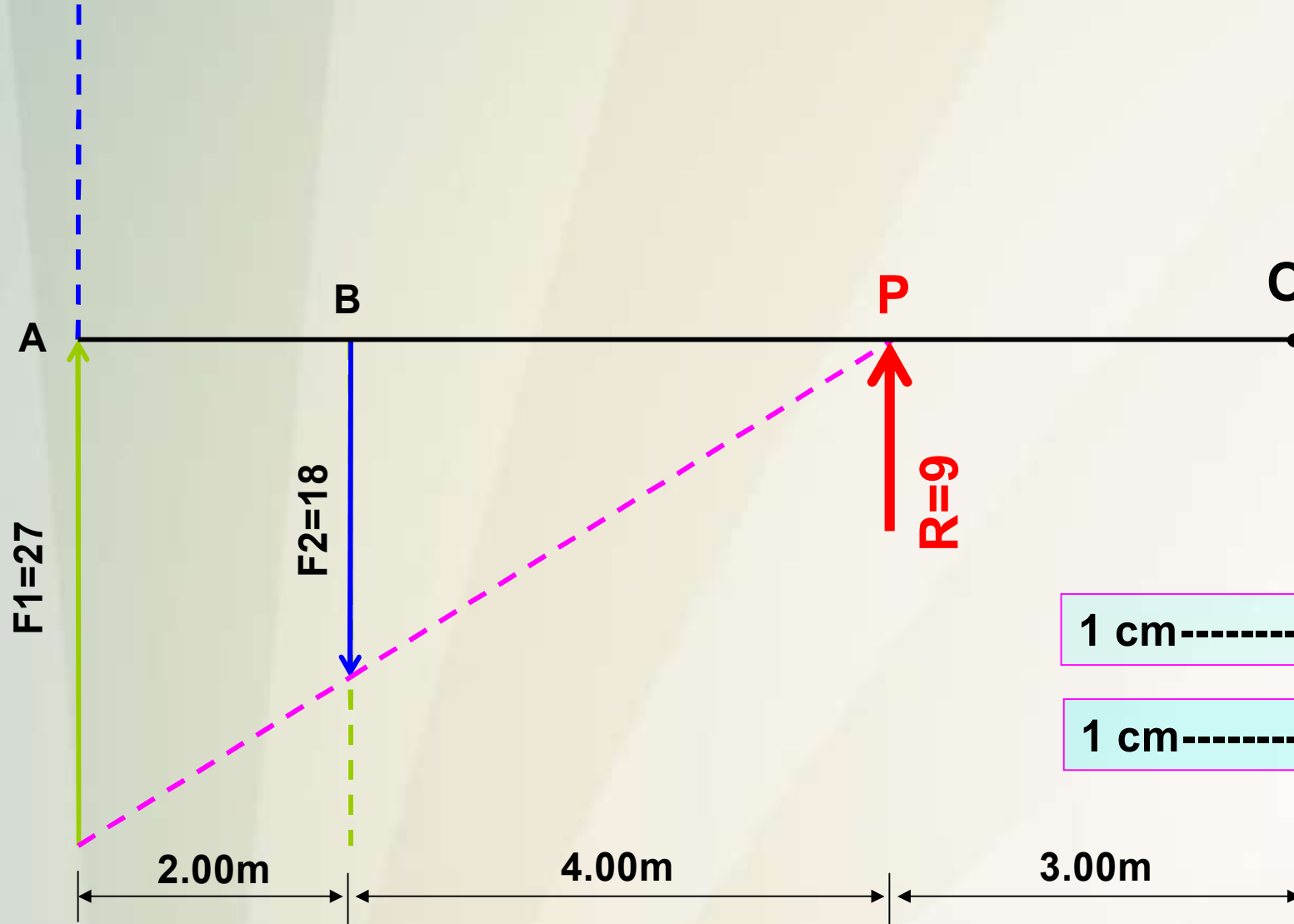
$$M_R/O = +9 \cdot 3$$

$$M_R/O = +27 \text{ kgf.m}$$

4- نلاحظ بان عزم القوتين يساوي عزم محصلتهما بالنسبة الى نفس النقطة O

الرسم منجز ببرنامج الاوتوكاد

### 3- تحديد نقطة التأثير بيانيا



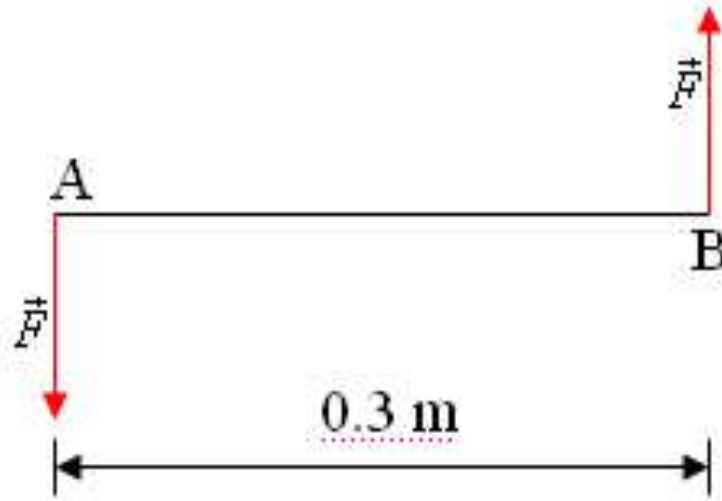
1 cm-----1 m

1 cm----- 6 N

## تطبيقات وتمارين الكتاب المدرسي

تطبيق 1 : صفحة 125

نطبق قوة  $F = 50 \text{ N}$  على طرفي قضيب معدني، المسافة بين القوتين  $AB = 0.3 \text{ m}$ .  
أحسب قيمة عزم هذه المزدوجة.



## الحل

## حساب عزم المزدوجة

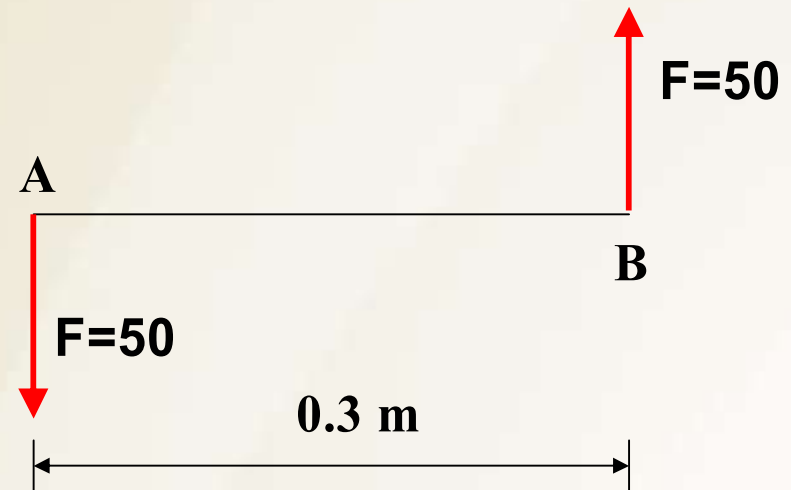
$$\sum M(F, F') / O = F \times d$$

$$\sum M(F, F') / O = F \times AB$$

$$M(F, F') / O = 50 \times 0,3$$

$$M(F, F') / O = 50 \times 0,3$$

$$M(F, F') / O = 15 \text{ N.m}$$



$$M(F, F') / O = 15 \text{ N.m}$$

عزم المزدوجة

## تطبيقات وتمارين الكتاب المدرسي

تمرين رقم 01 صفحة 125

قوتين  $F_1 = 8 \text{ daN}$  و  $F_2 = 5 \text{ daN}$  مطبقتين في نقطة واحدة ،

حواملهما يكونان في ما بينهما زاوية  $\alpha$  .

المطلوب حساب محصلة هاتين القوتين من أجل القيم التالية للزاوية  $\alpha$  بيانيا و حسابيا

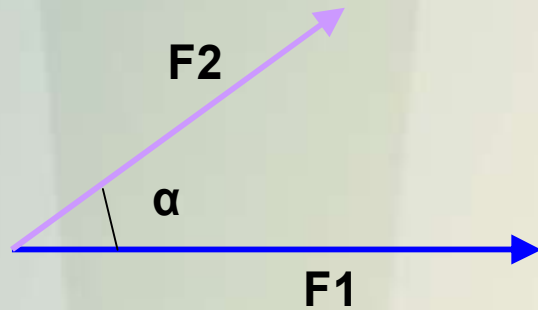
$\alpha = 120^\circ$  و  $\alpha = 90^\circ$  ;  $\alpha = 60^\circ$  ;  $\alpha = 0^\circ$

سلم الرسم :  $1 \text{ cm} \longrightarrow 1 \text{ daN}$

[www.geniecivil.keuf.net](http://www.geniecivil.keuf.net)

# الحل

## 1- الحالة الاولى



حساب المحصلة للقوتين حيث الزوايا تساوي 60°

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha}$$

$$R = \sqrt{8^2 + 5^2 + 2 \times 8 \times 5 \times 0,5}$$

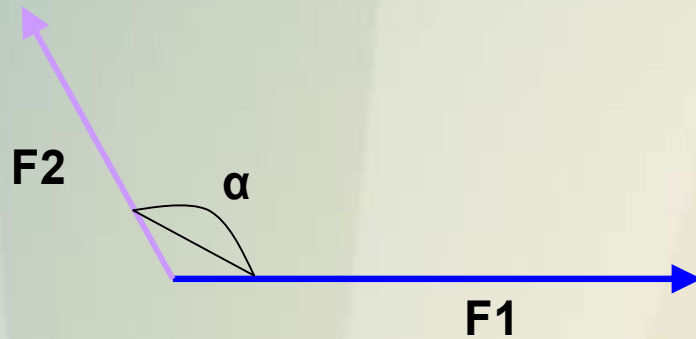
$$R = \sqrt{64 + 25 + 40}$$

$$R = \sqrt{129}$$

$$R = 11,35 \text{ daN}$$

المحصلة

## -2 الحالة الثانية



حساب المحصلة للقوتين حيث الزوايا تساوي  $120^\circ$

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos 120}$$

$$R = \sqrt{8^2 + 5^2 + 2 \times 8 \times 5 \times (-0,5)}$$

$$R = \sqrt{64 + 25 - 40}$$

$$R = \sqrt{49}$$

$$R = 7 \text{ daN}$$

المحصلة

## حالات خاصة في حساب المحصلة لقوتين

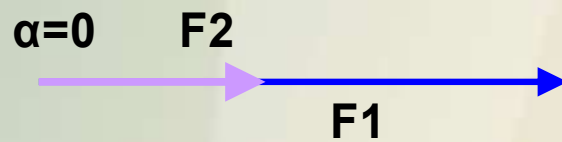
$$\alpha = 90^\circ \quad \cos\alpha = 0 \quad R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

$$\alpha = 0 \quad \cos\alpha = 1 \quad R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2}$$
$$\mathbf{R = F_1 + F_2}$$

$$\alpha = 180^\circ \quad \cos\alpha = -1 \quad R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2}$$
$$\mathbf{R = F_1 - F_2}$$

للإجابة على الوضعيات المتبقية نطبق قوانين الحالات الخاصة (الجدول السابق)

### 3- الحالة الثالثة



حساب المحصلة للقوتين حيث الزوايا تساوي  $0^\circ$

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2}$$

$$R = \sqrt{8^2 + 5^2 + 2 \times 8 \times 5}$$

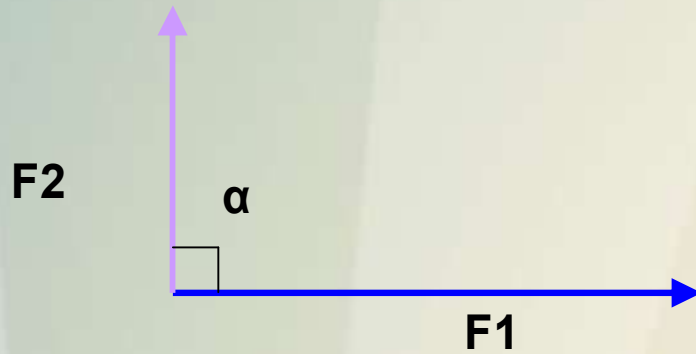
$$R = \sqrt{64 + 25 + 80}$$

$$R = \sqrt{169}$$

$$R = 13 \text{ daN}$$

المحصلة

#### 4- الحالة الرابعة



حساب المحصلة للقوتين حيث الزاوية تساوي  $90^\circ$

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

$$R = \sqrt{8^2 + 5^2}$$

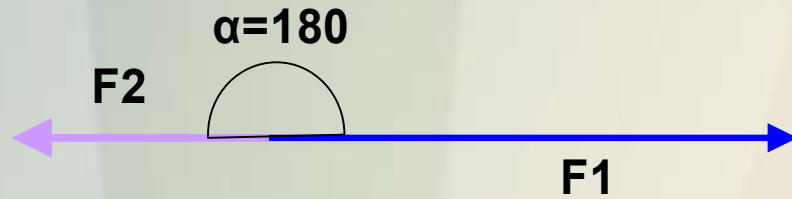
$$R = \sqrt{64 + 25}$$

$$R = \sqrt{89}$$

$$R = 9.43 \text{ daN}$$

المحصلة

## 5- الحالة الخامسة



حساب المحصلة للقوتين حيث الزوايا تساوي  $180^\circ$

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2}$$

$$R = \sqrt{(F_1 - F_2)^2}$$

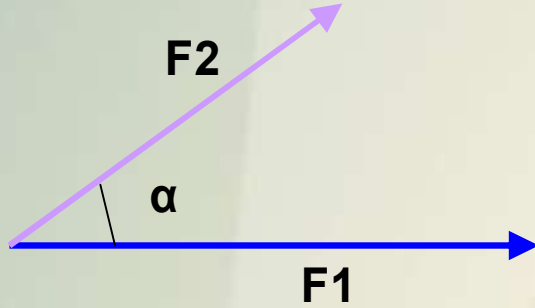
$$R = F_1 - F_2$$

$$R = 8 - 5$$

$$R = 3 \text{ daN}$$

المحصلة

## الاستنتاج



الزاوية ( $\alpha$ )	$0^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$180^\circ$
المحصلة (R)	13	11.35	9.43	7	3

نلاحظ بان الزاوية تتزايد من 0 الى 180 والمحصلة تتناقص من 13 الى 3

كلما كانت الزاوية بين القوتين المتقاطعتين صغيرة كانت المحصلة كبيرة

## تطبيقات وتمارين الكتاب المدرسي

تمرين رقم 02 صفحة 125

لكن 4 قوى متلاقية في نقطة واحدة :

$$F_1 = 35 \text{ Kgf}, F_2 = 50 \text{ Kgf}, F_3 = 60 \text{ Kgf}, \text{ و } F_4 = 75 \text{ Kgf}$$

حوامل هذه القوى تكون مع محور الفواصل ( المحور XX ) الروايات التالية:

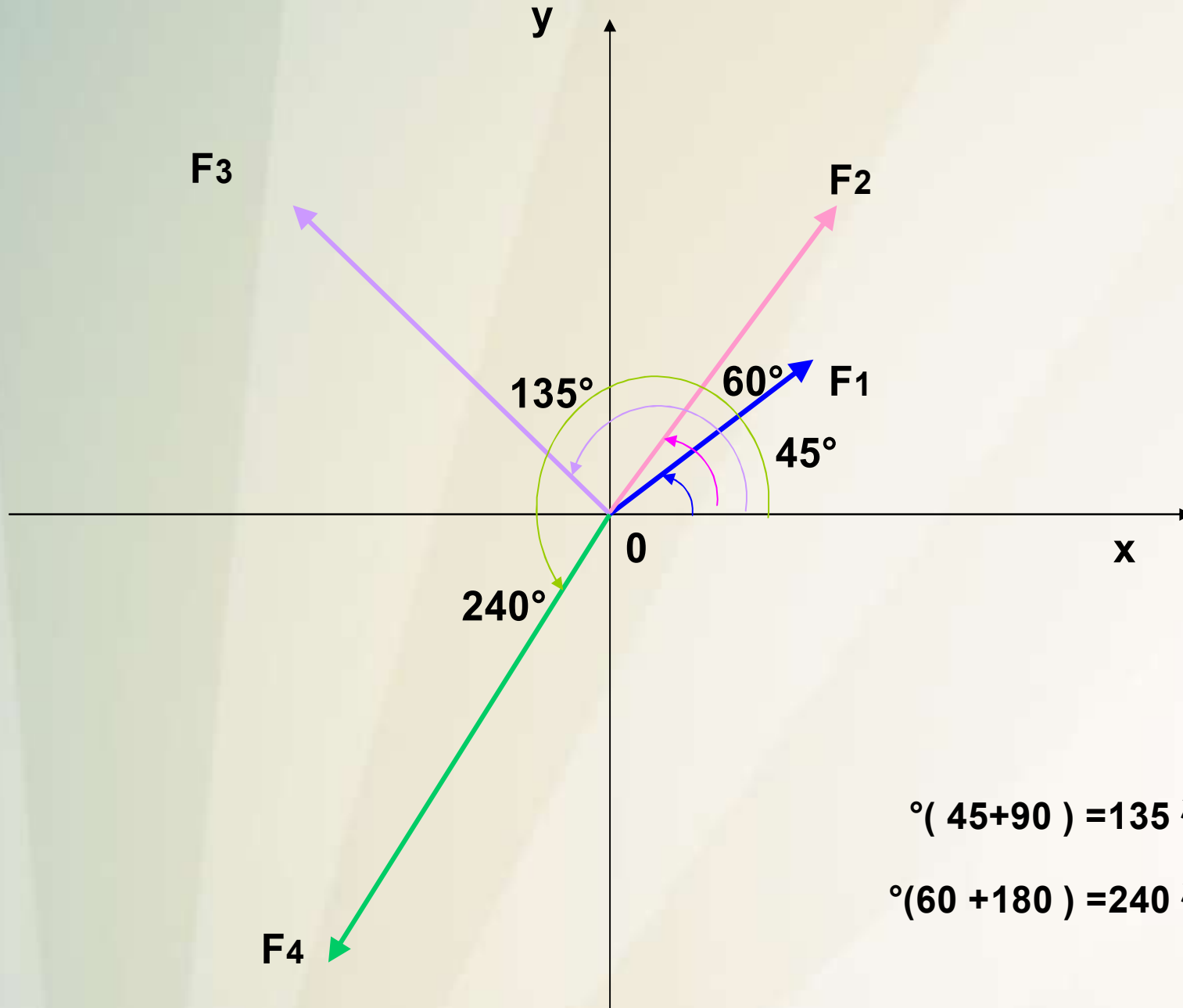
$$\alpha = 45^\circ ; \alpha = 60^\circ ; \alpha = 135^\circ \text{ و } \alpha = 240^\circ$$

يطلب حساب محصلة هذه القوى ثم تعيين قيمة الراوية  $\theta$

التي تكونها مع محور الفواصل .

بيانيا و حسابيا . سلم الرسم  $1 \text{ cm} \longrightarrow 20 \text{ Kgf}$

الاستاذ: رحاحلة رمضان



## الحل

لحل هذا التمرين نستعمل طريقة الجدول لحساب المركبات

المركبة $F_y$	المركبة $F_x$	القوة $F$
$F1\sin45^\circ$	$F1\cos45^\circ$	<b>F1</b>
$F2\sin60^\circ$	$F2\cos60^\circ$	<b>F2</b>
$F3\sin135^\circ$	$F3\cos135^\circ$	
$F4\sin240^\circ$	$F4\cos240^\circ$	<b>F3</b>
$R_y = \sum F_y$	$R_x = \sum F_x$	<b>المجموع</b>

بالتعويض نجد:

المركبة $F_y$	المركبة $F_x$	القوة $F$
$35 \cdot 0,7$	$35 \cdot 0,7$	<b>F1</b>
$50 \cdot 0,86$	$50 \cdot 0,5$	<b>F2</b>
$60 \cdot 0,7$	$60 \cdot (-0,7)$	<b>F4</b>
$75 \cdot (-0,86)$	$75 \cdot (-0,5)$	<b>F4</b>
		<b>المجموع</b>

$$\sin 45 = 0.7$$

$$\sin 60 = 0.86$$

$$\sin 135 = 0.7$$

$$\sin 240 = -0.86$$

$$\cos 45 = 0.7$$

$$\cos 60 = 0.5$$

$$\cos 135 = -0.7$$

$$\cos 240 = -0.5$$

المركبة $F_y$	المركبة $F_x$	القوة $F$
+24,50	+24,50	F1
+ 43	+25	F2
+ 42	- 42	F3
- 64,50	- 37,50	F4
<b>+ 45 N</b>	<b>- 30 N</b>	المجموع

$$R_x = - 30 \text{ kgf}$$

$$R_y = +45 \text{ kgf}$$

مركبتا المحصلة

## شدة المحصلة حسابيا

$$\|\vec{R}\| = \sqrt{(R_x)^2 + (R_y)^2}$$

العلاقة

$$\|\vec{R}\| = \sqrt{(-30)^2 + (+45)^2}$$

$$\|\vec{R}\| = \sqrt{900 + 2025}$$

$$\|\vec{R}\| = \sqrt{2925} \text{ kgf}$$

$$R = 54,08 \text{ kgf}$$

شدة المحصلة

في تحديد الزاوية بين حامل المحصلة ومحور السينات نستعمل علاقة ظل الزاوية

$$\text{Tg } \alpha = R_y / R_x$$

العلاقة

$$\text{Tg } \alpha = 45 / (-30)$$

$$\text{Tg } \alpha = - 1,5$$

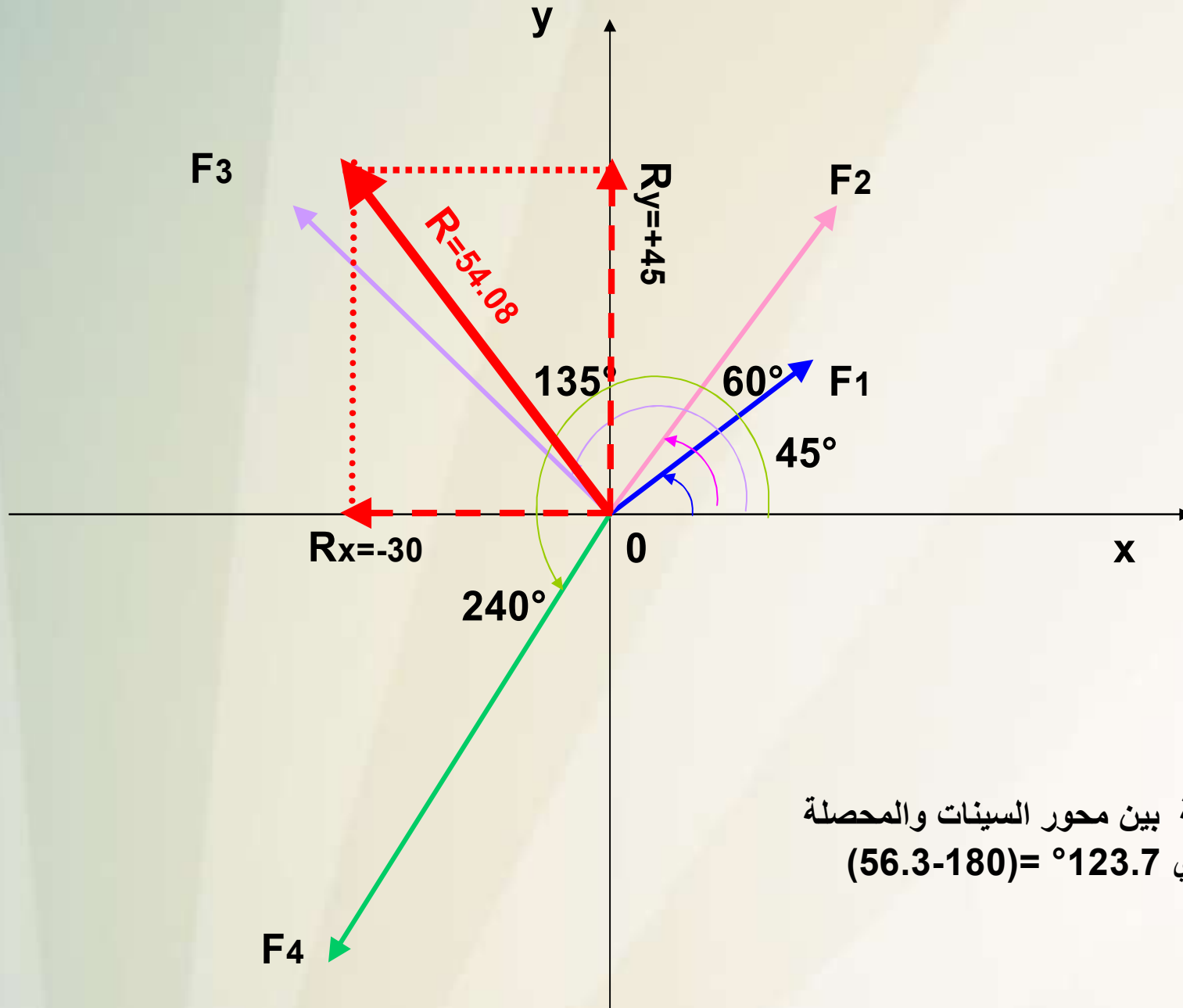
عن طريق الالة الحاسبة العلمية او جداول الزوايا نجد ان الزاوية التي ظلها

- 1.5 هي: 123.7

$$\alpha = 123.7^\circ$$

الزاوية بين  $x'$  و  $x$  والحصلة

**ملاحظة :** يمكننا تحديد الزاوية 56.3 والتي ظلها + 1.5



الزاوية بين محور السينات والمحصلة  
تساوي  $123.7^\circ = (56.3 - 180)$

## تطبيقات وتمارين الكتاب المدرسي

تمرين رقم 03 – صفحة 125

لدينا القوتين المتوازيتين في نفس الاتجاه  $F_1 = 200 \text{ N}$  و  $F_2 = 350 \text{ N}$ .

المسافة بين القوتين  $AB = 4.00 \text{ m}$ .

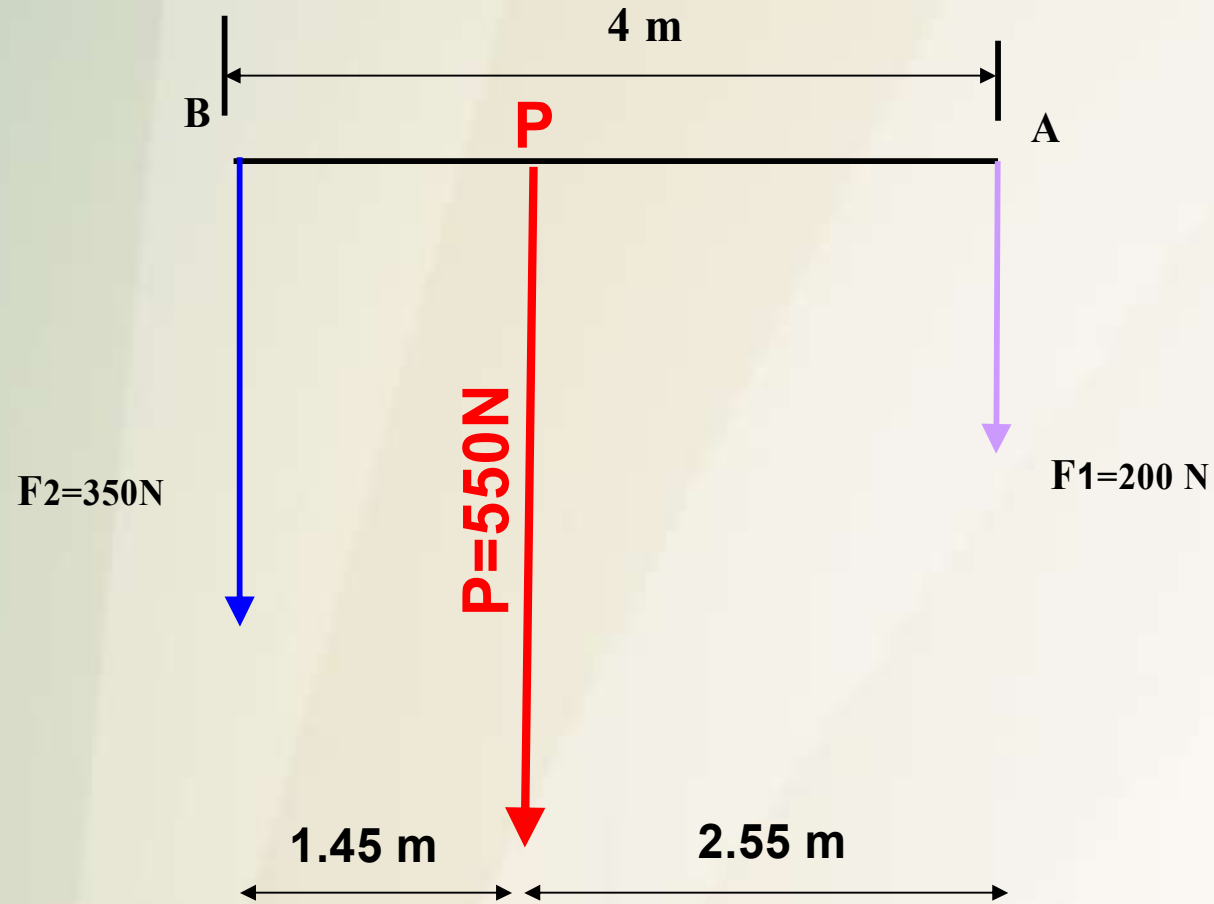
أحسب قيمة الخصلة بيانيا و حسابيا و عين نقطة تأثيرها  $P$ .

1 cm  $\longrightarrow$  100 N

سلم الرسم

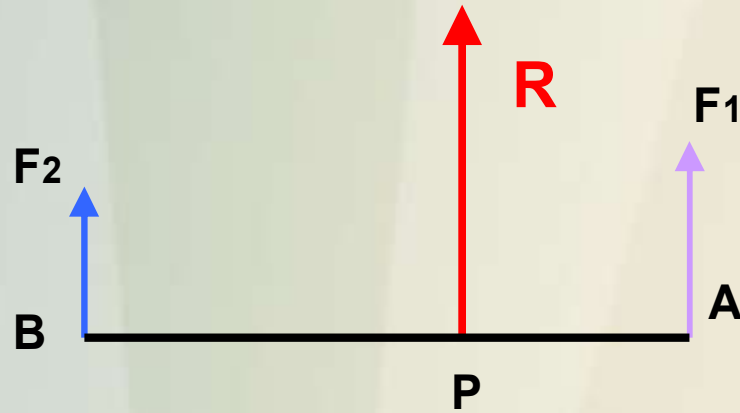
[reahlaramdane@gmail.com](mailto:reahlaramdane@gmail.com)

# الحل



القوى المتوازية Forces parallèles

نفس الاتجاه Forces de même sens



$$R = F_1 + F_2$$

علاقة  
المحصلة

$$AP = \frac{F_2}{R} \times AB$$

علاقة نقطة  
التاثير

$$BP = \frac{F_1}{R} \times AB$$

علاقة نقطة  
التاثير

## حساب المحصلة

لدينا قوتين في نفس الاتجاه اذن المحصلة تساوي مجموع القوتين وتكون اقرب الى القوة الكبرى ، واتجاهها نفس اتجاه القوتين

$$R = F_1 + F_2 \quad R = 200 \text{ N} + 350 \text{ N}$$

$$R = 550 \text{ N}$$

شدة المحصلة

تحديد نقطة التأثير

نقطة التأثير تقع بين القوتين وتكون اقرب الى القوة الكبرى، بتطبيق العلاقة نجد:

$$AP = \frac{F_2}{R} \times AB$$

$$AP = \frac{350}{550} \times 4$$

$$AP = 2.55 \text{m}$$

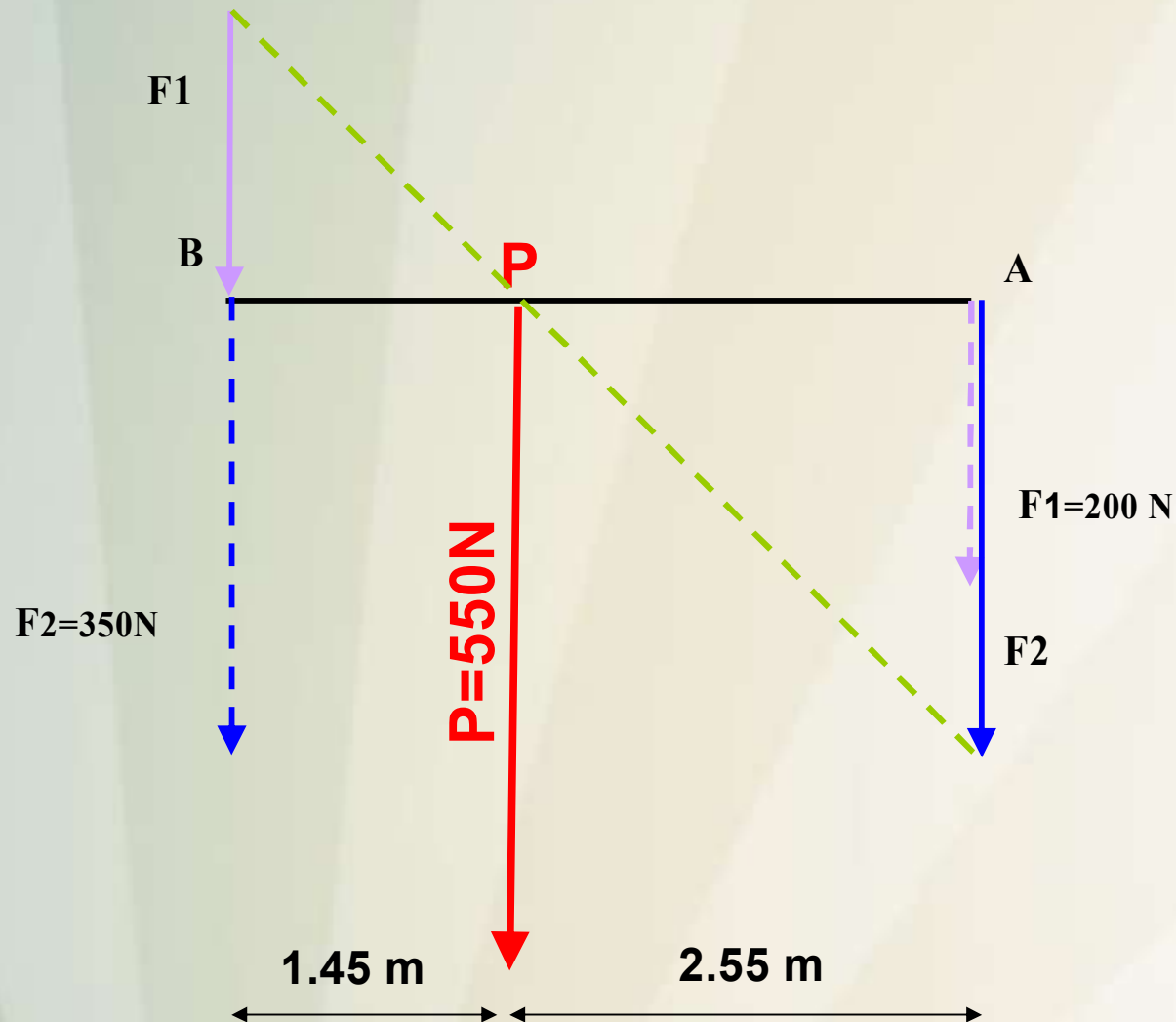
نستطيع ان نحسب بعد نقطة تاثير المحصلة عن النقطة B بتطبيق العلاقة التالية:

$$BP = \frac{F_1}{R} \times AB$$

$$BP = \frac{200}{550} \times 4$$

$$BP = 1.45\text{m}$$

-2 الطريقة البيانية



## تطبيقات وتمارين الكتاب المدرسي

تمرين رقم 04 صفحة 126

لدينا القوتين المتوازيتين والمتعاكستين في الإتجاه  $F_1 = 250 \text{ N}$  و  $F_2 = 400 \text{ N}$ .

المسافة بين القوتين  $AB = 2.00 \text{ m}$ .

أحسب قيمة المحصلة ثم عين نقطة تأثيرها " P " بيانيا و حسابيا.

1 cm  $\longrightarrow$  100 N سلم الرسم

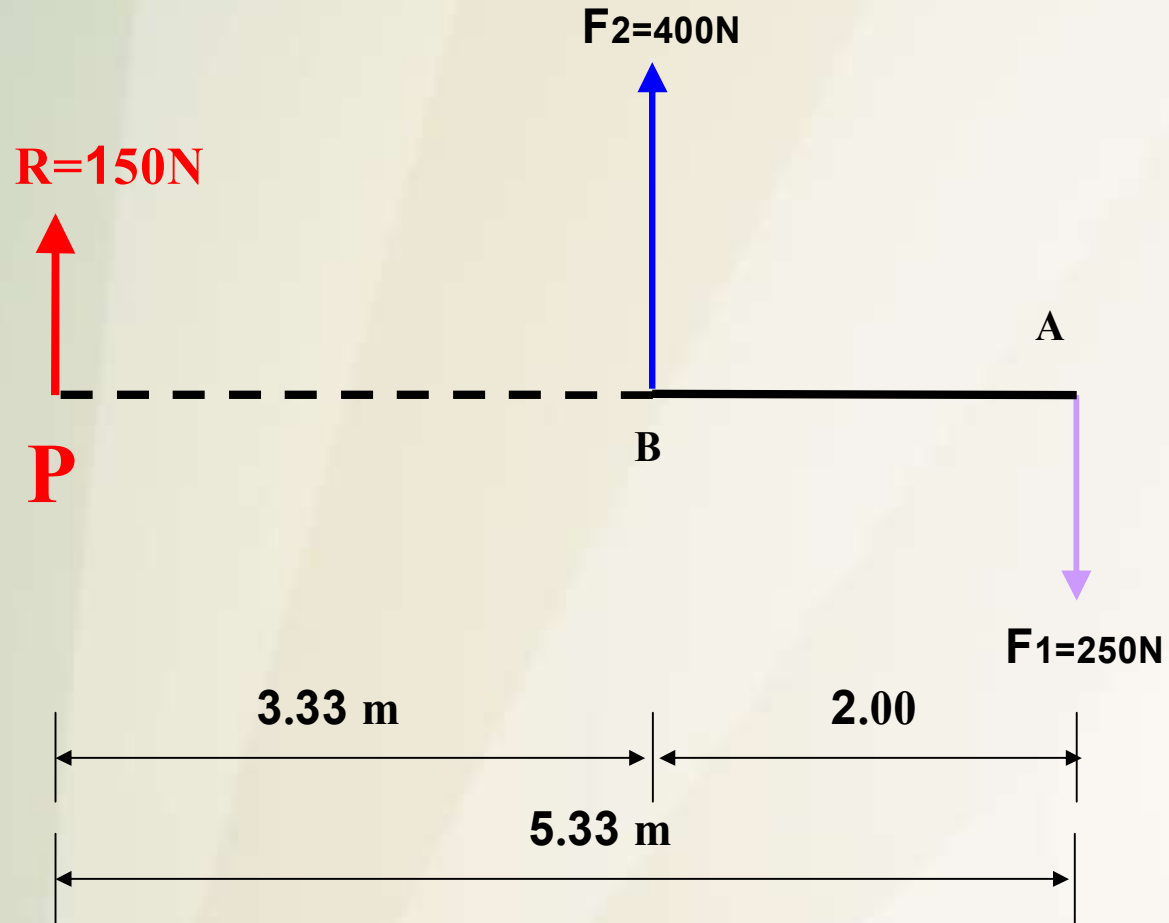
1 cm  $\longrightarrow$  1 m

prof:rehahla ramdane

# الحل

القوى المتعاكسة Forces de sens opposés

القوى المتوازية Forces parallèles



## حساب المحصلة

لدينا قوتين متعاكستين في الاتجاه اذن المحصلة تساوي الفرق بين القوتين وتكون اقرب الى القوة الكبرى ، واتجاهها نفس اتجاه القوة الكبرى

$$R = F_2 - F_1 \quad R = 400 \text{ N} - 250 \text{ N}$$

$$R = 150 \text{ N}$$



شدة المحصلة

## تحديد نقطة التاثير

نقطة التاثير تقع خارج القوتين وتكون بعد القوة الكبرى، بتطبيق العلاقة نجد:

$$PA = \frac{F_2}{R} \times BA$$

$$PA = \frac{400}{150} \times 2$$

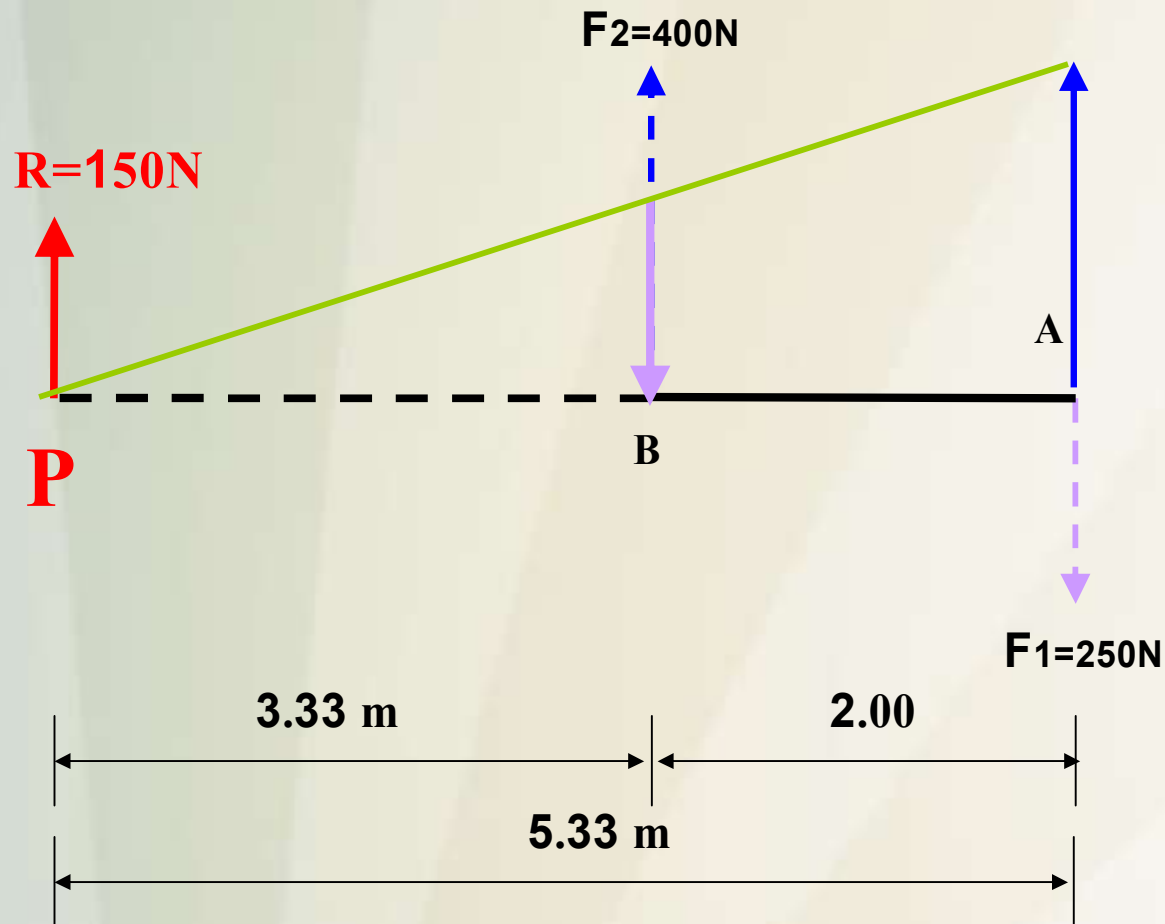
$$PA = 5.33\text{m}$$

نستطيع ان نحسب بعد نقطة تاثير المحصلة عن النقطة B بتطبيق العلاقة التالية:

$$PB = \frac{F_1}{R} \times BA$$

$$PA = \frac{250}{150} \times 2$$

$$PB = 3.33\text{m}$$



-2 الطريقة البيانية

## تطبيقات وتمارين الكتاب المدرسي

تمرين رقم 05 :صفحة 126

لدينا ثلاث قوى متوازية كما هو مبين على الشكل :

$$F_3 = 20 \text{ daN} \text{ و } F_2 = 15 \text{ daN} , F_1 = 10 \text{ daN}$$

أحسب محصلة هذه القوى ثم عين نقطة تأثيرها " P "

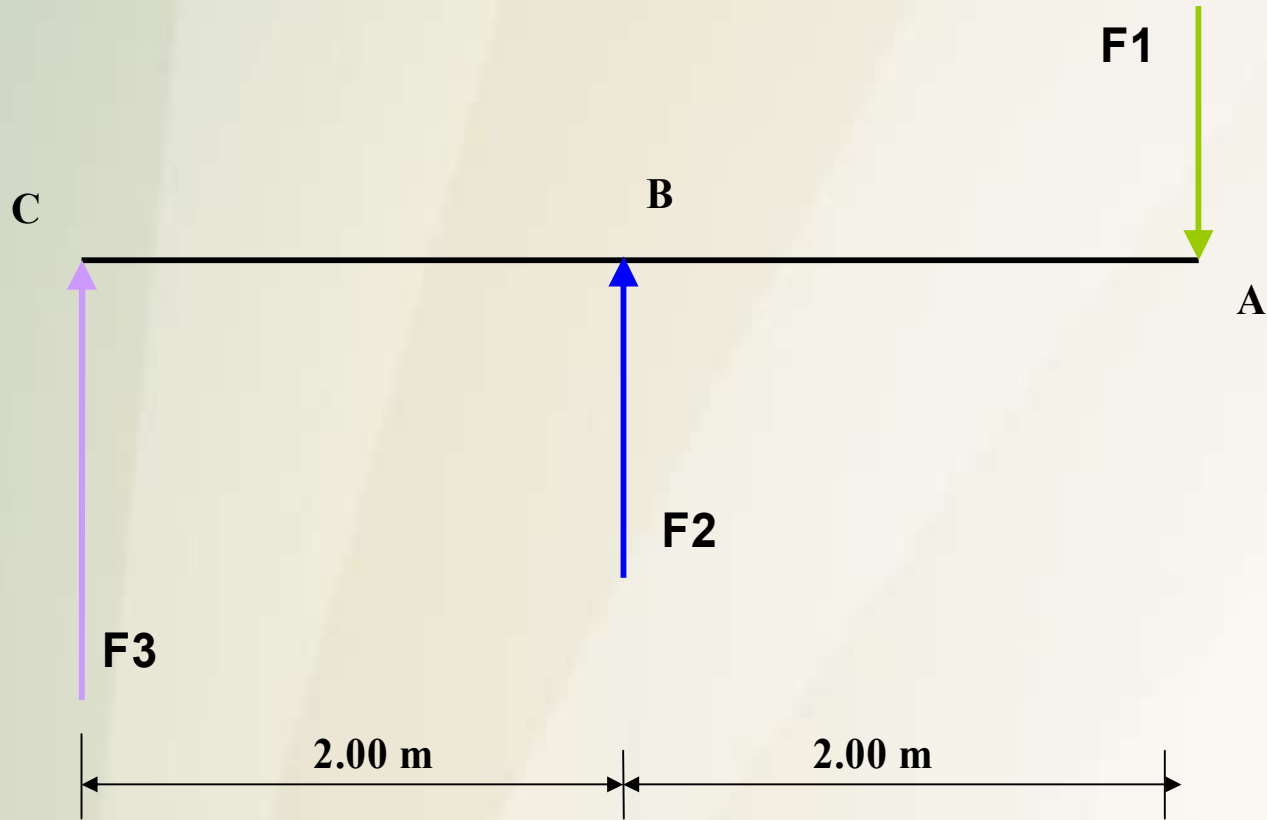
بيانيا و حسابيا .

1 cm  $\longrightarrow$  10 daN سلم الرسم

1 cm  $\longrightarrow$  1 m

رحاطة رمضان

- الشكل -



## الحل

نبدأ بحساب المحصلة لمجموع القوى

$$R = F_2 + F_3 - F_1$$

$$R = 15 \text{ N} + 20 \text{ N} - 10 \text{ N}$$

$$R = 25 \text{ N}$$

شدة المحصلة

تحديد نقطة التأثير للقوتين  $F_2$  و  $F_3$  اللتين لهما نفس الاتجاه

$$R_1 = F_2 + F_3$$

$$R_1 = 15 + 20$$

$$R_1 = 35 \text{ N}$$

نقطة التأثير تقع بين القوتين وتكون اقرب الى القوة الكبرى، بتطبيق العلاقة نجد:

$$CP_1 = \frac{F_2}{R_1} \times CB$$

$$CP_1 = \frac{15}{35} \times 2$$

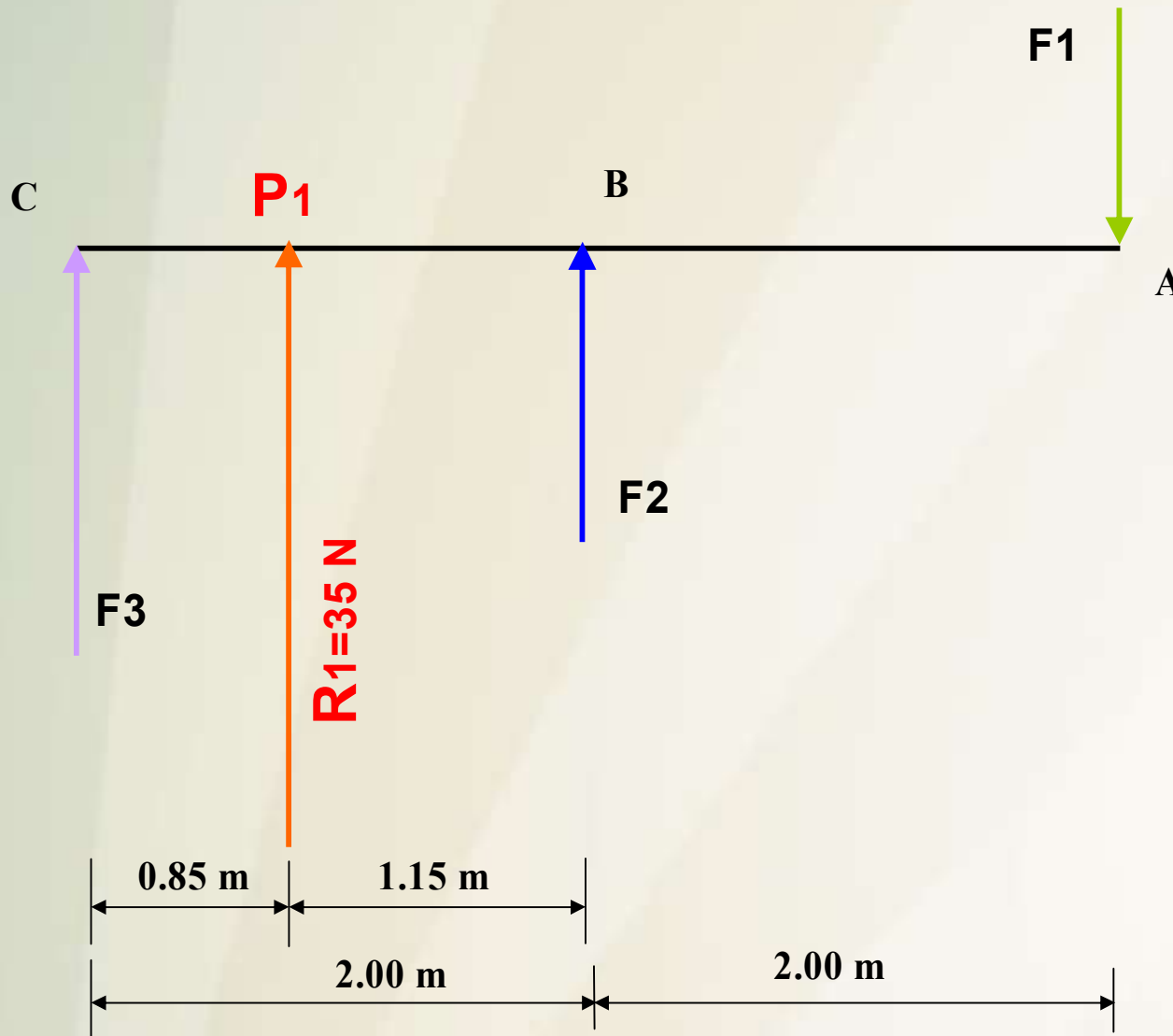
$$CP_1 = 0.85 \text{ m}$$

نستطيع ان نحسب بعد نقطة تأثير المحصلة عن النقطة B بتطبيق العلاقة التالية:

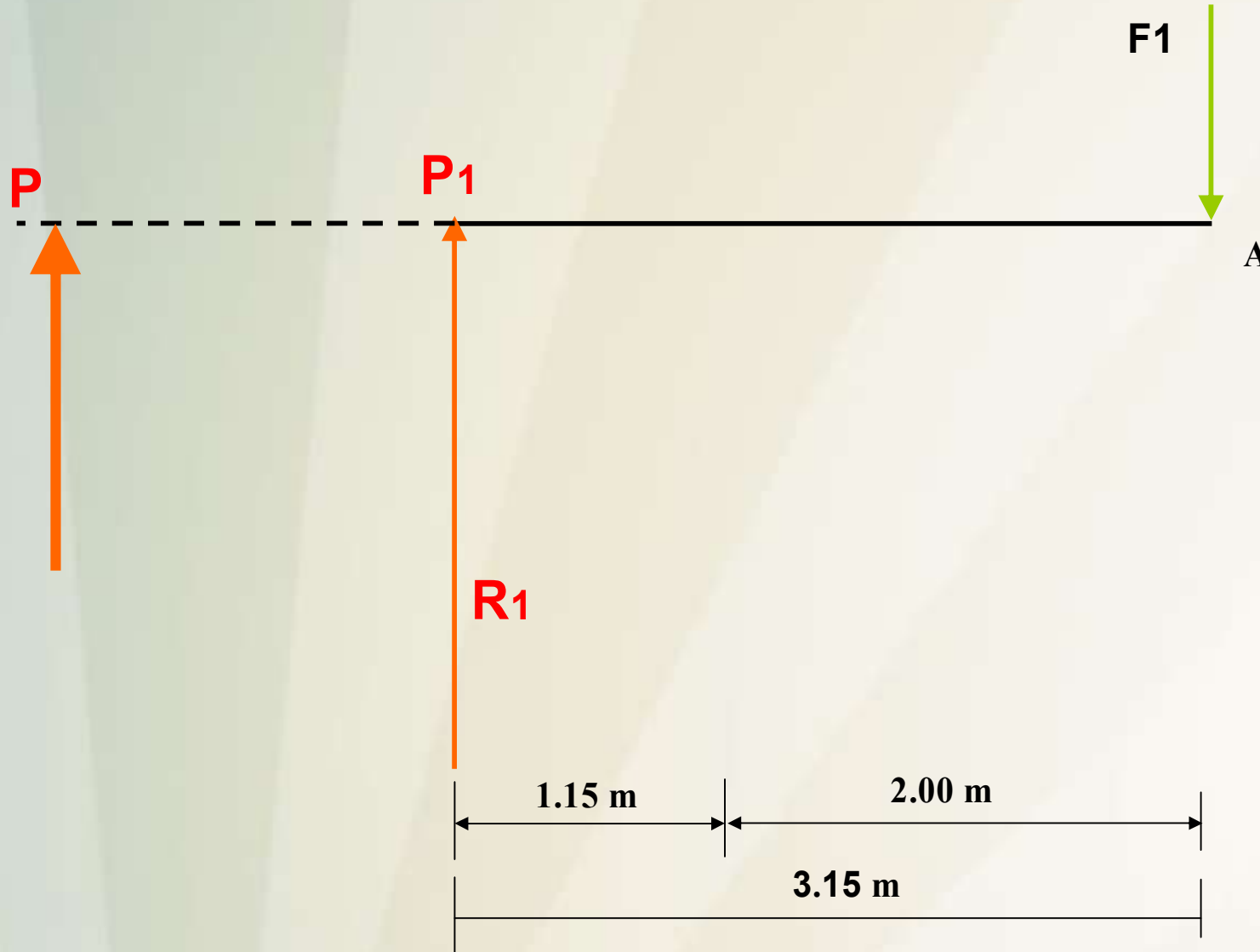
$$BP_1 = \frac{F_3}{R_1} \times CB$$

$$BP_1 = \frac{20}{35} \times 2$$

$$CP_1 = 1.15\text{m}$$



تصبح الوضعية الجديدة كما يلي: قوتين  $R_1$  و  $F_1$  متعاكستين في الاتجاه ( الرسم )



تحديد نقطة التأثير للقوتين F1 و R1 اللتين تتعاكسان في الاتجاه

$$R = R_1 - F_1$$

$$R = 35 - 10$$

$$R = 25 \text{ N}$$

نقطة التأثير تقع خارج القوتين وتكون بعد القوة الكبرى، بتطبيق العلاقة نجد:

$$PP_1 = \frac{F_1}{R} \times AP_1$$

$$PP_1 = \frac{10}{25} \times 3.15$$

$$PP_1 = 1.26 \text{ m}$$

نستطيع ان نحسب بعد نقطة تأثير المحصلة عن النقطة A بتطبيق العلاقة التالية:

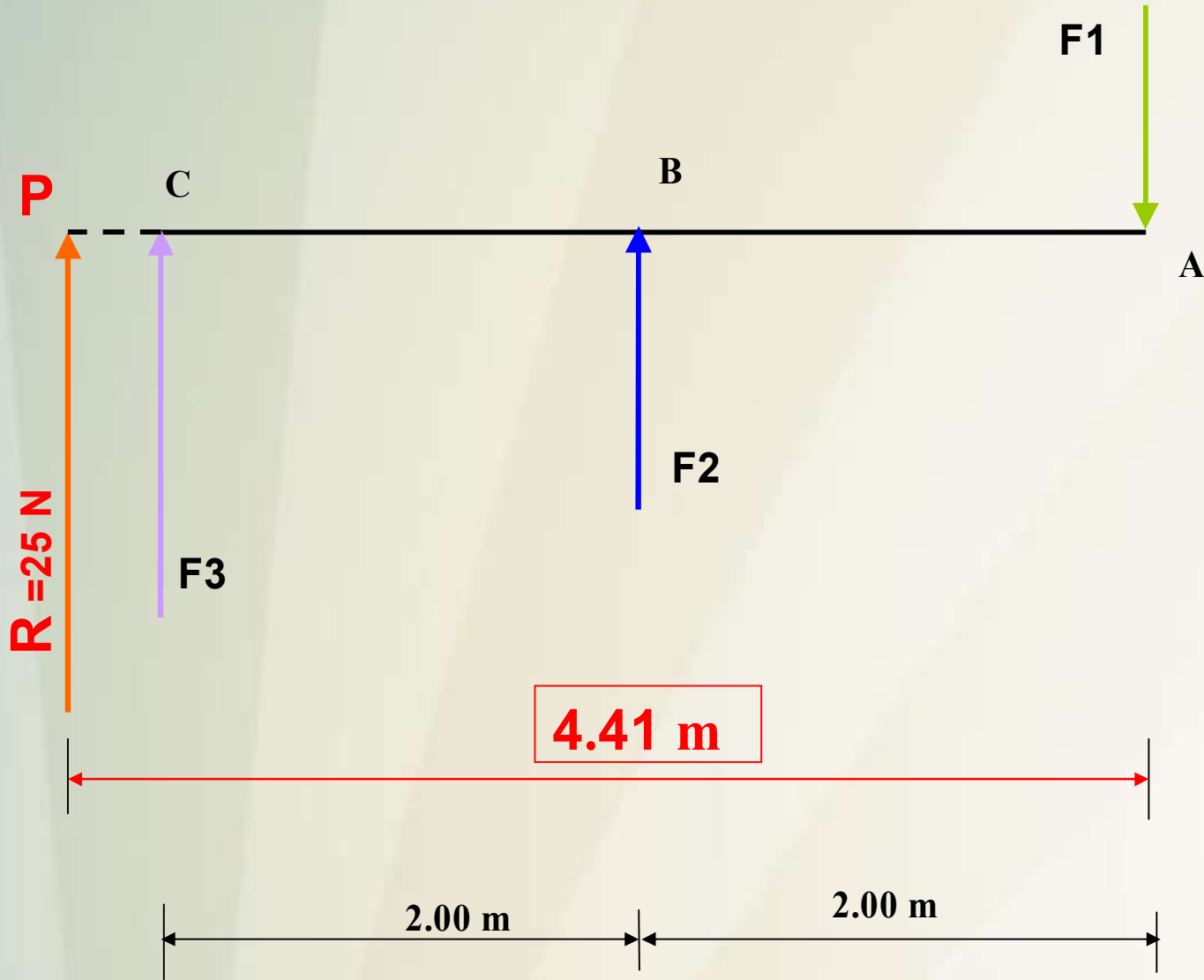
$$PA = \frac{R_1}{R} \times AP_1$$

$$PA = \frac{35}{25} \times 3.15$$

$$PA = 4.41 \text{ m}$$

بعد نقطة تأثير المحصلة عن النقطة A يساوي 4.41 م

رسم محصلة القوى

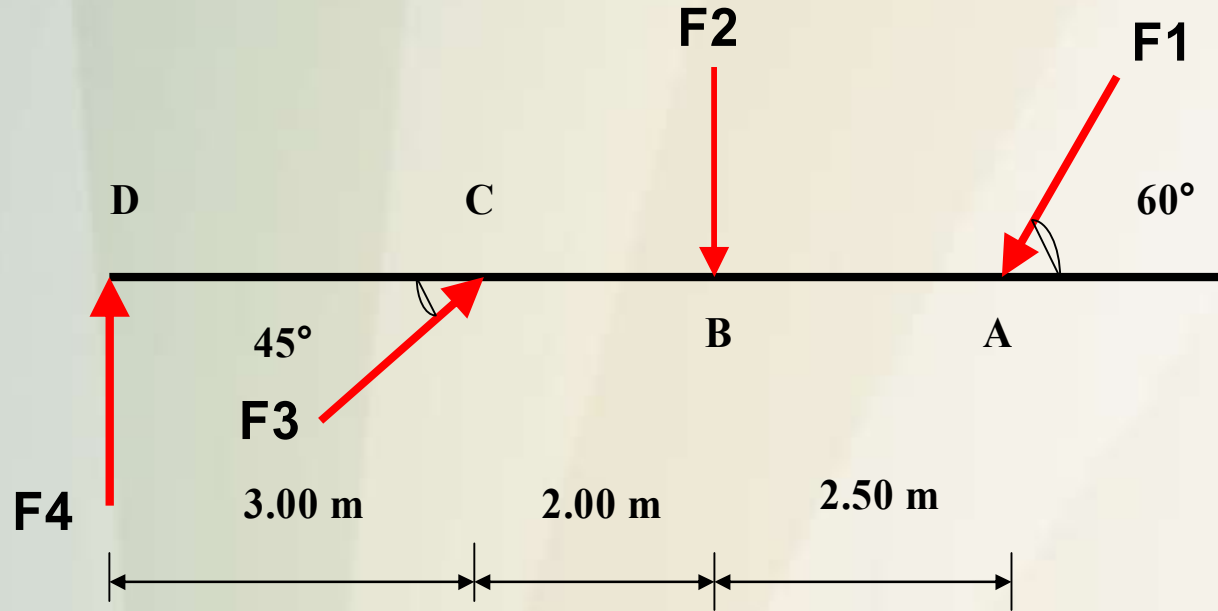


## تطبيقات وتمارين الكتاب المدرسي

نص التمرين 6 صفحة 126 الكتاب المدرسي السنة 2 هندسة مدنية

لتكن لدينا أربع قوى كيفية كما هو مبين على الشكل:

$F_1 = 20 \text{ Kgf}$  ،  $F_2 = 15 \text{ Kgf}$  ،  $F_3 = 10 \text{ Kgf}$  و  $F_4 = 10 \text{ Kgf}$ .



أحسب محصلة هذه القوى ثم عين نقطة تأثيرها "بيانيا وحسابيا"

1cm.....1m

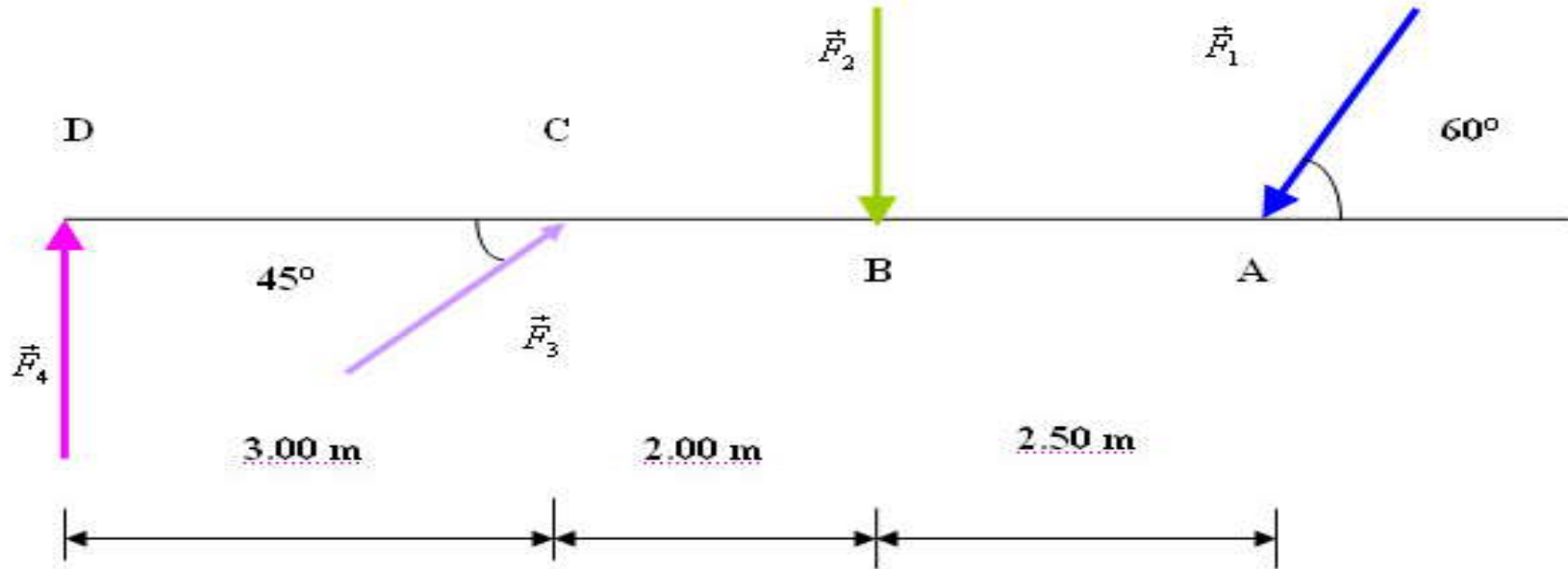
1cm.....10 kgf

السلم المستعمل :

تمرين رقم 06 صفحة 126

لكن لدينا أربع قوى كيفية كما هو مبين على الشكل:

$F_4 = 10 \text{ Kgf}$  و  $F_3 = 10 \text{ Kgf}$  ،  $F_2 = 15 \text{ Kgf}$  ،  $F_1 = 20 \text{ Kgf}$



أحسب محصلة هذه القوى ثم عين نقطة تأثيرها " P " بياناً و حسابياً.

1 cm  $\longrightarrow$  1 m  
 1 cm  $\longrightarrow$  10 Kgf

السلم المستعمل :

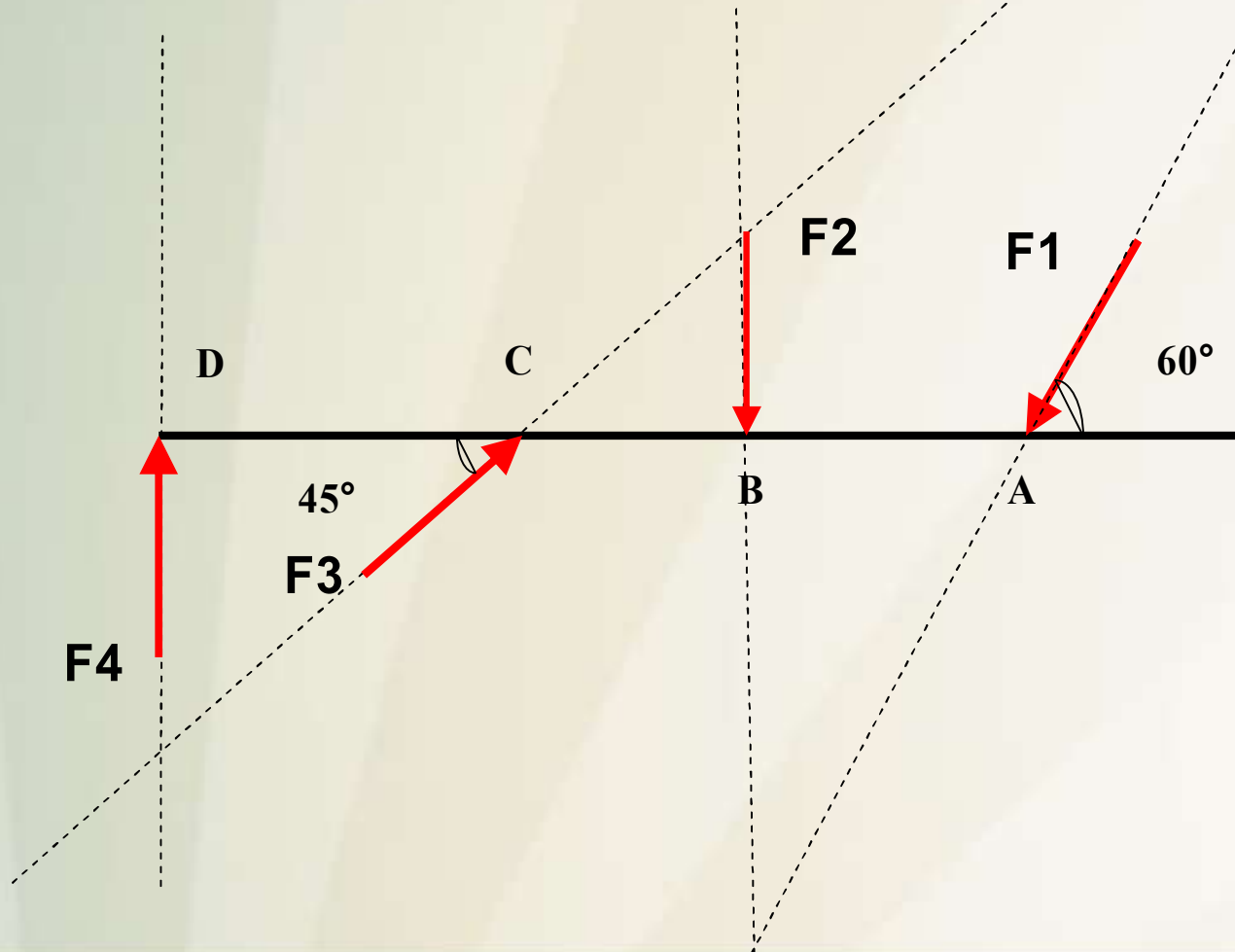


سلسلة القائد



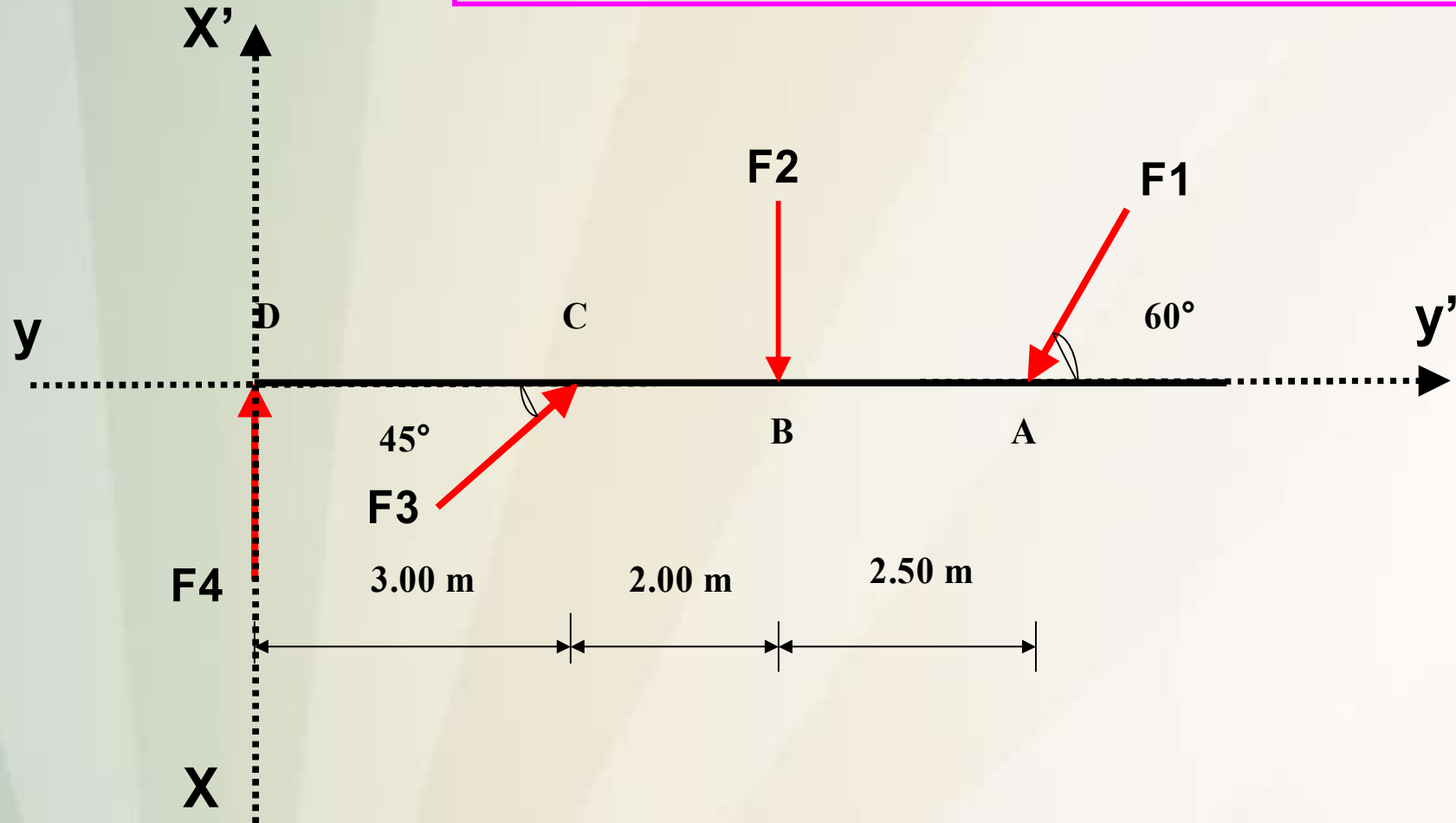
نلاحظ بعد رسم حوامل القوى بانها لا تتقاطع في نقطة مشتركة واحدة  
اذا هي مجموعة قوى كيفية غير متلاقية تنتمي الى نفس المستوي

### Forces coplanaires non concourantes

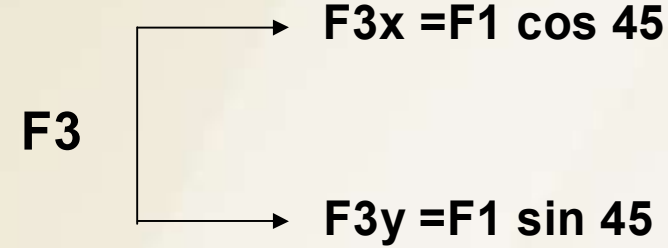
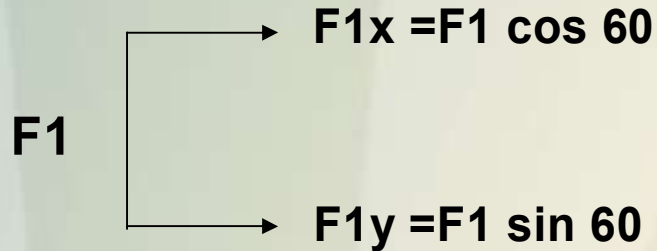


حل التمرين 6 صفحة 126  
الكتاب المدرسي السنة 2

اولا ننسب هذه المجموعة من القوى الى معلم متعامد ومتجانس  $yy'$ ,  $xx'$



**F1 و F3 قوتان مائلتان على المحور الأفقي**  
**لذا يجب تحليلهما إلى مركبتين أفقية Fx وعمودية Fy**



$$\sin 60 = 0.86$$

$$\cos 60 = 0.5$$

$$\sin 45 = 0.7$$

$$\cos 45 = 0.7$$

## حساب المحصلة حسابيا

في هذه الحالة يجب حساب مركبتي المحصلة **Rx و Ry**

$$R_x = \sum_{i=1}^n F_{ix}$$

$$R_x = F1x + F2x + F3x + \dots + Fnx$$

$$R_y = \sum_{i=1}^n F_{iy}$$

$$R_y = F1y + F2y + F3y + \dots + Fny$$

المجموع الجبري للمركبات الأفقية، والمجموع الجبري للمركبات العمودية

بتطبيق العلاقتين السابقتين نجد:

$$R_x = F3 \cos 45 - F1 \cos 60$$

$$R_y = F4 + F3 \sin 45 - F2 - F1 \sin 60$$

$$R_x = 10 \text{ kgf} \cdot 0,7 - 20 \text{ kgf} \cdot 0,5$$

$$R_y = 10 \text{ kgf} + 10 \text{ kgf} \cdot 0,7 - 15 \text{ kgf} - 20 \text{ kgf} \cdot 0,86$$

$$R_x = 7 \text{ kgf} - 10 \text{ kgf}$$

$$R_y = 10 \text{ kgf} + 7 \text{ kgf} - 15 \text{ kgf} - 17,2 \text{ kgf}$$

$$R_x = -3 \text{ kgf}$$

$$R_y = -15,2 \text{ kgf}$$

مركبتا المحصلة

## شدة المحصلة حسابيا

$$\|\vec{R}\| = \sqrt{(R_x)^2 + (R_y)^2}$$

$$\|\vec{R}\| = \sqrt{(-3)^2 + (-15,2)^2}$$

$$\|\vec{R}\| = \sqrt{9 + 231,04}$$

$$\|\vec{R}\| = \sqrt{240,04} \text{ kgf}$$

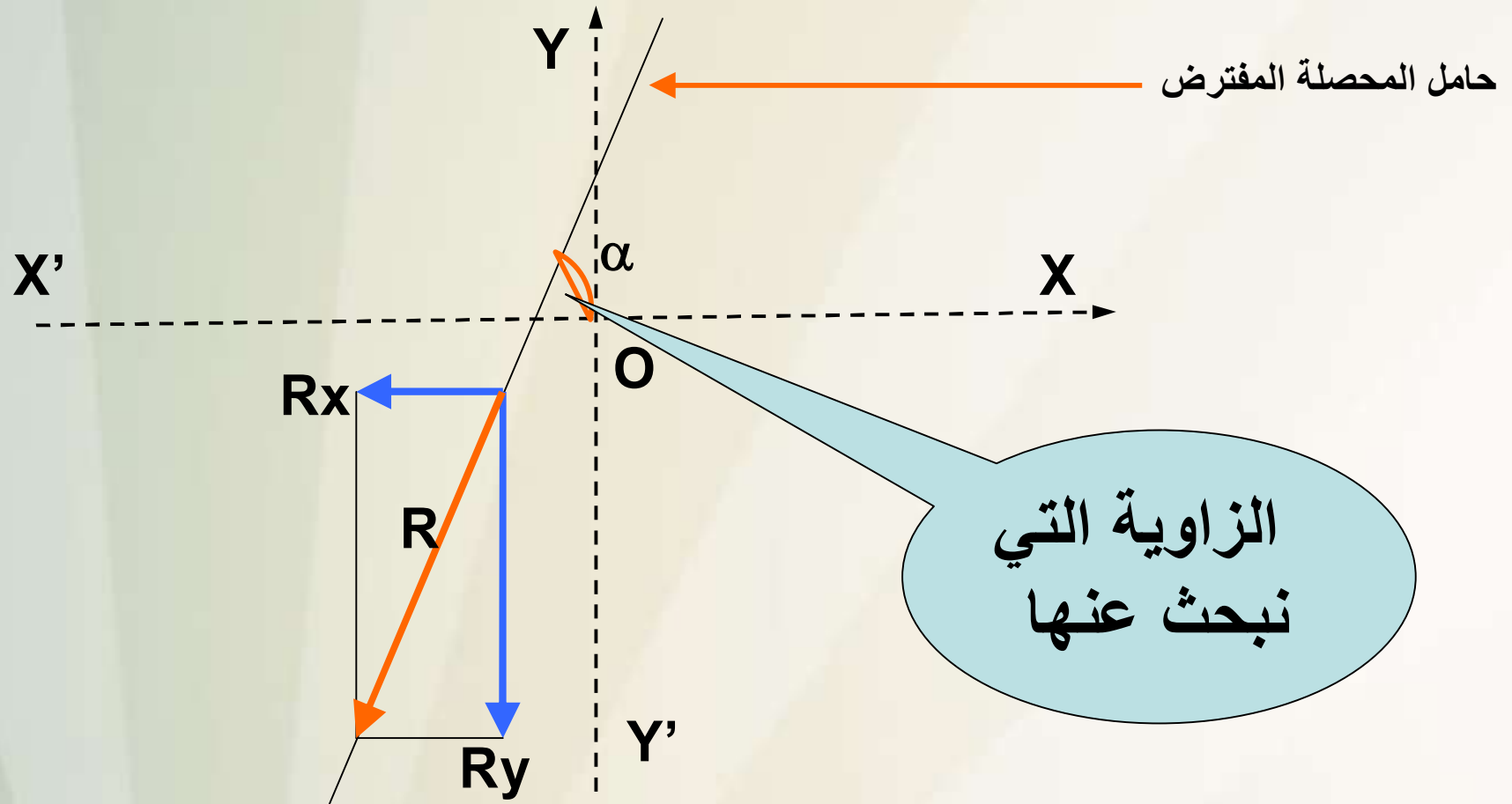
العلاقة

$$R = 15,493 \text{ kgf}$$

شدة المحصلة

## تحديد زاوية المحصلة مع الخط الافقي حسابيا ( $XX'$ )

اذا نظرنا الى مركبتي المحصلة فاننا نجد بان المركبة الافقية  $R_x$  سالبة والمركبة العمودية  $F_y$  سالبة وهذا يعني ان شعاع المحصلة يكون كما يلي:



في تحديد الزاوية بين حامل المحصلة ومحور السينات نستعمل علاقة ظل الزاوية

$$\text{Tg } \alpha = R_y / R_x$$



العلاقة

$$\text{Tg } \alpha = 15.2 / 3$$

$$\text{Tg } \alpha = 5,066666666$$

عن طريق الالة الحاسبة العلمية او جداول الزوايا نجد ان الزاوية التي ظلها

5.0666666 هي:

$$\alpha = 87.5945^\circ$$



الزاوية بين  $X'X$  والمحصلة

**ملاحظة :** في حساب الزاوية يجب اخذ قيمة الظل كاملة دون تقريب للحصول على قيمة مدققة لها.

## تحديد موضع حامل المحصلة حسابيا

فيما سبق تعرفنا على قيمة واتجاه المحصلة وكذلك الزاوية بين محور السينات وبين حاملها، وبقي لنا ان نتعرف على موضع حاملها ونقطة تاثيرها حسابيا

هنا نستعمل النظرية التالية:

### Théorème de VARIGNON نظرية فارينيون

نصُّها كالتالي :

يكون مجموع عزوم جملة من القوى بالنسبة لنقطة مساويا لعزم محصلة جملة القوى المركبة بالنسبة لنفس النقطة

## حساب عزوم القوى بالنسبة للنقطة D

$$\Sigma M_f/D = F1y .7,5 + F2y .5 - F3y .3$$

$$\Sigma M_f/D = F1\sin60 .7,5 + F2y .5 - F3 \sin45 .3$$

$$\Sigma M_f/D = 20 . 0,86 .7,5 + 15 . 5 - 10 . 0,7 . 3$$

$$\Sigma M_f/D = 17,2 .7,5 + 15 . 5 - 7 . 3$$

$$\Sigma M_f/D = 129 + 75 - 21$$

$$\Sigma M_F/D = +183 \text{ kgf.m} \leftarrow \text{العزم موجب}$$

عزومها معدومة لان حواملها تمر من النقطة D  $F4, F3\cos45, f1\cos60$

## حساب عزم المحصلة بالنسبة للنقطة D

$$\Sigma M_R/D = R \cdot d$$



العلاقة

$$\Sigma M_f/D = \Sigma M_R/D$$

بتطبيق نظرية فارينيون

$$R \cdot d = 183 \text{ kgf.m}$$

ومنه نجد بعد التعويض

قيمة المحصلة معلومة اما ذراعها فيجب حسابه

$$15,493 \text{ kgf} \cdot d = 183 \text{ kgf.m}$$

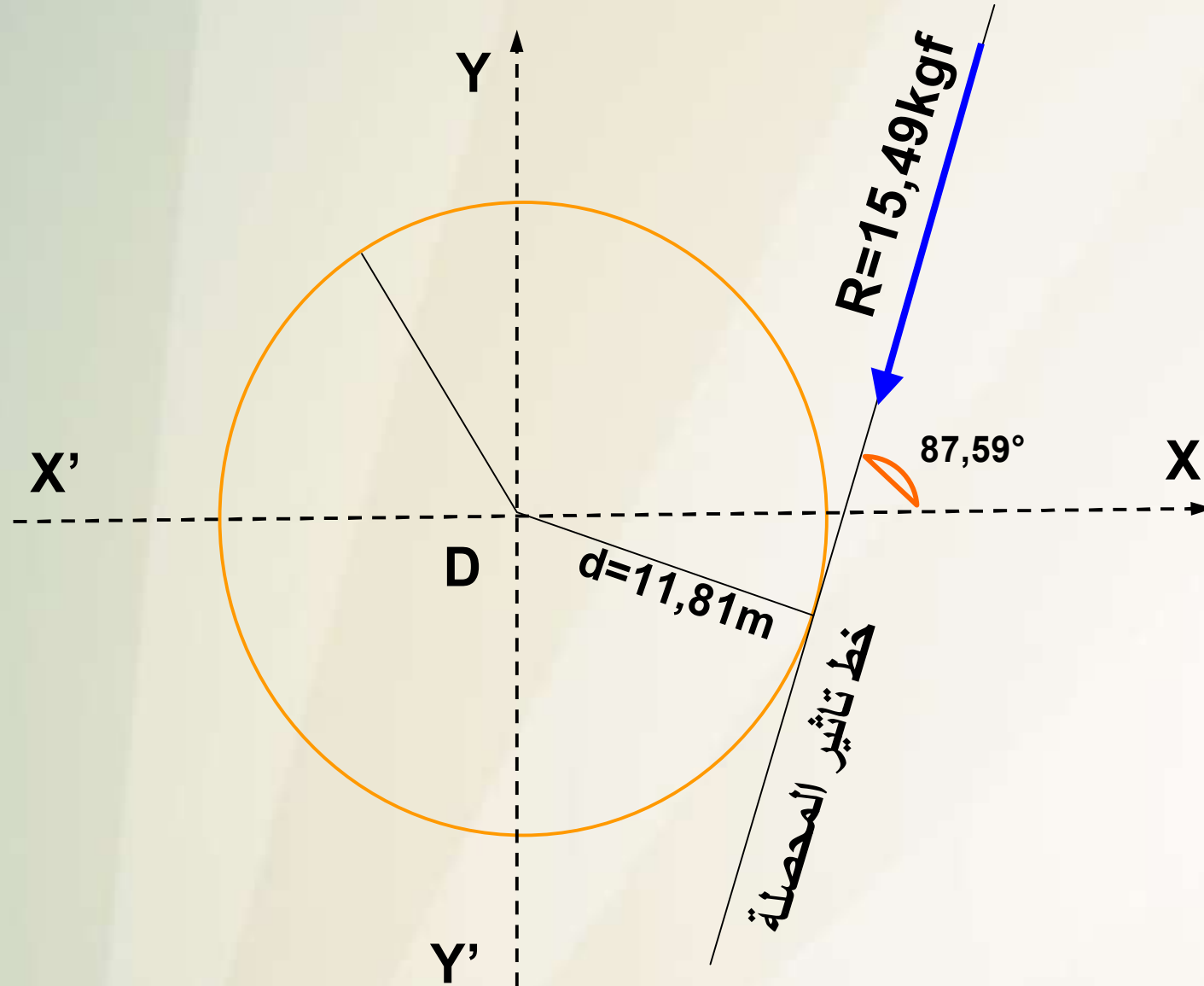
$$d = 183 \text{ kgf.m} / 15,493 \text{ kgf}$$

$$d = 11.81 \text{ m}$$



ذراع المحصلة

## تحديد موضع خط تاثير المحصلة R

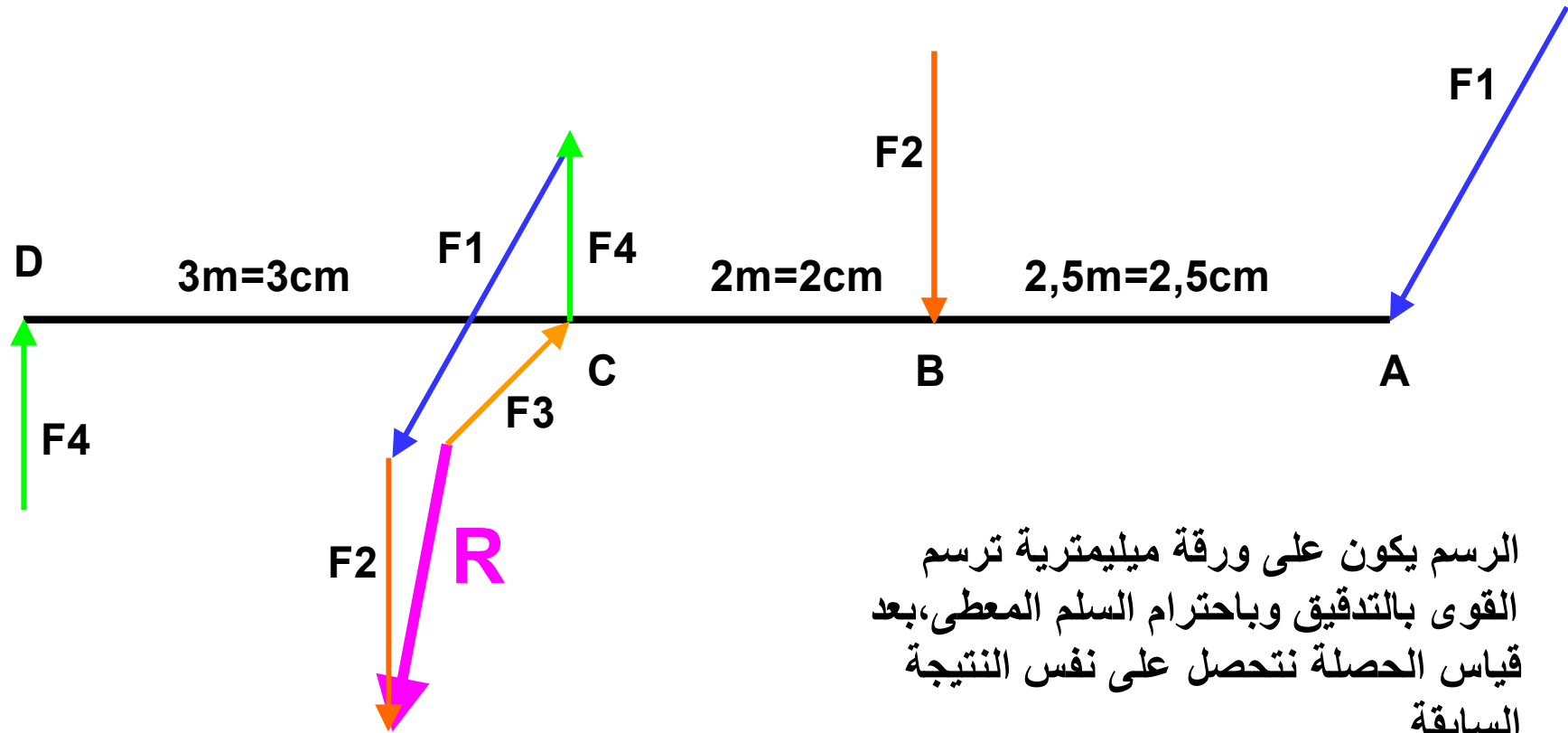


## الشرح

- 1- من النقطة D نرسم دائرة نصف قطرها  $d=11.81 \text{ cm}$  بمقياس الرسم السابق
- 2- نرسم حامل المحصلة الذي يقطع محور السينات ويشكل معه زاوية  $87.59^\circ$
- 3- حامل المحصلة المرسوم يكون مماسا للدائرة المرسومة سابقا بشرط ان يكون عموديا على الذراع  $d$
- 4- قبل رسم حامل المحصلة يجب مراعاة اتجاه المحصلة وقيمة العزم الناتج والمحسوب مسبقا والذي يساوي  $+183 \text{ kgf.m}$
- 5- رسم المحصلة فوق خط التأثير في أي مكان صحيح ولا يؤثر قيمة العزم وبالتالي شعاع المحصلة هو شعاع حر فوق الحامل ونقطة تأثير المحصلة تنتمي الى الحامل (خط التأثير).
- 6- بهذا نكون قد عينا موضع خط عمل المحصلة

## حساب المحصلة بالطريقة البيانية

**R=15.5 kgf**



الرسم يكون على ورقة ميليمترية ترسم القوى بالتدقيق وباحترام السلم المعطى، بعد قياس المحصلة نتحصل على نفس النتيجة السابقة

## الشرح

-1 من النقطة C نرسم القوة F4 حيث تكون بدايتها فوق نهاية القوة F3 وتكون موازية ومساوية للقوة الاصلية وله نفس الاتجاه

-2 من نهاية القوة المرسومة سابقا نرسم القوة F1 وتكون موازية ومساوية للقوة الاصلية ولها نفس الاتجاه

-3 من نهاية القوة المرسومة سابقا نرسم القوة F2 وتكون موازية ومساوية للقوة الاصلية ولها نفس الاتجاه

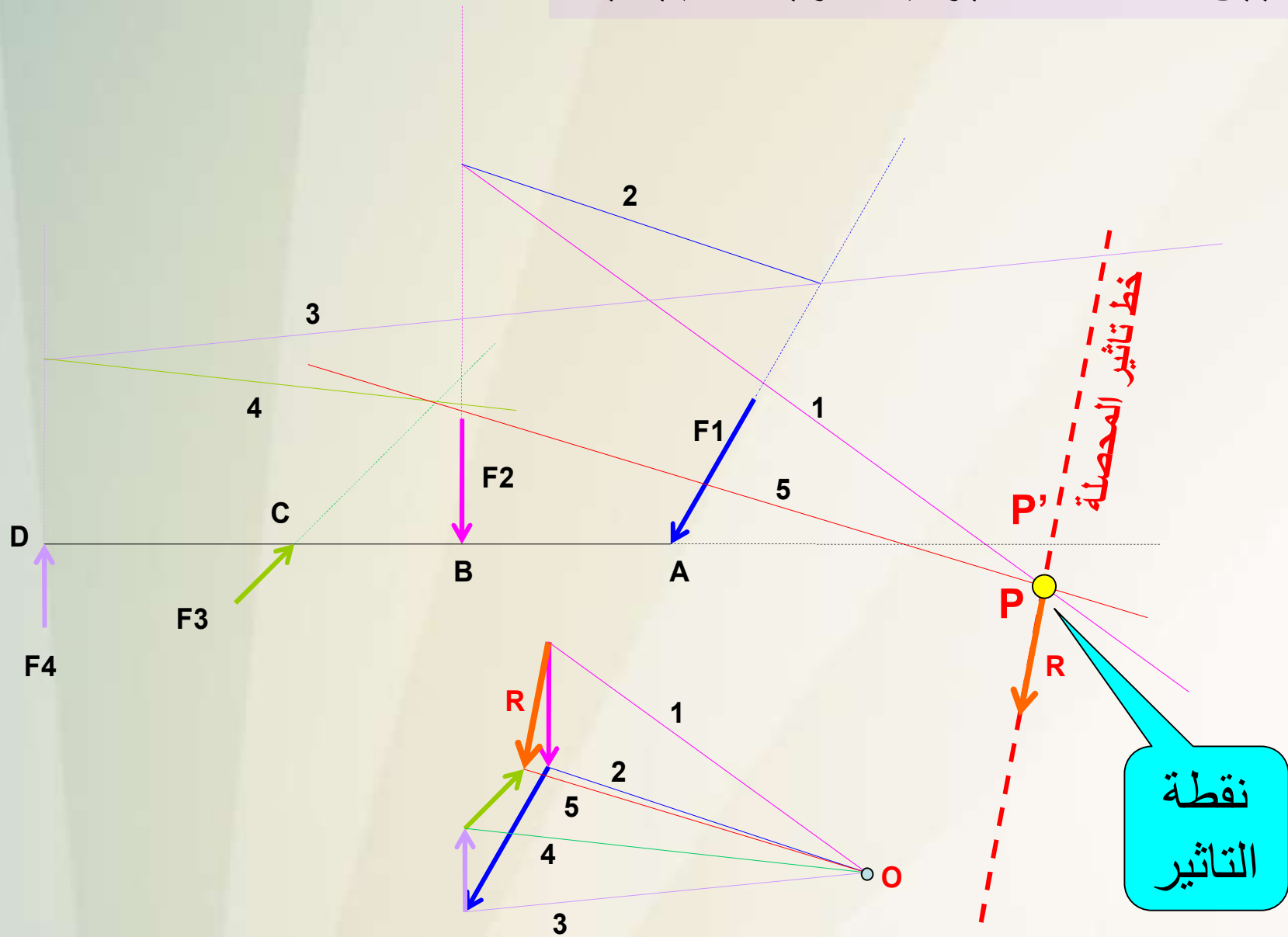
-4 من بداية القوة F3 نرسم شعاع المحصلة الى نهاية القوة F2

-5 المحصلة هي R

-6 يسمى المضلع الذي حصلنا عليه (مضلع القوى)

-6 للحصول على نتائج دقيقة استعمل برنامج الاوتوكاد **AUTOCAD**

# تعيين نقطة التأثير بالطريقة البيانية



## النتائج بالطريقة البيانية

1- ذراع المحصلة بالنسبة الى النقطة D يساوي 11.82 م

2- نقطة تقاطع خط تاثير المحصلة مع امتداد القطعة AD تقع على بعد 12.04 م من D

1- ذراع المحصلة بالنسبة الى النقطة C يساوي 8.88 م

2- نقطة تقاطع خط تاثير المحصلة مع امتداد القطعة AD تقع على بعد 9.04 م من C

1- ذراع المحصلة بالنسبة الى النقطة B يساوي 6.91 م

2- نقطة تقاطع خط تاثير المحصلة مع امتداد القطعة AD تقع على بعد 7.04 م من B

1- ذراع المحصلة بالنسبة الى النقطة A يساوي 4.46 م

2- نقطة تقاطع خط تاثير المحصلة مع امتداد القطعة AD تقع على بعد 4.54 م من A

ملاحظة : تم تعيين نقطة التاثير ببرنامج الاوتوكاد ، وكذلك النتائج المحصل عليها في هذا الجدول

## ملاحظات حول هذا التمرين

- 1- التمرين صعب لتلاميذ السنة الثانية ،حيث لا يستطيع التلميذ حله بناء على المعلومات المدروسة، خاصة تحديد نقطة التأثير حسابيا
- 2- كان من المفروض قبل وضع التمرين في الكتاب الاطلاع على الحل جيدا والحكم على فائدة التمرين ومن الهدف المسطر له
- 3- في حل التمرين بالطريقة البيانية نلاحظ بان المقياس غير مناسب بالنسبة للقوى ،تنتج اشعة صغيرة والرسم متداخل ،والنتيجة تعتمد على القياس مما يعطينا نتائج غير مدققة حتى لو حاولنا، والمفروض هو تكبيره  $1\text{cm} \dots 5\text{kgf}$
- 4- كان من المفروض في الكتاب المدرسي اعطاء التلميذ تمرينا خاصا بمجموعة من القوى المتلاقية في نقطة واحدة ويكون منسوبا الى معلم متعامد ومتجانس لتسهيل تطبيق العلاقات والحساب.
- 5- اعطاء النتيجة الاخيرة (القيمة العددية) في اخر كل تمرين تحفز التلميذ على الحل واعادة المحاولة ( ما لم نجده في كتاب الهندسة المدنية).

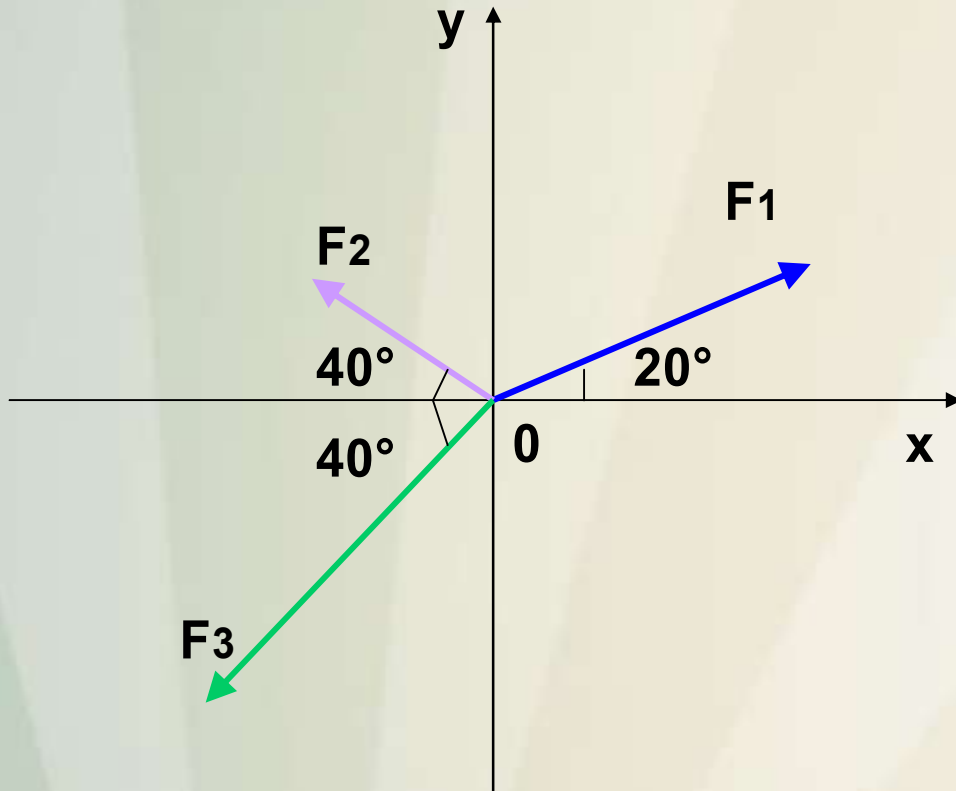
# تمرين مقترح رقم 1

## المعطيات

لدينا 3 قوى تنتمي الى نفس المستوى ومتلاقية في مبدأ المعلم المتعامد

حيث :  $F_3=30 \text{ KN}$   $F_2=15 \text{ KN}$   $F_1=20 \text{ KN}$

## المطلوب



1- حساب مركبتا المحصلة باستعمال الجدول

2- حساب شدة المحصلة

3- حساب الزاوية بين المحصلة والمحور الافقي (السينات)

## الحل

لتفادي الاخطاء في الحساب والاشارات نسجل نتائج تحليل القوى في جدول حيث تكون المركبات السينية في عمود والعينية في عمود مع وضع الاشارة في السطر الاخير نكتب المجموع والذي يمثل مركبتا المحصلة.

القوة F	المركبة $F_x$	المركبة $F_y$
<b>F1</b>	$+F1\cos 20^\circ$	$+F1\sin 20^\circ$
<b>F2</b>	$-F2\cos 40^\circ$	$+F2\sin 40^\circ$
<b>F3</b>	$-F3\cos 40^\circ$	$-F3\sin 40^\circ$
<b>المجموع</b>	$R_x = \sum F_x$	$R_y = \sum F_y$

بالتعويض نجد:

المركبة $F_y$	المركبة $F_x$	القوة $F$
$+20 \cdot 0,342$	$+20 \cdot 0,939$	<b>F1</b>
$+15 \cdot 0,642$	$-15 \cdot 0,766$	<b>F2</b>
$-30 \cdot 0,642$	$-30 \cdot 0,766$	<b>F3</b>
		<b>المجموع</b>

$$\sin 20 = 0.342$$

$$\cos 20 = 0.939$$

$$\sin 40 = 0.642$$

$$\cos 40 = 0.766$$

المركبة $F_y$	المركبة $F_x$	القوة $F$
+6,84	+18,78	F1
+09,63	-11,49	F2
-19,26	-22,98	F3
<b>- 2,79 N</b>	<b>- 15,69 N</b>	المجموع

$$R_x = - 15,69 \text{ N}$$

$$R_y = - 2,79 \text{ N}$$

مركبتا المحصلة

## شدة المحصلة حسابيا

$$\|\vec{R}\| = \sqrt{(R_x)^2 + (R_y)^2}$$

العلاقة

$$\|\vec{R}\| = \sqrt{(-15,69)^2 + (-2,79)^2}$$

$$\|\vec{R}\| = \sqrt{246,17 + 7,78}$$

$$\|\vec{R}\| = \sqrt{253,95} \text{ N}$$

$$R = 15,93 \text{ N}$$

شدة المحصلة

في تحديد الزاوية بين حامل المحصلة ومحور السينات نستعمل علاقة ظل الزاوية

$$\text{Tg } \alpha = R_y / R_x$$

العلاقة

$$\text{Tg } \alpha = 2,79 / 15,69$$

$$\text{Tg } \alpha = 0,17782$$

عن طريق الآلة الحاسبة العلمية او جداول الزوايا نجد ان الزاوية التي ظلها

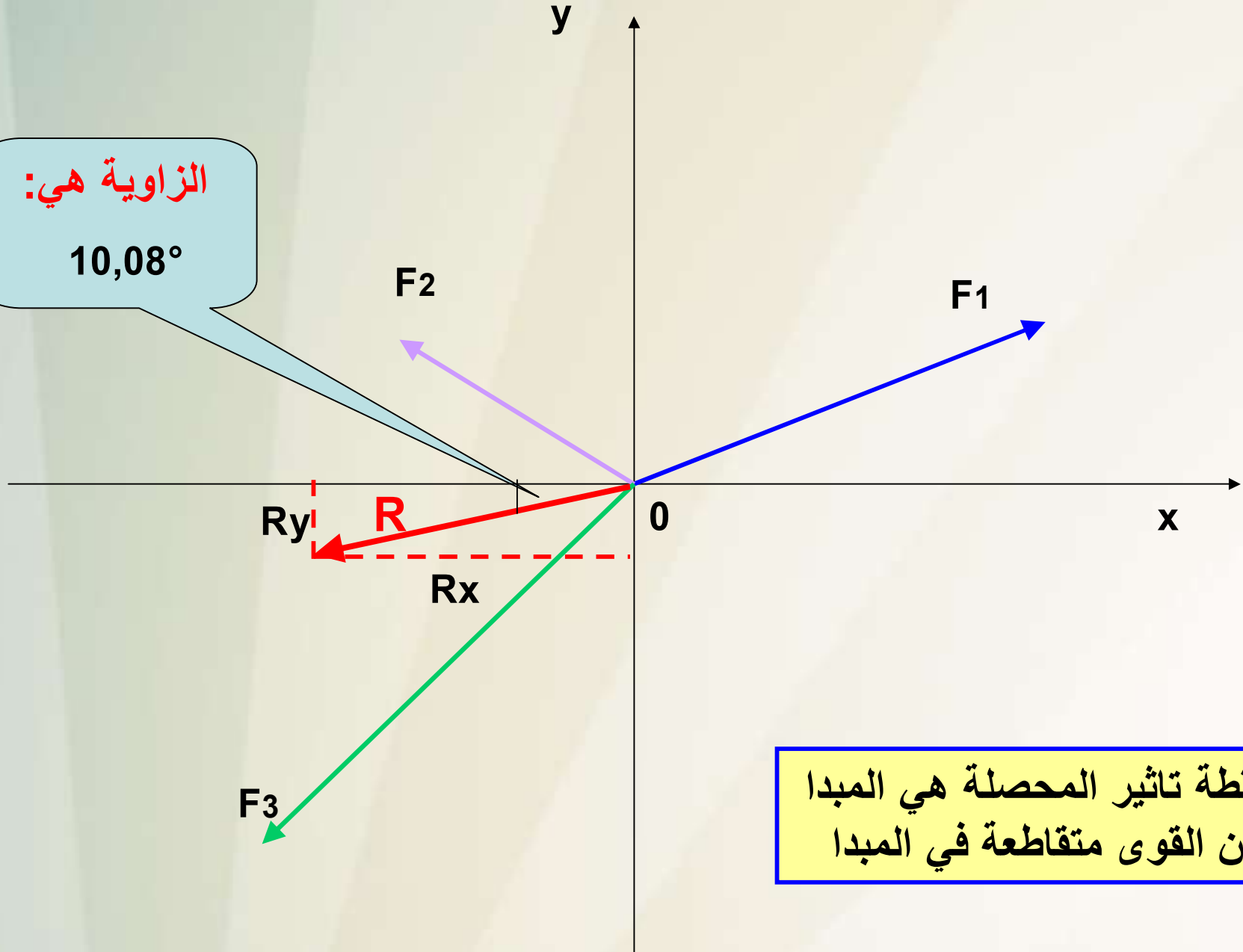
0.17782 هي:

$$\alpha = 10.0829^\circ$$

الزاوية بين  $x'$  و  $x$  والحصلة

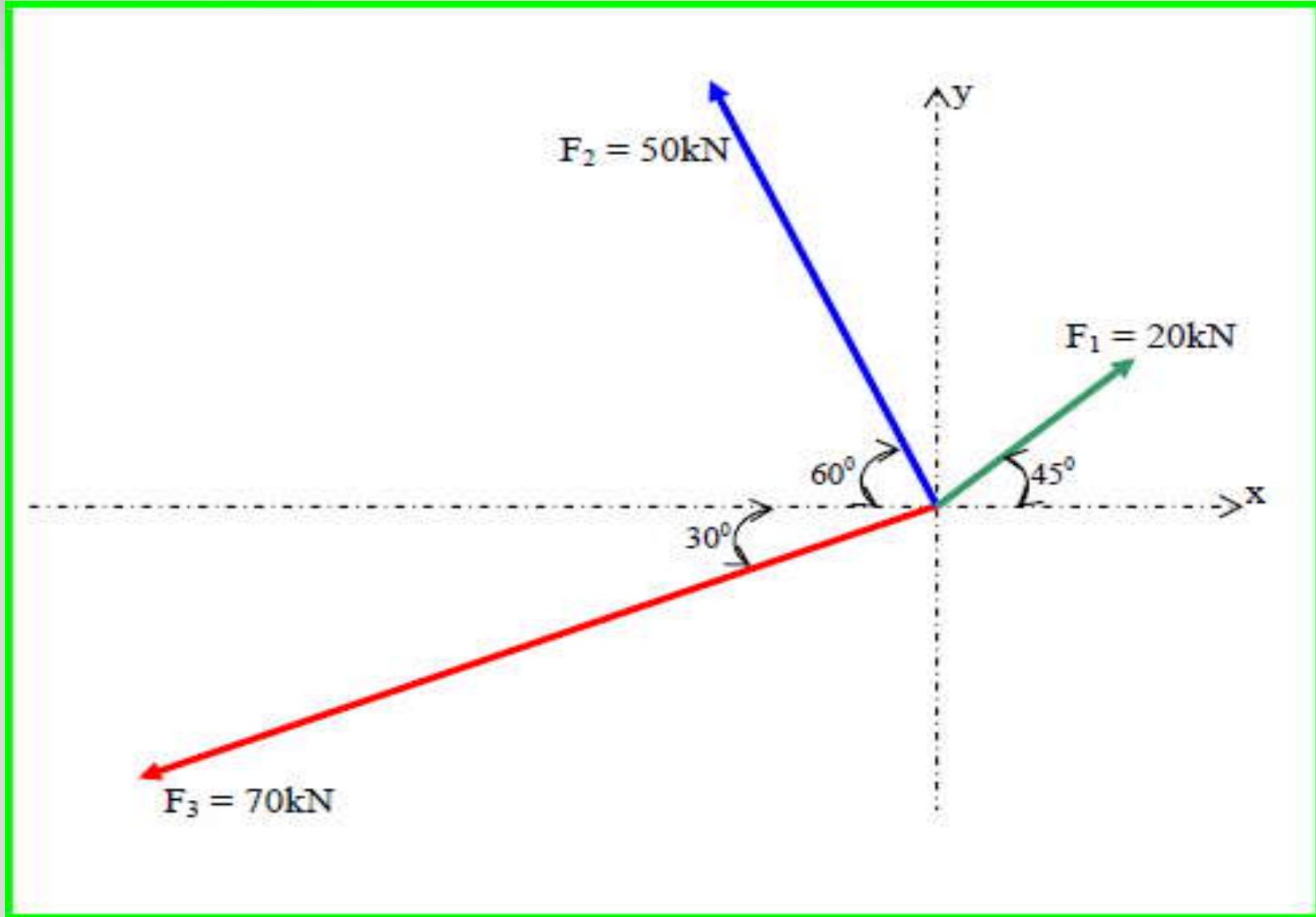
**ملاحظة :** في حساب الزاوية يجب اخذ قيمة الظل كاملة دون تقريب للحصول على قيمة مدققة لها.

الزاوية هي:  
 $10,08^\circ$



نقطة تاثير المحصلة هي المبدأ  
لان القوى متقاطعة في المبدأ

## تمرين مقترح 2 له نفس الهدف السابق وسهل للتطبيق



## المعطيات

لدينا 3 قوى تنتمي الى نفس المستوي ومتلاقية في مبدأ المعلم المتعامد

حيث :  $F_3=70 \text{ KN}$   $F_2=50 \text{ KN}$   $F_1=20 \text{ KN}$

## المطلوب

- 1- حساب مركبتا المحصلة
- 2- حساب شدة المحصلة
- 3- حساب الزاوية بين المحصلة والمحور الافقي (السينات)

## النتائج النهائية المساعدة

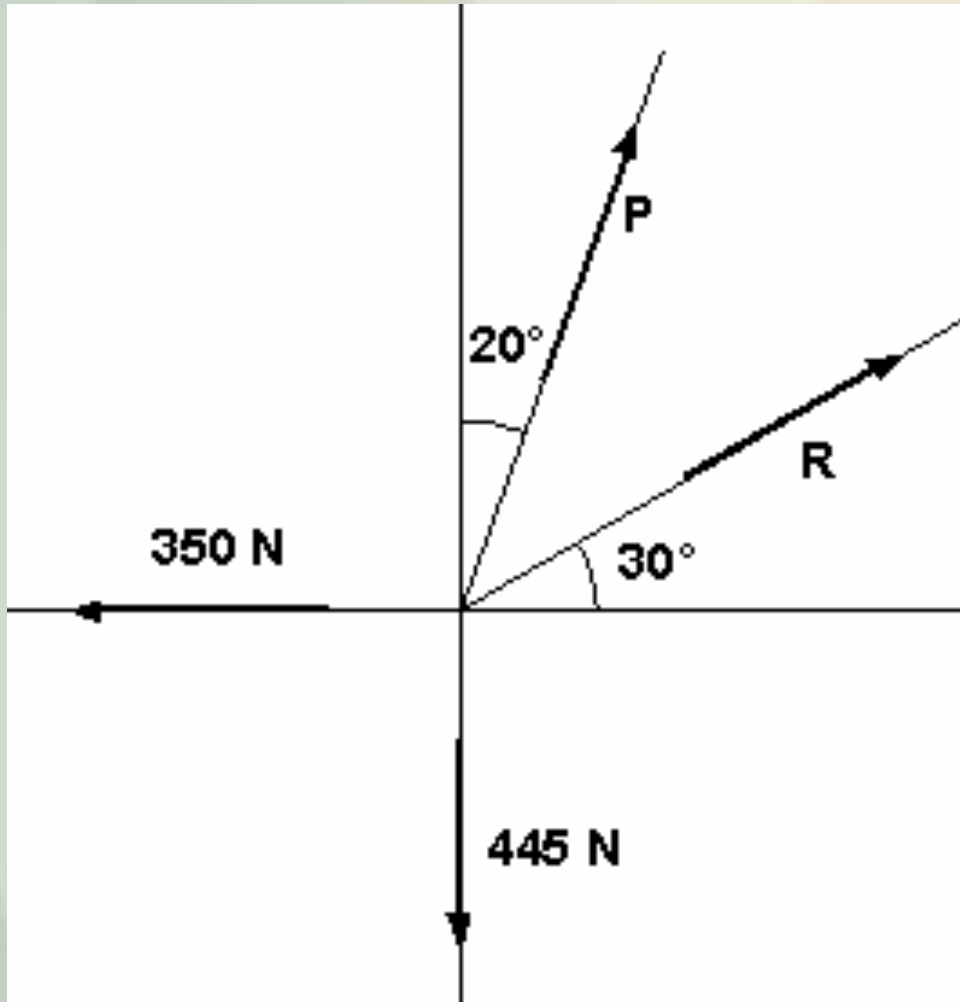
$$R = 74,92 \text{ KN}$$

$$\alpha = 17,43^\circ$$

$$R_x = - 71,48 \text{ KN}$$

$$R_y = + 22,44 \text{ KN}$$

### تمرين مقترح رقم 3



اعتمادا على الرسم احسب قيمة كل من P و R حسابيا .  
حيث R هي المحصلة

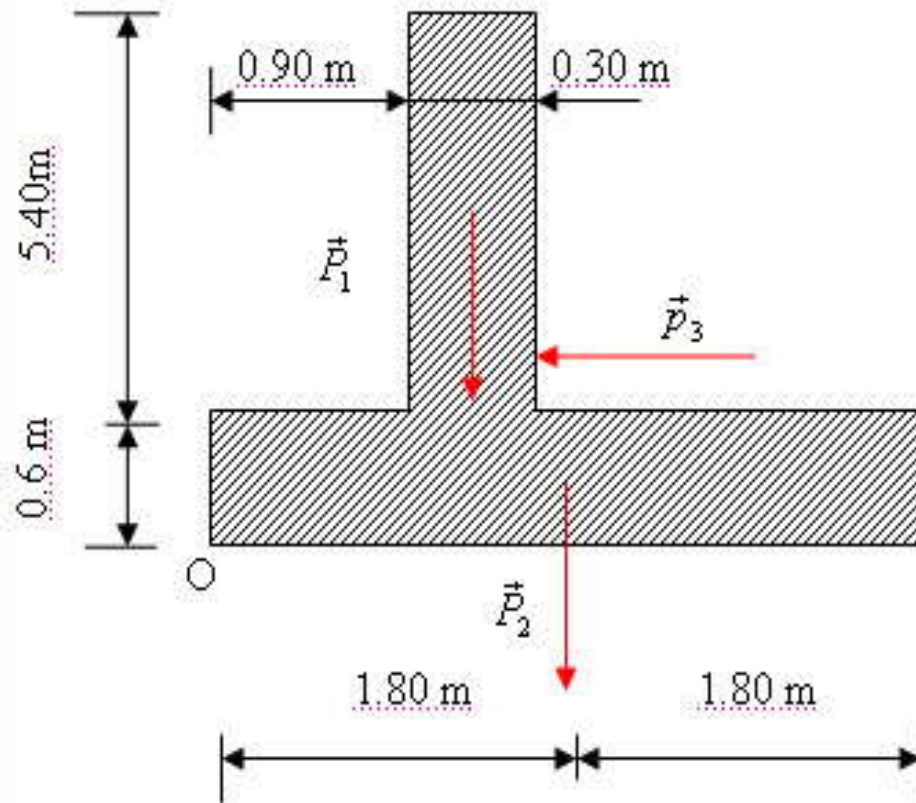
النتائج النهائية المساعدة

$$P = 327,2 \text{ N}$$

$$R = 274,9 \text{ N}$$

# تطبيقات وتمارين الكتاب المدرسي

تمرين رقم 07 صفحة 127



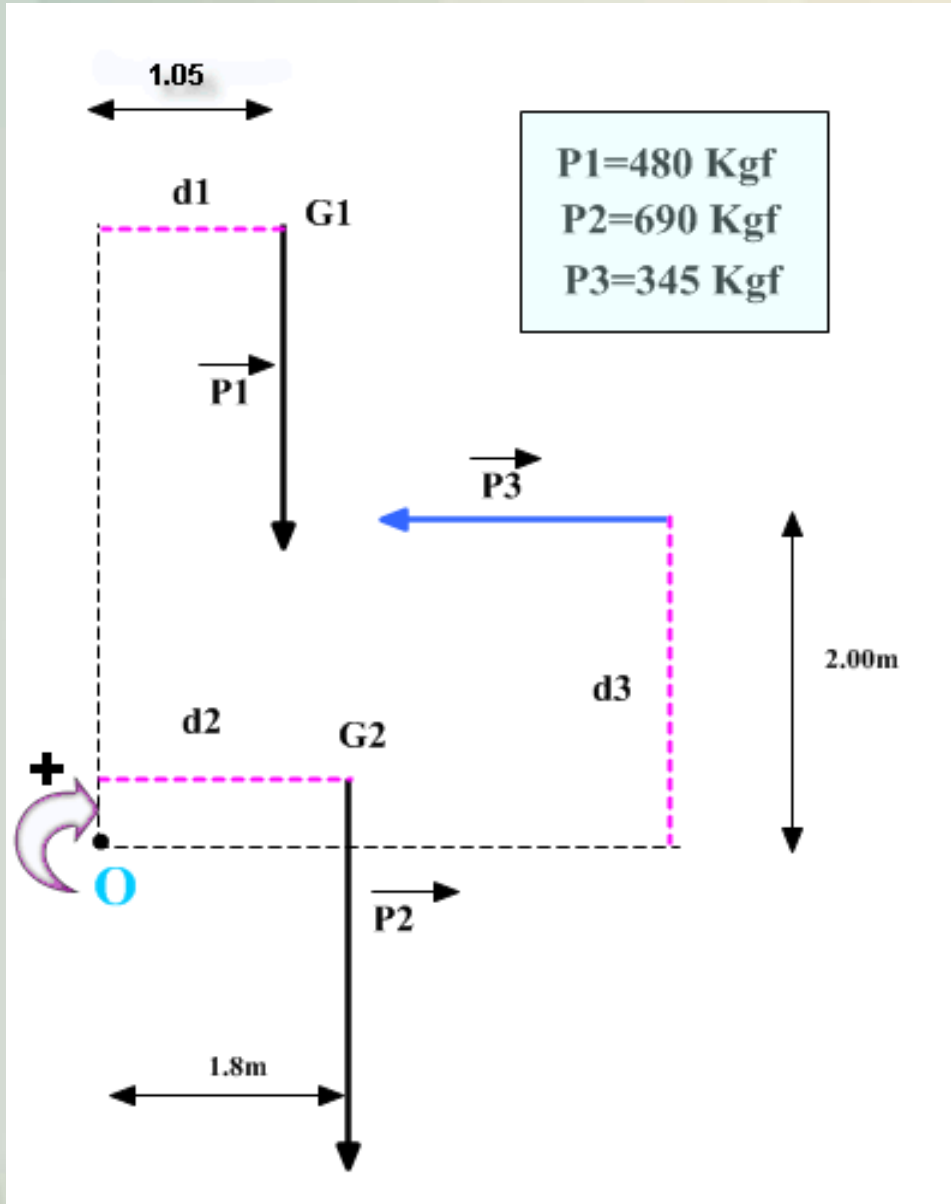
أحسب مجموع عزوم القوى  
المؤثرة على الجدار الساند المين  
في الشكل بالنسبة للنقطة "O".

$$P_1 = 480 \text{ Kgf}$$

$$P_2 = 690 \text{ Kgf}$$

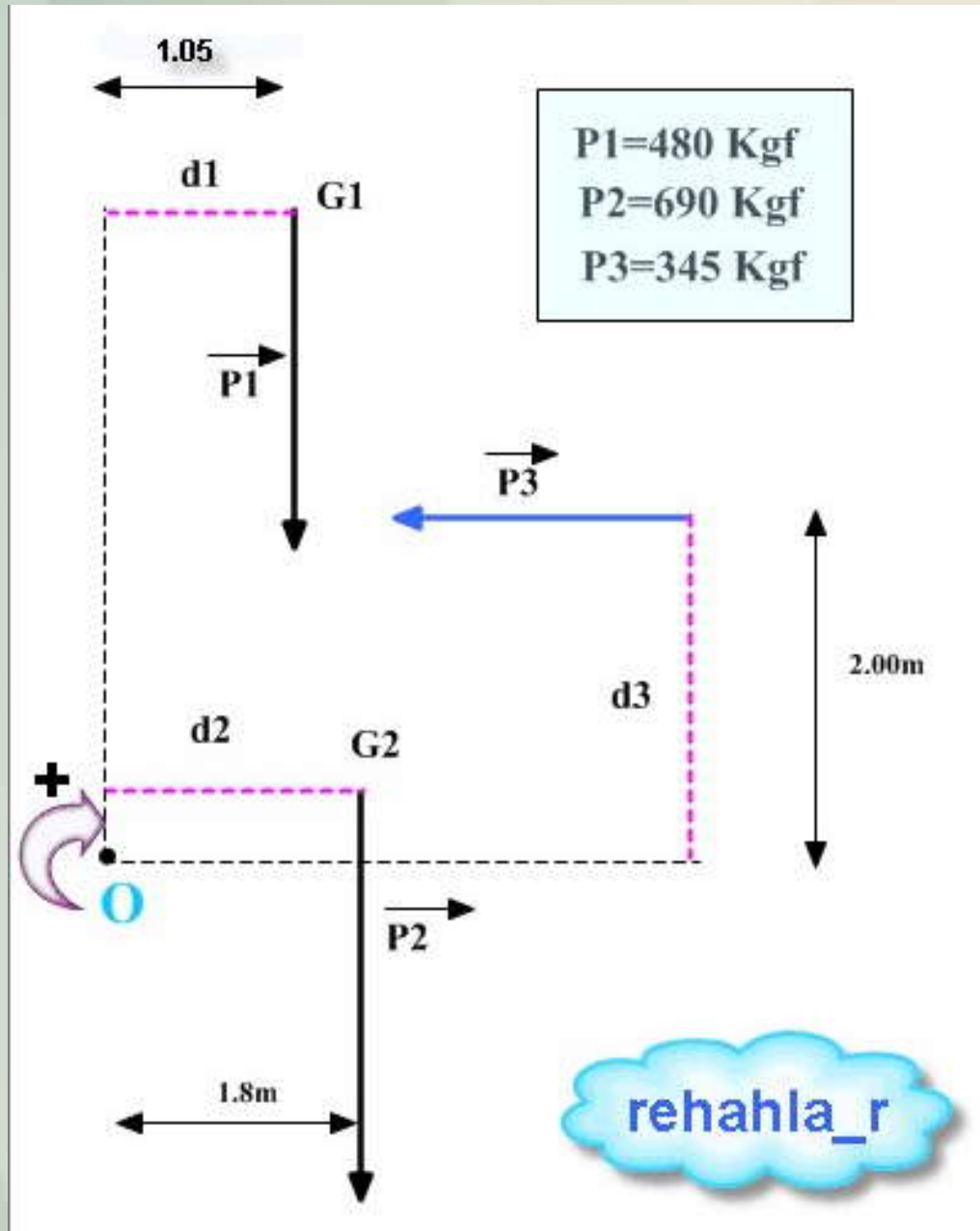
$$P_3 = 345 \text{ Kgf}$$

# الحل



نعوض كل من ستار  
الجدار وقاعدته بقوى مركزة  
ممثلة لثقل كل واحد منهما  
حيث يصبح الرسم  
الميكانيكي كما هو مبين في  
الرسم المقابل

الشكل - الميكانيكي



## تحديد ذراع القوى

ذراع القوة  $P_1$

$$d1 = 0,9 + 0,15$$

$$d1 = 1,05 \text{ m}$$

ذراع القوة  $P_2$

$$d2 = 1,80 \text{ m}$$

ذراع القوة  $P_3$

$$d1 = 2,00 \text{ m}$$

## ○ حساب العزم بالنسبة الى النقطة

الحل

$$M / o = P_1.d_1 + P_2.d_2 - P_3.d_3$$

$$M / o = 480.1,05 + 690.1,80 - 345.2,00.....kgf .m$$

$$M / o = +504 + 1242 - 690.....kgf .m$$

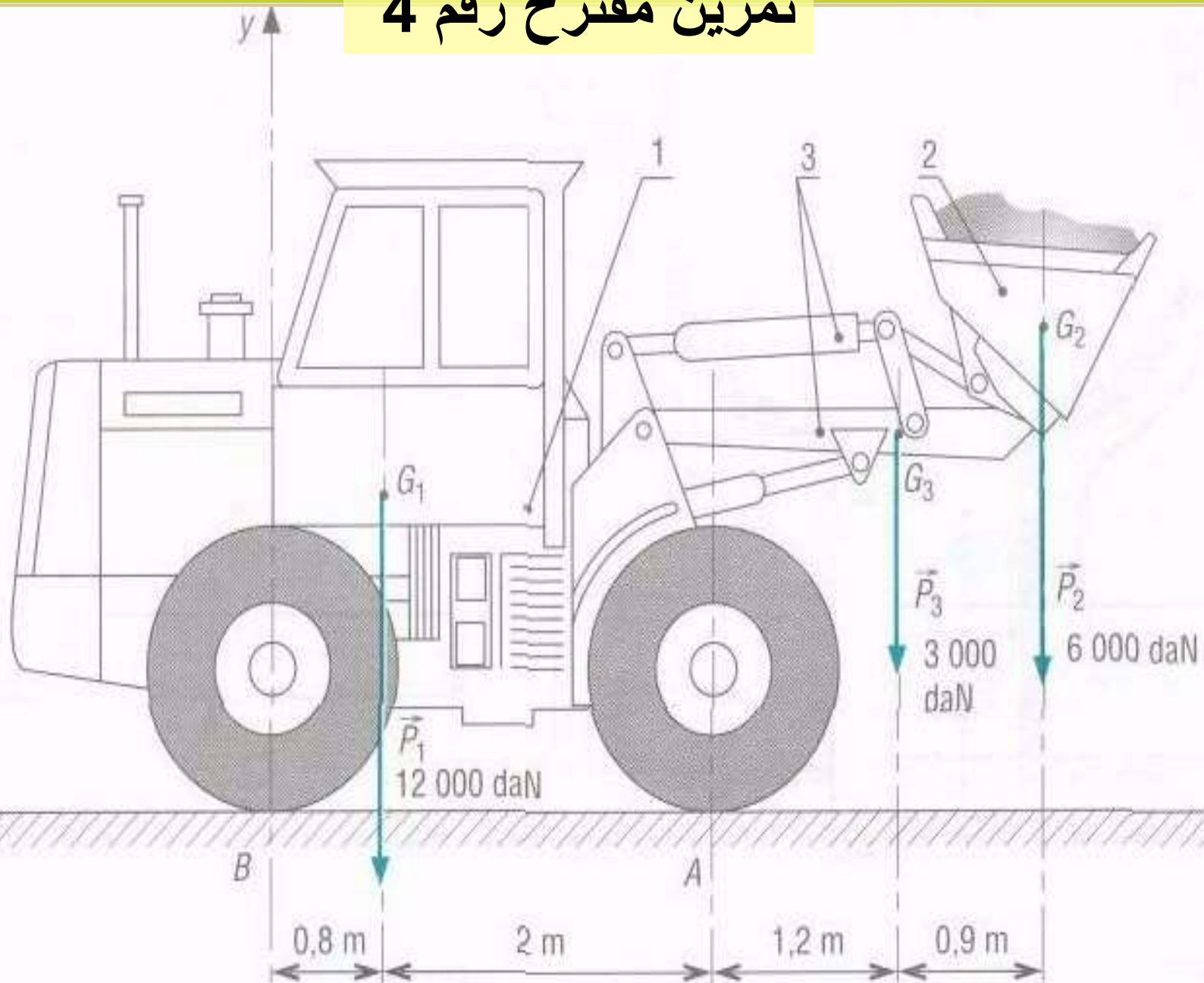
$$M / o = +1056.....kgf .m$$

rehahla\_r

$$R = + 1056 \text{ kgf.m}$$

العزم

## تمرین مقترح رقم 4



## مقدمة التمرين

في عملية التجريفات استعملنا مجموعة من الآلات الخاصة بالحفر والشحن والتسوية والنقل والرص. اردنا ان نتعرف على مجموعة القوى التي تتحكم في آلة الشحن الصورة السابقة فقررنا دراستها

## المعطيات

حيث :  $P_1=12000 \text{ daN}$   $P_2=6000 \text{ daN}$   $P_3=3000 \text{ daN}$

$P_1$  هو ثقل الآلة  $P_3$  هو ثقل الذراع المتحرك  $P_2$  ثقل التربة

الآلة في حالة سكون تام وتستند على الأرض بواسطة العجلات المطاطية فقط

## المطلوب

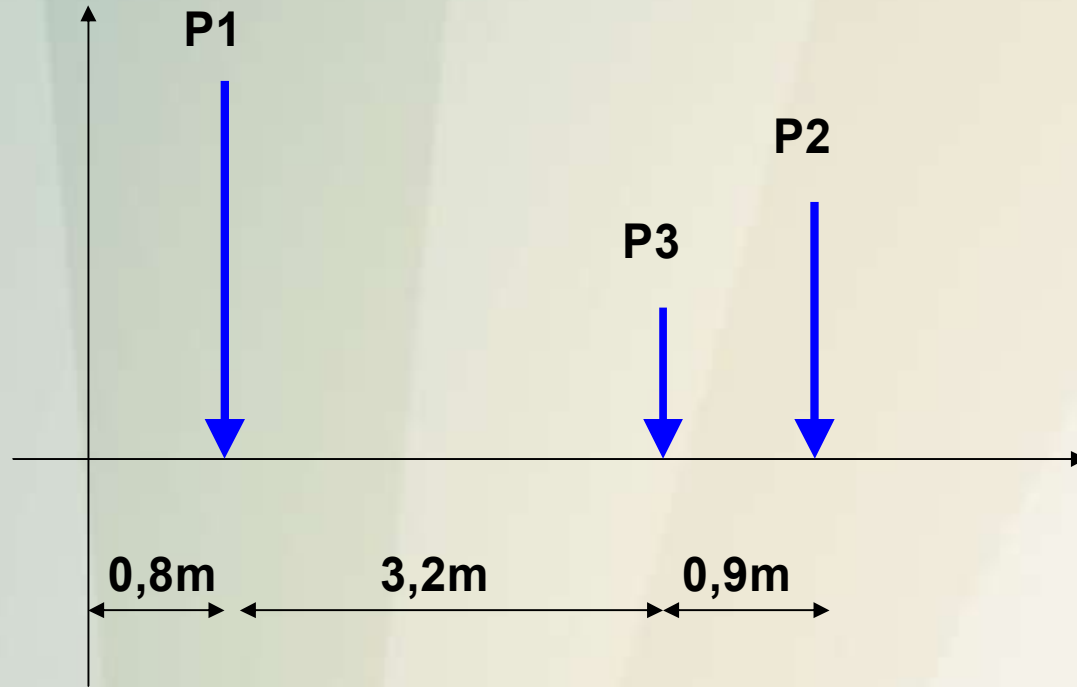
1- حساب المحصلة (R) لمجموعة القوى  $P_1$  ,  $P_2$  ,  $P_3$

1- حساب ردي الفعل (A) و (B) حيث  $A+B+R=0$

ومجموع عزوم A و B و C معدوما ( أي يساوي الصفر )

الحل

حساب المحصلة R



$P1=12000 \text{ daN}$

$P2=6000 \text{ daN}$

$P3=3000 \text{ daN}$

$$R = \sum_{i=1}^n F_n$$

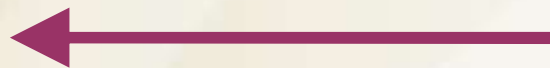
$$R = P1 + P2 + P3 + \dots + Pn$$

$$R = P1 + P2 + P3$$

$$R = 12000 + 6000 + 3000 \text{ daN}$$

$R=21000 \text{ daN}$

قيمة المحصلة



## تحديد نقطة تاثير المحصلة

نحسب المحصلة للقوتين P1 و P3

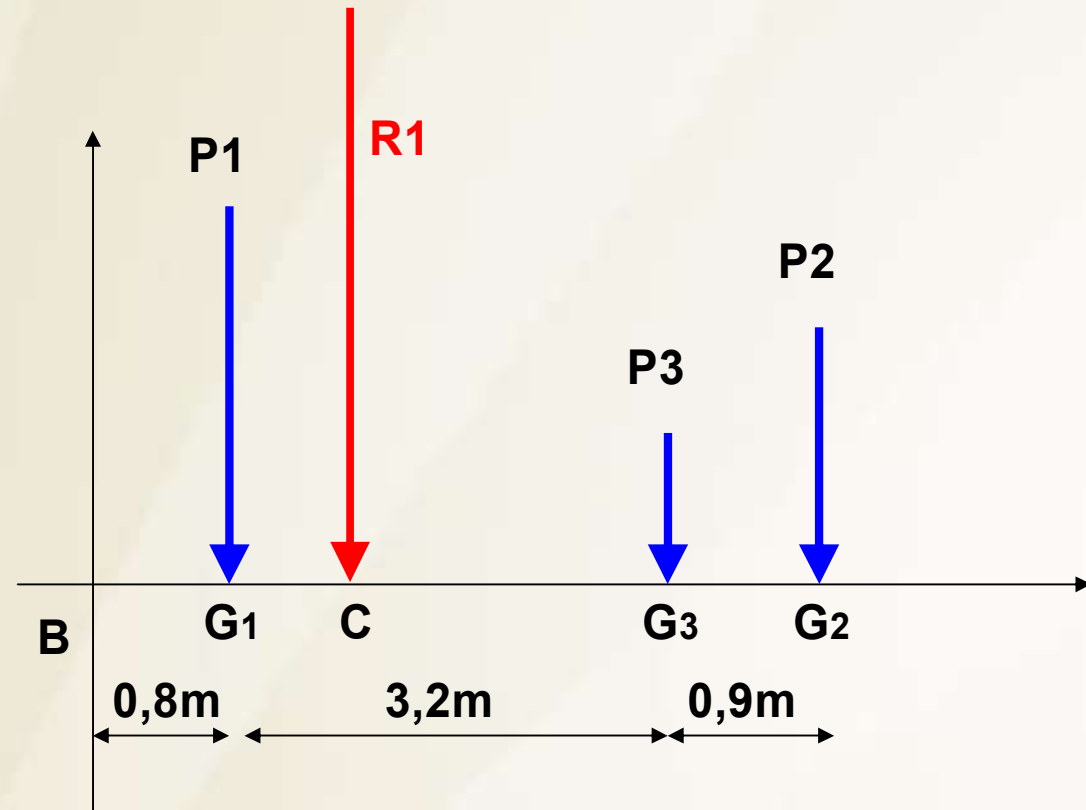
$$R1 = P1 + P3 \quad R1 = 12000 + 3000 \text{ daN}$$

$$R1 = 15000 \text{ daN}$$

$$G1C = \frac{P_3}{R} \times G1G3$$

$$G1C = \frac{3000}{15000} \times 3.2$$

$$G1C = 0.64\text{m}$$



$$G3C = \frac{P1}{R} \times G1G3$$

$$G3C = \frac{12000}{15000} \times 3.2$$

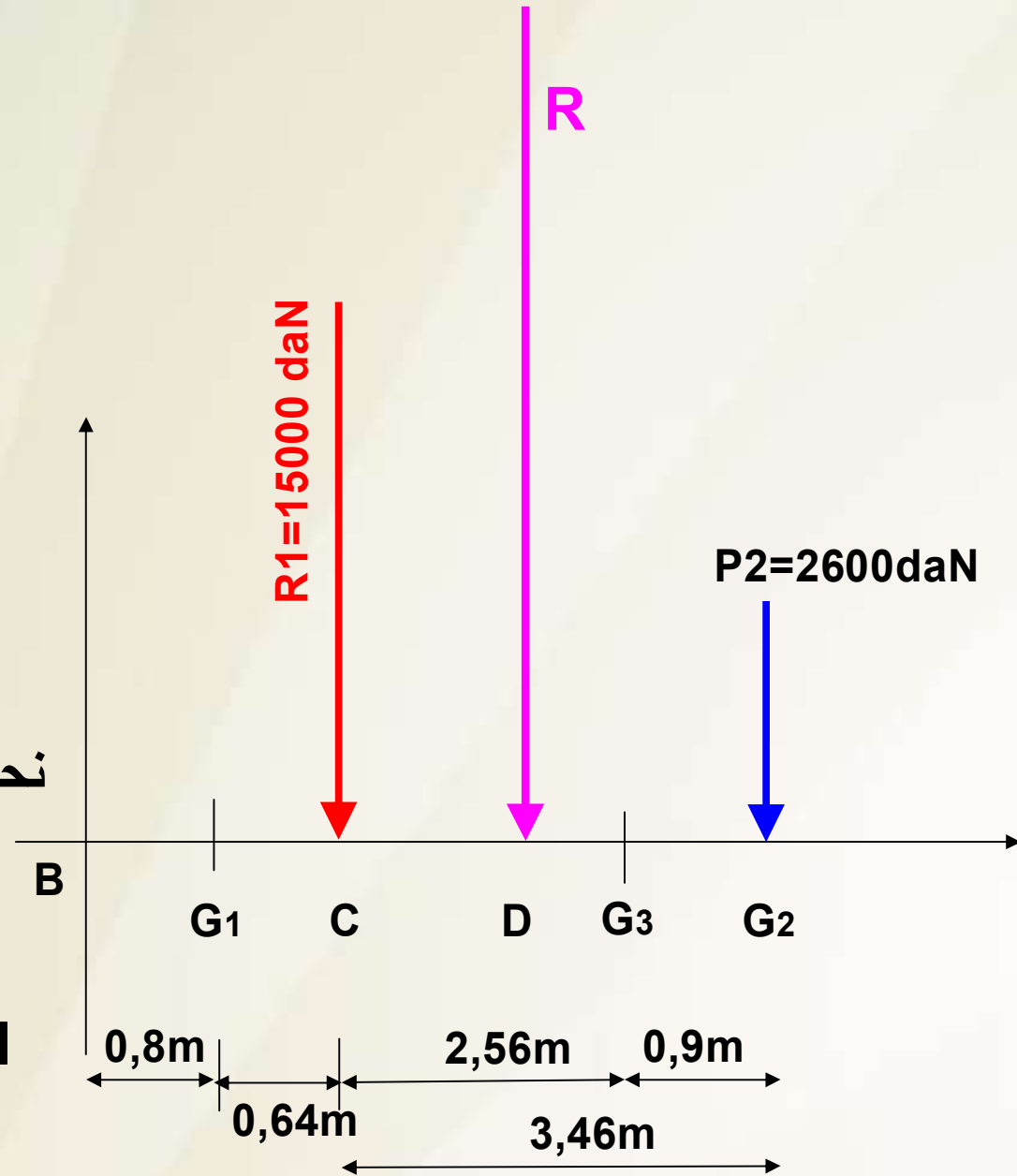
$$G1C = 2.56m$$

نحسب المحصلة للقوتين R1 و P3

$$R = R1 + P3$$

$$R1 = 15000 + 6000 \text{ daN}$$

$$R1 = 21000 \text{ daN}$$



$$CD = \frac{P2}{R} \times CG2$$

$$CD = \frac{6000}{21000} \times 3.46$$

$$CD = 0.988\text{m}$$

حساب المسافة بين المحصلة والقوة P2

$$DG2 = \frac{R1}{R} \times CG2$$

$$DG2 = \frac{15000}{21000} \times 3.46$$

$$CD = 2.471\text{m}$$

المحصلة R=21000 daN وتبعد عن القوة G2 بمسافة 2.47 متر باتجاه المبدأ

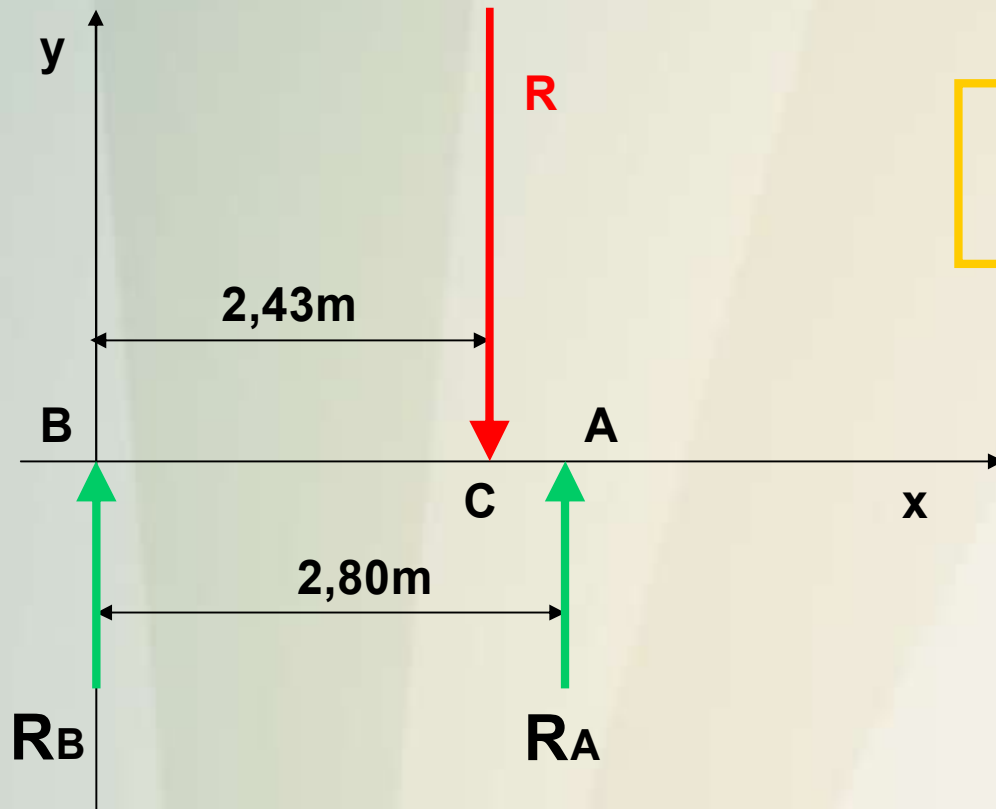
حساب المسافة بين المحصلة والمبدأ

$$BD = (0.8+2+1.2+0.9)-2.47$$

$$BD = 4.9-2.47$$

$$BD = 2.43 \text{ m}$$

## حساب ردود الفعل في A و B



$$R_A + R_B + R = 0 \quad \text{لدينا}$$

أي ان محصلة القوى الثلاثة تساوي الصفر و الالة في حالة توازن تام

ولدينا مجموع العزوم للقوى الثلاثة يساو الصفر أي معدوم

$$\Sigma M / A = 0$$

$$\Sigma M / B = 0$$

$$R_1 = 21000 \text{ daN}$$

$$\Sigma M/A = 0 \quad M/A = R_B \cdot 2,80 - 21000 \cdot (2,80 - 2,43)$$

$$R_B \cdot 2,80 - 21000 \cdot (2,80 - 2,43) = 0$$

$$R_B \cdot 2,80 = 21000 \cdot (2,80 - 2,43)$$

$$R_B \cdot 2,80 = 21000 \cdot 0,37$$

$$R_B = (21000 \cdot 0,37) / 2,80$$

$$R_B = 7770 / 2,80$$

$$R_B = 2775 \text{ daN}$$

قيمة رد الفعل في النقطة A هو 2775 daN وهو في الاتجاه الموجب

$$\Sigma M/B = 0 \quad M/B = -R_A \cdot 2,80 + 21000 \cdot 2,43$$

$$-R_A \cdot 2,80 + 21000 \cdot 2,43 = 0$$

$$R_A \cdot 2,80 = 21000 \cdot 2,43$$

$$R_A \cdot 2,80 = 21000 \cdot 2,43$$

$$R_A = (21000 \cdot 2,43) / 2,80$$

$$R_B = 51030 / 2,80$$

$$R_B = 18225 \text{ daN}$$

قيمة رد الفعل في النقطة B هو 18225 daN وهو في الاتجاه الموجب

www.geniecivil.keuf.net

جدول الزوايا ----- النظام الستيني

	0 أو 360	30	45	60	90	180	270	
Sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	جيب
Cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	تجيب
Tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	$\infty$	0	$\infty$	ظل

$$\sin(-\theta) = -\sin \theta$$

$$\sin(90-\theta) = \cos \theta$$

$$\sin(90+\theta) = \cos \theta$$

$$\sin(180-\theta) = \sin \theta$$

$$\sin(180+\theta) = -\sin \theta$$

$$\sin(360-\theta) = -\sin \theta$$

$$\cos(-\theta) = \cos \theta$$

$$\cos(90-\theta) = \sin \theta$$

$$\cos(90+\theta) = -\sin \theta$$

$$\cos(180-\theta) = -\cos \theta$$

$$\cos(180+\theta) = -\cos \theta$$

$$\cos(360-\theta) = \cos \theta$$

$$\tan(-\theta) = -\tan \theta$$

$$\tan(90-\theta) = \cot \theta$$

$$\tan(90+\theta) = -\cot \theta$$

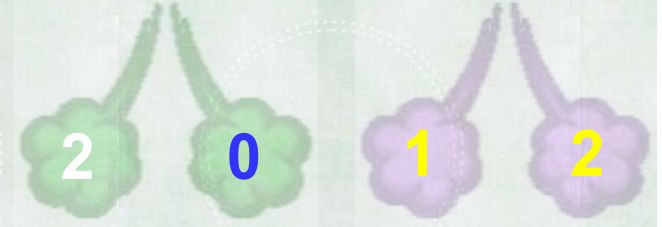
$$\tan(180-\theta) = -\tan \theta$$

$$\tan(180+\theta) = \tan \theta$$

$$\tan(360-\theta) = -\tan \theta$$



سلسلة القائد



علم السكون- (القوى)

تركيب تحليل محصلة عزم تمارين

المراجع:

كتاب السنة 2 هندسة مدنية ط 2007

مواقع على شبكة الانترنت

انجز من طرف الاستاذ: رحاحلة رمضان

تم انجاز هذا العمل بتاريخ: 01-01-2012