



على المترشح ان يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (4 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية مع التبرير:

(1) لتكن  $(u_n)$  متتالية هندسية حيث  $u_1 = 2$  وأساسها  $\frac{1}{2}$ . نعتبر الجداء:  $P_n = u_1 \times u_2 \times \dots \times u_{n+1}$

$$P_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n^2-1} \quad (\text{أ}) \quad P_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{(n+1)(n-2)}{2}} \quad (\text{ب}) \quad P_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n^2+1}{2}} \quad (\text{ج})$$

(2) حلول المعادلة ذات المجهول  $x$  التالية  $-2 \times e^{2x} + 2 \times e^x + 4 = 0$  هي:

$$S = \emptyset \quad (\text{أ}) \quad S = \{-1; 2\} \quad (\text{ب}) \quad S = \{\ln 2\} \quad (\text{ج})$$

$$\int_1^e \frac{1}{x} \times \ln(x) dx = 1 \quad (\text{أ}) \quad \int_1^e \frac{1}{x} \times \ln(x) dx = \frac{e}{2} \quad (\text{ب}) \quad \int_1^e \frac{1}{x} \times \ln(x) dx = \frac{1}{2} \quad (\text{ج})$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^2+1)}{x} = 0 \quad (\text{أ}) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^2+1)}{x} = 2 \quad (\text{ب}) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^2+1)}{x} = -\infty \quad (\text{ج})$$

التمرين الثاني: (4.5 نقاط)

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة والمتزايدة تماما على  $[0; +\infty[$  ب:  $f(x) = \frac{6x-1}{4x+2}$

$(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة بحددها الأول  $u_0 = 2$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_{n+1} = f(u_n)$

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $\frac{1}{2} < u_n \leq 2$

(2) ادرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  ثم برر تقاربها.

(3) لتكن المتتالية  $(v_n)$  المعرفة على  $N$  كما يلي:  $v_n = \frac{6}{2u_n - 1}$

أ. اثبت أن  $(v_n)$  متتالية حسابية أساسها 3.

ب. أكتب عبارة الحد العام  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_n = \frac{3}{3n+2} + \frac{1}{2}$

ج. احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث،  $S_n = u_0 v_0 + u_1 v_1 + u_2 v_2 + \dots + u_n v_n$

**التمرين الثالث: (4 نقاط)**

يحتوي صندوق على ثلاث كريات بيضاء مرقمة من 1 إلى 3 ، و خمس كريات سوداء مرقمة من 1 إلى 5 لانفرق بينها عند اللمس. نسحب كرتين على التوالي و بدون إعادة الكرة المسحوبة إلى الصندوق.

(1) نعتبر الحوادث التالية: "A سحب كرتين من نفس اللون "

" B سحب كرتين تحملان نفس الرقم " ، " C سحب كرتين مجموع رقميهما يساوي 7 "

أ - بين أن  $p(A) = \frac{13}{28}$  ثم احسب:  $p(B)$  و  $p(C)$  .

ب - ما احتمال سحب كرتين تحملان نفس الرقم علما أنهما من نفس اللون؟

(2) نعتبر المتغير العشوائي  $X$  الذي يرفق بكل سحب عدد الأرقام الزوجية المسحوبة.

أ - عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي  $X$  .

ب - احسب  $E(X)$  ثم  $v(X)$  .

**التمرين الرابع: (7.5 نقاط)**

(I)  $g$  دالة معرفة على  $R$  بـ:  $g(x) = 4xe^{2x} + 1$

(1) احسب نهايات الدالة  $g$  .

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  على المجال  $R$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) استنتج أنه من أجل كل  $x$  من  $R$ :  $g(x) > 0$

(II) لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $R$  بـ:  $f(x) = x + 1 + (2x - 1)e^{2x}$

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) أ - بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو معادلة  $y = x + 1$  هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  بجوار  $-\infty$  .

ب - ادرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$  .

(3) بين أنه من أجل كل  $x$  من  $R$ :  $f'(x) = g(x)$  ثم شكل جدول تغيرات  $f$  .

(4) أ - بين أن المنحنى  $(C_f)$  يشمل النقطة  $\omega \left( \frac{-1}{2}; \frac{e-4}{2e} \right)$

ب - تحقق أن النقطة  $\omega$  هي نقطة انعطاف للمنحنى  $(C_f)$  .

(5) احسب  $f(0)$  ثم انشئ  $(\Delta)$  و المنحنى  $(C_f)$  .

(6) أ - باستعمال الكاملة بالتجزئة احسب العدد:  $I = \int_0^{\frac{1}{2}} (2x - 1)e^{2x} dx$

ب - احسب التكامل  $J = 2 \int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx$  . ماذا تمثل النتيجة المحصل عليها بالنسبة للدالة  $f$  .

الموضوع الثاني

التمرين الأول: ( 4 نقاط ) اقترح تمرين حول السحب من صندوقين

التمرين الثاني: ( 4 نقاط )

اختر الإجابة الصحيحة الوحيدة من بين الإجابات المقترحة في كل حالة:

(1

**التمرين الثالث: (4 نقاط)**

(1) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = \frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{x}\right)$

- ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على المجال  $]0; +\infty[$ .

(2) لتكن المتتالية  $(u_n)$  المعرفة بـ:  $u_0 = 2$  ومن أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $u_{n+1} = f(u_n)$

أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $u_n \geq 1$

ب - بين أن المتتالية  $(u_n)$  متناقصة تماما ثم استنتج تقاربها.

(3) نضع من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}$

أ - بين أنه من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $v_{n+1} = (v_n)^2$

ب - اثبت أنه من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $0 \leq v_n \leq \left(\frac{1}{3}\right)^n$  ثم استنتج  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$ .

**التمرين الرابع: (8 نقاط)**