

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

المقاطعة الشرقية
لولاية عين الدفلى
الشعبة : تقني رياضي
المدة : 4 ساعات

المفتشية العامة للبيداغوجية
امتحان البكالوريا التجريبي
دورة ماي 2017
اختبار في مادة الرياضيات

على الطالب أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقط $H(1, 1, 0)$, $B(0, 2, -1)$, $A(2, 1, 2)$

$$\begin{cases} x = -2 + 6t \\ y = 1 - 2t \\ z = 4t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad \text{المعرف بتمثيله الوسيطى:}$$

(1) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB) .

(2) بين أن (AB) و (Δ) لا ينتميان الى نفس المستوي.

(3) ليكن (P) المستوي الذي يشمل المستقيم (AB) ويوازي (Δ) .

(أ) تحقق أن الشعاع $\vec{n}(1, 5, 1)$ ناظمي للمستوي (P) .

(ب) اكتب معادلة ديكراتية للمستوي (P) .

(ج) أحسب المسافة بين المستوي (P) و المستقيم (Δ) .

(4) عين احداثيات النقطة I منتصف القطعة $[AB]$ ثم جد معادلة ديكراتية للمستوي المحوري (Q) للقطعة $[AB]$.

(5) لتكن (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء بحيث : $MA^2 - MB^2 = 2$

- تحقق أن النقطة H تنتمي إلى (Γ) ثم استنتج طبيعة المجموعة (Γ) .

التمرين الثاني : (04 نقط)

(1) تحقق أن $5^6 \equiv 1[7]$ و استنتج $5^{2016} \equiv 1[7]$

(2) من أجل كل عدد طبيعي n نضع $S_n = 1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^n$

(أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $4S_n = 5^{n+1} - 1$ واستنتج أن S_n و 5^n أوليان فيما بينهما.

(ب) ليكن العدد الصحيح a . بين أن $4S_n \equiv a[7]$ إذا وفقط إذا كان $S_n \equiv 2a[7]$.

(ج) بين أن $4S_{2015} \equiv 0[7]$ واستنتج باقي قسمة S_{2015} على 7.

(د) عين اصغر عدد طبيعي n غير معدوم بحيث يكون 7 قاسم لـ S_n .

(3) ليكن n عدد طبيعي غير معدوم, نعتبر في \mathbb{Z}^2 المعادلة (E) : $5^n x + S_n y = 1$. تحقق أن $(5, -4)$ حل للمعادلة (E)

ثم حل في \mathbb{Z}^2 المعادلة (E) .

التمرين الثالث : (05 نقط)

(1) ليكن θ عدد حقيقي من المجال $[0, \pi]$ و z عدد مركب , $P(z)$ كثير حدود معرف بمايلي :

$$P(z) = z^3 - (1 - 2\cos\theta)z^2 + (1 - 2\cos\theta)z - 1$$

(أ) تحقق أن 1 جذر لـ $P(z)$.

(ب) عين العددين الحقيقيين a, b بحيث : $P(z) = (z - 1)(z^2 + az + b)$

(ج) حل في \mathbb{C} المعادلة : $P(z) = 0$

(2) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (o, \vec{u}, \vec{v}) , وليكن النقط A, B, C لواحقها z_A, z_B, z_C

على الترتيب حيث : $z_A = 1, z_B = -\cos\theta + i\sin\theta$ و $z_C = -\cos\theta - i\sin\theta$

(أ) اكتب z_A, z_B, z_C على الشكل المثلثي ثم على الشكل الأسي.

(ب) حدد طبيعة المثلث ABC ثم عين قيمه θ حتى يكون قائم في A .

(ج) عين بدلالة θ لاحقة G مركز ثقل المثلث ABC .

(د) عين (Γ) مجموعة النقط $M(x, y)$ من المستوي التي تحقق $\|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\| = 3\|\vec{MO}\|$

(3) نفرض $\theta = \frac{3\pi}{4}$, عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $\left(\frac{z_B}{z_C}\right)^n$ حقيقيا.

التمرين الرابع : (07 نقط)

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $]-1, +\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 + 2x + \ln(x + 1)$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) أحسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1, +\infty[$.

(II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-1, +\infty[$ كما يلي : $f(x) = x - \frac{\ln(x+1)}{x+1}$, (C_f) تمثيلها البياني في المعلم

المتعامد والمتجانس (o, \vec{i}, \vec{j}) .

(1) أحسب النهايات عند حدود مجال التعريف.

(2) (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1, +\infty[$ يكون : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(ج) استنتج أنه إذا كان $x \in [0, 4]$ فإن $f(x) \in [0, 4]$.

(د) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ) .

(3) أرسم كلا من المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

(4) أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 0$ و $x = 1$.

(III) (U_n) متتالية معرفة على المجموعة \mathbb{N} بمايلي: $U_0 = 4$ و $U_{n+1} = f(U_n)$ من أجل كل عدد طبيعي n .

(1) باستعمال المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) مثل على حامل محور الفواصل كل من U_0, U_1, U_2, U_3 .

(2) باستعمال البرهان بالتراجع بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq U_n \leq 4$

(3) بين أن المتتالية (U_n) متناقصة استنتج أنها متقاربة ثم أحسب نهاية U_n عند $+\infty$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقط)

لتكن المتتالية (U_n) المعرفة بـ : $U_0 = \frac{1}{4}$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = \frac{3U_n+2}{U_n+4}$

(1) عين العددين الحقيقيين a و b حتى يكون من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = a + \frac{b}{U_n+4}$

(2) أ) باستعمال البرهان بالتراجع بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-2 < U_n < 1$

ب) برهن أن المتتالية (U_n) متزايدة تماما على \mathbb{N} .

ج) هل المتتالية (U_n) متقاربة؟

(3) لتكن المتتالية (V_n) المعرفة كما يلي : $V_n = \frac{U_n+2}{1-U_n}$ من أجل كل عدد طبيعي n .

أ) بين أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) اكتب V_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n .

ج) احسب المجموع : $S_n = \frac{1}{V_0} + \frac{5}{V_1} + \frac{5^2}{V_2} + \dots + \frac{5^n}{V_n}$

التمرين الثاني : (04 نقط)

نعتبر في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقاط $A(1, 4, -5)$, $B(3, 2, -4)$,

$C(5, 4, -3)$ و $D(-2, 8, 4)$ و الشعاع $\vec{u}(1, 5, -1)$.

(1) بين أن $x - 2z - 11 = 0$ هي معادلة ديكرتية للمستوي (ABC) .

(2) حدد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (T) الذي يشمل النقطة D و يوازي \vec{u} .

(3) ليكن (P) المستوي ذو المعادلة : $x - y - z - 7 = 0$

أ) بين أن المستويين (ABC) و (P) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) تمثيله الوسيطي : $t \in \mathbb{R}$: $\begin{cases} x = 11 + 2t \\ y = 4 + t \\ z = t \end{cases}$

ب) بين أن المستقيمين (T) و (Δ) ليسا من نفس المستوي.

(4) أ) تعطى النقطتان $E(3, 0, -4)$ و $F(-3, 3, 5)$, تحقق أن $E \in (\Delta)$ و $F \in (T)$.

ب) عين (Γ) مجموعة النقط $M(x, y, z)$ من الفضاء التي تحقق $\overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{FE} = \alpha$ مع عدد حقيقي.

ج) عين قيمة α حتى يكون (Γ) المستوي المحوري للقطعة $[EF]$.

التمرين الثالث : (05 نقط)

نعتبر كثير حدود $P(z)$ للمتغير المركب z حيث : $P(z) = z^3 + (\sqrt{3} - i)z^2 + (1 - i\sqrt{3})z - i$

(1) أ) بين أن $P(z)$ يقبل جذرا تخيلا صرفا يطلب تعيينه.

ب) عين العددين الحقيقيين a و b حيث $P(z) = (z - i)(z^2 + az + b)$ ثم حل في \mathbb{C} المعادلة $P(z) = 0$.

(2) المستوي المركب منسوب الى معلم (o, \vec{u}, \vec{v}) متعامد ومتجانس. نعتبر النقط A, B, C ذات اللواحق على الترتيب:

$$Z_C = \bar{Z}_B \quad , \quad Z_B = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \quad , \quad Z_A = i$$

(أ) بين أن النقط A, B, C تنتمي الى دائرة (C) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.
(ب) بين أن $OABC$ معين.

(3) نضع $Z_1 = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ لاحقة النقطة A_1 . لواحق النقط A_n حيث $Z_n = (Z_1)^n$ ولتكن النقطة A_0 صورة العدد المركب 1.

(أ) احسب Z_2 ثم مثل النقط A_0, A_1, A_2 في المعلم (o, \vec{u}, \vec{v}) , (الوحدة 2 cm)
(ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n النقط A_n تنتمي الى الدائرة (C) .

(ج) برهن أن : $Z_{n+1} - Z_n = (Z_1)^n \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$

(د) استنتج طولية $Z_{n+1} - Z_n$ ثم المسافة $A_n A_{n+1}$ ثم أثبت أن المثلثات $OA_n A_{n+1}$ متقايسة الأضلاع.

(4) نعتبر f التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها Z النقطة M' ذات اللاحقة Z' حيث : $Z' = (1 - i\sqrt{3})Z + i\sqrt{3}$

(أ) عين طبيعة التحويل f واذكر عناصره المميزة.

(ب) عين وانشئ صورة المثلث $OA_1 A_2$ بالتحويل f .

التمرين الرابع : (07 نقط)

(I) g دالة معرفة على \mathbb{R} بـ : $g(x) = e^{x-2} + 1 - x$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

(2) استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R} .

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $f(x) = x - 1 + \frac{x}{e^{x-2}}$

(C_f) المنحنى الممثل لها في مستو مزود بمعلم متعامد ومتجانس (o, \vec{i}, \vec{j}) (وحدة الطول 1 cm).

(1) احسب النهايات عند حدود مجال التعريف.

(ب) اثبت أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

(ج) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (d) .

(2) اثبت أنه من أجل كل x من \mathbb{R} : $f'(x) = \frac{g(x)}{e^{x-2}}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(3) (أ) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة واحدة فاصلتها α حيث $0,1 < \alpha < 0,2$

(ب) اثبت أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين احداثياتها.

(ج) عين معادلة المماس (T) الذي يوازي المستقيم (d) .

(4) ارسم (d) , (T) و (C_f) .

(5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $\frac{x}{e^{x-2}} = m + 1$

(6) (أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة عين H دالة أصلية للدالة h على \mathbb{R} حيث : $h(x) = xe^{2-x}$ والتي تنعدم عند $x = -1$.

(ب) احسب A مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (d) والمستقيمين $x = 0$ و $x = 2$.

الحل النموذجي و سلم التنقط

بكالوريا التجريبي 2017

الشعبة : تقني رياضي

الموضوع الأول

		<u>التمرين الاول (04 نقاط)</u>	
0.5	ومنه معادلة المستوي المحوري هي : (Q) : $-2x + y - 3z + 2 = 0$ $MA^2 - MB^2 = 2$ -4 التحقق أن النقطة H تنتمي إلى (Γ) معناه : $HA^2 = 5$ $HB^2 = 3$	(أ) التمثيل الوسيط للمستقيم (AB) $\begin{cases} x = 2 - 2\alpha \\ x = 1 + \alpha \\ z = 2 - 3\alpha \end{cases}, \alpha \in \mathbb{R}$	0.5
0.25	$HA^2 - HB^2 = 5 - 3 = 2$ ومنه $H \in (\Gamma)$ وطبيعة المجموعة (Γ) حيث : $MA^2 - MB^2 = 2$ $(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB})(\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}) = 2$ $(2\overrightarrow{MI})(\overrightarrow{MA} - (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB})) = 2$ $\overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{BA} = 1$	(ب) $\vec{u}_{(\Delta)}(6, -2, 4)$ شعاع توجيه (Δ) \overrightarrow{AB} و \vec{u}_{Δ} غير مرتبطين لأن $\frac{6}{-2} \neq \frac{-2}{1}$	0.25
0.5	تكافئ $\overrightarrow{BA}(\overrightarrow{MH} + \overrightarrow{HI}) = 1$ تكافئ $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{MH} + \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{HI} = 1$ بما أن $H \in (\Gamma)$ معناه $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{HI} = 1$ ومنه نعوض نجد : $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{MH} + 1 = 1$ $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{MH} = 0$ وبالتالي (Γ) هي المستوي الذي يشمل H و \overrightarrow{BA} شعاع ناظمي له	ندرس التقاطع $\begin{cases} 2 - 2\alpha = -2 + 6t \\ 1 + \alpha = 1 - 2t \\ 2 - 3\alpha = 4t \end{cases}$ نجد $t = 2$ بالتعويض في الجملة (1) نجد $\begin{cases} \alpha = -4 \\ \alpha = -4 \\ \alpha = -2 \end{cases}$ تناقض	0.25
0.5	التمرين الثاني (04 نقط) -1	ومنه α ليس وحيد اذن المستقيمان (AB) و (Δ) غير منقطعان فهما ليسا من نفس المستوي -2 (P) يشمل (AB) ويوازي (Δ) معناه (أ) تحقق ان $\vec{n}(1, 5, 1)$ ناظمي للمستوي (P) $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ $\vec{n} \cdot \overrightarrow{u}_{\Delta} = 0$	0.5
0.25	$5^6 = 15625$ $5^6 \equiv 1 [7]$ ندرس بواقي قسمة 5^n على 7	(ب) معادلة المستوي (P) \vec{n} ناظمي لـ (P) معناه $(P): x + 5y + z + d = 0$ بما أن $A \in (P)$ معناه : $2 + 5(1) + 2 + d = 0$ $d = -9$	0.5
0.25	$5^0 \equiv 1[7], 5^1 \equiv 5[7], 5^2 \equiv 4[7]$ $5^3 \equiv 6[7], 5^4 \equiv 2[7], 5^5 \equiv 3[7]$ $5^6 \equiv 1[7]$ دورية و دورها $k = 6n$	ومنه (ج) حساب المسافة بين (P) و (Δ) $(P): x + 5y + z - 9 = 0$ $d((\Delta), (P)) = \frac{ -2+6t+5(1-2t)+4t }{\sqrt{1^2+5^2+1^2}}$ $d((\Delta), (P)) = \frac{\sqrt{3}}{3}$	0.5
0.25	$5^6 \equiv 1[7]$ $5^{2016} \equiv 5^{6n} \equiv 1[7]$ $2016 = 6 \times 336 = 6n$ $S_n = 1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^n$ -2 (أ) بين أن من أجل كل عدد طبيعي n و $4S_n = 5^{n+1}$ لذلك نحسب $S_n = 1 + 5^0 + 5^1 + 5 \times 5 \dots 5^n$ مجموع حدود متتالية هندسية حدها الاول 1 و أساسها $q = 5$	-3 احداثيات I منتصف [AB] $I(1, \frac{3}{2}, \frac{1}{2})$ معادلة المستوي (Q) المحوري للقطعة [AB] $-2x + y - 3z + d = 0$ يشمل النقطة I (Q) $d = 2$	0.25

01	$S_n = \frac{5^{n+1} - 1}{4}$ <p>-3 حلول المعادلة (E) هي : $(x, y) = (KS_n + 5, -K \times 5^n - 4), K \in \mathbb{Z}$</p>	<p>و منه</p> $4S_n = 5^{n+1} - 1$	0.25
0.25	<p>التمرين الثالث (05 نقط)</p> <p>-1</p> <p>(أ) $P(1) = 0$</p> <p>(ب)</p>	<p>لدينا</p> $4S_n = 5^{n+1} - 1$ <p>تكتب على الشكل $5 \times 5^n - 4S_n = 1$</p>	0.25
0.5	<p>(ج) حلول المعادلة هي:</p> $s = \{1; -\cos(\theta) + i \sin(\theta); -\cos(\theta) - i \sin(\theta)\}$	<p>يوجد (5, -4) بحيث</p> <p>ومنه $S_n 5^n$, أوليان فيما بينهما</p>	0.25
0.5	<p>(أ) الشكل المثلثي : -2</p>	<p>(ب) بين إذا كان $4S_n \equiv a [7]$ فإن $S_n \equiv 2a [7]$</p> <p>لدينا</p>	0.25
.025	$Z_A = \cos 2\pi + i \sin 2\pi$ $\cos(\pi - \theta) = -\cos \theta$ $\sin(\pi - \theta) = \sin \theta$	<p>نضرب في 2</p> $4S_n \equiv a [7]$	0.25
.025	$Z_B = \cos(\pi - \theta) + i \sin(\pi - \theta)$ $Z_C = \overline{Z_B}$	<p>ومنه</p> $8S_n \equiv 2a [7]$ $8 \equiv 1 [7]$	0.25
.025	<p>ومنه $Z_C = \cos(-\pi + \theta) + i \sin(-\pi + \theta)$</p> <p><u>الشكل الأسّي:</u></p>	<p>العكس:</p> <p>بين أنه إذا كان $S_n \equiv 2a [7]$ فإن $4S_n \equiv a [7]$</p> <p>لدينا</p>	0.25
.075	$Z_A = e^{2i\pi}$ $Z_B = e^{i(\pi - \theta)}$ $Z_C = e^{i(-\pi + \theta)}$	<p>نضرب في العدد 4</p> $S_n \equiv 2a [7]$	0.25
.025	<p>بـ ΔABC طبيعة المثلث</p> $ AC = Z_C - Z_A = \sqrt{2 + 2 \cos \theta}$	$4S_n \equiv 8a [7]$	0.25
.025	$ AB = Z_B - Z_A = \sqrt{2 + 2 \cos \theta}$ <p>ومنه المثلث متساوي الساقين</p>	$8a \equiv a [7]$ $4S_n \equiv a [7]$	0.25
.025	<p>نعين θ حتى يكون المثلث ABC قائم في A:</p>	<p>(ج) بين أن : $4S_{2015} \equiv 0 [7]$</p> <p>باستعمال السؤال 1 نجد $5^{2016} \equiv 1 [7]$ و منه</p>	0.25
.025	<p>الجاء السلمي $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$ نجد $\theta = \frac{\pi}{2}$</p>	$4S_{2015} \equiv 5^{2016} - 1 [7]$ $5^{2016} - 1 \equiv 0 [7]$	0.25
.025	<p>(ج) $Z_G = \frac{Z_A + Z_B + Z_C}{3}$</p> $Z_G = \frac{1 - 2 \cos \theta}{3}$	$4S_{2015} \equiv 0 [7]$	0.25
.025	<p>(د) المجموعة (Γ) حيث :</p> $\ \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\ = 3\ \vec{MO}\ $	<p>استنتج باقي قسمة S_{2015} على 7</p> <p>لدينا حسب ما سبق:</p>	0.25
0.5	<p>معناه $MG = MO$</p> <p>ومنه (Γ) محور القطعة $[OG]$ حيث G مركز ثقل المثلث ABC</p>	$4S_{2015} \equiv 0 [7]$ <p>فان</p> $S_{2015} \equiv 2 \times 0 [7]$ <p>ومنه باقي قسمة على 7 هو العدد 0</p>	0.25
0.5	<p>-3 قيم العدد الطبيعي n حتى يكون :</p> $\left(\frac{Z_B}{Z_C}\right)^n = \cos \frac{n\pi}{2} + i \sin \frac{n\pi}{2}$ <p>حقيقيا معناه $\cos \frac{n\pi}{2} + i \sin \frac{n\pi}{2}$ حقيقيا</p> $\sin \frac{n\pi}{2} = 0$ <p>أي</p> $\frac{n\pi}{2} = k\pi$ <p>ومنه</p> <p>و بالتالي : $n = 2k$ مع $k \in \mathbb{N}$</p>	<p>(د) عين اصغر عدد طبيعي n حيث يكون 7 قاسم لـ S_n</p> <p>معناه:</p> $S_n \equiv 0 [7]$	0.5
0.5	<p>و بالتالي : $n = 2k$ مع $k \in \mathbb{N}$</p>	$5^{n+1} - 1 \equiv 0 [7]$ $5^{n+1} \equiv 1 [7]$ $5^{n+1} \equiv 5^0 [7]$ <p>1 - مرفوضة, $n = -1, n + 1 = 0$</p> <p>وهو المطلوب , $n = 5, n + 1 = 6$</p>	0.5

التمرين الرابع (07 نقط)

I.

(1) المشتقة:

$$g'(x) = 2(x+1) + \frac{1}{x+1}$$

من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1, +\infty[$:
 $g'(x) > 0$

ومنه الدالة متزايدة تماما
 جدول التغيرات:

x	-1	$+\infty$
$g'(x)$	+	
$g(x)$	↗	

(2) حساب $g(0) = 0$

اشارة: $g(x) > 0$ لما $x \in]0, +\infty[$
 $g(x) < 0$ لما $x \in]-1, 0[$

II.

(1) النهايات:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty ; \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$$

$x = -1$ مستقيم مقارب

(2)

(أ) حساب المشتقة:

$$f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$$

(ب) $f'(x)$ هي من اشارة $g(x)$ ومن ثم الدالة f متزايدة تماما على $]-1, 0[$ ومتناقصة تماما على $]0, +\infty[$

جدول التغيرات

x	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$	-		+
$f(x)$	$+\infty$	0	$+\infty$

(ج) لدينا: $0 \leq x \leq 4$

بما أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0, 4]$ فان

$$f(0) \leq f(x) \leq f(4) :$$

$$0 \leq f(x) \leq 4 - \frac{\ln 5}{5} \leq 4$$

(د) $y = x$ مستقيم مقارب للمنحنى:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - x] = 0$$

دراسة الوضعية:

x	-1	0	$+\infty$
$f(x) - x$	+		-
الوضعية	أعلى		أسفل
	يقطع		

(3) التمثيل البياني (C_f) و (Δ)

(4) حساب مساحة الحيز

$$A = \int_0^1 (x - f(x)) dx$$

$$= \int_0^1 \frac{\ln(x+1)}{x+1} dx$$

$$= \frac{1}{2} [[\ln(x+1)]^2]_0^1$$

$$= \frac{1}{2} (\ln(2))^2$$

III.

(2) باستعمال البرهان بالتراجع:

نتحقق من أجل $n = 0$ لدينا $U_0 = 4$

$$0 \leq U_0 \leq 4$$

نفرض أن: $0 \leq U_n \leq 4$

بما أن الدالة متزايدة على المجال $[0, 4]$ فان:

$$f(0) \leq f(U_n) \leq f(4)$$

$$0 \leq f(U_n) \leq 4$$

حسب النتيجة (2 ج) فان: $0 \leq U_{n+1} \leq 4$

ومنه من أجل كل عدد طبيعي n فان: $0 \leq U_n \leq 4$

(3) المتتالية (U_n) متناقصة لأن من أجل كل x

من $]0, +\infty[$

$$f(x) - x \leq 0$$

و بما أن من أجل كل عدد طبيعي n :

$$0 \leq U_n \leq 4$$

فان: $f(U_n) - U_n \leq 0$ أي $U_{n+1} - U_n \leq 0$
 لدينا المتتالية (U_n) متناقصة و محدودة من الاسفل
 بالعدد 0 فهي متقاربة
 حساب

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$$

المتتالية (U_n) متقاربة ومنه:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_{n+1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = l$$

و بما أن $U_{n+1} = f(U_n)$

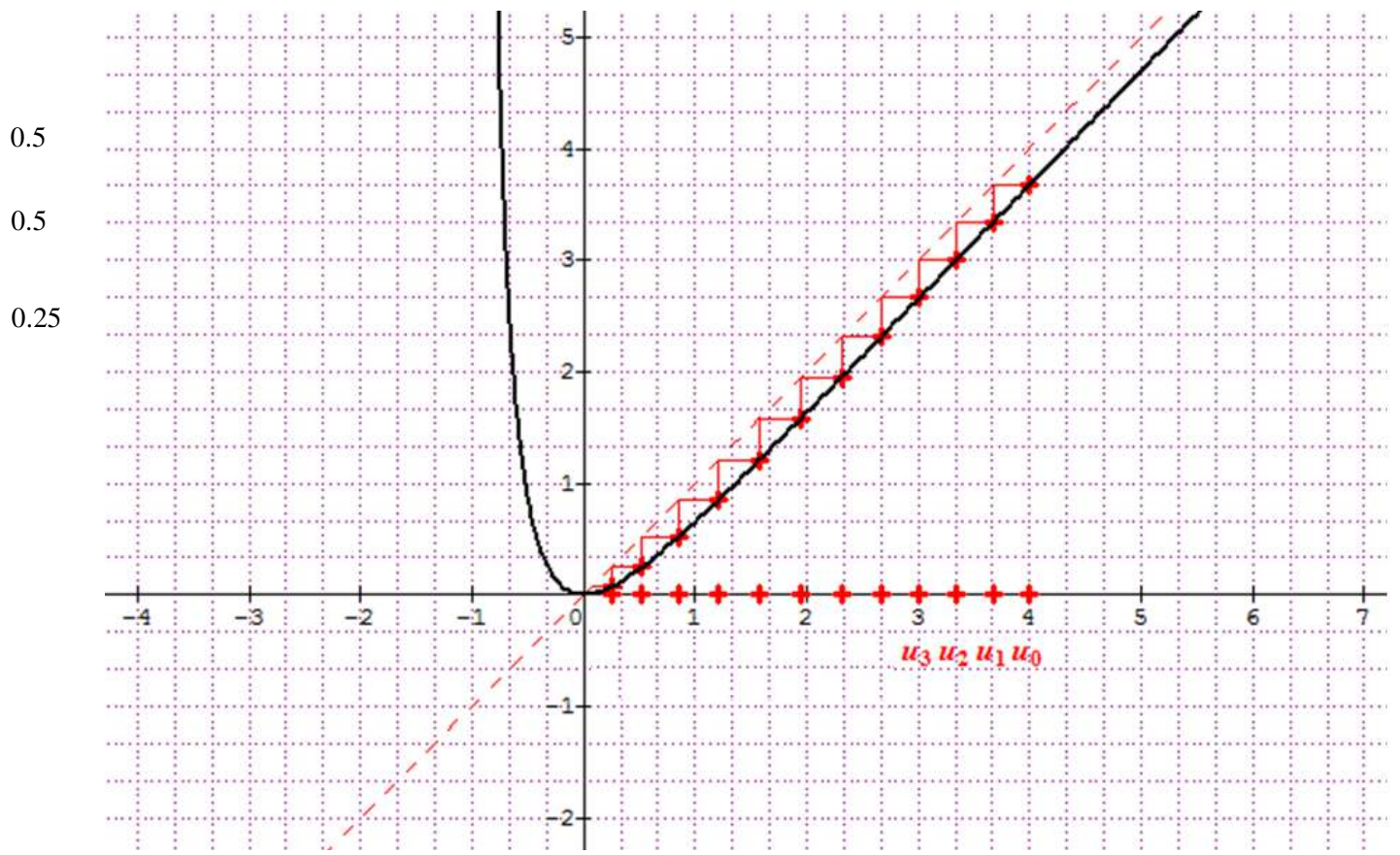
والدالة f مستمرة على المجال $]-1, +\infty[$ فان:

$$f(l) = l$$

ومنه $f(l) - l = 0$

و حسب ما سبق $l = 0$ بالتالي

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0$$



التمثيل البياني للتمرين الرابع للموضوع الأول

الحل النموذجي و سلم التنقط

بكالوريا التجريبي 2017

الشعبة : تقني رياضي

الموضوع الثاني

		التمرين الاول (04 نقاط)	
0.5	نعوض نجد : $S_n = \frac{1}{3}(1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n)$ $S_n = \frac{1}{3}(2^{n+1} - 1)$	-1 $U_{n+1} = \frac{3U_n + 2}{U_n + 4} ; \quad U_0 = \frac{1}{4}$ تعيين a و b في :	
0.75	<u>التمرين الثاني (04 نقط)</u> $A \in (ABC) ; B \in (ABC) ; C \in (ABC) \quad (1)$	$U_{n+1} = a + \frac{b}{U_n + 4}$ ومنه :	
0.5	$\begin{cases} x = k - 2 \\ y = 5k + 8 \\ z = -k + 4 \end{cases} \quad k \in \mathbb{R} \quad (2)$	$U_{n+1} = \frac{a(U_n + 4) + b}{U_n + 4}$	0.5
0.5	$\begin{cases} x - 2z - 11 = 0 \\ x - y - z - 7 = 0 \end{cases} \quad \text{أ) نحل الجملة}$ ب) ندرس التوازي :	$\begin{cases} a = 3 \\ b = -10 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 3 \\ 4a + b = 2 \end{cases}$	
0.25	$\vec{v}(2,1,1), \vec{u}(1,5,-1)$ ومنه $\frac{2}{1} \neq \frac{1}{5}$ و (T) و (Δ) غير متوازيان. ندرس التقاطع معناه نحل الجملة:	$U_{n+1} = 3 - \frac{10}{U_n + 4}$ -2 أ) باستعمال البرهان بالتراجع $-2 < U_n < 1$ نتحقق:	
0.5	$\begin{cases} 2t + 11 = k - 2 \\ t + 4 = 5k + 8 \\ t = -k + 4 \end{cases}$	$P(0): -2 < U_0 < 1$ نفرض: $-2 < U_n < 1$ نبرهن أنها صحيحة ن أجل $n + 1$	0.75
0.25	نعوض t في المعادلة 2 نجد $k = 0$ ثم نعوض في المعادلة 3 نجد $t = 4$ ثم نعوض هذه القيم في المعادلة 1 نجد : $-2 = 19$ وهذا مستحيل. إذا (T) و (Δ) ليسا من نفس المستوي.	ب) المتتالية U_n متزايدة تماما على N لان: $U_{n+1} - U_n = \frac{-(U_n - 1)(U_n + 2)}{U_n + 4}$ وبما أن $U_n < 1$ فإن $U_n - 1 < 0$ و $U_n > -2$ فإن $U_n + 2 > 0$ وعليه فان: $-(U_n - 1)(U_n + 2) > 0$ ولدينا كذلك $U_n + 4 > 0$ ومن ثم فإن $U_{n+1} - U_n > 0$	
0.25	$E \in (\Delta) \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 11 + 2t \\ 0 = 4 + t \\ -4 = t \end{cases}$ نجد t وحيد	ج) المتتالية (U_n) متقاربة لأنها متزايدة و محدودة من الأعلى بالعدد 1	0.25
0.25	$F \in (T) \Leftrightarrow \begin{cases} -3 = k - 2 \\ 3 = 5k + 8 \\ 5 = 4 - k \end{cases}$	أ) (V_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{5}{2}$ وحدها الأول 3 ب) $V_n = 3 \times \left(\frac{5}{2}\right)^n$	0.5
0.25	نجد k وحيد $\begin{cases} k = -1 \\ k = -1 \\ k = -1 \end{cases}$	ج) حساب المجموع: $V_0 = 3$ $V_1 = 3 \times \left(\frac{5}{2}\right)$ $V_1 = 3 \times \left(\frac{5}{2}\right)^2$	0.25
0.5	ب) $(\Gamma): -6x + 3y - 9z + 54 - \alpha = 0$ وهي معادلة ديكرارتيه للمستوي الذي شعاعه الناظمي \vec{EF} .	$V_n = 3 \times \left(\frac{5}{2}\right)^n$	0.25
0.5	ج) $I\left(0, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$ منتصف القطعة $[EF]$. ب) $I \in (\Gamma)$ بعد التعويض نجد $\alpha = 63$		

التمرين الثالث (05 نقاط)

(1) أ) $P(\alpha i) = 0$
 نجد $\alpha = 1$ ومنه $P(i) = 0$
 (ب)

$$\begin{cases} a = \sqrt{3} \\ b = 1 \end{cases}$$

حلول المعادلة هي:

$$\left\{ i; \frac{-\sqrt{3}-i}{2}; \frac{-\sqrt{3}+i}{2} \right\}$$

(2) أ) نحسب:

$$|Z_A| = |Z_B| = |Z_C| = 1$$

ومنه النقط A, B, C تنتمي الى دائرة مركزها المبدأ O

ونصف قطرها 1

نبين أن

$$\begin{cases} \overline{OA} = \overline{CB} \\ OA = OC \end{cases}$$

ومنه الرباعي $OABC$ معين
 (3) أ) حساب

$$Z_2 = Z_1^2 = -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$$

التمثيل البياني

(ب) باستعمال البرهان بالتراجع :

نتحقق : من أجل $n = 0$: $OA_0 = 1$ ومنه $A_0 \in (C)$

نفرض أن : $A_n \in (C)$ ونبرهن أن $A_{n+1} \in (C)$
 $OA_{n+1} = 1$ لدينا $A_n \in (C)$ معناه :

$$OA_n = 1 \text{ أي } |Z_n| = |Z_1^n| = |Z_1|^n = 1$$

$$OA_{n+1} = |Z_1^{n+1}| = |Z_1^n| \times |Z_1| = 1$$

ومنه النقط A_{n+1} تنتمي الى الدائرة (C)

(ج) نبرهن أن:

$$Z_{n+1} - Z_n = Z_1^{n+1} - Z_1^n$$

$$= Z_1^n (Z_1 - 1)$$

$$= Z_1^n \left(-\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2} \right)$$

(د)

$$|Z_{n+1} - Z_n| = 1$$

المسافة:

$$A_n A_{n+1} = |Z_{n+1} - Z_n| = 1$$

لدينا من أجل كل عدد طبيعي n

$$OA_n = OA_{n+1} = 1$$

و

$$A_n A_{n+1} = 1$$

ومنه المثلثات $OA_n A_{n+1}$ متقايسة الأضلاع .

(4) أ) f تشابه مباشر مركزه النقطة A_0 ذات

اللاحقة 1 ونسبته 2 وزاويته $-\frac{\pi}{3}$

(ب) صورة المثلث $OA_1 A_2$ هو المثلث $O'A'_1 A'_2$

حيث

$$O' = f(O) \quad , \quad O'(0, \sqrt{3})$$

$$A'_1 = f(A_1) \quad , \quad A'_1(2, \sqrt{3})$$

$$A'_2 = f(A_2) \quad , \quad A'_2(1, 2\sqrt{3})$$

التمرين الرابع (07 نقاط)

I. (1) نحسب المشتقة: $g'(x) = e^{x-2} - 1$
 جدول التغيرات:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$		-	+
$g(x)$		↘ 0 ↗	

(2) اشارة : $g(x) \geq 0$

II.

(1) أ) النهايات:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

(ب)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - y) = 0$$

(ج) وضعية C_f بالنسبة الى (d)

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x) - y$		0	+
الوضعية		أسفل	أعلى
		بقطع	

(2) حساب المشتقة : $f'(x) = \frac{g(x)}{e^{x-2}}$

ومنه اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x)$ اذن الدالة f متزايدة

تماما على R

جدول التغيرات:

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

(3) أ) معناه نحل المعادلة : $f(x) = 0$

باستعمال مبرهنة القيم المتوسطة.

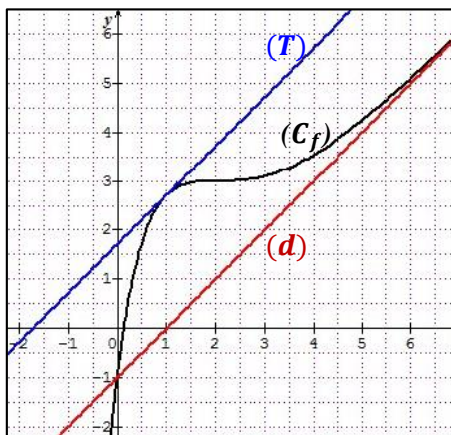
(ب) نحسب المشتقة الثانية $f''(x) = 0$

اذن المنحنى C_f يقبل نقطة انعطاف $I(2, 3)$

(ج) معادلة المماس (T) الذي يوازي (d) هي:

$$y = x - 1 + e$$

(5) التمثيل البياني



		<p>(5) المناقشة البيانية: $f(x) = x + m$</p> <p>$m < -1$ المعادلة تقبل حلا واحدا سالبا</p> <p>$m = -1$ المعادلة تقبل حلا و هو معدوم</p> <p>$-1 < m < e - 1$ حلين موجبين تماما</p> <p>$m = e - 1$ حلا واحدا موجبا</p> <p>$m = e - 1$ ليس لها حلول</p> <p>(6) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة نضع :</p> <p>$U(x) = x$ و $V'(x) = e^{2-x}$</p> <p>$H(x) = (-x - 1)e^{2-x}$</p> <p>ب) حساب A:</p> $A = \int_0^2 (f(x) - y) dx$ $A = \int_0^2 \frac{x}{e^{x-2}} dx = \int_0^2 x e^{2-x} dx$ $A = [H(x)]_0^2$ $A = H(2) - H(0)$ $A = (e^2 - 3) cm^2$	<p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p>
--	--	---	----------------------------------