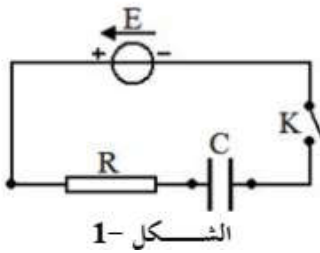


## السلسلة -2- بكالوريا الجزائر -2009-

## (الشعبة : العلوم التجريبية)

## التمرين الأول :



تتكون دارة كهربائية المبينة في الشكل 1- من العناصر التالية موصولة على التسلسل :

- مولد كهربائي توتره ثابت  $E=6V$  .

- مكثفة سعتها  $C = 1.2\mu F$  .

- ناقل أومي مقاومته  $R=2K\Omega$  .

- قاطعة  $K$  .

1- بتطبيق قانون جمع التوترات أوجد المعادلة التفاضلية التي تربط بين  $u_c(t)$  ،  $\frac{du_c(t)}{dt}$  ،  $E$  ،  $R$  ،  $C$  .

2- تحقق إن كانت المعادلة التفاضلية المحصلة عليها تقبل العبارة :  $u_c(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$  كحل لها .

3- حدد وحدة المقدار  $RC$  ، ما مدلوله العملي بالنسبة لدارة الكهربائية ؟ أذكر اسمه .

4- أحسب قيمة التوتر الكهربائي  $u_c(t)$  في اللحظات المدونة في الجدول التالي :

$t(ms)$	0	6	12	18	24
$u_c(t) (V)$					

5- أرسم المنحنى البياني  $u_c(t) = f(t)$  .

6- أوجد العبارة الحرفية للشدة اللحظية للتيار الكهربائي  $i(t)$  بدلالة  $E$  ،  $R$  ،  $C$  . ثم أحسب قيمتها في اللحظتين :

$(t=0)$  و  $(t=\infty)$  .

7- أكتب عبارة الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة ، احسب قيمتها عندها  $(t=\infty)$  .

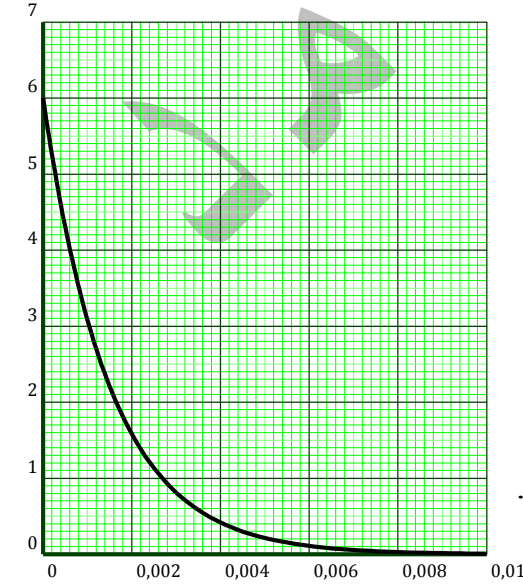
## (الشعبة : العلوم التجريبية)

## التمرين الثاني :

لدينا مكثفة  $C = 1 \times 10^{-1} \mu F$  مشحونة مسبقا بشحنة كهربائية مقدارها  $q = 0.6 \times 10^{-6} C$  ، وناقل أومي

مقاومته  $R=15K\Omega$  نحقق دارة الكهربائية على التسلسل باستعمال المكثفة والناقل الأومي وقاطعة  $K$  . في اللحظة  $t=0$

نغلق القاطعة .



1- أرسم مخطط الدارة الموصوفة سابقا .

2- مثل على المخطط :

- جهة مرور التيار الكهربائي في الدارة .

3- أوجد العلاقة بين  $u_c$  و  $u_R$  .

4- بالاعتماد على قانون جمع التوترات أوجد المعادلة التفاضلية بدلالة  $u_c$  .

5- إن حل المعادلة التفاضلية السابقة هو من الشكل :  $u_c(t) = a \cdot e^{bt}$  .

حيث  $a, b$  ثابتين يطلب تعيين قيمة كل منهما .

6- أكتب العبارة الزمنية للتوتر  $u_c$  .

7- إن العبارة الزمنية  $u_c = f(t)$  تسمح برسم البيان الشكل 1- :

أشرح على البيان الطريقة المتبعة للتأكد من القيم المحسوبة سابقا (السؤال 5) .

## التمرين الثالث : (الشعبة: رياضيات و تقني رياضي)

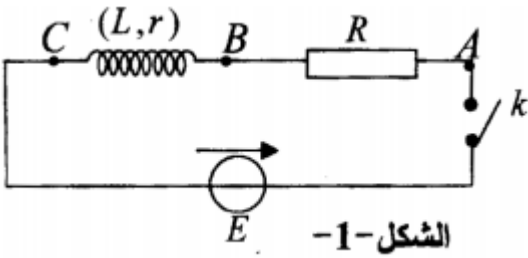
نربط على التسلسل العناصر الكهربائية التالية :

- مولد ذي توتر ثابت  $E = 12 V$

- وشيعة ذاتيتها  $L = 300 mH$  مقاومتها  $r = 10 \Omega$

- ناقل أومي مقاومته  $R = 110 \Omega$

- قاطعة  $K$ . الشكل -1-



1- في اللحظة  $t=0$  نغلق القاطعة  $K$  :

أوجد المعادلة التفاضلية التي تعطي شدة التيار الكهربائي في الدارة .

2- كيف يكون سلوك الوشيعة في النظام الدائم ؟ وما هي عبارة شدة التيار الكهربائي  $I_0$  الذي يجتاز الدارة .

3- باعتبار العلاقة  $i(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$  حلا للمعادلة التفاضلية المطلوبة في السؤال -1-

أ- أوجد العبارة الحرفية لكل من  $A$  و  $\tau$  .

ب- استنتج عبارة التوتر الكهربائي  $u_{BC}$  بين طرفي الوشيعة .

4- أ- أحسب قيمة التوتر الكهربائي  $u_{BC}$  في النظام الدائم .

ب- أرسم كيفيا شكل البيان  $u_{BC} = f(t)$  .

## التمرين الرابع : (الشعبة: رياضيات و تقني رياضي)

نحقق التركيب الكهربائي التجريبي المبين في الشكل المقابل باستعمال التجهيز

- مكثفة سعتها  $(C)$  غير مشحونة .

- ناقلين أوميين مقاومتهما  $(R=R'=470 \Omega)$  .

- مولد ذي توتر ثابت  $(E)$  .

- بادلة  $(K)$  ، اسلاك توصيل .

1- نضع البادلة عند الوضع (1) في اللحظة  $t=0$  :

أ- بين على الشكل جهة التيار الكهربائي المار في الدارة ثم مثل بأسهم

التوترين  $u_C$  و  $u_R$  .

ب- عبر عن  $u_C$  و  $u_R$  بدلالة شحنة المكثفة  $q = q_A$  ثم أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة  $q$  .

ج- تقبل هذه المعادلة التفاضلية حلا من الشكل :  $q(t) = A(1 - e^{-at})$  . عبر عن  $A$  و  $\alpha$  بدلالة  $E$  ،  $R$  ،  $C$  .

د- اذا كانت قيمة التوتر الكهربائي عند نهاية الشحن بين طرفي المكثفة  $(5V)$  ، استنتج قيمة  $(E)$  .

هـ - عندما تشحن المكثفة كيا تخزن طاقة  $(E_C = 5mJ)$  ، استنتج سعة المكثفة  $(C)$  .

2- نجعل البادلة الآن عند الوضع (2) :

أ- ماذا يحدث للمكثفة ؟

ب- قارن بين قيمتي ثابت الزمن الموافق للوضعين (1) ثم (2) للبادلة  $(K)$  .

المجموعة على الفايس بوك : مداسي للعلوم الفيزيائية ثانوي

## حل السلسلة -2- بكالوريا الجزائر -2009-

التمرين الأول : (الشعبة : العلوم التجريبية)

1- بتطبيق قانون جمع التوترات إيجاد المعادلة التفاضلية التي تربط بين  $u_c(t)$  ،  $\frac{du_c(t)}{dt}$  ،  $E$  ،  $R$  ،  $C$  :- بتطبيق قانون جمع التوترات نجد :  $u_c + u_R = E$  لدينا :  $u_R = R \cdot i$  و  $i = C \frac{du_c}{dt}$  ومنه  $u_R = R \cdot C \frac{du_c}{dt}$ إذن :  $\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} u_c = \frac{E}{R \cdot C}$  وهو المطلوب2- التحقق إن كانت المعادلة التفاضلية المحصلة عليها تقبل العبارة :  $u_c(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{R \cdot C}})$  كحل لها :باشتقاق عبارة  $u_c(t)$  بالنسبة لزمان نجد :  $\frac{du_c}{dt} = \frac{E}{R \cdot C} e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$  ثم نعوضها في المعادلة التفاضلية السابقة نجد :

$$\frac{E}{R \cdot C} = \frac{E}{R \cdot C} \Leftrightarrow \frac{E}{R \cdot C} e^{-\frac{t}{R \cdot C}} - \frac{E}{R \cdot C} e^{-\frac{t}{R \cdot C}} + \frac{E}{R \cdot C} = \frac{E}{R \cdot C} \Leftrightarrow \frac{E}{R \cdot C} e^{-\frac{t}{R \cdot C}} + \frac{1}{R \cdot C} E(1 - e^{-\frac{t}{R \cdot C}}) = \frac{E}{R \cdot C}$$

إذن  $u_c(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{R \cdot C}})$  هو حل للمعادلة التفاضلية .3- تحديد وحدة المقدار  $RC$  :

التحليل البعدي :

$$[R] = \frac{[V]}{[I]} \Leftrightarrow R = \frac{u_R}{i} \Leftrightarrow u_R = R \cdot i$$

$$[C] = \frac{[I] \times [T]}{[V]} \Leftrightarrow i = C \frac{du_c}{dt}$$

$$[R] \times [C] = \frac{[V] \times [I] \times [T]}{[I] \times [V]} = [T]$$

- يمثل علميا : الزمن اللازم لبلوغ التوتر بين طرفي المكثفة 63% من قيمته العظمى أثناء الشحن .

- اسمه : ثابت الزمن ، يرمز له بالرمز  $\tau = R \cdot C$ 4- حساب قيمة التوتر الكهربائي  $u_c(t)$  في اللحظات المدونة في الجدول التالي :

$t(ms)$	0	6	12	18	24
$u_c(t) (V)$	0	3.79	5.19	5.70	5.89

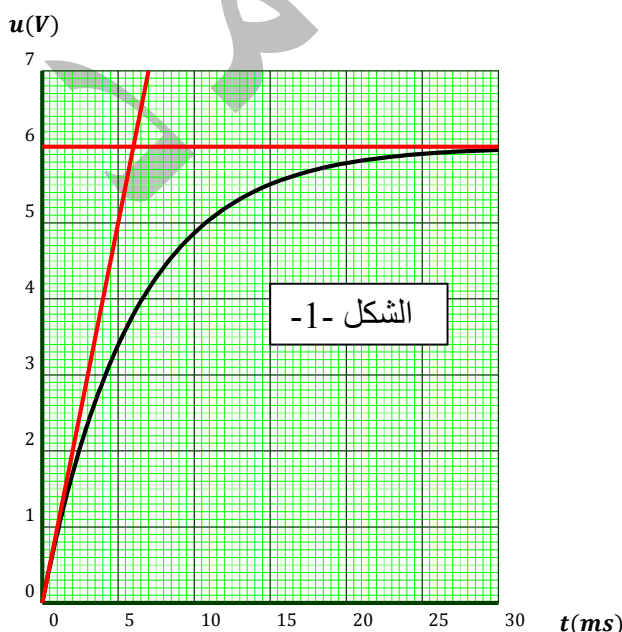
5- رسم المنحنى البياني  $u_c(t) = f(t)$  : الشكل -1-6- إيجاد العبارة الحرفية للشدة اللحظية للتيار الكهربائي  $i(t)$ بدلالة  $E$  ،  $R$  ،  $C$  :لدينا :  $\frac{du_c}{dt} = \frac{E}{R \cdot C} e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$  و  $i = C \frac{du_c}{dt}$  ومنه نجد :

$$i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

- حساب قيمتها في اللحظتين :  $(t=0)$  و  $(t=\infty)$  :

$$i(0) = \frac{E}{R} e^{-\frac{0}{R \cdot C}} = \frac{E}{R} = \frac{6}{5 \times 10^3} = 1.2 \text{ mA}$$

$$i(\infty) = 0 \text{ mA}$$



7- كتابة عبارة الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة :

$$E_C = \frac{1}{2} C \cdot E^2 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2 \quad \leftarrow \quad E_C = \frac{1}{2} C \cdot u_C^2(t)$$

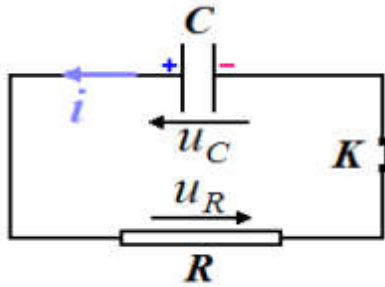
- الطاقة الأعظمية :  $u_C(\infty) = E$  ومنه :

$$E_C(\infty) = 21.6 \mu j \quad \text{ومنه} \quad E_C(\infty) = \frac{1}{2} C \cdot E^2 = 0.5 \times 1.2 \times 10^{-6} \times 6^2 = 2.16 \times 10^{-5} j$$

(الشعبة : العلوم التجريبية)

التمرين الثاني :

1- و 2- أنظر الشكل المقابل :

3- إيجاد العلاقة بين  $u_C$  و  $u_R$  :

$$u_C = -u_R \quad \leftarrow \quad u_C + u_R = 0$$

4- بالاعتماد على قانون جمع التوترات إيجاد المعادلة التفاضلية بدلالة  $u_C$  :بتطبيق قانون جمع التوترات نجد :  $u_C + u_R = 0$  لدينا :

$$i = C \frac{du_C(t)}{dt} \quad \text{و} \quad u_R = R \cdot i$$

ومنه  $u_R = R \cdot C \frac{du_C(t)}{dt}$  إذن :  $\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} u_C(t) = 0$  وهو المطلوب5- إن حل المعادلة التفاضلية السابقة هو من الشكل :  $u_C(t) = a \cdot e^{bt}$  حيث  $a, b$  ثابتين- تعيين قيمة كل من  $a, b$  :نشق عبارة  $u_C(t)$  بالنسبة لزمان نجد :  $\frac{du_C(t)}{dt} = a \times b e^{bt}$  نعوض في المعادلة التفاضلية نجد :

$$b = -\frac{1}{R \cdot C} \quad \leftarrow \quad (b + \frac{1}{R \cdot C}) = 0 \quad \leftarrow \quad a e^{bt} (b + \frac{1}{R \cdot C}) = 0 \quad \leftarrow \quad a \times b e^{bt} + \frac{a}{R \cdot C} e^{bt} = 0$$

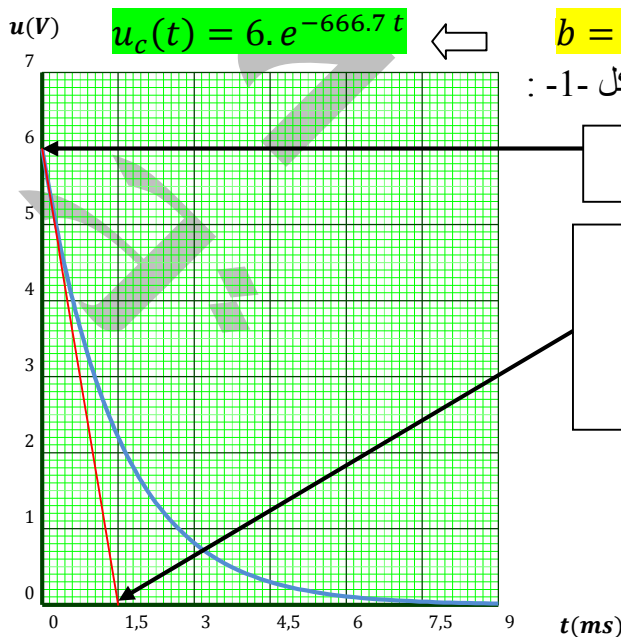
$$b = -\frac{1}{R \cdot C} = -666.7$$

- تحديد عبارة الثابت  $a$  من الشروط الابتدائية : لما  $t=0$  لدينا

$$a = E = 6 V \quad \text{إذن} \quad u_C(0) = a \cdot e^{b \times 0} = a = \frac{q}{c} = \frac{0.6 \times 10^{-6}}{1 \times 10^{-7}} = 6 V = E$$

6- العبارة الزمنية للتوتر  $u_C$  :لدينا :  $u_C(t) = a \cdot e^{bt}$  و  $a = E = 6 V$  و  $b = -666.7$  لدينا :7- إن العبارة الزمنية  $u_C = f(t)$  تسمح برسم البيان الشكل -1- :

بيانيا :

وهي نفس القيم لـ  $a, b$  المتحل عليها في السؤال -5-

## (الشعبة: رياضيات و تقني رياضي)

## التمرين الثالث :

1- إيجاد المعادلة التفاضلية التي تعطي شدة التيار الكهربائي في الدارة :

$$u_R + u_b = E$$

$$\text{نعلم أن : } u_R = R \cdot i \text{ و } u_b = ri + L \frac{di}{dt} \text{ أي : } R \cdot i + r \cdot i + L \frac{di}{dt} = E \text{ إذن : } (R + r)i + L \frac{di}{dt} = E$$

بقسمة طرفي المعادلة على  $L$  نجد :  $\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L} i = \frac{E}{L}$  وهي المعادلة التفاضلية لتطور شدة التيار الكهربائي في الدارة .

2- في النظام الدائم تسلك الوشيجة سلوك ناقل أومي عادي لأن :  $\frac{di}{dt} = 0$  عندئذ عبارة شدة التيار الكهربائي  $I_0$  الذي

$$I_0 = \frac{E}{(R+r)} = 0.1A \quad \leftarrow \quad \frac{(R+r)}{L} I_0 = \frac{E}{L}$$

3- باعتبار العلاقة  $i(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$  حلا للمعادلة التفاضلية المطلوبة في السؤال 1-

أ- إيجاد العبارة الحرفية لكل من  $A$  و  $\tau$  :

$$i(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \text{ بالاشتقاق بالنسبة لزمان نجد : } \frac{di}{dt} = \frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ نعوض في المعادلة التفاضلية نجد :}$$

$$A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \left( \frac{1}{\tau} - \frac{(R+r)}{L} \right) + \frac{A(R+r)}{L} = \frac{E}{L} \quad \frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{(R+r)}{L} A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = \frac{E}{L}$$

$$\text{إذن : } \frac{1}{\tau} - \frac{(R+r)}{L} = 0 \quad \leftarrow \quad \tau = \frac{L}{(R+r)} \quad \text{ و } \quad \frac{A(R+r)}{L} = \frac{E}{L} \quad \leftarrow \quad A = \frac{E}{(R+r)}$$

ب- استنتاج عبارة التوتر الكهربائي  $u_{BC}$  بين طرفي الوشيجة : بوضع  $u_b = u_{BC}$

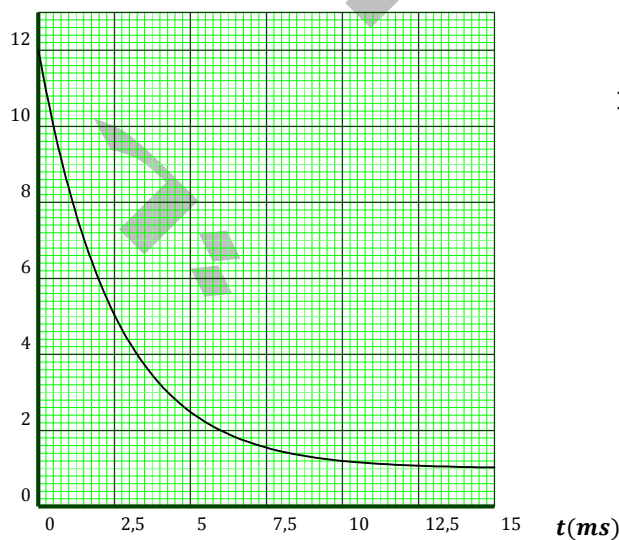
بتطبيق قانون جمع التوترات :  $u_R + u_b = E$  إذن :  $u_b = E - u_R = E - R \cdot i$

$$u_b = E - R \left( I_0 (1 - e^{-\frac{(R+r)}{L} t}) \right) = E - RI_0 + R \cdot I_0 \cdot e^{-\frac{(R+r)}{L} t}$$

$$\text{- نعلم أن } E = I_0(R + r) \text{ ومنه } E = I_0 \cdot R + I_0 \cdot r \quad \leftarrow \quad I_0 = \frac{E}{(R+r)}$$

$$u_b = I_0 \cdot r + R \cdot I_0 \cdot e^{-\frac{(R+r)}{L} t} \text{ ومنه : } u_b = I_0 \cdot \left( r + R \cdot e^{-\frac{(R+r)}{L} t} \right)$$

$u_{BC}(V)$



$$u_b(t) = \frac{E}{R+r} \left( r + R e^{-\frac{(R+r)}{L} t} \right) \quad \leftarrow$$

4- أ- حساب قيمة التوتر الكهربائي  $u_{BC}$  في النظام الدائم :

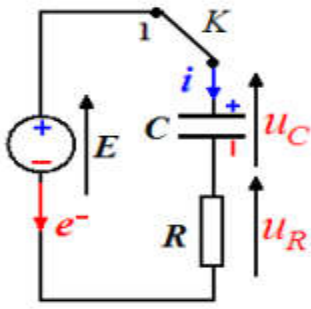
$$u_b = I_0 \cdot \left( r + R \cdot e^{-\frac{(R+r)}{L} t} \right)$$

$$u_{BC} = I_0 \cdot r = 0.1 \times 1 = 1V \quad \leftarrow$$

ب- رسم كيفية شكل البيان  $u_{BC} = f(t)$  :

## (الشعبة: رياضيات و تقني رياضي)

## التمرين الرابع :



1- نضع البادلة عند الوضع (1) في اللحظة  $t=0$ :

أ- لاحظ على الشكل جهة التيار الكهربائي المار في الدارة وأسهم التوترين  $u_C$  و  $u_R$  :

ب- التعبير عن  $u_R$  و  $u_C$  بدلالة شحنة المكثفة  $q = q_A$  :

$$u_C = \frac{q}{C} \text{ و } i = \frac{dq}{dt} \text{ ومنه : } u_R = R \cdot i = R \frac{dq}{dt}$$

- المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة  $q$

بتطبيق قانون جمع التوترات :

$$u_C + u_R = E \quad \text{إذن} \quad \frac{q}{C} + R \frac{dq}{dt} = E$$

$$\text{نحصل على المطلوب : } \frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC} q = \frac{E}{R}$$

ج- تقبل هذه المعادلة التفاضلية حلا من الشكل :  $q(t) = A(1 - e^{-\alpha t})$ .

-التعبير عن  $A$  و  $\alpha$  بدلالة  $E$  ،  $R$  ،  $C$  :

$$q(t) = A(1 - e^{-\alpha t}) \iff \frac{dq}{dt} = A \cdot \alpha e^{-\alpha t} \quad \text{نعوض المعادلة التفاضلية نجد :}$$

$$A \cdot \alpha e^{-\alpha t} + \frac{1}{RC} A(1 - e^{-\alpha t}) = \frac{E}{R}$$

$$\text{إذن : } \alpha - \frac{1}{RC} \iff \alpha = \frac{1}{RC} \text{ و } \frac{A}{RC} = \frac{E}{R} \iff A = E \cdot C$$

$$\text{أي أن : } q(t) = E \cdot C(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

د- استنتاج قيمة  $(E)$  اذا كانت قيمة التوتر الكهربائي عند نهاية الشحن بين طرفي المكثفة (5V) عندئذ التيار لا يمر لأن

المكثفة مشحونة نهائيا ( $i=0$ ) :  $u_C = E = 5V$  ..... النظام الدائم

هـ - استنتاج سعة المكثفة  $(C)$  عندما تشحن المكثفة كلياً تخزن طاقة ( $E_C = 5mJ$ ) :

$$E_C = \frac{1}{2} C \cdot u_C^2 \text{ max} = \frac{1}{2} C \cdot E^2 \iff C = \frac{2 \times E_C}{E^2} \iff C = \frac{2 \times 5 \times 10^{-3}}{5^2} = 4 \times 10^{-4} F = 100 \mu F$$

2- نجعل البادلة الآن عند الوضع (2) :

أ- يحدث للمكثفة تفريغ كهربائي في الناقل الأومي .

ب- المقارنة بين قيمتي ثابت الزمن الموافق للوضعين (1) ثم (2) للبادلة  $(K)$  :

$$\text{- ثابت الزمن في الوضع (1) للبادلة : } \tau_1 = R \cdot C = 470 \times 400 \times 10^{-6} = 0.188s$$

$$\text{- ثابت الزمن في الوضع (2) للبادلة : } \tau_2 = (R + R') \cdot C = (2 \times R) \times C = 2\tau_1$$

- نستنتج أن ثابت الزمن لدارة التفريغ يعادل ضعف ثابت الزمن لدارة الشحن .

المجموعة على الفايس بوك : مداسي للعلوم الفيزيائية ثانوى