المستوى:الثالثة ثانوي رياضي **مارس 2020**

اختبار الثلاثي الثاني في الرياضيات **المدة: 4 سا**

☜ التمرين الأول:

1) أوجد مجموعة الأعداد الصحيحة x حيث : $5x \equiv 12[13]$.

2) حل في Z^2 المعادلة $5x-13y=12$.

3) n عدد طبيعي يكتب $\overline{3\alpha0\alpha2}$ في نظام التعداد الذي أساسه 5 ويكتب $\overline{5\beta6\beta}$ في نظام التعداد الذي أساسه 7.

أوجد قيمة كل من α و β ثم استنتج قيمة n .

☜ التمرين الثاني:

أ) لتكن المتتالية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $u_n = e^{\frac{1}{3}+2n}$.

1) بين أن المتتالية (u_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

2) أحسب المجموع : $S = u_0 + u_1 + ... + u_n$.

3) عين العدد الطبيعي n بحيث يكون : $S = \dfrac{e^{\frac{1}{3}}}{1-e^2}\left(1-e^{10}\right)$

ب) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرّفة على N كما يلي: $v_n = \ln(u_n)$

1) ما طبيعة المتتالية (v_n) ؟ .

2) أحسب بدلالة n المجموع : $S' = v_0 + v_1 + v_2 + ... + v_n$.

عين العدد الطبيعي n علما أن : $S' = \dfrac{176}{3}$

☜ <u>التمرين الثالث</u>:

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x+1+\ln(x+1)-\ln(x+2)$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ وحدة الطول $2cm$

1) أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)$.

2) بين ان $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln\left(\dfrac{x+1}{x+2}\right)=0$ ثم استنتج نهاية الدالة f عند $(+\infty)$.

3) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ ثم ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل.

4) أدرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

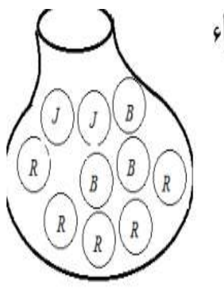
5) أكتب معادلة المماس (T) عند النقطة التي فاصلتها $x=0$

6) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث : $-\dfrac{1}{2}\prec\alpha\prec 0$

7) ارسم المنحنى (C_f) و المستقيمان (T) و (Δ).

☜ <u>التمرين الرابع</u>:

يحتوي كيس على 10 كريات متماثلة (لا يمكن التمييز بينها باللمس) منها 5 حمراء و3 بيضاء . 2 صفراء



<u>**الجزء الأول**</u>:

1) نسحب عشوائيا 3 كريات وفي ان واحد.

أ) ما هو عدد الحالات الممكنة لهذا السحب.

ب) احسب احتمال كل من الحادثتين التاليتين:

A :" تظهر الألوان الثلاثة في السحب" B : " من بين الكريات المسحوبة توجد بيضاء واحدة على الأقل".

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة عدد ألوان الكريات المسحوبة.

أ) عين قيم المتغير العشوائي X.

ب) عين قانون احتمال المتغير العشوائي X ، ثم احسب أمله الرياضياتي.

الجزء الثاني: نفرض أن الكريات المسحوبة في الجزء الأول كلها بيضاء ولم تعاد إلى الكيس.

نسحب الآن من نفس الكيس كريتين على التوالي وبدون إرجاع.

اجب بـ: صح او خطا مع التبرير:

أ) عدد الحالات الممكنة لهذا السحب هو 42.

ب) احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون هو $\frac{10}{42}$

ت) احتمال أن تكون الكرية الثانية حمراء علما أن الأولى صفراء هو $\frac{1}{6}$.

الجزء الثالث: نفرض أن الكريات المسحوبة في الجزء الثاني مختلفة اللون ولم تعاد الى الكيس.

نسحب الآن من نفس الكيس كريتين على التوالي وبإرجاع الكرية المسحوبة.

أ) بين أن: $P_{R_2}(J_1)=\frac{1}{5}$ حيث R_2 تعني الكرية الثانية حمراء و J_1 تعني الكرية الأولى صفراء.

ب) هل الحدثان R_2 و J_1 مستقلان ؟

بالتوفيق

قليل من العلم مع العمل به.. أنفع من كثير من العلم مع قلة العمل به.

التصحيح النموذجي

رقم التمرين	الحل
التمرين 1	1) $5x\equiv 12[13]$ تكافئ $x\equiv 5[13]$ ومنه $x=13k+5\ \ /k\in Z$. 2) حلول المعادلة $5x-13y=12$: $\{(13k+5;5k+1)/k\in Z\}$ 3) $\begin{cases} n=3\times 625+125\alpha+5\alpha+2 \\ n=1715+49\beta+42+\beta \\ 0\leq\alpha\prec 5 \text{ و } 0\leq\beta\prec 7 \end{cases}$ أي $\begin{cases} n=1877+130\alpha \\ n=1757+50\beta \\ 0\leq\alpha\prec 5 \text{ و } 0\leq\beta\prec 7 \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} 50\beta-130\alpha=120 \\ 0\leq\alpha\prec 5 \text{ و } 0\leq\beta\prec 7 \end{cases}$ أي $\begin{cases} 5\beta-13\alpha=12 \\ 0\leq\alpha\prec 5 \text{ و } 0\leq\beta\prec 7 \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} \beta=5 \\ \alpha=1 \end{cases}$ وتكون قيمة n هي : $n=2007$.

التمرين 2	أ) $u_n = e^{\frac{1}{3}+2n}$. 1) $u_{n+1} = e^2 u_n$ ومنه المتتالية (u_n) هندسية أساسها e^2 وحدها الأول $u_0 = e^{\frac{1}{3}}$. 2) $S = u_0 + u_1 + ... + u_n = e^{\frac{1}{3}}\left(\frac{1-e^{2n+2}}{1-e^2}\right)$. 3) $S = \frac{e^{\frac{1}{3}}}{1-e^2}\left(1-e^{10}\right)$ يكافئ $2n+2=10$ ومنه $n=4$ ب) $v_n = \ln(u_n)$ 1) $v_{n+1} = \ln(u_{n+1}) = \ln(e^2 u_n) = 2 + \ln(u_n) = 2 + v_n$ ومنه المتتالية (v_n) حسابية أساسها 2 وحدها الأول $v_0 = \frac{1}{3}$. 2) $S' = v_0 + v_1 + v_2 + ... + v_n = \frac{n+1}{2}\left(\frac{2}{3}+2n\right) = \frac{(n+1)(3n+1)}{3}$. $S' = \frac{176}{3}$ يكافئ $(n+1)(3n+1) = 176$ ومنه $n = 7$

التمرين 3

$$f(x)=x+1+\ln(x+1)-\ln(x+2)$$

1) $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1} f(x)=-\infty$.

2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(\dfrac{x+1}{x+2}\right)=\lim\limits_{t\to1}\ln t=0$.

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(x+1+\ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right)\right)=+\infty$$

3) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-(x+1)\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(\dfrac{x+1}{x+2}\right)=0$

ومنه $(\Delta): y=x+1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

$f(x)-(x+1)=\ln\left(\dfrac{x+1}{x+2}\right)\prec 0$ ومنه (C_f) يقع تحت (Δ).

4) دراسة تغيرات الدالة f :

$$f'(x)=1+\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}=\frac{x^2+3x+3}{x^2+3x+2}$$

إشارة $f'(x)$

جدول التغيرات :

x	-1 $\qquad\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$
$f(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$

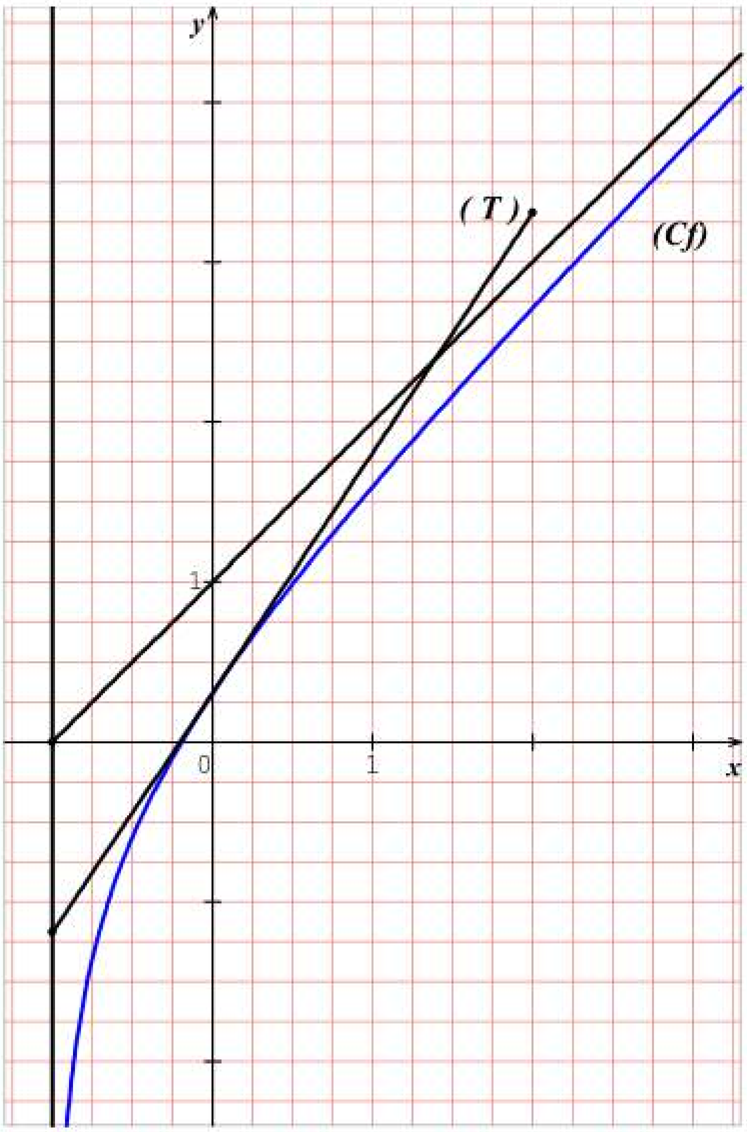
5) معادلة المماس (T) عند النقطة التي فاصلتها $x=0$:

$$(T): y=\frac{3}{2}x+1-ln2$$

6) المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α

حيث : $-\frac{1}{2}\prec\alpha\prec0$. (مبرهنة القيم المتوسطة)

7) رسم المنحنى (C_f) و المستقيمان (T) و (Δ).



y
(T)
(Cf)
1
0
1
x

التمرين 4

الجزء الأول :

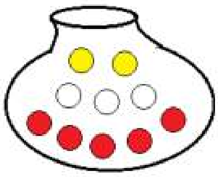
1) أ- عدد الحالات الممكنة لهذا السحب: $C_{10}^{3}=120$

ب- $P(A)=\dfrac{C_5^1\times C_3^1\times C_2^1}{C_{10}^{3}}=\dfrac{1}{4}$

و $P(B)=\dfrac{C_7^2\times C_3^1+C_7^1C_3^2+C_3^3}{C_{10}^{3}}=\dfrac{17}{24}$.

2) أ- قيم المتغير العشوائي X هي : 1 ، 2 و 3.

ب- قانون احتمال X :



$$P(X=1)=\frac{C_5^3+C_3^3}{C_{10}^{3}}=\frac{11}{120}$$

$$P(X=3)=P(A)=\frac{C_5^1\times C_3^1\times C_2^1}{C_{10}^{3}}=\frac{1}{4}$$

$$P(X=2)=1-\big(P(X=1)+P(X=3)\big)$$

$$=1-\left(\frac{11}{120}+\frac{1}{4}\right)=\frac{79}{120}$$

$X=x_i$	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\dfrac{11}{120}$	$\dfrac{79}{120}$	$\dfrac{1}{4}$

ومنه الامل الرياضياتي :

$$E(X)=1\times\frac{11}{120}+2\times\frac{79}{120}+3\times\frac{1}{4}=\frac{259}{120}$$

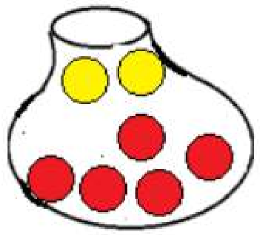
ج-

$$P(e^X\succ e)=P(X\succ 1)=P(X=2)+P(X=3)$$

$$=\frac{79}{120}+\frac{1}{4}=\frac{109}{120}$$

الجزء الثاني :

أ) صحيح لان : $A_7^2 = 42$



ب) خطا لان : $\frac{11}{21} = \frac{A_5^2 + A_2^2}{A_7^2}$.

ت) خطأ لان: نعتبر الحدثين :

R_2 : " الحصول على الكرية الثانية حمراء".

J_1 : " الحصول على الكرية الاولى صفراء ".

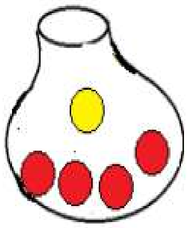
$R_2 \cap J_1$: " الحصول على كرية صفراء وكرية حمراء بهذا الترتيب "

$$P\left(R_2 \cap J_1\right) = \frac{A_5^1 \times A_2^1}{A_7^2} = \frac{5}{21}$$

و $\frac{A_2^1 \times A_6^1}{A_7^2} = \frac{2}{7}$ و $P\left(J_1\right) = \frac{A_2^2 + A_2^1 \times A_5^1}{A_7^2} = \frac{2}{7}$

ومنه : $P_{J_1}\left(R_2\right) = \frac{P\left(R_2 \cap J_1\right)}{P\left(J_1\right)} = \frac{\frac{5}{21}}{\frac{2}{7}} = \frac{5}{6}$

الجزء الثالث :



أ) $P(J_1 \cap R_2)=\dfrac{1^1 \times 4^1}{5^2}=\dfrac{4}{25}$

$P(R_2)=\dfrac{4^2+1\times 4}{5^2}=\dfrac{20}{25}=\dfrac{4}{5}$

ومنه : $P_{R_2}(J_1)=\dfrac{P(J_1 \cap R_2)}{P(R_2)}=\dfrac{\frac{4}{25}}{\frac{4}{5}}=\dfrac{5}{25}=\dfrac{1}{5}$

ب) لنا : $P(J_1)=\dfrac{1\times 5}{5^2}=\dfrac{5}{25}=\dfrac{1}{5}$

ومنه : $P(J_1 \cap R_2)=P(J_1)\times P(R_2)$ أي الحدثان مستقلان.

ملاحظة : في الجزء الثاني والثالث يمكن ان نستخدم شجرة الاحتمال .