التمرين (01):

نحقق التركيب التجريبي المبين في الشكل (01) والمكون من الناقل الأومي R، مولد توتر ثابت قوته المحركة الكهربائية E، مكثفة فارغة سعتها $C = 1\mu F$ وقاطعة K، جهاز فولط متر V وأمبير متر A. عند اللحظة $t = 0\, s$ نغلق القاطعة K.

الدراسة التجريبي مكنتنا من رسم البيان $i = f(q)$ المبين في الشكل (02).

1. أتمم الشكل 1 مبينا عليه موضع كل من جهاز الفولط متر والأمبير متر والتوترين u_R و u_C.
2. بتطبيق قانون جمع التوترات بين أن المعادلة التفاضلية لتطور شدة التيار $i(t)$ هي:

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{RC}.i(t) = 0$$

تقبل المعادلة التفاضلية السابقة حلا من الشكل:

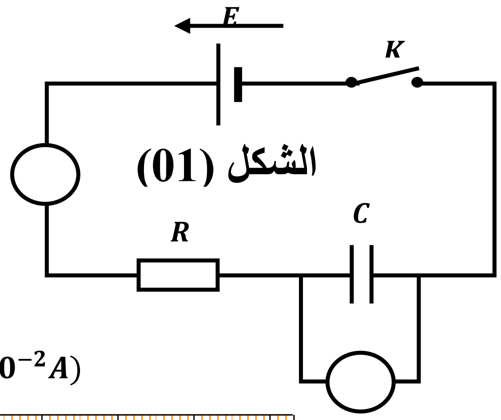
$i(t) = A.e^{-\alpha t}$، حيث A و α ثابتين يطلب تعيين عبارتيهما بدلالة ثوابت الدارة الكهربائية المدروسة.

أ- أوجد عبارة شدة التيار الكهربائي i بدلالة شحنة المكثفة q وثوابت الدارة الكهربائية.

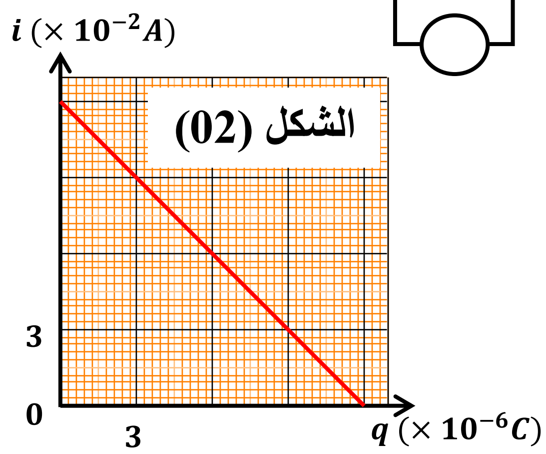
ب- باستغلال بيان الشكل (02)، جد قيمة كل من R و E.

ت- استنتج القيمة التي يشير إليها جهاز الفولط متر إذا كان جهاز الأمبير متر يشير إلى القيمة $i = 3 \times 10^{-2}\, A$.

ث- أحسب قيمة الطاقة الأعظمية المخزنة في المكثفة.



الشكل (01)

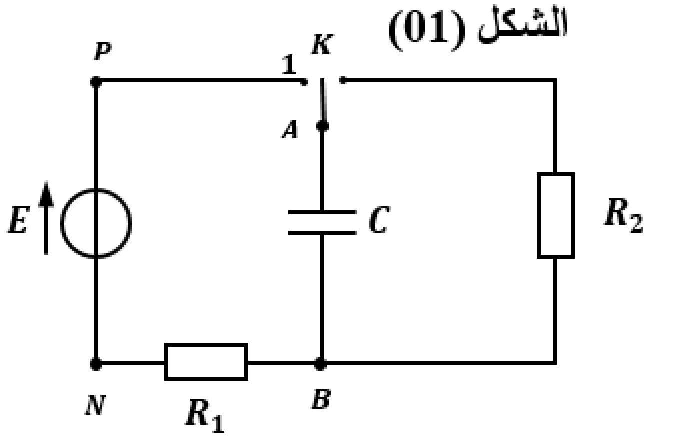


الشكل (02)

التمرين (02):

للمكثفات دور أساسي في بعض الأجهزة الكهربائية نتيجة ميزتها في تخزين الطاقة وإرجاعها عند الحاجة. وكذلك إمكانية التحكم في مدة شحنها وتفريغها. لدراسة شحن وتفريغ مكثفة لدينا التركيب الممثل في الشكل (01)، المكون من:

- مولد للتوتر قوته المحركة الكهربائية E.
- ناقلين أوميين $R_1 = 100\ \Omega$ و R_2.
- مكثفة سعتها C غير مشحونة.
- بادلة K.



الشكل (01)

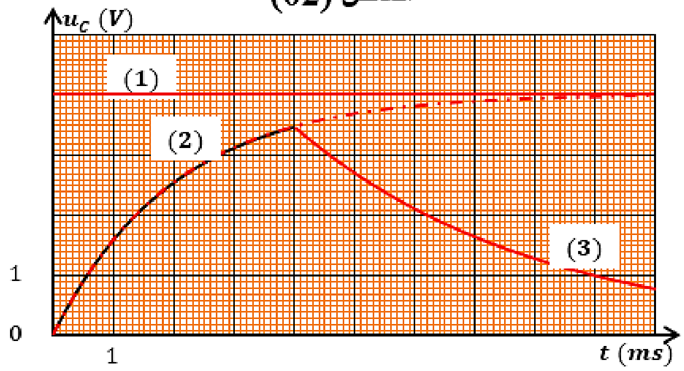
I- عند اللحظة $t = 0$ نضع البادلة في الوضع (1)، فنحصل على الدارة الكهربائية $PNBA$.

1. أنقل الدارة على ورقة الإجابة، ومثل عليها بأسهم اتجاه التيار والتوتر بين طرفي المكثفة u_C، التوتر بين طرفي الناقل الأومي u_{R_1}.
2. بواسطة برمجية مناسبة تحصلنا على التوترين u_C و E التوتر بين طرفي المولد الممثلين في الشكل (02)، بالاعتماد على الشكل (02):
   أ- عين قيمة E وثابت الزمن τ_1.
   ب- تحقق من أن سعة المكثفة $C = 20\ \mu F$.
3. بتطبيق قانون جمع التوترات، أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها u_C.
4. حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل التالي: $u_C = A(1 - e^{-\alpha t})$، حيث أن A و α ثابتين موجبين.
   - حدد عبارة كل من α و A بدلالة ثوابت الدارة، ثم أحسب قيمتهما، علما أن $\tau_1 = R_1 C$.
5. أحسب قيمة الطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظة $t_1 = 4\ ms$.

II. يتوقف شحن المكثفة عند اللحظة $t_1 = 4\ ms$ وذلك بتغيير وضع البادلة إلى الوضع (2)، فتتفرغ المكثفة في الناقل الأومي R_2، يمثل المنحنى (3) في الشكل (03) تغيرات التوترت u_C بدلالة الزمن خلال عملية التفريغ، ونختار t_1 مبدأ للأزمنة.

1. اعتمادا على المنحنى (3)، حدد قيمة ثابت الزمن τ_2.
2. استنتج قيمة مقاومة الناقل الأومي R_2.
3. أحسب قيمة الطاقة الضائعة بفعل جول عند اللحظة $t_2 = 8\ ms$.

الشكل (02)

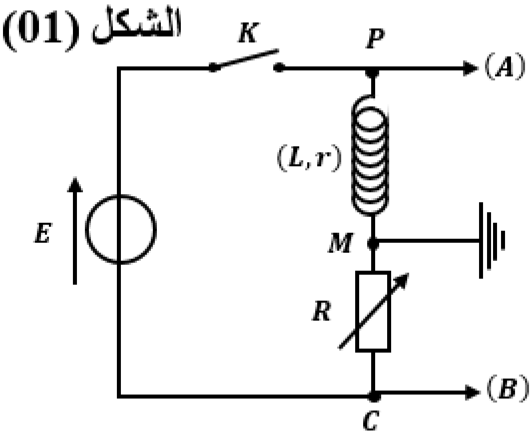


التمرين (03):

في الدارة الكهربائية الممثلة في الشكل (01)، لدينا:
- مولد مثالي للتوترات قوته المحركة $E = 6\ V$.
- وشيعة مقاومتها r ومعاملها التحريضي L.
- علبة مقاومات وقاطعة مهملة المقاومة.

نصل الدارة لراسم اهتزاز رقمي كما هو موضح في الدارة.

الشكل (01)



نغلق القاطعة عند اللحظة $t = 0$.

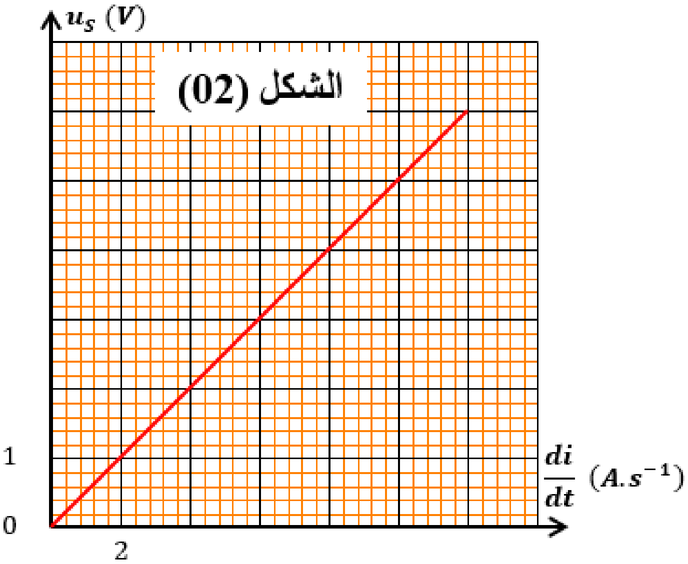
1. بين أن المعادلة التفاضلية لشدة التيار تكتب بالشكل:
$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} i = \frac{I_0}{\tau}$$
حيث τ ثابت الزمن لهذه الدارة، و I_0 هي شدة التيار في النظام الدائم.
2. بين أن $i = I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ هو حل للمعادلة التفاضلية السابقة.
3. عبر عن التوتر u_{PM} بدلالة i و di/dt، وعن التوتر u_{CM} بدلالة i.
4. بواسطة جهاز راسم الاهتزاز، يمكننا مشاهدة التوتر $u_S = u_{PM} + u_{CM}$.

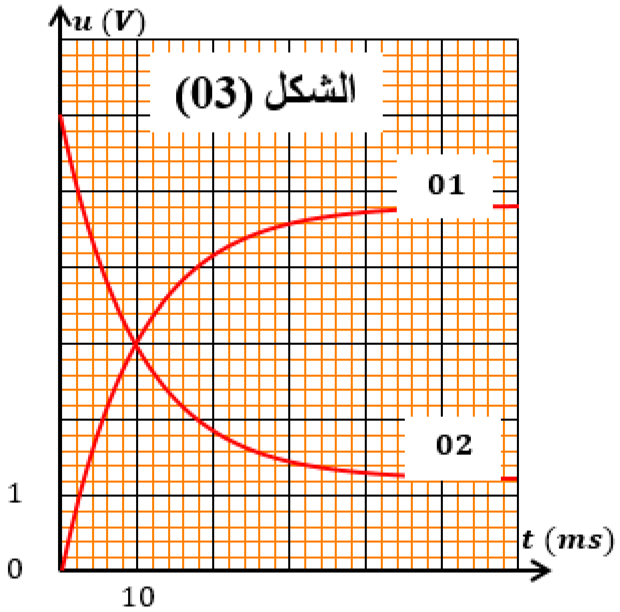
أ- عبر عن التوتر u_S بدلالة i و di/dt.

ب- بين أنه توجد قيمة واحدة فقط R_0 لمقاومة الناقل الأومي تمكننا من الحصول على البيان $u_S = f\left(di/dt\right)$ الممثل في الشكل (02).

جـ- علما أن $R_0 = 10\ \Omega$، جد قيم كل من r، I_0، L و τ.

5. نغير قيمة مقاومة الناقل الأومي من R_0 إلى R_1، فنشاهد على شاشة رسام الاهتزاز البيانين في الشكل (03)، وذلك بعد الضغط على (INV) في أحد المدخلين.





أ- أرفق كل بيان بالمدخل الموافق، مع التعليل.

ب- جد قيمة R_1.

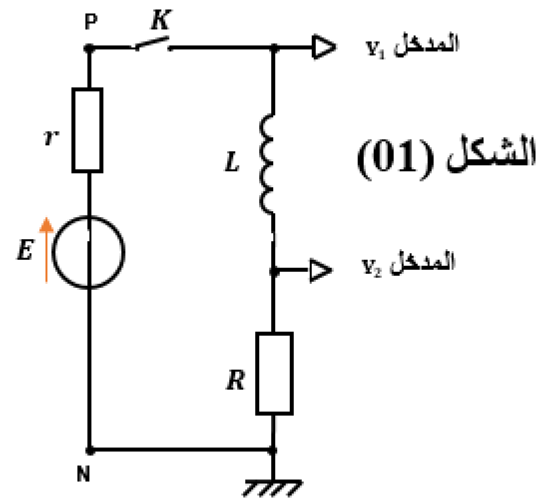
جـ- أحسب قيمة الطاقة المغناطيسية المخزنة في الوشيعة عند اللحظة $t = 60\ ms$.

د- عند اللحظة t'، تكون في الوشيعة نصف الطاقة الأعظمية، بين أنه يمكن كتابة عبارة t' بالشكل التالي:
$$t' = \tau'.\ln\left(\frac{2}{2-\sqrt{2}}\right)$$

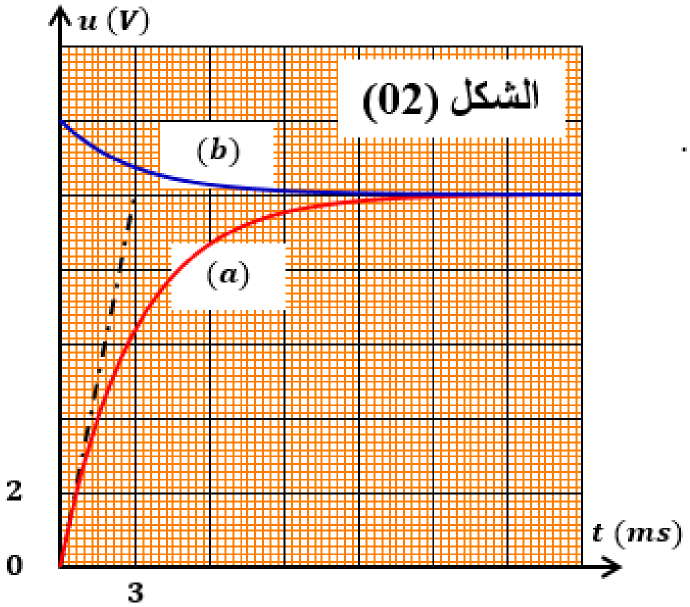
التمرين (04):

ننجز التركيب الممثل في الشكل (1) والمكون من:

- مولد للتوتر قوته المحركة الكهربائية $E = 12\ V$.
- وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها مهملة.
- ناقلين أوميين مقاومتاهما $R = 40\ \Omega$ و r.
- قاطعة K.



عند اللحظة $t = 0$، نغلق القاطعة K، ونتابع تطور التوتر بواسطة راسم الاهتزاز المهبطي فنتحصل على المنحنيين (a) و (b) الممثلين في الشكل (2).

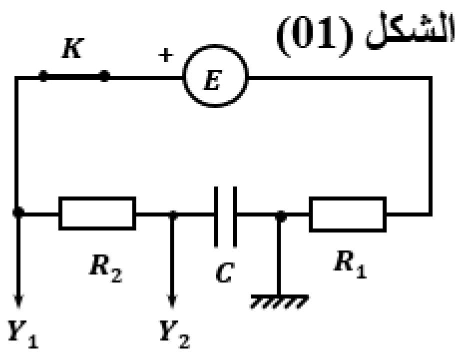


1. عين المنحنى الذي يمثل التوتر $u_R(t)$ والمنحنى الذي يمثل التوتر $u_{PN}(t)$.
2. حدد قيمة I_0، شدة التيار الكهربائي في النظام الدائم.
3. تحقق أن المقاومة r للناقل الأومي هي $r = 8\ \Omega$.
4. أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار الكهربائي $i(t)$ المار في الدارة.
5. حل المعادلة التفاضلية هو: $i(t) = A.(1 - e^{-t/\tau})$
- أوجد عبارتي A و τ بدلالة ثوابت الدارة.
6. حدد قيمة ثابت الزمن τ.
7. استنتج قيمة الذاتية L للوشيعة.
8. أوجد الطاقة المخزنة في الوشيعة عند اللحظة $t = \tau/2$.

التمرين (05):

من أجل دراسة تصرف ثنائي القطب (RC)، ننجز الدارة الكهربائية الممثلة في الشكل (01) والمكونة من:

- مولد للتوتر ثابت قوته المحركة الكهربائية $E = 6\ V$.
- ناقلين أوميين مقاومتهما R_1 و $R_2 = 20\ \Omega$.
- مكثفة سعتها C غير مشحونة.
- قاطعة K.



عند اللحظة $t = 0$، نقوم بغلق القاطعة K، بواسطة برمجية تمكننا من رسم المنحنيين (a) و (b) (الشكل (2)) الممثلين للتوترين المحصل عليهما باستعمال المدخلين Y_1 و Y_2 (الشكل 01).

1. أعد تمثيل الدارة الكهربائية، ومثل عليها اتجاه التيار والتوترات.
2. عين من المنحنيين (a) و (b)، المنحنى الممثل للتوتر $u_C(t)$ مع التعليل.

3. بتطبيق قانون جمع التوترات، أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين طرفي المكثفة $u_C(t)$.

4. حل المعادلة التفاضلية السابقة

$$u_C(t) = A + B.e^{-t/\tau}$$

حيث A، B و τ ثوابت يطلب تحديد عبارتها بدلالة رموز الدارة.

5. أوجد العبارة اللحظية للتيار الكهربائي $i(t)$، واستنتج $u_{R_1}(t)$.

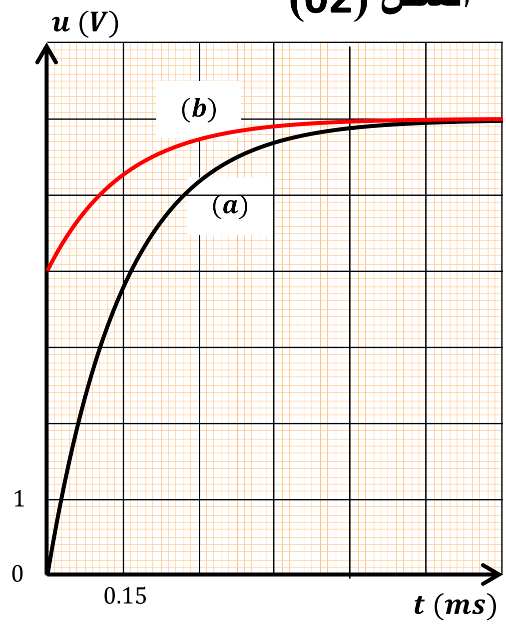
6. اعتمادا على المنحنيين، حدد:

أ- شدة التيار الابتدائي I_0.

ب- مقاومة الناقل الأومي R_1.

جـ- سعة المكثفة C.

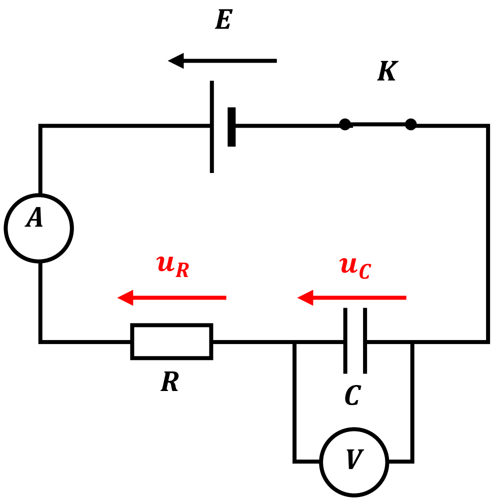
الشكل (02)



حل التمرين (01):

1- إتمام الشكل (1):

2- المعادلة التفاضلية لتطور شدة التيار $i(t)$:



بتطبيق قانون جمع التوترات:

$$u_C + u_R = E$$

منه:

$$u_C + R.i = E$$

باشتقاق العبارة السابقة:

$$\frac{du_C}{dt} + R.\frac{di}{dt} = 0$$

وعليه:

$$\frac{i}{C} + R.\frac{di}{dt} = 0$$

بقسمة العبارة السابقة على R:

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{RC}i = 0$$

3- إيجاد عبارة A و α:

باشتقاق عبارة $i(t)$:

$$\frac{di}{dt} = -\alpha A.e^{-\alpha t}$$

بتعويض عبارة $i(t)$ و di/dt في المعادلة التفاضلية السابقة، نجد:

$$-\alpha A.e^{-\alpha t} + \frac{A.e^{-\alpha t}}{RC} = 0$$

منه:

$$A.e^{-\alpha t}\left(-\alpha + \frac{1}{RC}\right) = 0$$

إذن:

$$\alpha = \frac{1}{RC}$$

عند اللحظة $t = 0$:

$$i(0) = A.e^{-\alpha\times 0} = \frac{E}{R}$$

وعليه:

$$A = \frac{E}{R}$$

4- عبارة شدة التيار $i(t)$:

من قانون جمع التوترات:

$$i = \frac{E - u_C}{R}$$

منه:

$$i = \frac{E}{R} - \frac{\frac{q}{C}}{R}$$

إذن:

$$i = -\frac{1}{RC}q + \frac{E}{R}$$

5- تحديد قيمة كل من R و E:

المنحنى البياني الممثل في الشكل (02)، عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ عبارته:

$$i = a.q + b$$

وعليه:

$$\begin{cases} a = -\frac{1}{RC} \\ b = \frac{E}{R} \end{cases}$$

إذن:

$$\begin{cases} R = -\frac{1}{aC} = \frac{1}{10^4 \times 10^{-6}} = 100\ \Omega \\ E = b \times R = 12 \times 10^{-2} \times 100 = 12\ V \end{cases}$$

6- تحديد القيمة التي يشير إليها الفولط متر:

لدينا:

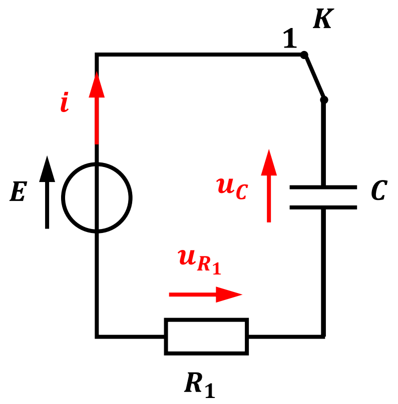
$$u_C = E - R.i = 12 - (100 \times 3 \times 10^{-2}) = 9\ V$$

7- حساب قيمة الطاقة الأعظمية المخزنة في المكثفة:

$$E_0 = \frac{1}{2}CE^2 = \frac{1}{2} \times 10^{-6} \times 12^2 = 7{,}2 \times 10^{-5}\ J$$

حل التمرين (02):

1. تمثيل اتجاه التيار والتوترات:



2. أ- تحديد E و τ_1:

من المنحنى (01)، نجد: $E = 4\ V$

نعلم أن:

$$u_C(\tau_1) = 0{,}63 \times E = 2{,}52\ V$$

بالإسقاط على منحنى (02)، نجد: $\tau_1 = 2\ ms$

ب- التحقق من قيمة C:

نعلم أن:

$$C = \frac{\tau_1}{R_1} = \frac{2\times 10^{-3}}{100} = 20\times 10^{-6}\ F$$

إذن:

$$C = 20\ \mu F$$

3. المعادلة التفاضلية:

بتطبيق قانون جمع التوترات:

$$u_C + u_{R_1} = E$$

ونعلم أن:

$$\begin{cases} u_{R_1} = R_1 . i \\ i = C\dfrac{du_C}{dt} \end{cases}$$

إذن:

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R_1C}u_C = \frac{E}{R_1C}$$

4. تحديد عبارة α و A:

لدينا:

$$u_C(t) = A(1 - e^{-\alpha t}) \ldots (1)$$

باشتقاق عبارة $u_C(t)$:

$$\frac{du_C}{dt} = A\alpha e^{-\alpha t} \ldots (2)$$

بتعويض عبارتي (1) و(2)، في المعادلة التفاضلية:

$$A\alpha e^{-\alpha t} + \frac{A}{R_1C}(1 - e^{-\alpha t}) = \frac{E}{R_1C}$$

ومنه:

$$Ae^{-\alpha t}\left(\alpha - \frac{1}{R_1C}\right) + \frac{A}{R_1C} = \frac{E}{R_1C}$$

وعليه:

$$\begin{cases} A = E = 4\ V \\ \alpha = \dfrac{1}{R_1C} = 0{,}5\ ms^{-1} \end{cases}$$

5. حساب قيمة الطاقة المخزنة في المكثفة:

نعلم أن:

$$E_C(t_1) = \frac{1}{2}Cu_C(t_1)^2$$

$$= \frac{20\times 10^{-6}}{2} \times [4\times(1 - e^{-0{,}2\times 4})]^2$$

$$= 1{,}2\times 10^{-4}\ J$$

.I

1. تحديد قيمة τ_2:

نعلم أن:

$$u_C(\tau_2) = 0{,}37 \times U_0 = 0{,}37\times 3{,}45 = 1{,}276\ V$$

بالإسقاط على منحنى (03)، نجد:

$$\Delta t = 8\ ms$$

ومنه:

$$\tau_2 = \Delta t - t_1 = 8 - 4 = 4\ ms$$

2. حساب قيمة R_2:

نعلم أن:

$$R_2 = \frac{\tau_2}{C} = \frac{4\times 10^{-3}}{20\times 10^{-6}} = 200\ \Omega$$

3. حساب قيمة الطاقة الضائعة بفعل جول:

- عند t_2:

$$E_C(t_2) = \frac{20\times 10^{-6}\times 1{,}27^2}{2} = 0{,}16\times 10^{-4}\ J$$

وعليه:

$$E_R = (1{,}2 - 0{,}16)\times 10^{-4} = 1{,}04\times 10^{-4}\ J$$

حل التمرين (03):

1. إثبات المعادلة التفاضلية:

بتطبيق قانون جمع التوترات:

$$u_b + u_R = E$$

منه:

$$L.\frac{di}{dt} + (R+r).i = E$$

إذن:

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{\frac{L}{R+r}}.i = \frac{\frac{E}{R+r}}{\frac{L}{R+r}}$$

وعليه:

$$\boldsymbol{\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}.i = \frac{I_0}{\tau}}$$

بحيث:

$$\begin{cases} \boldsymbol{I_0 = \frac{E}{R+r}} \\ \boldsymbol{\tau = \frac{L}{R+r}} \end{cases}$$

2. إثبات أن عبارة $i(t)$ هي حل للمعادلة التفاضلية:

باشتقاق عبارة $i(t)$، لدينا:

$$\frac{di}{dt} = \frac{I_0}{\tau} e^{-t/\tau} \ldots (1)$$

بتعويض العبارة (1)، و $i(t)$ في المعادلة التفاضلية، نجد:

$$\frac{I_0}{\tau} e^{-t/\tau} + \frac{I_0}{\tau}.(1 - e^{-t/\tau}) = \frac{I_0}{\tau}$$

منه:

$$\left(\frac{I_0}{\tau} - \frac{I_0}{\tau}\right) e^{-t/\tau} + \frac{I_0}{\tau} = \frac{I_0}{\tau}$$

وعليه:

$$\boldsymbol{\frac{I_0}{\tau} = \frac{I_0}{\tau}}$$

إذن عبارة $i(t)$ هي حل للمعادلة التفاضلية.

3. عبارة التوترين u_{PM} و u_{CM}:

نعلم أن:

$$\boldsymbol{u_{PM} = L.\frac{di}{dt} + r.i}$$

وأيضا:

$$\boldsymbol{u_{CM} = -R.i}$$

4. أ- عبارة التوتر u_S:

نعلم أن:

$$u_S = u_{PM} + u_{CM} = L.\frac{di}{dt} + r.i - R.i$$

منه:

$$\boldsymbol{u_S = L.\frac{di}{dt} + (r-R).i \ldots (2)}$$

ب- إيجاد قيمة R_0:

البيان الممثل في الشكل (02)، عبارة عن خط مستقيم يمر من المبدأ عبارته الرياضية:

$$u_S = a.\frac{di}{dt}$$

بحيث:

a يمثل ميل البيان.

b تمثل نقطة التقطع مع محور التراتيب.

بالمطابقة مع العبارة (2):

$$\begin{cases} (r - R_0).i = 0 \\ a = L \end{cases}$$

وعليه:

$$\boldsymbol{R_0 = r}$$

جـ- حساب قيم r، I_0، L و τ:

من أجل $R_0 = 10\ \Omega$:

- حساب r:

$$\boldsymbol{r = 10\ \Omega}$$

- حساب I_0:

$$I_0 = \frac{E}{R_0 + r} = \frac{6}{20} = \boldsymbol{0,3\ A}$$

- حساب L:

لدينا سابقا:

$$L = \frac{6}{12} = \boldsymbol{0,5\ H}$$

- حساب τ:

$$\tau = \frac{L}{R_0 + r} = \frac{0,5}{20} = \boldsymbol{0,025\ s}$$

أ- تحديد المنحنيات البيانية:

ب-المنحنى (1): يوافق التوتر u_R الذي نتحصل عليه بعد الضغط على زر (INV) للمدخل (B). عند اللحظة $t = 0$، $u_R = 0$.

ت-المنحنى (2): يوافق التوتر u_b المشاهد عن طريق المدخل (A). عند اللحظة $t = 0$ وحسب قانون جمع التوترات $u_b = E$.

ب- حساب قيمة R_1:

في النظام الدائم:

$$\begin{cases} u_R = R_1.I_0 \\ E = (R_1 + r).I_0 \end{cases}$$

من العبارتين السابقتين:

$$\frac{E}{u_R} = \frac{R_1 + r}{R_1}$$

وعليه:

$$R_1 = \frac{r.u_R}{E - u_R} = \frac{10 \times 4,8}{6 - 4,8} = \boldsymbol{40\ \Omega}$$

جـ- حساب قيمة الطاقة المخزنة في الوشيعة E_m:

عند اللحظة $t = 60\ ms$، يكون $i = I_0$، أي:

$$E_m = \frac{1}{2}L.I_0^2 = \frac{1}{2} \times 0,5 \times \left(\frac{4,8}{40}\right)^2 = \boldsymbol{3,6 \times 10^{-3}\ J}$$

د- إثبات عبارة t':

نعلم أن:

$$E_m(t') = \frac{E_{m0}}{2} = \frac{1}{2}L.I_0{}^2\left(1 - e^{-t'/\tau'}\right)^2$$

منه:

$$\frac{1}{2} = \left(1 - e^{-t'/\tau'}\right)^2$$

وعليه:

$$1 - e^{-t'/\tau'} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

إذن:

$$e^{-t'/\tau'} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$$

منه:

$$\frac{t'}{\tau'} = \ln\left(\frac{2}{2 - \sqrt{2}}\right)$$

وعليه:

$$\boldsymbol{t' = \tau'.\ln\left(\frac{2}{2 - \sqrt{2}}\right)}$$

حل التمرين (04):

1. تحديد المنحنيات:

- المنحنى (a) يمثل $u_{PN}(t)$.
- المنحنى (b) يمثل $u_{R_2}(t)$.

2. تحديد قيمة I_0:

في النظام الدائم:

$$u_{R_2}(max) = R.I_0$$

ومنه:

$$I_0 = \frac{u_{R_2}(max)}{R} = \frac{10}{40} = 0,25\ A$$

إذن:

$$\boldsymbol{I_0 = 0,25\ A}$$

3. التحقق من قيمة المقاومة r:

بتطبيق قانون جمع التوترات، لدينا:

$$u_L + u_{R_2} + u_{R_1} = E$$

منه:

$$L.\frac{di}{dt} + R_2.i + R_1.i = E$$

في النظام الدائم، لدينا:

$$\frac{di}{dt} = 0$$

منه:

$$R_2.I_0 + R_1.I_0 = E$$

نجد:

$$R_1 = \frac{E - R_2.I_0}{I_0} = \frac{12 - (40 \times 0,25)}{0,25} = 8\ \Omega$$

$$\boldsymbol{R_1 = 8\ \Omega}$$

4. إيجاد المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار الكهربائي $i(t)$:

بتطبيق قانون جمع التوترات، لدينا:

$$u_L + u_{R_2} + u_{R_1} = E$$

منه:

$$L.\frac{di}{dt} + (R_1 + R_2).i = E \ldots (1)$$

بقسمة العبارة (1) على L، نجد:

$$\boldsymbol{\frac{di}{dt} + \frac{(R_1 + R_2)}{L}.i = \frac{E}{L}}$$

5. إيجاد عبارتي A و τ:

باشتقاق عبارة $i(t)$:

$$\frac{di}{dt} = \frac{A}{\tau}e^{-t/\tau} \ldots (2)$$

بتعويض عبارة $i(t)$ والعبارة (2) في المعادلة التفاضلية السابقة، نجد:

$$\frac{A}{\tau}e^{-t/\tau} + \frac{R_1 + R_2}{L}.A\left(1 - e^{-t/\tau}\right) = \frac{E}{L}$$

منه:

$$Ae^{-t/\tau}\left(\frac{R_1 + R_2}{L} - \frac{1}{\tau}\right) + A.\frac{R_1 + R_2}{L} = \frac{E}{L}$$

نستنتج:

$$\begin{cases} \frac{R_1+R_2}{L} - \frac{1}{\tau} = 0 \\ A.\frac{R_1+R_2}{L} = \frac{E}{L} \end{cases}$$

ومنه نجد أن:

$$\boldsymbol{\tau = \frac{L}{R_1+R_2} \quad A = \frac{E}{R_1+R_2}}$$

6. تحديد ثابت الزمن τ:

$$\boldsymbol{\tau = 3\ ms}$$

7. استنتاج قيمة الذاتية L:

لدينا:

$$L = \tau \times (R_1+R_2) = 3 \times (40+8) = 144\ mH$$

إذن:

$$\boldsymbol{L = 144\ mH}$$

8. إيجاد قيمة الطاقة المخزنة في الوشيعة:

لدينا:

$$E_m(t) = \frac{1}{2}.L.\left(i(t)\right)^2$$

عند $t = {}^{\tau}/_{2}$:

$$E_m\left(\frac{\tau}{2}\right) = \frac{1}{2}.L.\left(I_0.(1-e^{-\frac{\tau}{2\tau}}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 144$$

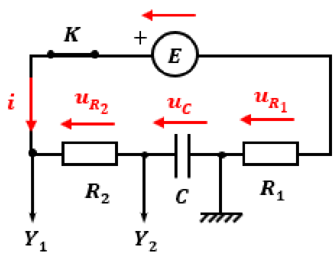
$$\times \left(0{,}25 \times (1-e^{-0{,}5})\right)^2$$

$$= 0{,}72\ mJ$$

$$\boldsymbol{E_m\left(\frac{\tau}{2}\right) = 0{,}72}$$

حل التمرين (05):

1. تمثيل الدارة:



2. تحديد المنحنى:

عند اللحظة $t = 0$،

المكثفة غير مشحونة

$u_C(t) = 0\ V$، إذن

المنحنى (a) هو الممثل

لتغيرات $u_C(t)$.

3. إيجاد المعادلة التفاضلية بدلالة $u_C(t)$:

بتطبيق قانون جمع التوترات، لدينا:

$$u_C + u_{R_1} + u_{R_2} = E \ ...(1)$$

ونعلم أن:

$$\{u_R = (R_1+R_2)C.\frac{du_C}{dt}$$

منه تصبح العبارة (1):

$$\boldsymbol{\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{(R_1+R_2).C}u_C = \frac{E}{(R_1+R_2).C}}$$

4. إيجاد الثوابت A، B و τ:

باشتقاق عبارة u_C:

$$\frac{du_C}{dt} = -\frac{B}{\tau}.e^{-t/\tau}$$

بتعويض عبارة u_C و ${du_C}/{dt}$ في المعادلة التفاضلية:

$$-\frac{B}{\tau}.e^{-t/\tau} + \frac{1}{(R_1+R_2)C}\left(A+B.e^{-t/\tau}\right) = \frac{E}{(R_1+R_2)C}$$

منه:

$$B.e^{-t/\tau}\left(-\frac{1}{\tau}+\frac{1}{(R_1+R_2)C}\right) + \frac{A}{(R_1+R_2)C} = \frac{E}{(R_1+R_2)C}$$

إذن:

$$\boldsymbol{\begin{cases} A = E \\ \tau = (R_1+R_2)C \end{cases}}$$

من الشروط الابتدائية:

$$u_C(0) = A + B.e^{-0/\tau} = 0$$

منه:

$$\boldsymbol{B = -A = -E}$$

5. عبارة $i(t)$ و $u_{R_1}(t)$:

نعلم أن:

$$i = C.\frac{du_C}{dt} = -\frac{C.B}{\tau}.e^{-t/\tau}$$

منه:

$$\boldsymbol{i = \frac{E}{R_1+R_2}.e^{-t/\tau}}$$

ولدينا أيضا:

$$u_{R_1}(t) = R_1.i(t)$$

منه:

$$\boldsymbol{u_{R_1} = R_1.\frac{E}{R_1+R_2}.e^{-t/\tau}}$$

أ- **تحديد قيمة I_0:**

تحديد قيمة I_0:

لدينا المنحنى (a)، يمثل:

$$u_C + u_R = E$$

عند اللحظة $t = 0$:

$$u_{R_0} = R.I_0$$

ومنه:

$$I_0 = \frac{u_{R_0}}{R}$$

باستخدام البيان (a)، نجد: $u_{R_0} = 4\ V$

ومنه:

$$I_0 = \frac{4}{20} = 0,2\ A$$

إذن:

$$\boldsymbol{I_0 = 0,2\ A}$$

ب- **تحديد قيمة R_1:**

لدينا:

$$R_1 = \frac{E}{I_0} - R_2 = \frac{6}{0,2} - 20 = 10\ \Omega$$

إذن:

$$\boldsymbol{R_1 = 10\ \Omega}$$

جـ- **إيجاد قيمة C:**

تحديد قيمة τ:

من المنحنى البياني (b):

$$\boldsymbol{\tau = 0,15\ ms}$$

تحديد قيمة C:

لدينا:

$$\tau = (R_1 + R_2).C$$

ومنه:

$$C = \frac{\tau}{R_1 + R_2} = \frac{0,15 \times 10^{-3}}{20 + 10} = 5 \times 10^{-6}\ F$$

$$\boldsymbol{C = 5\ \mu F}$$