تمارين حول حركة الكواكب والاقمار الصناعية

التمرين 1: بكالوريا علوم تجريبية 2009

يدور قمر اصطناعي كتلته (m_s) حول الأرض في مسار دائري على ارتفاع (h) من سطحها. نعتبر الأرض كرة نصف قطرها (R)، وننمذج القمر الاصطناعي بنقطة مادية. تدرس حركة القمر الاصطناعي في المعلم المركزي الأرضي الذي نعتبره غاليليا.

1 – ما المقصود بالمعلم المركزي الأرضي؟

2 – اكتب عبارة القانون الثالث لكيبلر بالنسبة اهذا القمر.

3 – أوجد العبارة الحرفية بين مربع سرعة القمر (v^2) و (G) ثابت الجذب العام، M_T كتلة الأرض ، h و R.

4 – عرّف القمر الجيومستقر واحسب ارتفاعه (h) وسرعته (v).

5 – احسب قوة جذب الأرض لهذا القمر. اشرح لماذا لا يسقط على الأرض رغم ذلك.

المعطيات: دور حركة الأرض حول محورها: $T \backsimeq 24h$.

$R = 6400\ km\ ;\ m_s = 2\times10^3\ kg\ ;\ M_T = 5{,}97\times10^{24}\ kg\ ;\ G = 6{,}67\times10^{-11}\ Nm^2.kg^{-2}$

التمرين2: بكالوريا رياضيات 2009

ينتمي القمر الاصطناعي (Giove-A) إلى برنامج غاليلو الأوروبي لتحديد الموقع المكمل للبرنامج الأمريكي GPS. نعتبر القمر الاصطناعي (Giove-A) ذي الكتلة $m = 700\ kg$ نقطيا ونفترض أنه يخضع إلى قوة جذب الأرض فقط.

يدور القمر (Giove-A) بسرعة ثابتة في مدار دائري مركزه (O) على ارتفاع $h = 23{,}6\times10^3\ km$ من سطح الأرض.

1 – في أي مرجع تتم دراسة حركة هذا القمر الاصطناعي؟ وما هي الفرضية المتعلقة بهذا المرجع والتي تسمح بتطبيق القانون الثاني لنيوتن؟

2 – أوجد عبارة تسارع القمر (Giove-A) وعيّن قيمته.

3 – احسب سرعة القمر (Giove-A) على مداره.

4 – عرّف الدور T ثمّ عيّن قيمته بالنسبة للقمر (Giove-A).

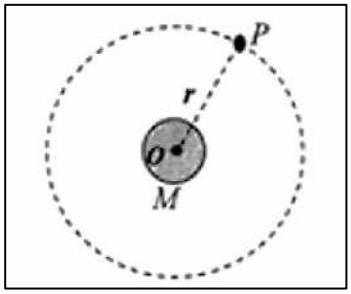
5 – احسب الطاقة الإجمالية للجملة ((Giove-A)+أرض).

المعطيات: ثابت الجذب العام $G = 6{,}67\times10^{-11}$ SI كتلة الأرض $M_T = 5{,}98\times10^{24}\ kg$

نصف قطر الأرض $R_T = 6{,}38\times10^3\ km$.

التمرين3: بكالوريا رياضيات 2012

يتصور العلماء في الرحلات المستقبلية نحو كوكب المريخ M وضع محطة لأجهزة الاتصالات مع الأرض على أحد أقمار هذا الكوكب، مثلا على القمر Phobos (P).



المعطيات:

ثابت التجاذب الكوني: $G = 6{,}67\times10^{-11}\ N.m^2.kg^{-2}$

المسافة بين المريخ M والقمر P: $r = 9{,}38\times10^3\ km$

كتلة المريخ: $m_M = 6{,}44\times10^{23}\ kg$

كتلة القمر Phobos : m_P

دور المريخ حول نفسه: $T_M = 24\ h\ 37\ min\ 22\ s$

نفرض أن هذه الأجسام كروية الشكل وكتلتها موزعة بانتظام على حجومها وأن حركة هذا القمر دائرية وتنسب إلى مرجع غاليلي مبدؤه O مركز كوكب المريخ .

1 – مثّل على الشكل القوة التي يطبقها الكوكب M على القمر Phobos(P).

2 – أ – بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، بيّن أن حركة مركز عطالة هذا القمر دائرية منتظمة.

ب – استنتج عبارة سرعة دوران القمر P حول المريخ.

3 – جد عبارة دور حركة القمر T_P حول المريخ بدلالة المقادير r ، G ، m_M.

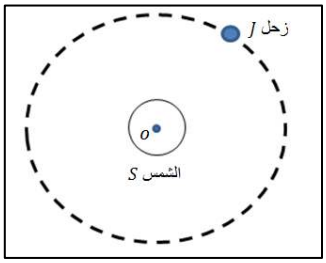
4 – اذكر نص القانون الثالث لكبلر وبيّن أن النسبة: $\frac{T_P^2}{r^3} = 9{,}21\times10^{-13}\ S^2.m^{-3}$ ، ثم استنتج قيمة T_P.

5 – أين يجب وضع محطة الاتصالات S لتكون مستقرة بالنسبة للمريخ؟ ما قيمة T_S دور المحطة في مدارها حينئذ؟

التمرين4: بكالوريا رياضيات 2008

المعطيات :

$M_s = 2\times10^{30}kg$	كتلة الشمس
$r = 7.8\times10^{8}km$	نصف قطر مدار زحل
$G = 6.67\times10^{-11}SI$	ثابت الجذب العام



يدور كوكب زحل حول الشمس على مسار نعتبره دائري مركزه ينطبق على مركز عطالة الشمس (O) بحركة منتظمة .

1- مثل القوة التي تطبقها الشمس على كوكب زحل ثم أعط عبارتها .

2- ندرس حركة كوكب زحل في المرجع المركزي الشمسي (الهيليومركزي) الذي نعتبره غاليليا.

أ – عرف المرجع المركزي الشمسي .

ب – بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، أوجد عبارة التسارع a لحركة مركز عطالة كوكب زحل .

ج- أوجد العبارة الحرفية للسرعة المدارية v للكوكب في المرجع المختار بدلالة: G ،M_Sو نصف قطر المدار r ثم احسب قيمتها .

3- أوجد عبارة الدور T لحركة هذا الكوكب حول الشمس بدلالة : نصف قطر المدار r والسرعة v ثم أحسب قيمته .

التمرين 5: بكالوريا رياضيات 2008

يدور قمر اصطناعي كتلته (m) حول الأرض بحركة منتظمة، فيرسم مسارا دائريا نصف قطره (r) ومركزه هو نفسه مركز الأرض.

1 – مثّل قوة جذب الأرض للقمر الاصطناعي واكتب عبارة قيمتها بدلالة M_T ، m ، G ، r حيث:

M_T كتلة الأرض ، m كتلة القمر الاصطناعي ، G ثابت الجذب العام.

r نصف قطر المسار (البعد بين مركز الأرض ومركز القمر الاصطناعي).

2 – باستعمال التحليل البعدي أوجد وحدة ثابت الجذب العام (G) في الجملة الدولية (SI).

3 – بيّن أن عبارة السرعة الخطية (v) للقمر الاصطناعي في المرجع المركزي الأرضي تعطى بـــ: $v = \sqrt{\frac{G.M_T}{r}}$.

4 – اكتب عبارة (v) بدلالة r و T حيث T دور القمر الاصطناعي.

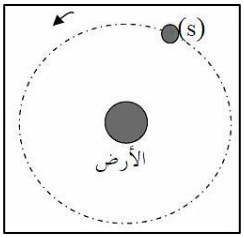
5 – اكتب عبارة دور القمر الاصطناعي حول الأرض بدلالة M_T ، G ، r.

6 – أ/ بيّن أن النسبة $(\frac{T^2}{r^3})$ ثابتة لأي قمر يدور حول الأرض، ثم احسب قيمتها العددية في المعلم المركزي الأرضي مقدرة بوحدة الجملة الدولية (SI).

ب/ إذا كان نصف قطر مسار قمر اصطناعي يدور حول الأرض $r = 2{,}66\times10^4\ km$ ، احسب دور حركته.

المعطيات: ثابت الجذب العام : $G = 6{,}67\times10^{-11}\ SI$ كتلة الأرض : $M_T = 5{,}97\times10^{24}\ kg$ ، $\pi^2 = 10$.

التمرين6: بكالوريا رياضيات 2013



نعتبر قمرا اصطنعيا (S) كتلته m_s يدور حول الأرض في جهة دورانها بسرعة ثابتة (الشكل).

1. مثل القوى الخارجية المؤثرة عل القمر الاصطناعي (S).
2. ماهو المرجع المناسب لدراسة حركة القمر الاصطناعي (S) ؟ عرفه.
3. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، جد العبارة الحرفية لسرعة القمر الاصطناعي بدلالة: ثابت الجذب العام G، كتلة الأرض M_T، نصف قطر الأرض R_T وارتفاع مركز عطالة القمر الاصطناعي عن سطح الأرض h، ثم احسب قيمتها.
4. أ- جد عبارة دور القمر الاصطناعي بدلالة: R_T، G، h، M_T، ثم احسب قيمته.

   ب- هل يمكن اعتبار هذا القمر جيو مستقر؟ علل.
5. ذكر بالقانون الثالث لكبلر، ثم بين أن النسبة: $\frac{T^2}{(R_T+h)^3}=k$، حيث k ثابت يطلب حسابه.

يعطى: $\pi^2=10$، $h=35800km$، $R_T=6380km$، $M_T=6\times10^{24}kg$، $G=6.67\times10^{11}(SI)$.

التمرين 7: بكالوريا علوم تجريبية 2011

ألسات1 *(Alsat1)* قمر اصطناعي جزائري متعدد الاستخدامات كتلته $m_L=90kg$ ، أرسل إلى الفضاء بتاريخ 28 نوفمبر2002 ، يدور حول الأرض وفق مسار إهليجي و دوره $T=98min$.

1- من أجل دراسة حركته نختار مرجعا مناسبا.

ب- اقترح مرجعا لدراسة حركة هذا القمر الاصطناعي حول الأرض .

ت- ذكر بنص القانون الثاني لكبلر .

2- بفرض أن القمر الاصطناعي *(Alsat1)* يدور حول الأرض وفق مسار دائري على ارتفاع h عن سطحها

أ- مثل قوة جذب الأرض بالنسبة للقمر الاصطناعي.

ب- اكتب العبارة الحرفية لشدة قوة جذب القمر الاصطناعي بدلالة : M_T, m_L, h, G, R_T .

ج- بتطبيق قانون نيوتن الثاني تحقق أن عبارة سرعة القمر الاصطناعي المدارية هي الشكل: $v=\sqrt{\frac{GM_T}{r}}$ حيث $r=R_T+h$

د- عرف الدور T وأكتب عبارته بدلالة G, r, M_T .

هـ- احسب الارتفاع h الذي يتواجد عليه القمر *(Alsat1)* عن سطح الأرض .

معطيات : $R_T=6.38\times10^3km$, $M_T=6\times10^{24}kg$, $G=6.67\times10^{-11}SI$

التمرين 8: بكالوريا علوم 2014 .

في مرجع جيومركزي نعتبر الاقمار دائرية حول مركز الارض التي نفترض أنها متجانسة كتلتها M_T ونصف قطرها R نقبل أن القمر الاصطناعي في مداره يخضع لقوة جذب الارض $\vec{F}_{T/S}$ فقط .

1- أ- عرف المرجع الجيومركزي .

ب – اكتب العبارة الشعاعية للقوة $\vec{F}_{T/S}$ بدلالة G ، M_T ، R ، m_S كتلة القمر الاصطناعي و h ارتفاعه عن سطح الارض .

جـ – استنتج عبارة $\vec{a}$ شعاع تسارع حركة القمر الاصطناعي ، ما طبيعة الحركة ؟

2- الجدول التالي يعطي بعض خصائص حركة قمرين اصطناعين حول الارض .

القمر الاصطناعي	*Alsat1*	*Astra*
$T(s)\times10^3$	5,964	86,160
$h(m)\times10^6$	0,70	35,65

أ- أحد القمرين جيومستقر عينه مع التعليل؟

ب– احسب تسارع الجاذبية الارضية g عند نقطة من مدار القمر الاصطناعي ألسات 1 ، ماذا تستنتج؟

جـــ – بين اعتمادا على معطيات الجدول أن قانون كبلر الثالث محقق .

د – استنتج قيمة تقريبية لكتلة الارض.

3– لماذا دور الأرض حول نفسها ليس $24h$ ؟ (سؤال اضافي)

المعطيات: $G = 6,67\times10^{-11}\ N\cdot m^2\cdot kg^{-2}$ ، $R = 6380\ km$ ، $1\ jour = 23h\ 56\text{min}$

تسارع الجاذبية عند سطح الأرض: $g_0 = 9,8\text{m}\cdot s^{-2}$.

التمرين9: بكالوريا رياضيات 2011

يدور كوكب القمر حول الأرض وفق مسار نعتبره دائريا مركزه هو مركز الأرض، ونصف قطره $r = 384\times10^3$ km ، ودوره $T_L = 25,5$ j.

1 – أ – ما هو المرجع الذي تنسب إليه حركة كوكب القمر؟

ب – احسب قيمة السرعة v لحركة مركز عطالة القمر.

2 – المركبة الفضائية Apollo التي حملت رواد الفضاء إلى سطح القمر سنة 1968، حلقت في مدار دائري حول القمر على ارتفاع ثابت $h_A = 110$ km.

أ – ذكّر بنص القانون الثالث لكبلر.

ب – أوجد عبارة دور المركبة T_A بدلالة h_A ونصف قطر القمر R_L وكتلته M_L، وثابت الجذب العام G. احسب قيمته العددية.

3 – استنتج مما تقدم نصف القطر r_S للمدار الجيومستقر لقمر اصطناعي أرضي.

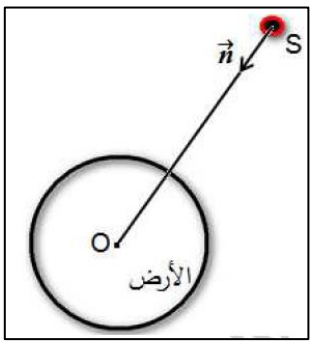
المعطيات: $G = 6,67\times10^{-11}$ N.m^2.kg^{-2} ، كتلة القمر : $M_L = 7,34\times10^{22}$ kg

نصف قطر القمر: $R_L = 1,74\times10^3$ km ، النسبة $\frac{M_T}{M_L} = 81,3$ حيث M_T كتلة الأرض.

4 – يوجد تشابه واضح بين النظامين الكوكبي والذري، إلا أنه لا يمكن تطبيق قوانين نيوتن على النظام الذري. بيّن محدودية قوانين نيوتن.

التمرين10: بكالوريا رياضيات 2012

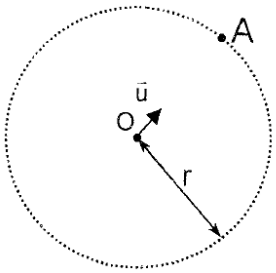
يدور قمر اصطناعي (S) حول الأرض بحركة دائرية منتظمة على ارتفاع $h = 700km$ من سطحها، حيث ينجز 14.55 دورة في اليوم الواحد، نفرض أن المرجع المركزي الأرضي مرجع غاليلي.



1. مثل شعاع التسارع $\vec{a}$ لحركة القمر الاصطناعي (S) .
2. أعط دون برهان عبارة شعاع التسارع $\vec{a}$ لحركة القمر الاصطناعي (S) بدلالة v سرعة القمر ونصف قطر المسار r وشعاع الوحدة $\vec{n}$.
3. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين أن عبارة سرعة القمر الاصطناعي حول الارض تعطى بالعلاقة: $v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}$.
4. اكتب العلاقة بين T_S وr، حيث T_S دور القمر الاصطناعي (S) حول الأرض.
5. بين أن $\frac{T_S}{r^3} = 9.85\times10^{-14}\ s^2.m^{-3}$
6. استنتج M_T كتلة الأرض.

يعطى: $G = 6.67\times10^{11}\ (SI)$ ، $R_T = 6400km$.

التمرين 11: بكالوريا 2015 علوم

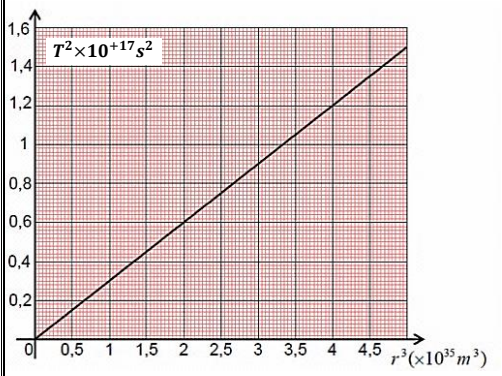


للتبسيط نعتبر مسارات حركة الكواكب السيارة حول الشمس في المرجع الهليومركزي بدوائر مركزها O وأنصاف أقطارها r حيث نرمز لكتلة الشمس بالرمز M_S .

1- أعد رسم الشكل ومثل عليه شعاع اللقوة الجاذبة المركزية $\vec{F}_{S/P}$ المطبقة من طرف الشمس على احد الكواكب الذي كتلته m_p في مركز عطالته المتواجد في الموضع A .

2- عبر عن شعاع القوة $\vec{F}_{S/P}$ بدلالة G ثابت الجذب الكوني ، M_S ، m_p ، r و $\vec{u}$ شعاع الوحدة.

3- بإهمال تأثير القوى الاخرى أمام $\vec{F}_{S/P}$ وبتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، أوجد عبارة تسارع حركة الكوكب في الموضع A بدلالة G ، M_S و r .



4- استنتج طبيعة حركته حول الشمس.

5- يمثل الشكل تطور مربع الدور الزمني لكل من كوكب الأرض والمريخ وزحل بدلالة مكعب نصف قطر مدار كل كوكب .

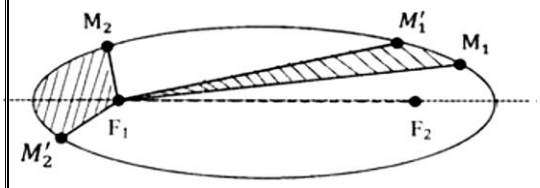
أ- هل يتوافق البيان مع قانون كبلر الثالث ؟

ب- باستعمال البيان بين أن : $\frac{T^2}{r^3}=3\times10^{-19}(SI)$ ثم استنتج قيمة كتلة الشمس M_S

$G=6.67\times10^{-11}SI$

التمرين12: بكالوريا 2016 رياضيات

1- يمثل الشكل المقابل مسار حركة أحد كواكب المجموعة الشمسية حول الشمس ، يستغرق الكوكب P نفس المدة الزمنية Δt في قطع المسافتين $M_1M'_1$ و $M_2M'_2$.اذكر نصي قانوني كبلر الذين يمكن استخلاصهما .



2- لتبسيط الدراسة نعتبر مسارات الكواكب دائرية نصف قطرها r بحيث تقع الشمس في مركزها . يعطي الجدول الاتي مميزات حركة بعض هذه الكواكب :

الكوكب	نصف قطر المسار $r\times10^6Km$	الدور T	$\frac{T^2}{r^3}(s^2.m^{-3})$
الزهرة	108,2	$224j\ 16h$	
الأرض	149,6	$365j\ 6h$	
زحل	227,9	$686j\ 22h$	

أ- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على مركز عطالة الكوكب P في المعلم الهليومركزي ، جد عبارة سرعة الكوكب بدلالة ثابت الجذب العام G ، كتلة الشمس M_S و نصف القطر r لمسار الكوكب P .

ب- اكتب عبارة الدور T للكوكب بدلالة G ، M_S و r ، ثم استنتج عبارة القانون الثالث لكبلر.

ج- اكمل الجدول السابق ، ماذا تستنتج؟

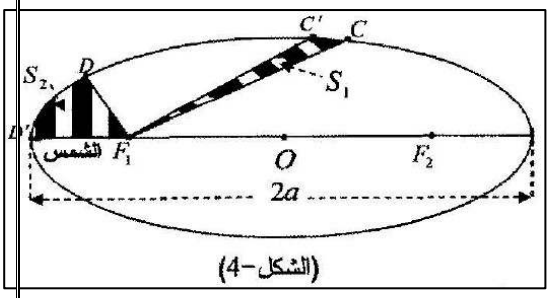
د- احسب كتلة الشمس M_S .

ه- تتميز حركة المشتري حول الشمس بالدور $T=314j\ 11h$ ، اوجد البعد r لمركز المشتري عن مركز الشمس .

$G=6.67\times10^{-11}SI$

التمرين13: بكالوريا علوم تجريبية 2010

أ/ يكون مسار حركة مركز عطالة كوكب حول الشمس اهليليجيا كما يوضحه الشكل –4. ينتقل الكوكب أثناء حركته على مداره من النقطة C إلى النقطة C' ثم من النقطة D إلى النقطة D' خلال نفس المدة الزمنية Δt.



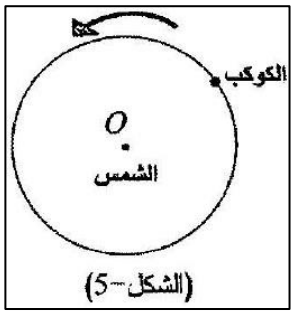
(الشكل-4)

1 – اعتمادا على قانون كبلر الأول فسر وجود موقع الشمس في النقطة F_1، كيف نسمي عندئذ النقطتين F_1 و F_2.

2 – حسب قانون كبلر الثاني ما هي العلاقة بين المساحتين S_1 و S_2 ؟

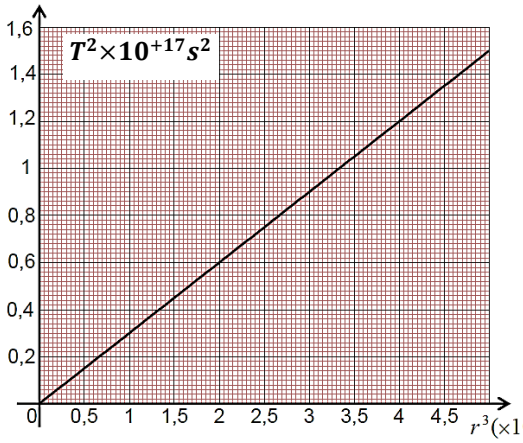
3 – بيّن أن متوسط السرعة بين الموضعين C و C' أقل من متوسط السرعة بين الموضعين D و D'.

ب/ من أجل التبسيط ننمذج المسار الحقيقي لكوكب في المرجع الهليومركزي بمدار دائري مركزه O (مركز الشمس) ونصف قطره r الشكل –5. يخضع كوكب أثناء حركته حول الشمس إلى تأثيرها والذي ينمذج بقوة $\vec{F}$ ، قيمتها تعطى حسب قانون الجذب العام لنيوتن بالعلاقة : $F = G\frac{mM}{r^2}$ حيث M كتلة الشمس، m كتلة الكوكب و G ثابت التجاذب الكوني SI $G = 6,67\times10^{-11}$ باستعمال برمجية « satellite » في جهاز الإعلام الآلي تم رسم



(الشكل-5)

البيان $T^2=f(r^3)$ الشكل – 6. حيث T دور الحركة.



1 – اذكر نص قانون كبلر الثالث.

2 – بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكوكب وبإهمال تأثيرات الكواكب الأخرى، أوجد عبارة كل من v سرعة الكوكب ودور حركته T بدلالة r ، G ، M.

3 – أوجد بيانيا العلاقة بين T^2 و r^3 .

4 – أوجد العلاقة النظرية بين T^2 و r^3

5 – بتوظيف العلاقتين الأخيرتين استنتج قيمة كتلة الشمس M.

التمرين 14:

تم ارسال اول قمر صناعي *Galiléo* للبرنامج *GIOVEA* في 28 ديسمبر 2005 . نعتبر ان القمر الاصطناعي جسما نقطيا S يخضع لقوة جذب الارض فقط، يرسم مدارا دائريا على ارتفاع $h = 23,6.10^3 km$ عن سطح الارض.

1- مثل كيفيا الارضة القمر الاصطناعي على مساره والقوة المطبقة من طرف الارض على هاذ القمر.

2- ما هو المرجع الذي تدرس فيه الحركة؟ ما هي الفرضية الواجب وضعها بالنسبة لهذا المرجع ليصبح عطاليا؟

3- اوجد عبارة سرعة الحركة بدلالة M_T ، R_T ، h و G.

4- اجد عبارة دور القمر ثم استنتج قانون كبلر الثالث.

5- مقارنة حركة القمر الصناعي بحركة اقمار صناعية اخرى: الجدول التالي يعطى دور و نصف قطر مدارات بعض الاقمار الصناعية:

القمر	$h(km)$	$T(s)$	$r^3(m^3)$	$T^2(s^2)$
GPS	$13,9\times10^3$	$2,88\times10^4$		
GLONASS	$19,1\times10^3$	$4,02\times10^4$		
METEOSAT	$35,7\times10^3$	$8,61\times10^4$		

أ/ اكمل الجدول ثم ارسم البيان:$T^2 = f\ (r^3)$ باستعمال سلم مناسب.

ب/ اكتب معادلة المنحنى الناتج و تأكد ان البيان يتوافق مع قانون كبلر الثالث.

ج/ استنتج كتلة الارض R_T.

د/ باستعمال البيان اوجد دور القمر الصناعي $Galiléo$، ثم احسب سرعته وتسارعه.

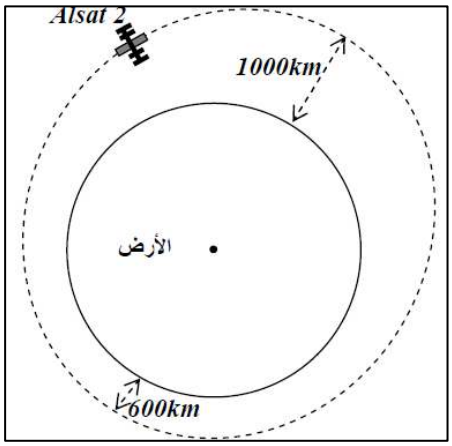
$$G = 6{,}67\times10^{-11}SI \quad , \quad R_T = 6400Km$$

التمرين15: بكالوريا رياضيات 2014 بتصرف

بتاريخ 12 جويلية 2010 تم إطلاق القمر الاصطناعي الجزائري الثاني $Alsat2$ الذي نرمز له بـــ(S) حيث تم وضعه في مداره الإهليليجي بنجاح، ليدور حول الأرض على ارتفاع من سطحها محصور بين $600km$ و $1000km$.

1. يمثل الشكل رسما تخطيطيا مبسطا لمدار (S) حول الأرض، نعتبر (S) خاضعا لقوة جذب الأرض فقط.

يعطى: نصف قطر الأرض $R_T = 6400km$ وكتلتها $M_T = 6\times10^{24}kg$ ودور حركتها حول محورها $T_T = 24h$.



أ- ماذا يمثل مركز الأرض بالنسبة لمدار هذا القمر الاصطناعي؟

ب- مثل في موضع كيفي من المدار شعاع القوة التي يخضع لها (S) أثناء دورانه حول الأرض.

جـــ - احسب دور هذا القمر .علما أن $\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$.

2. نعتبر حركة (S) دائرية على ارتفاع متوسط ثابت $h = 800km$.

أ- هل شدة قوة جذب الأرض لـــ(S) ثابتة؟ علل.

ب- أحسب شدة هذه القوة علما أن كتلة هذا القمر هي $m = 130kg$.

3. أ- أذكر خصائص القمر الاصطناعي الجيومستقر .

ب- هل يمكن اعتبار (S) قمرا اصطناعيا جيومستقر؟ لماذا؟

جـــ- احسب قيمة سرعة القمر الاصطناعي (S).

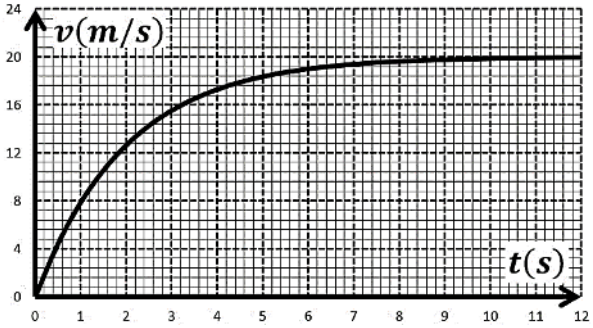
4. يمكن لقمر اصطناعي آخر نعتبره جيومستقر أن يدور حول الأرض بحركة دائرية منتظمة على ارتفاع z من سطحها.

- جد الارتفاع z للقمر الاصطناعي الجيومستقر.

تمارين حول السقوط الشاقولي والحر للأجسام

التمرين16: بكالوريا علوم 2012

ندرس في مرجع سطحي أرضي نعتبره غاليليا حركة سقوط كرية في الهواء. الشكل يمثل تطور سرعة مركز عطالة الكرية v بدلالة الزمن t .



1 – من البيان:

أ – حدّد المجال الزمني لنظامي الحركة.

ب – عيّن قيمة السرعة الحدية v_ℓ.

ج – احسب a_0 تسارع مركز عطالة الكرية في اللحظة $t = 0$. ماذا تستنتج؟

د – ما هي قيمة التسارع لحظة وصول الكرية إلى الأرض؟

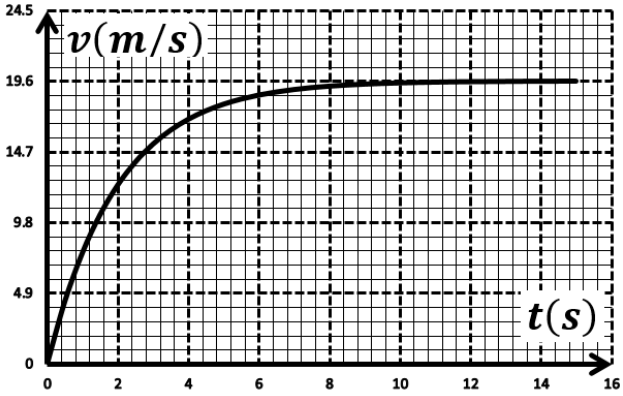
هـ – كم تكون قيمة الطاقة الحركية للكرية في اللحظة $t = 3s$؟

2 – مثّل كيفيا مخطط السرعة $v(t)$ لحركة السقوط الشاقولي لمركز عطالة الكرية في الفراغ.

المعطيات: $g = 9{,}80\ m.s^{-2}$ ، كتلة الكرية : $m = 30\ g$.

التمرين 17: بكالوريا علوم تجريبية 2010

تمت معالجة السقوط الشاقولي لجسم صلب (S) في الهواء بجهاز الإعلام الآلي، وذلك بعد تصويره بكاميرا رقمية فتحصلنا على البيان $v = f(t)$ الذي يمثّل تغيرات سرعة مركز عطالة الجسم بدلالة الزمن .



1 – حدد طبيعة مركز عطالة الجسم (S) في النظامين الانتقالي والدائم. علل.

2 – بالاعتماد على البيان عيّن:

أ – السرعة الحدية v_{lim}.

ب – تسارع الحركة في اللحظة t=0.

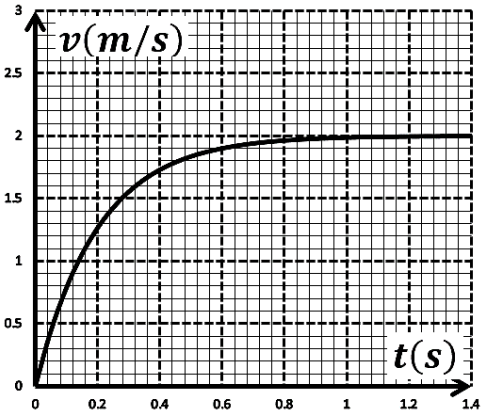
3 – كيف يكون الجسم الصلب (S) متميزا وهذا للحصول على حركة مستقيمة شاقولية انسحابية في نظامين انتقالي ودائم؟

4 – باعتبار دافعة أرخميدس مهملة، مثل القوى المؤثرة على الجسم (S) أثناء السقوط، واستنتج عندئذ المعادلة التفاضلية للحركة بدلالة السرعة v في حالة السرعات الصغيرة.

5 – توقع شكل مخطط السرعة عند إهمال دافعة أرخميدس ومقاومة الهواء. علل.

التمرين18 : بكالوريا رياضيات 2015

تترك كرية كتلتها m تسقط في الهواء من ارتفاع h عن سطح الارض دون سرعة ابتدائية . تعطى: $g = 10\ m/s^2$.



1- نهمل دافعة أرخميدس ونعتبر شدة قوة مقاومة الهواء $f = k.v^2$.

أ- مثل القوى الخارجية المؤثرة على الكرية .

ب- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في معلم Oz موجه نحو الاسفل ومرتبط بمرجع سطحي أرضي نعتبره غاليليا ، أوجد المعادلة التفاضلية لسرعة الكرية.

جـ – استنتج عبارة السرعة الحدية v_{lim} بدلالة: k ،m و g .

2- ان دراسة تغيرات سرعة الكرية بدلالة الزمن مكنت من الحصول على بيان الشكل المقابل.

أ- استنتج من البيان قيمة السرعة الحدية v_{lim}.

ب- حدد وحدة الثابت k باستعمل التحليل البعدي ، احسب النسبة $\frac{m}{k}$.

3- كيف يتطور تسارع الكرية خلال الزمن ؟

4- مثل كيفيا مخطط السرعة $v(t)$ لحركة مركز عطالة الكرية في الفراغ.

التمرين19: بكالوريا علوم تجريبية 2013

تسقط حبة برد كروية الشكل قطرها : $D = 3cm$ كتلتها $m = 13g$ دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t = 0$ من النقطة o ترتفع بـــــ $1500m$ عن سطح الارض نعتبرها كمبدأ للمحور الشاقولي (oz) .

أولا: نفترض أن حبة البرد تسقط سقوطا حرا.

1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، جد المعادلتين الزمنيتين لسرعة وموضع G مركز عطالتها.

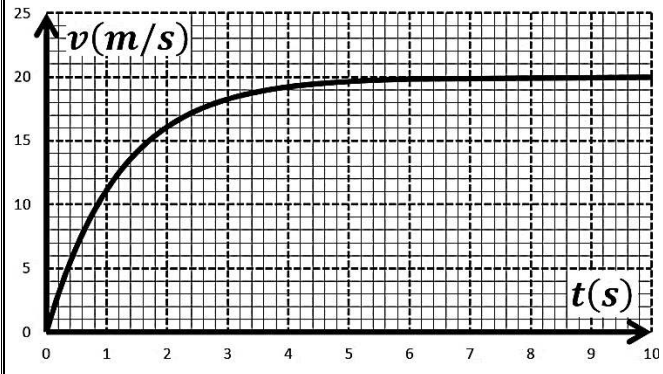
2- احسب قيمة السرعة لحظة وصولها الى سطح الارض.

ثانيا: في الواقع تخضع حبة البرد بالاضافة لثقلها $\vec{P}$ الى قوة دافعي ارخميدس $\vec{\pi}$ وقوة احتكاك $\vec{f}$ المتناسبة طردا مع مربع السرعة حيث $f = kv^2$.

1- بالتحليل البعدي حدد وحدة المعامل k في النظام الدولي للوحدات .

2- اكتب عبارة قوة دافعة ارخميدس ، ثم احسب شدتها وقارنها مع شدة قوة الثقل . ماذا تستنتج؟

3- باهمال دافعة ارخميدس $\vec{\pi}$:



أ- جد المعادلة التفاضلية للحركة ، ثم بين أنه يمكن كتابتها على الشكل $\frac{dv}{dt} = A - Bv^2$.

ب- استنتج العبارة الحرفية للسرعة الحدية v_l التي تبلغها حبة البرد.

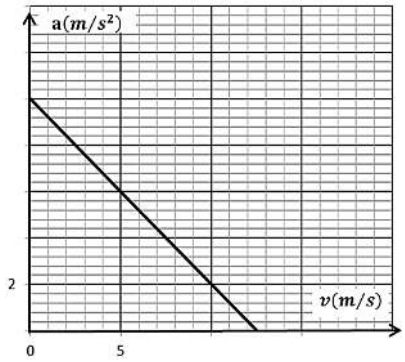
ج- جد بيانيا قيمة v_l السرعة الحدية ثم استنتج قيمة k .

د- قارن بين السرعتين التي تم حسابهما في السؤالين (أولا -2) و (ثانيا -3-ج) . ماذا تستنتج ؟

المعطيات: حجم الكرة: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$، الكتلة الحجمية للهواء: $\rho = 1,3\,kg\cdot m^{-3}$ ، $g = 9,8\,m\cdot s^{-2}$.

التمرين20 : بكالوريا علوم تجريبية 2009

يسقط مظلي كتلته مع تجهيزه $m = 100kg$ سقوطا شاقوليا بدءا من نقطة O بالنسبة لمعلم أرضي دون سرعة ابتدائية. يخضع أثناء سقوطه إلى قوة مقاومة الهواء عبارتها من الشكل $f = kv$ (تهمل دافعة أرخميدس).يمثل البيان الشكل تغيرات (a) تسارع مركز عطالة المظلي بدلالة السرعة (v).



1 – بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، بيّن أن المعادلة التفاضلية لحركة المظلي من الشكل : $\frac{dv}{dt} = Av + B$. حيث A و B ثابتان يطلب تعيين عبارتيهما.

2 – عيّن بيانيا قيمتي كل من:

أ – شدة مجال الجاذبية الأرضية (g).

ب – السرعة الحدية للمظلي (v_ℓ).

3 – تتميز الحركة السابقة بالمقدار $\frac{k}{m}$. حدد وحدته واحسب قيمته من البيان.

4 – احسب قيمة الثابت k.

5 – مثل كيفيا تغيرات سرعة المظلي بدلالة الزمن في المجال الزمني : $0 \leq t \leq 7s$.

التمرين 21: بكالوريا رياضيات 2010

لدراسة حركة سقوط جسم صلب *(S)* كتلته m شاقوليا في الهواء، استعملت كاميرا رقمية (Webcam)، عولج شريط الفيديو ببرمجية (Avistep) في جهاز الإعلام الآلي فتحصلنا على النتائج التالية:

t(ms)	*0*	*100*	*200*	*300*	*400*	*500*	*600*	*700*	*800*	*900*
$v(m.s^{-1})$	*0*	*0,60*	*0,90*	*1,02*	*1,08*	*1,10*	*1,12*	*1,13*	*1,14*	*1,14*

1 – أ – ارسم المنحنى البياني الممثل لتغيرات السرعة *v* بدلالة الزمن $v = f(t)$.

السلم: $1\ cm \rightarrow 0{,}1\ s$. $1\ cm \rightarrow 0{,}20\ m.s^{-1}$

ب – عين قيمة السرعة الحدية v_{lim} .

ج – كيف كون الجسم الصلب *(S)* متميزا للحصول على حركة مستقيمة شاقولية انسحابية في نظامين انتقالي ودائم؟

د – احسب تسارع حركة *(S)* في اللحظة $t=0s$.

2 – تعطى المعادلة التفاضلية لحركة *(S)* بالعبارة $\frac{dv}{dt} + Av = C\left(1 - \frac{\rho.V}{m}\right)$.

حيث ρ الكتلة الحجمية للهواء، *V* حجم الجسم *(S)*.

أ – مثل القوى الخارجية المطبقة على مركز عطالة *(S)*.

ب – بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، أوجد المعادلة التفاضلية لحركة مركز عطالة *(S)* بدلالة السرعة *v* وذلك في حالة السرعات الصغيرة.

وبيّن أن: $A = \frac{k}{m}$ و $C = g$ حيث: *k* ثابت يتعلق بقوى الاحتكاك.

ج – استنتج قيمة دافعة أرخميدس وقيمة الثابت *k*. تعطى: $g = 10\ N.Kg^{-1}$ ؛ $m = 19g$.

التمرين 22 : بكالوريا علوم 2011

تسقط كرية مطاطية شاقوليا في الهواء دون سرعة ابتدائية $v_0 = 0\ m.s^{-1}$ وننمذج السقوط بطريقة رقمية.

المعطيات: كتلة الكرية $m=3g$ ؛ نصف قطرها $r=1{,}5cm$ ؛ الكتلة الحجمية للهواء $\rho_{air}=1{,}3kg.m^{-3}$.

حجم الكرة $V=(4/3).\pi r^3$ ؛ قوة الاحتكاك $f=kv^2$ ؛ $g=9{,}8\ m.s^{-2}$.

1 – مثّل القوى الخارجية المؤثرة في مركز عطالة الكرية خلال مراحل السقوط.

2 – باختيار مرجع غاليلي مناسب وبتطبيق قانون نيوتن الثاني اكتب المعادلة التفاضلية للسرعة.

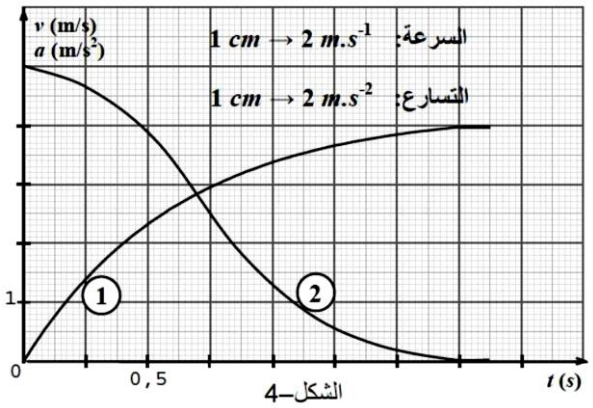
3 – بالمعالجة الرقمية حصلنا على البيانين : $a = h(t)$ و $v = f(t)$

أ – أي المنحنيين يمثل تطور التسارع $a(t)$ بدلالة الزمن؟ علل.

ب – حدّد بيانيا السرعة الحدية v_ℓ .

ج – علما أن $v_\ell = \sqrt{\frac{g}{k}(m - \rho_{air}V)}$

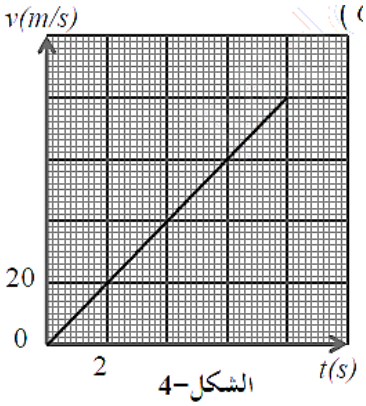
- احسب قيمة معامل الاحتكاك k.



الشكل–4

التمرين 23: بكالوريا رياضيات 2013

أثناء التدريبات التي تقوم بها فرقة الصاعقة للمظليين بالمدرسة العليا لقوات الخاصة ببسكرة ، استعملت طائرة عمودية حلقت على ارتفاع ثابت من سطح الارض لانزال المظللين دون سرعة ابتدائية .



الشكل-4

1- ننمذج المظلي ومظلته بجملة (S) مركز عطالتها G وكتلتها : $m = 80kg$ ، نهمل تأثير دافعة ارخميدس. يقفز المظلي دون سرعة ابتدائية ، فيقطع ارتفاعا h خلال $8s$ قبل فتح مظلته . نعتبر حركة سقوطه حرا. ان دراسة تطور $v(t)$ سرعة المظلي بدلالة الزمن في معلم شاقولي $(o\vec{k})$ موجه نحو الاسفل مرتبط بمرجع سطحي ارضي ، مكنت من الحصول على البيان في الشكل -4 .

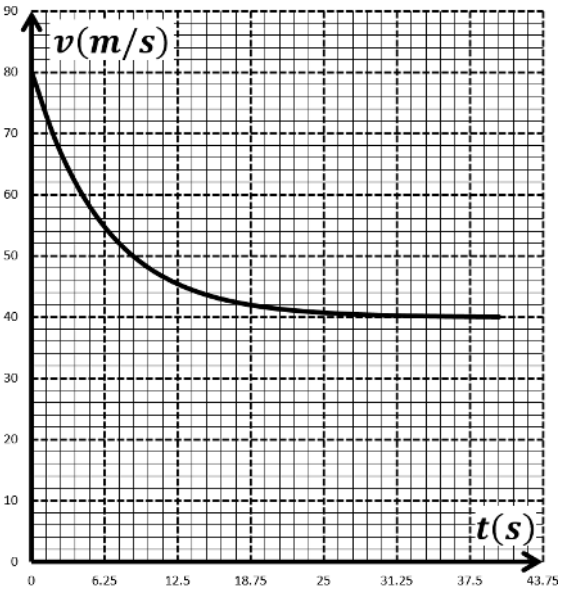
أ- حدد طبيعة حركة الجملة (S) مع التعليل.

ب- احسب الارتفاع h .

ج- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن استنتج تسارع الجاذبية الارضية g .

2- بعد قطع المظلي الارتفاع h يفتح مظلته ، فتخضع الجملة لقوة احتكاك عبارتها $f = kv^2$.

أ- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين ان المعادلة التفاضلية لسرعة الجملة (S) تكتب بالعلاقة: $\frac{dv}{dt} = g\left(1 - \frac{v^2}{\beta}\right)$ حيث β ثابت يطلب التعبير عنه بدلالة : k ، g و m .



ب- يمثل المقدار β :

- سرعة الجملة (S) في اللحظة $t = 0$.
- تسارع حركة مركز عطالة الجملة في النظام الدائم.
- السرعة الحدية v_{lim} للجملة (S) .

اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات السابقة.

3- يمثل الشكل تغيرات سرعة مركز عطالة الجملة (S) بدءا من لحظة فتح المظلة التي نعتبرها مبدأ للأزمنة.

أ- حدد قيمة السرعة الحدية v_{lim} .

ب- بالاعتماد على التحليل البعدي حدد وحدة الثابت k ثم احسب قيمته .

يعطى $g = 9.8\,m/s^2$

التمرين 24: بكالوريا علوم تجريبية 2008

هذا النص مأخوذ من مذكرات العلم هويغينز: .... في البداية كنت أظن قوة الاحتكاك في مائع تتناسب طردا مع السرعة ولكن التجارب التي حققتها في باريس بينت لي أن قوة الاحتكاك يمكن أن تتناسب طردا مع مربع السرعة . وهذا يعني أنه اذا تحرك متحرك بسرعة ضعف ما كانت عليه ، يصطدم بكمية من المائع تساوي مرتين ولها سرعة ضعف ما كانت عليه.....

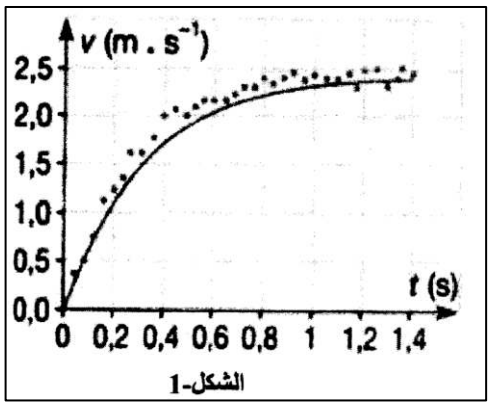
1- يشير النص الى فرضيتي هويغينز حول الاحتكاك في الموائع، يعبر عنهما رياضيا بالعلاقتين :

$$f = k`v^2 \ldots\ldots\ldots (2) \quad ، \quad f = kv \ldots\ldots\ldots (1)$$

حيث f قيمة قوة الاحتكاك ، v سرعة مركز عطالة المتحرك ، k و $k`$ ثابتان موجبان.

- ارفق بكل علاقة التعبير المناسب – من النص- عن كل فرضية.

2- للتأكد من صحة الفرضيتين، تم تسجيل حركة بالونة تسقط في الهواء . سمح التسجيل بالحصول على سحابة من النقاط تمثل تطور سرعة مركز عطالة البالونة، في لحظات زمنية معينة.



الشكل-1

أ- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، واعتماد على الفرضية المعبر عنها بالعلاقة (1) ، اكتب المعادلة التفاضلية لحركة سقوط البالونة بدلالة:

- ρ_0 الكتلة الحجمية للهواء. - ρ الكتلة الحجمية للبالونة . -
- m كتلة البالونة - g تسارع الجاذبية - k ثابت التناسب.

ب- بين أن المعادلة التفاضلية للحركة يمكن كتابتها على الشكل : $\frac{dv}{dt} + Bv = A$ حيث A و B ثابتان .

ج- اعتمادا على البيان ، ناقش تطور السرعة v واستنتج قيمتها الحدية v_{lim} . ماذا يمكن القول عن حركة مركز عطالة البالونة عندئذ ؟

د- احسب قيمتي A و B .

3- رسم على نفس المخطط السابق المنحنى $v = f(t)$ وفق A و B حيث المنحنى ممثل بالخط المستمر. ناقش صحة الفرضية (1) .

$$g = 9{,}81 m.s^{-2} \text{ ، } \rho = 4{,}1 kg.m^{-3} \text{ ، } \rho_0 = 1{,}3 kg.m^{-3}$$

التمرين 25:

منطاد مصنوع من المطاط الرقيق والجلد المرن ، تم نفخه بواسطة الهليوم . يحمل هذا المنطاد جهازا علميا لدراسة تركيب الغلاف الجوي. يهدف هذا التمرين الى دراسة حركة المنطاد على ارتفاع منخفض ، حيث نعتبر ان تسارع الجاذبية الارضية g ،حجم المنطاد ولواحقه V_b والكتلة الحجمية للهواء ρ تبقى ثابتة. تعطى قوة الاحتكاك بالعبارة $f = K\rho v^2$ حيث K ثابت . ندرس حركة المنطاد في معلم أرضي نعتبره عطاليا محوره موجه نحو الاعلى.

i. **شرط اقلاع المنطاد :** معطيات: $\rho = 1.23\, kg/m^3$ ، $V_b = 9m^3$ ، $g = 9.8\, m/s^2$

1- ما هي القوى المؤثرة على المنطاد أثناء صعوده نحو الاعلى عين خصائصها ومثلها.

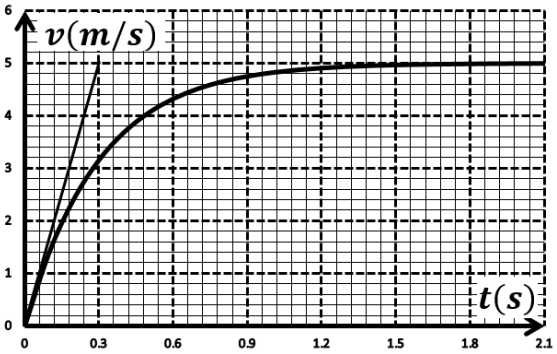
2- لتكن m كتلة المنطاد ولواحقه ، ونعتبر ان السرعة الابتدائية عند الاقلاع معدومة .

أ- ما هي الشروط التي يحققها شعاع التسارع حتى يتمكن المنطاد من الصعود؟

ب- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن استنتج الشرط الذي تحققه الكتلة m حتى يتمكن المنطاد من الاقلاع .

ج- هل يقلع المنطاد اذا علمت ان كتلته مع لواحقه هي: $m = 4.1kg$ ؟

ii. **صعود المنطاد:** المنحنى البياني في الشكل المقابل يمثل تغيرات سرعة المنطاد ولواحقه بدلالة الزمن .



1- بين ان المعادلة التفاضلية لحركة المنطاد تكتب من الشكل: $\frac{dv}{dt} + Av^2 = B$

حيث A و B ثابتان يطلب تعيين عبارتهما بدلالة: m ، ρ ، V_b ، K و g .

2- ما هو المدلول الفيزيائي لـــ B ثم احسب قيمته بطريقتين .

3- أعط العبارة الحرفية للسرعة الحدية v_l ثم عين قيمتها بيانيا .

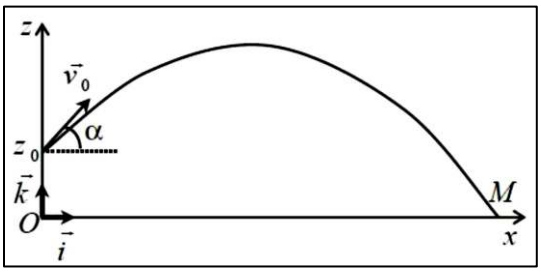
4- بالتحليل البعدي أوجد وحدة الثابت K ثم احسب قيمته .

تمارين حول حركة القذائف

التمرين 26: بكالوريا رياضيات 2011

في لعبة رمي الجلة ، يقذف اللاعب في اللحظة $t = 0$ الجلة من ارتفاع $oz_0 = h = 2.0m$ من سطح الارض ، بسرعة ابتدائية: $v_0 =$ $13.7\,m/s$ ، شعاعها يصنع زاوية $\alpha = 35°$. نهمل تأثير الهواء (مقاومة الهواء ودافعة ارخميدس) ونأخذ $g = 9.8m\times s^{-1}$.

1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القذيفة في المعلم المبين على الشكل استخرج:



أ- المعادلات التفاضلية للحركة.

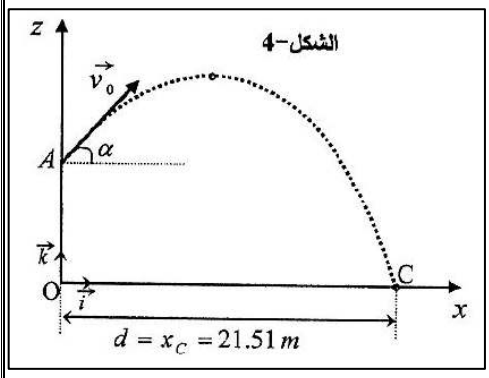
ب- المعادلات الزمنية للحركة.

2- اكتب معادلة المسار $z = f(t)$.

3- أوجد احداثيات M نقطة سقوط القذيفة . وما هي سرعتها عندئذ؟

التمرين 27: بكالوريا علوم تجريبية 2012

خلال منافسة رمي الجلة في الالعاب الاولمبية ببكين ، حقق الرياضي الذي فاز بهذه المنافسة النتيجة $d = 21.51m$. اعتمادا على الفلم المسجل لعملية الرمي ولأجل معرفة قيمة السرعة v_0 التي قذفت بها الجلة ، تم استخراج بعض المعطيات أثناء لحظة الرمي :



- قذفت الجلة من النقطة A الواقعة على ارتفاع $h_A = 2m$ بالنسبة لسطح الارض وبالسرعة $\vec{v}_0$ التي تصنع زاوية $\alpha = 45°$ مع الخط الافقي.

ندرس حركة الجلة في المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{\imath},\vec{k})$ ونختار اللحظة الابتدائية $t = 0$ هي اللحظة التي يتم فيها قذف الجلة من النقطة A . نهمل احتكاكات الجلة مع الهواء ودافعة ارخميدس بالنسبة لقوة ثقل الجلة.

1- جد المعادلتين الزمنيتين $x = f(t)$ و $z = h(t)$ المميزتين لحركة الجلة في المعلم المختار.

- استنتج معادلة مسار الجلة $z = g(t)$ بدلالة المقادير h_A ، α ، g و v_0 .

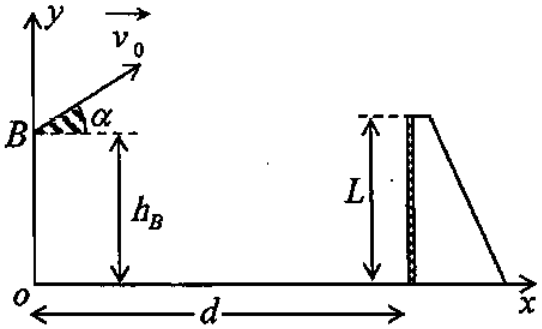
2- جد عبارة السرعة الابتدائية v_0 بدلالة h_A ، α ، g و d ثم احسب قيمتها.

3- جد المدة الزمنية التي تستغرقها الجلة في الهواء.

التمرين28: بكالوريا علوم تجريبية 2016

المعطيات: $g = 10m/s^2$ ، $v_0 = 10m/s$

بإحدى الحصص التدريبية لكرة القدم استقبل اللاعب كرة زميله فقذفها برأسه نحو المرمى بغية تسجيل هدف. غادرت الكرة رأسه في لحظة نعتبرها $t = 0$ من النقطة B في اتجاه المرمى بسرعة ابتدائية $\overrightarrow{v_0}$ واقعة على المستوي الشاقولي المتعامد مع مستوي المرمى ويصنع حاملها زاوية $\alpha = 30°$ مع الأفق. تقع النقطة B على الارتفاع $h_B = 2m$ من سطح الأرض كما هو موضح بالشكل المقابل .



1- بإهمال أبعاد الكرة وتأثير الهواء عليها ، وبتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرة في المعلم السطحي الأرضي (Ox,Oy) أوجد ما يلي:

أ- المعادلتين الزمنيتين $x(t)$ و $y(t)$.

ب- معادلة المسار $y = f(x)$.

ج- قيمة سرعة مركز عاطلة الكرة عند الذروة.

2- يبعد خط التهديف عن اللاعب بالمسافة $d = 10m$ وارتفاع المرمى $L = 2{,}44m$.

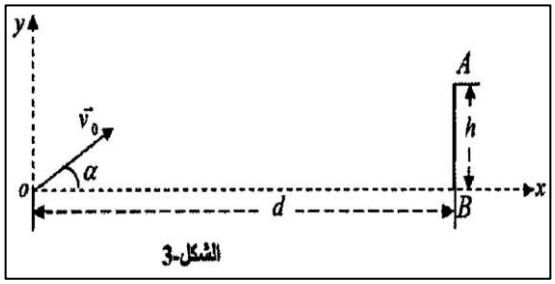
أ- اكتب الشرط الذي يجب ان يحققه كل من x وy لكي يسجل الهدف مباشرة إثر هذه الرمية الرأسية؟

ب- هل سجل اللاعب الهدف بهذه الراسية؟ برر جوابك .

التمرين 29: بكالوريا علوم تجريبية 2010

تؤخذ $g = 10m \times s^{-2}$ ، مقاومة الهواء ودافعة ارخميدس مهملتان.

لتنفيذ مخالفة خلال مباراة كرة القدم ، وضع اللاعب الكرة في النقطةO مكان وقوع الخطأ على بعد $d = 25m$ من خط المرمى ، حيث ارتفاع العارضة الافقية $h = AB = 2.44m$.يقذف اللاعب الكرة بسرعة ابتدائية $\vec{v}_0$ يصنع حاملها مع الافق زاوية $\alpha = 30°$.



الشكل-3

1- ادرس طبيعة حركة الكرة في المعلم $(\overrightarrow{ox}, \overrightarrow{oy})$.

- بأخذ مبدأ الازمنة لحظة القذف استنتج معادلة المسار.

2- كم يجب أن تكون v_0 حتى يسجل الهدف مماسيا للعارضة الافقية (النقطة A) ؟

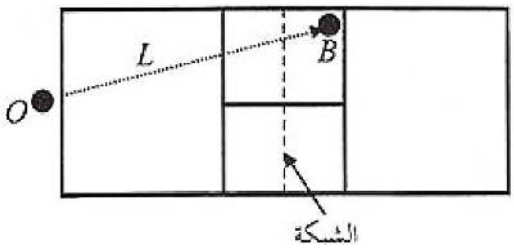
- ما هي المدة الزمنية المستغرقة؟ وما هي قيمة سرعتها عندئذ (النقطة A) ؟

3- كم يجب أن تكون v'_0 حتى يسجل الهدف مماسا لخط المرمى (النقطة B)؟

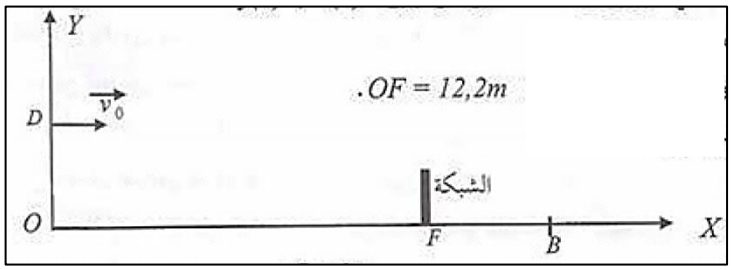
التمرين 30: بكالوريا رياضيات 2015:

ملعب التنس عبارة عن مستطيل طوله $23.8\ m$ وعرضه $8.23\ m$. وضعت في منتصفه شبكة ارتفاعها $0.92\ m$. عندما يرسل اللاعب الكرة يجب أن تسقط في منطقة محصورة بين الشبكة وخط يوجد على مسافة $6.4\ m$ من الشبكة كما هو موضح بالشكل.

في دورة رولان قاروس الدولية يريد اللاعب ندال اسقاط الكرة في النقطة B حيث $OB = L = 18.7m$. يرسل اللاعب الكرة نحو الأعلى ثم يضربها بمضربه من نقطة D توجد على ارتفاع $h = 2.2m$ من النقطة O . تنطلق الكرة من النقطة D بسرعة أفقية $v_0 = 126km/h$ كما هو موضح بالشكل التالي.



نهمل تأثير الهواء ونأخذ $g = 9.8m/s^2$. نعتبر أن الحركة تتم في معلم سطحي أرضي يعتبر غاليليا.



1- مثل القوى المؤثرة على الكرة خلال حركتها بين D وB .

2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد المعادلتين الزمنيتين للحركة $x(t)$ و$y(t)$.

3- استنتج معادلة المسار.

4- هل تمر الكرة فوق الشبكة ؟علما ان $OF = 12.2m$.

5- هل نجح نادال في الارسال؟

التمرين 31: بكالوريا رياضيات 2009

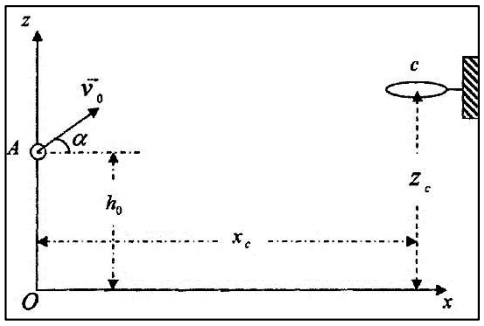
قام لاعب كرة السلة بتسديد الكرة نحو السلة من نقطة A منطبقة على مركز الكرة الموجودة على ارتفاع $h_0 = 2.10m$ من سطح الارض بسرعة ابتدائية $v_0 = 8\ m/s$ يصنع حاملها زاوية $37°$ مع الافق . ليمر مركز الكرة G بمركز السلة C الذي احداثياته $(x_c = 4.5m, z_c)$ في المعلم الارضي $(\overrightarrow{ox}, \overrightarrow{oy})$ الذي نعتبره غاليليا.

1- ادرس حركة مركز عطالة الكرة في المعلم $(\overrightarrow{ox},\overrightarrow{oy})$ معتبرا مبدأ الازمنة لحظة تسديد الكرة واهمال تأثير الهواء.

2- احسب z_c .

3- يعبر مركز عطالة الكرة مركز السلة بسرعة $\vec{v}_c$ التي يصنع حاملها مع الافق زاوية β .

استنتج قيمتي v_c و β . $g = 9.8\,m/s^2$.

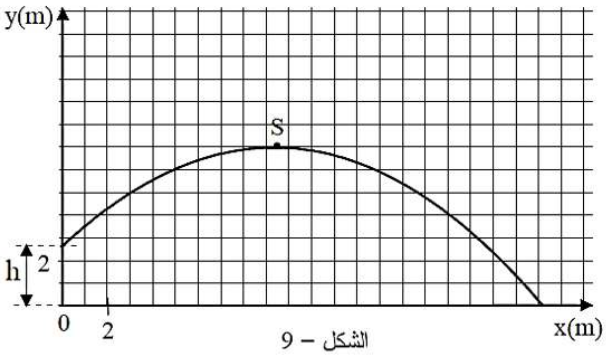


التمرين 32: بكالوريا رياضيات 2014:

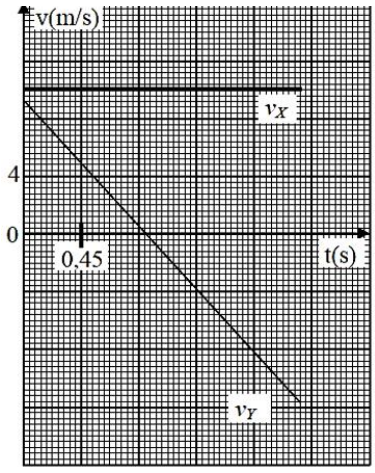
أثناء دراسة تأثير القوى الخارجية على حركة جسم ، كلف الاستاذ تلميذين بمناقشة الحركة الناتجة عن رمي جلة ، فأجاب الاول أن حكرة الجلة لا تتأثر الا بثقلها ، بينما اجاب الثاني أن حركتها تتعلق بدافعة ارخميدس .

من أجل التصديق على الجواب الصحيح ، اعتمد التلميذان على دراسة الرمية التي حقق بها رياضي رقما قياسيا عالميا مداها $21.69\ m$.

عند محاولتهما محاكات هذه الرمية بواسطة برنامج خاص ، تم قذف الجلة التي نعتبرها جسما نقطيا من ارتفاع $h = 2.62\ m$ بسرعة ابتدائية $v_0 = 13.7\ m\times s^{-1}$ يصنع شعاعها مع الافق زاوية $\alpha = 43°$ فتحصلا على رسم لمسار مركز عطالة الجلة كما في الشكل -9 والمنحنيين $v_x(t)$ و $v_y(t)$ كما في الشكل -10 .



الشكل - 9



الشكل - 10

i. دراسة نتائج المحاكات:

1- ما هي طبيعة حركة مركز عطالة الجلة على المحور ox ؟ برر اجابتك.

2- عين القيمة v_{0y} للمركبة الشاقولية لشعاع السرعة الابتدائية انطلاقا من الشكل-10 ثم عين قيمة v_0 للسرعة الابتدائية للقذيفة ، وهل تتوافق مع المعطيات السابقة : $v_0 = 13.7\ m\times s^{-1}$ و $\alpha = 43°$.

3- عين خصائص شعاع السرعة $\vec{v}_s$ عند الذروة S .

ii. الدراسة التحليلية لحركة مركز عطالة الجلة:

المعطيات : الجلة عبارة على كرة حجمها V وكتلتها الحجمية $\rho = 7.1\times10^3\ kg/m^3$. الكتلة الحجمية للهواء: $\rho = 1.29\ kg/m^3$.

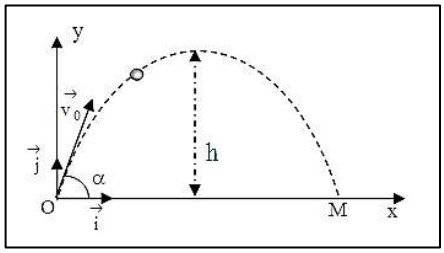
1- بين ان دافعة ارخميدس مهملة أمام ثقل الجلة . أي التلميذين على صواب؟

2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن جد عبارة تسارع مركز عطالة الجلة . نهمل مقاومة الهواء.

3- جد معادلة المسار لمركز عطالة الجلة .

التمرين 33:

نقذف عند اللحظة $t = 0$ كرة كتلتها m، بسرعة ابتدائية $\vec{v_0}$ من نقطة O كماهو مبين على الشكل المقابل. نعتبر أن حركة الجسم تتم في المستوي $(O,\vec{i},\vec{j})$ وتدرس بالنسبة للمرجع الأرضي الذي نعتبر مرجعا غاليليا. نهمل كل من مقاومة الهواء و دافعة أرخميدس.



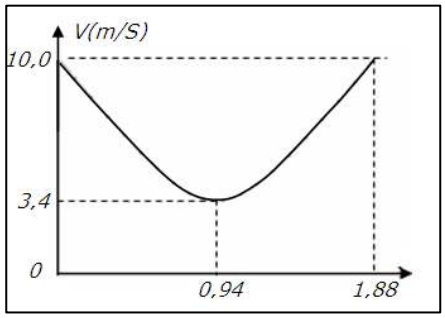
يمثل البيان الموالي تغيرات قيمة سرعة القذيفة بدلالة الزمن بين الوضعين O و M.

1-مثل القوى الخارجية المؤثرة على الجسم الصلب.

2-بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بيّن طبيعة الحركة.

3-أوجد المعادلات الزمنية لكل من السرعة والموضع.

4 – أوجد من البيان :



- القيمة v_0 لشعاع السرعة $\vec{v_0}$.
- قيمةالمركبة v_{0x}لشعاع السرعة $\vec{v_0}$.

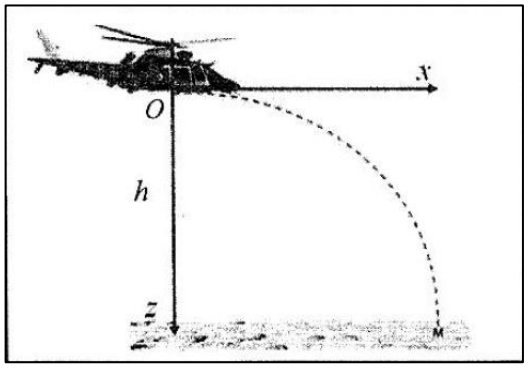
5 – استنتج قيمة كل من الزاوية αالتي قذف بها الجسم و قيمة v_{0y}.

6– مثل كل من$v_x(t)$و $v_y(t)$في المجال الزمني $s(0 \le t \le 1{,}88)$.

7– استنتج من المنحنيين كل من المسافة الأفقية OM و الذروة h

التمرين 34: بكالوريا رياضيات 2012

في فبراير 2012 هبت عاصفة ثلجية على شمال شرق الجزائر ، فاستعملت الطائرات المروحية للجيش الوطني الشعبي لايصال المساعدات للمتضررين خاصة في المناطق الجبلية.



أولا: تطير المروحية ثابت h من سطح الارض بسرعة أفقية ثابتة قيمتها $v_0 = 50\,m/s$ يترك صندوق من مواد غذائية مركز عطالتها G يسقط في اللحظة $t = 0$ انطلاقا من نقطة O مبدأ الاحداثيات وبالسرعة الابتدائية الافقية $\vec{v}_0$ ليرتطم بسطح الارض في النقطة M .

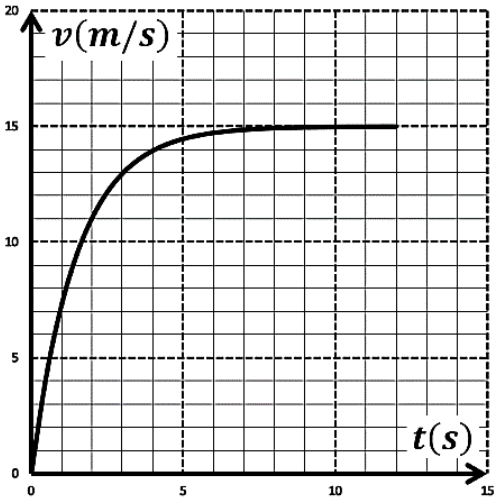
1– بتطبيق القانون الثاني لنيوتن جد:

أ– المعادلتين الزمنيتين $x(t)$ و $z(t)$.

ب– معادلة المسار $z(x)$.

ج– احداثيات نقطة السقوط M .

د – الزمن اللازم لوصول الصندوق للأرض.



ثانيا: لكي لا تتلف المواد الغذائية عند الارتطام بسطح الارض ، تم ربط الصندوق بمظلة تمكنه من النزول شاقوليا ببطء. تبقى المروحية على نفس الارتفاع h السابق في النقطة M ، ليترك الصندوق يسقط شاقوليا دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t = 0$. يخضع الصندوق لقوة احتكاك الهواء نعبر عنها بالعلاقة $\vec{f} = -100 \times \vec{v}$ حيث: $\vec{v}$ يمثل شعاع سرعة الصندوق في اللحظة t مع اهمال دافعة ارخميدس خلال السقوط.

1– جد المعادلة التفاضلية التي تحققها سرعة مركز عطالة الصندوق.

2– يمثل الشكل تطور سرعة مركز عطالة الصندوق بدلالة الزمن t .

أ– جد السرعة الحدية v_l .

ب– حدد قيمتي السرعة والتسارع في اللحظتين : $t = 0$ و $t = 10s$.

يعطى: $g = 9.8m \times s^{-2}$ ، $h = 405m$ ، كتلة الصندوق والمظلة $m = 150kg$.

التمرين 35 :

يقذف اللاعب كرة التنس $m = 58g$ لإنجاز الإرسال شاقوليا نحوى الأعلى لتصل إلى ارتفاع Z_0 فيضربها بمضربه فتكتسب سرعة $v_0 = 28\,m/s$ يكون منحاها افقي. على الكرة اجتياز شباك موضوع على بعد $12m$ من اللاعب علوه $Z_0 = 0.9m$. ندرس حركة الكرة في المعلم$(ox;oz)$ الذي نعتبره عطاليا .تؤخذ $g = 9.8m \times s^{-2}$.

1– بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد:

أ/ المعادلتين التفاضليتين للحركة و المعادلتين الزمنيتين للحركة.

ب/استنتج معادلة المسار $z = f(x)$.

ج/ ماهي قيمة Z_0 حتى تمر الكرة على ارتفاع$10cm$ من الشبكة .

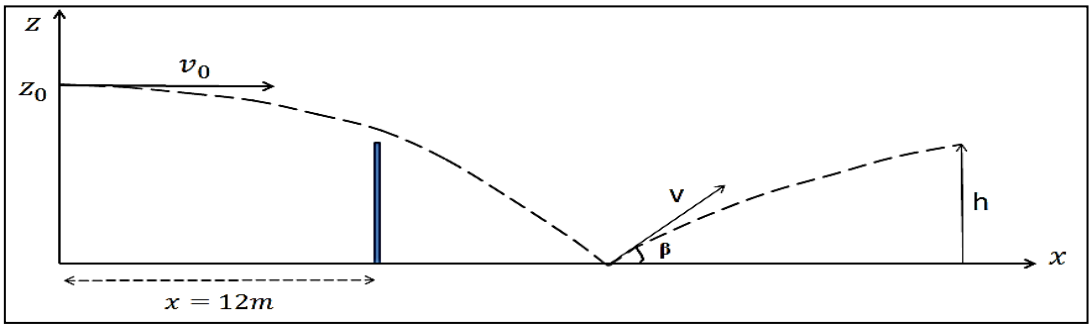
د/ إذا كان طول الملعب $24m$، هل تصطدم الكرة بالأرض قبل خروجها من الملعب ؟ برر إجابتك .

ه/ احسب سرعة الكرة v لحظة اصطدامها بالأرض .

2- نفرض ان الكرة تنطلق من جديد بعد اصطدامها بالأرض بنفس السرعة السابقة v وبزاوية عن الافق $\beta = 15°$ في اتجاه اللاعب الثاني الموجود في خط نهاية الملعب أي على بعد $24m$ من اللاعب الاول ، باعتبار نقطة الاصطدام بالأرض هي مبدأ الفواصل.

أ/ اكتب معادلة المسار الجديد .

ب/ ما هي قيمة الارتفاع h لكرة عند وصولها الى اللاعب الثاني ؟



تمرين36: بكالوريا علوم تجريبية 2016

نهمل تأثير الهواء ونأخذ $g = 9{,}8m/s^2$.

شاحنة تسير على طريق مستقيم افقي ، في لحظة نعتبرها مبدأ لقياس الأزمنة $t = 0$ تقذف العجلة الخلفية للشاحنة نحو الوراء من نقطة O من سطح الأرض حجرا نعتبره نقطيا بسرعة ابتدائية $v_0 = 12m/s$ يصنع حاملها زاوية $\alpha = 37°$ مع الأفق فيرتطم بالنقطة M من الزجاج الامامي لسيارة تسير خلف الشاحنة وفي نفس جهة حركتها بسرعة ثابتة قدرها $90km/h$. في اللحظة $t = 0$ كانت المسافة الافقية بين النقطة O والنقطة M : $d = 44m$ انظر الشكل.

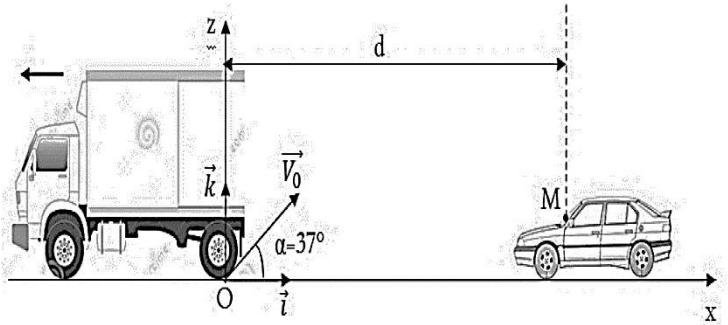
1- ادرس حركة الحجر في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ثم استخرج العبارتين الحرفيتين للمعادلتين الزمنيتين للحركة $x(t)$ و $z(t)$.

2- اكتب معادلة مسار الحجر $z = f(x)$.

3- اكتب المعادلة الزمنية $x_M(t)$ لحركة النقطة M في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

4- احسب قيمة t_M لحظة ارتطام الحجر بالزجاج الامامي للسيارة واستنتج الارتفاع h للنقطة M عن سطح الأرض.

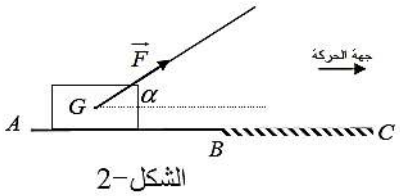
5- باستعمال معادلة انحفاظ الطاقة احسب سرعة ارتطام الحجر بزجاج السيارة .



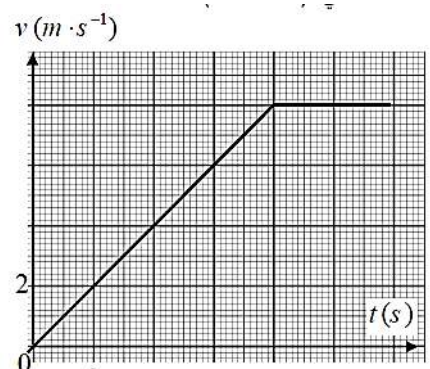
تمارين حول الحركات على المستوي

التمرين 37: بكالوريا علوم تجريبية 2013 :

يجر حمزة صندوقا كتلته $m = 10kg$ على طريق مستقيم افقي (AC) مركز عطالته G بقوة $\vec{F}$ ثابتة حاملها يصنع زاوية $\alpha = 30°$ مع المستوي الافقي . حيث الجزء (AB) أملس والجزء (BC) خشن. التمثيل البياني يمثل تغيرات سرعة G بدلالة الزمن t .



الشكل-2



الشكل-3

1- أ- استنتج بيانيا طبيعة الحركة والتسارع لـــ G لكل مرحلة.

ب – استنتج المسافة المقطوعة AC .

2- أ- اكتب نص القانون الثاني لنيوتن. ب – جد عبارة شدة قوة الجر $\vec{F}$ ثم احسبها .

جـــ – جد عبارة شدة قوة الاحتكاك $\vec{f}$ ثم احسبها .

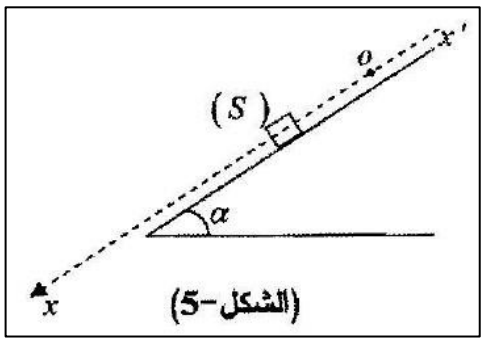
د – فسر لماذا يمكن للسرعة أن تصبح ثابتة في المرحلة الاخيرة .

التمرين 38: بكالوريا رياضيات 2010

ينزلق جسم (S) كتلته $m = 100g$ على طول مستوي مائل عن الافق بزاوية $\alpha = 20°$ وفق المحور $\overrightarrow{xx'}$ ، قمنا بالتصوير المتعاقب بكاميرا رقمية وعولج شريط الفيديو ببرمجية $Aviméca$ بجهاز الاعلام الآلي وتحصلنا على النتائج التالية:

$t(s)$	0	0.04	0.06	0.08	0.1	0.12
$v(m/s)$	v_0	0.16	0.20	0.24	0.28	0.32

1- ارسم البيان : $v = f(t)$.



(الشكل-5)

2- بالاعتماد على البيان:

أ- بين طبيعة حركة الجسم (S) واستنتج القيمة التجريبية للتسارع a .

ب- استنتج قيمة السرعة v_0 في اللحظة $t = 0$.

ج- احسب المسافة المقطوعة بين $t_1 = 0.04s$ و $t_2 = 0.08s$.

3- بفرض أن الاحتكاكات مهملة :

أ- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد العبارة الحرفية للتسارع a_0 ثم احسب قيمته

ب- قارن بين a_0 و a ، ماذا تستنتج؟

4- أوجد شدة القوة $\vec{f}$ المنمذجة للاحتكاكات على طول المستوي.

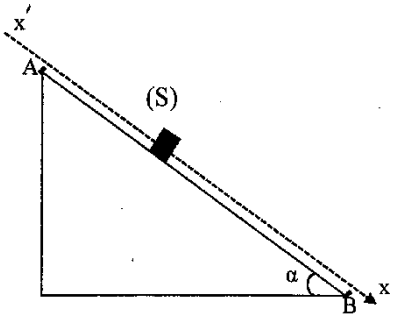
التمرين 39 : بكالوريا علوم تجريبية 2016

نعتبر $g = 10m/s^2$

يتحرك جسم (S) نعتبره نقطيا كتلته $m = 900g$ على مسار مستقيم AB مائل عن الافق بزاوية $\alpha = 35°$ كما هو موضح بالشكل المقابل . ينطلق الجسم من النقطة A دون سرعة ابتدائية . باستعمال تجهيز مناسب ننجز التسجيل المتعاقب لمواضع الجسم اثناء حركته على المسار AB فنحصل على النتائج المدونة في الجدول الاتي:

الموضع	G_0	G_1	G_2	G_3	G_4	G_5	G_6	G_7	G_8
اللحظة $t(s)$	0.00	0.08	0.16	0.24	0.32	0.40	0.48	0.56	0.64
الفاصلة $x(m)$	0.0	1.5	6.0	13.5	24.0	37.5	54.0	73.5	96.0

ينطبق الموضع G_0 على النقطة A وينطبق الموضع G_8 على النقطة B ، والمدة الزمنية التي تفصل بين تسجيلين متتاليين هي $\tau = 80ms$.



1- أ- احسب السرعة اللحظية للجسم عند المواضع G_2 ، G_3 ، G_4 ، G_5 ، G_6 .

ب – أوجد قيمة تسارعه عند المواضع G_3 ، G_4 ، G_5 .

ج – استنتج طبيعة الحركة .

2- باهمال قوى الاحتكاك المؤثرة على الجسم (S) :

أ- مثل القوى المطبقة على الجسم (S) .

ب- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في المعلم السطحي الارضي الذي نعتبره غاليليا ، أوجد عبارة التسارع a لمركز عطالة الجسم ثم احسب قيمته .

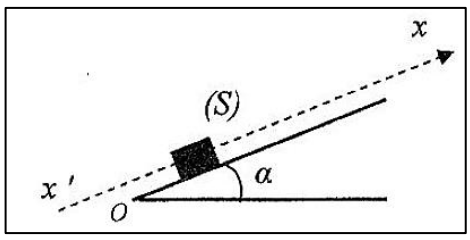
ج – قارن بين القيمة النظرية للتسارع وقيمته التجريبية الموجودة سابقا ، ماذا تستنتج؟

3- باعتبار قوى الاحتكاك تكافئ قوة وحيدة $\vec{f}$ ثابتة في الدة ومعاكسة لجهة الحركة .

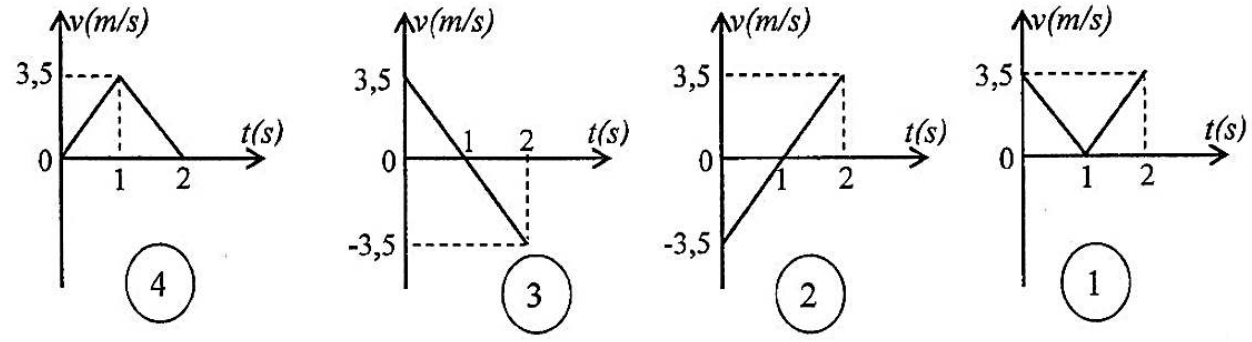
أ- احسب شدة القوة $\vec{f}$.

ب- باستخدام مبدأ انحفاظ الطاقة أوجد قيمة سرعة الجسم عند النقطة B .

التمرين 40: بكالوريا رياضيات 2012



1- لغرض حساب زاوية الميل α لمستوي يميل عن الافق قام فوج من التلاميذ بقذف جسم صلب (S) كتلته $m = 1kg$ في اللحظة $t = 0$ من النقطة O بسرعة $\vec{v}_0$ نحو الاعلى وفق خط الميل الاعظم لمستوي أملس. باستعمال تجهيز مناسب ، تمكن التلاميذ من دراسة حركة مركز عطالة (S) والحصول على أحد مخططات السرعة $v = f(t)$ التالية:



أ- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، ادرس طبيعة حركة الجسم (S) بعد لحظة قذفه من O .

ب- من بين المخططات الاربعة ، ما هو المخطط الموافق لحركة الجسم (S) ؟ برر.

جـ - احسب قيمة الزاوية α .

د-احسب المسافة المقطوعة بين اللحظتين $t = 0$ و $t = 2s$.

2- في الحقيقة يخضع الجسم أثناء انزلاقه على المستوي المائل الى قوة احتكاك شدتها ثابتة f .

أ- أحص ومثل القوى الخارجية المؤثرة على الجسم (S) .

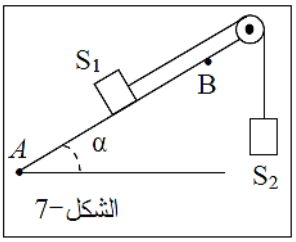
ب- ادرس حركة مركز عطالة الجسم (S) ،ثم استنتج العبارة الحرفية لتسارع حركته.

جـ - احسب قيمة التسارع من اجل $f = 1N$

$$g = 9.8m\times s^{-2}$$

التمرين 41: بكالوريا رياضيات 2014:

تمثل الجملة المبينة في الشكل -7- جسما نقطيا (S_1) كتلته $m_1 = 400g$ ينزلق بدون احتكاك على سطح مستو مائل عن الافق بزاوية $\alpha = 30°$ ويرتبط بواسطة خيط مهمل الكتلة وعديم الامتطاط ويمر على محز بكرة مهملة الكتلة بجسم صلب (S_2) كتلته $m_2 = 400g$.



الشكل-7

نترك الجملة عند اللحظة $t = 0$ فينطلق الجسم (S_1) من النقطة A بدون سرعة ابتدائية .

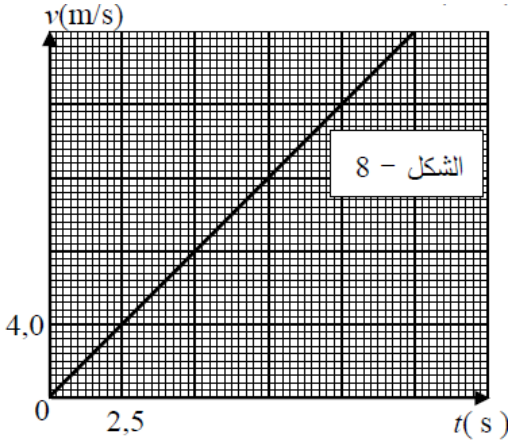
$$g = 10m\times s^{-2}$$

أ- مثل القوى الخارجية المؤثرة على الجسمين (S_1) و (S_2) .

ب- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن حدد طبيعة حركة الجسم (S_1) ثم احسب قيمة تسارع مركز عطالته .

جـ - جد سرعة الجسم (S_1) عند النقطة B علما أن $AB = 1.25m$ ثم استنتج المدة المستغرقة لذلك .

1- مكنت الدارسة التجريبية من رسم منحنى تغيرات سرعة الجسم (S_1) بدلالة الزمن $v = f(t)$ في الشكل -8- .



الشكل - 8

أ- من المنحنى جد قيمة تسارع الجسم (S_1) وقارنها مع المحسوبة سابقا .

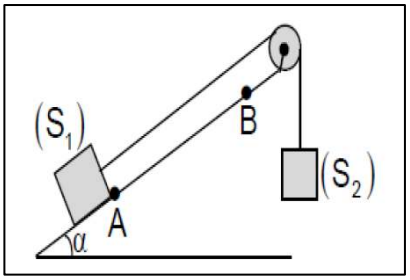
ب- فسر اختلاف قيمة التسارع في الحالتين .

جـ - بناء على هذا التفسير بين أن سرعة الجسم (S_1) تحقق المعادلة التفاضلية التالية: $\frac{dv(t)}{dt} = \frac{g}{2}(1-\sin\alpha) - \frac{f}{2m_1}$ حيث $\vec{f}$ قوة الاحتكاك التي يؤثر بها سطح المستوي المائل على الجسم (S_1) .

د - استنتج قيمة كل من شدة قوة الاحتكاك $\vec{f}$ وشدة توتر الخيط $\vec{T}$.

التمرين 42: بكالوريا رياضيات 2011

يجر جسم (S_2) كتلته $m_2 = 600g$ بواسطة خيط مهمل الكتلة وعديم الامتطاط يمر على محز بكرة مهملة الكتلة عربة (S_1) كتلتها $m_1 = 800g$ تتحرك على مستوي يميل عن الافق بزاوية $\alpha = 30°$.في وجود قوى احتكاك $\vec{f}$ شدتها ثابتة ولا تتعلق بسرعة العربة . في اللحظة $t = 0$ تنطلق العربة من نقطة A دون سرعة ابتدائية فتقطع المسافة $AB = x$ كما هو موضح في الشكل . نأخذ كمبدأ للفواصل النقطة A .



1- أعد رسم الشكل وأحص عليه القوى الخارجية المؤثرة على (S_2) و (S_1) .

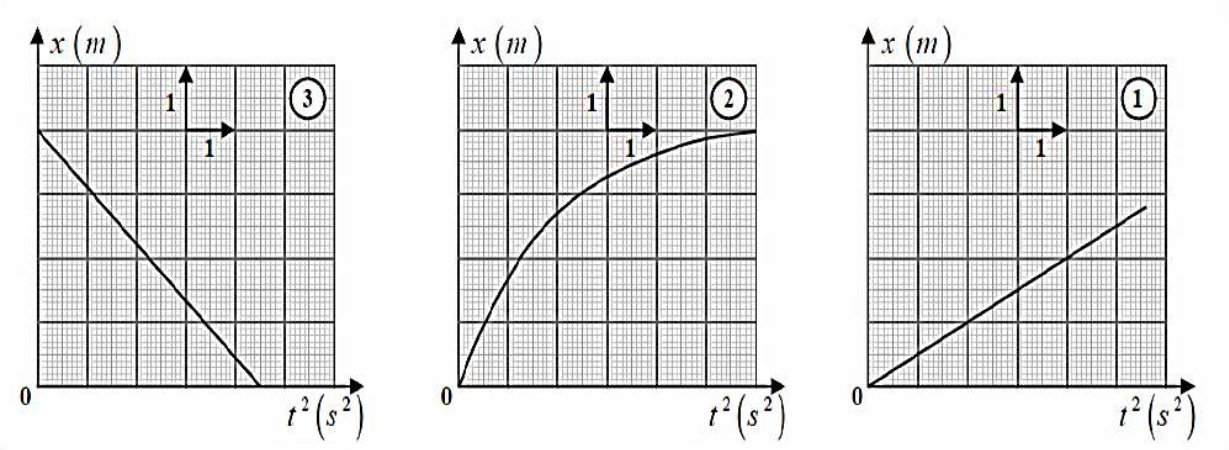
2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على (S_2) و (S_1):

أ- بين أن المعادلة التفاضلية للفاصلة x تعطى بالعلاقة التالية: $\frac{d^2x}{d^2} = \frac{(m_2 - m_1 \sin\alpha)}{m_1+m_2} g - \frac{f}{m_1+m_2}$.

ب- استنتج طبيعة حركة الجسم (S_1).

ج- باستغلال الشروط الابتدائية أوجد حلا للمعادلة التفاضلية السابقة.

3- من اجل قيم مختلفة لـــ x كررنا التجربة السابقة عدة مرات فتحصلنا على منحنى بياني يلخص طبيعة حركة الجسم (S_1)



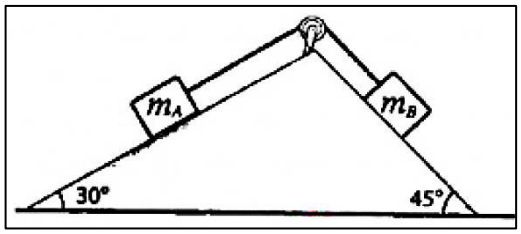
أ- من بين المنحنيات الثلاث 1-2-3 ما هو البيان الذي يتفق مع الدراسة النظرية ؟ علل.

ب- احسب من البيان قيمة التسارع a .

- استنتج قيمة كل من قوة الاحتكاك f وتوتر الخيط T علما ان $g = 9.8m\times s^{-1}$

التمرين 43:

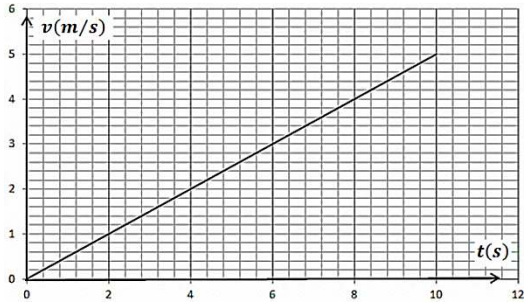
تتكون الجملة في الشكل-1 من عربتين عربة A كتلتها $m_A = 0.5kg$ وعربة B كتلتها m_B موضوعتين على سكتين مائلتين عن الافق بزاويتين $\alpha = 30°$ و $\beta = 45°$ بالنسبة للأفق، موصولتين بخيط عديم الامتطاط ومهمل الكتلة يمر بمحز بكرة مهملة الكتلة .



1- أوجد العلاقة التي تربط بين m_A ، m_B ، α و β عند التوازن وذلك بإهمال الاحتكاكات . ثم استنتج كتلة العربة m_B .

2- نضع فوق العربة B كتلة اضافية بحيث تصبح $m_B = 2m_A$ ثم نترك الجملة لحالها دون سرعة ابتدائية .

أ- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن حدد طبيعة الحركة ثم بين ان تسارعها $a = 3\,m/s^2$.



ب- ما هي سرعة الجملة بعد $5s$ من بدأ الحركة .

3- بتقنية التصوير المتعاقب تمكنا من رسم منحنى السرعة بدلالة الزمن :

أ- احسب قيمة التسارع وقارنها مع المحسوبة سابقا .

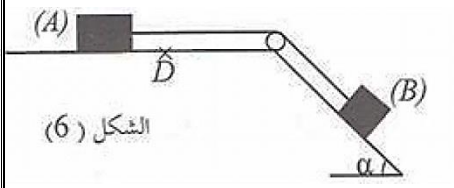
ب- ما هو سبب الاختلاف بين القيمتين.

ج- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين أن عبارة التسارع من الشكل: $a = \frac{g}{3}(2\,sin\,\beta - sin\,\alpha) - \frac{2f}{3m_A}$. يمكن اعتبار ان الاحتكاك ثابت الشدة ونفسه على السكتين.

د- احسب قيمة الاحتكاك f وتوتر الخيط T . $g = 10\,m/s^2$

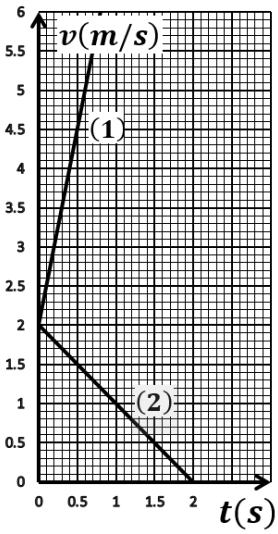
التمرين 44: بكالوريا رياضيات 2015:

تتكون الجملة الموضحة بالشكل من: عربتين نعتبرهما نقطيتين عربة (A) كتلتها $m_A = 300g$ وعربة (B) كتلتها $m_B = 150g$ موصولتين بخيط مهمل الكتلة وعديم الامتطاط يمر على محز بكرة مهملة الكتلة، والاحتكاك مهمل على المستوي المائل. تحرر الجملة من السكون وتخضع العربة (A) خلال حركتها لقوة احتكاك $\vec{f}$ ثابتة . نعتبر $g = 10m/s^2$



الشكل (6)

1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على كل عربة أثبت أن المعادلة التفاضلية لحركة الجملة تعطى بالعلاقة : $\frac{dv}{dt} + \beta = 0$ حيث β ثابت يطلب تعيين عبارته بدلالة: α ، m_A ، m_B ، g و f .



2- عند بلوغ العربة (A) الموضع D ينقطع الخيط فجأة ، باستعمال تجهيز مناسب مكن من تسجيل سرعتي العربتين (A) و (B) ابتداء من لحظة انقطاع الخيط. بياني الشكل المقابل يمثلان تغيرات سرعتي العربتين خلال الزمن.

أ- حدد المنحنى الموافق لسرعة كل عربة مع التعليل .

ب- اعتمادا على المنحنيين استنتج:

- تسارع حركة كل عربة .
- المسافة المقطوعة من طرف العربة (A) خلال هذه المرحلة .

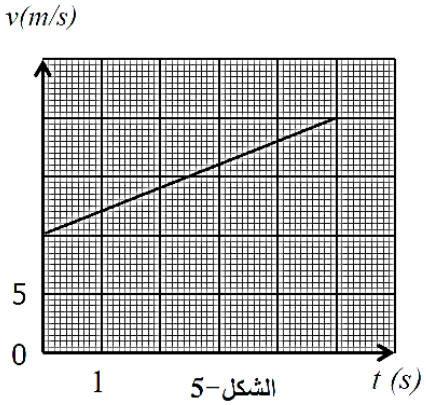
جـ- استنتج شدة قوة الاحتكاك $\vec{f}$ وقيمة الزاوية α.

تمرين 45: بكالوريا رياضيات 2013

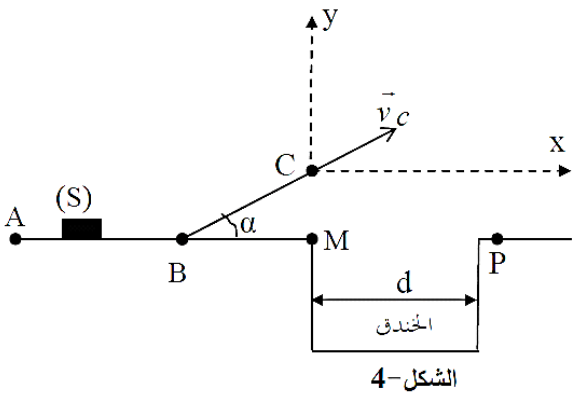
يعتبر القفز على الخنادق بواسطة الدراجات النارية احد التحديات التي تواجه المجازفين . إن التغلب على هذه التحديات يتطلب التعرف على بعض الشروط التي يجب توفرها لتحقيق هذا التحدي.

يتكون مسلك المجازفة من قطعة مستقيمة افقية AB ، واخرى BC تميل عن الافق بزاوية $\alpha = 10°$ وخندق عرضه d . ننمذج الجملة (الدراج+ الدراجة) بجسم صلب (S) مركز عطالته G وكتلته $m = 170kg$.

1- تمر الجملة (S) بالنقطة A في اللحظة $t = 0$ بسرعة $v_A = 10\ m\times s^{-1}$ وفي اللحظة $t_1 = 5s$ تمر من النقطة B بالسرعة v_B . الشكل-5- يمثل تغيرات سرعة مركز عطالة الجملة بدلالة الزمن.



الشكل-5



الشكل-4

اعتمادا على البيان حدد: أ- حدد طبيعة الحركة ، ثم استنتج تسارع مركز عطالة الجملة (S) .

ب - احسب المسافة المقطوعة AB .

2- تخضع الجملة في الجزء BC الى قوة دفع المحرك $\vec{F}$ وقوة احتكاك شدتها $f = 500N$. القوتان ثابتتان وموازيتان للمسار BC .

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن جد شدة القوة $\vec{F}$ حتى تبقى للجملة (S) نفس التسارع في الجزء AB

3- تصل الجملة (S) الى النقطة C بسرعة $v_C = 25\ m\times s^{-1}$ وتغادر ها لتسقط في النقطة P .

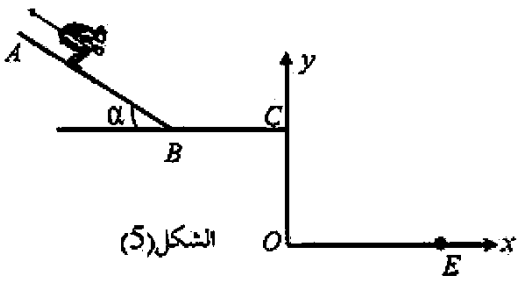
أ- باعتبار لحظة المغادرة مبدأ الازمنة ، ادرس حركة مركز عطالة الجملة (S) في المعلم (Cx, Cy) ثم جد معادلة مسارها .

ب- هل يجتاز الدراج الخندق أم لا ؟ برر اجابتك علما أن : $d = 40m$ و $BC = 56.3m$.

التمرين 46: بكالوريا رياضيات 2015:

بمانسبة البطولة العلمية للتزلج على الجليد اختار المنظمون المسلك الموضح بالشكل-5 والمتكون من:

AB : مستوي مائل زاوية ميله $\alpha = 30°$ وطوله $AB = 50m$.



الشكل(5)

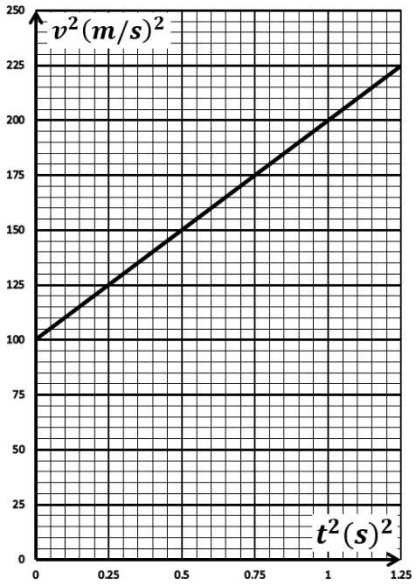
BC: مستوي افقي.

CO: هوة ارتفاعها h عن سطح الارض.

نفرض أن كتلة المتزلج ولوازمه هي: $m = 80kg$ ، $g = 10m/s^2$. ينطلق المتبارون فرادى من قمة المستوي المائل دون سرعة ابتدائية.

1- أ- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (المتزلج) بين الموضعين A و B ،

استنتج شدة قوة الاحتكاك $\vec{f}$ التي نعتبرها ثابتة على طول المسار ABC علما أنه يبلغ الموضع B بالسرعة $v_B = 20\,m/s$.



ب – بتطبيق القانون الثاني لنيوتن حدد طبيعة الحركة على المسار AB واحسب تسارعها.

2- يغادر المتزحلق المستوي الافقي BC عند الموضع C في لحظة نعتبرها مبدأ الأزمنة ليسقط في الموضع E . نهمل مقاومة الهواء ودافعة ارخميدس .

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة ، جد المعادلتين الزمنيتين للحركة $x(t)$ و $y(t)$ في المعلم (ox, oy) المرتبط بمرجع غاليلي، ثم استنتج معادلة المسار.

3- بيان الشكل المقابل يمثل تغيرات مربع سرعة المتزحلق بدلالة مربع الزمن من لحظة مغادرة المستوي الافقي حتى وصوله الموضع E .

أ- اكتب عبارة السرعة v بدلالة v_x و v_y ثم أوجد العلاقة النظرية بين v^2 و t^2 .

ب- استنتج بيانيا قيمة السرعة عند كل من الموضعين C و E .

جـ – احسب الارتفاع h.

التمرين 47 : بكالوريا رياضيات 2016

لمعرفة الشدة f لقوة الاحتكاك التي يخضع لها الجسم الصلب (S) أثناء حركته على مستو مائل $AO = d = 1{,}5m$ ، زاوية ميله عن الأفق $\alpha = 45°$ ، نتركه دون سرعة ابتدائية من النقطة A وعندما يصل الى النقطة O يغادرها ليسقط على الأرض عند النقطة N .

نعتبر $g = 9.8m/s^2$ ، نعتبر (S) نقطيا وكتلته $m = 500\text{g}$.

بحصة الاعمال المخبرية رسم التلاميذ البيان الممثل لتغيرات سرعة الجسم (S) بدلالة الزمن وكلك انطلاقا من التصوير المتعاقب لحركته على الجزء AO وسجلوا كذلك احداثيي النقطة N موضع سقوط الجسم (S) على سطح الراض بعد مغادرته المستوي المائل فوجدوا $(x_N = 0.62m\ ,y_N = h = 1.00m\ )$

1- قياس f باستغلال التصوير المتعاقب: نرمز بـــ a لتسارع (S) على الجزء AO .

أ- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على (S) أثناء حركته على AO بين أن : $f = m(\text{g}\sin\alpha - a)$.

ب- باستغلال بيان الشكل اوجد قيمة التسارع a لحركة (S) ثم استنتج الشدة f لقوة الاحتكاك المؤثرة عليه .

2- قياس f باستغلال احداثيات النقطة N: باعتبار مبدأ الأزمنة اللحظة التي يغادر فيها الجسم (S) النقطة O .

أ- أوجد المعادلتين الزمنيتين $x(t)$ و $y(t)$ المميزيتين لحركة (S) في المعلم (Ox, Oy) .

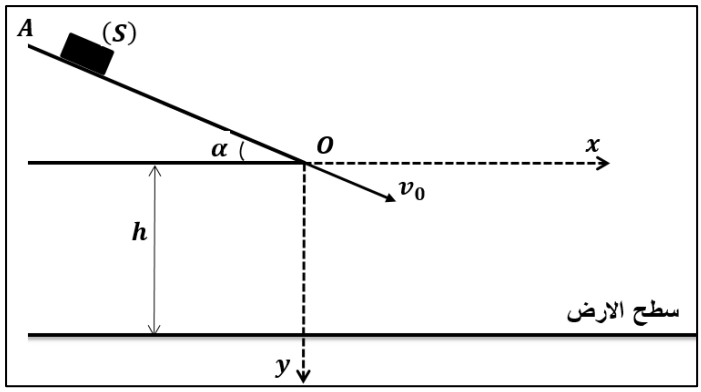
ب- استنتج معادلة المسار $y = f(x)$.

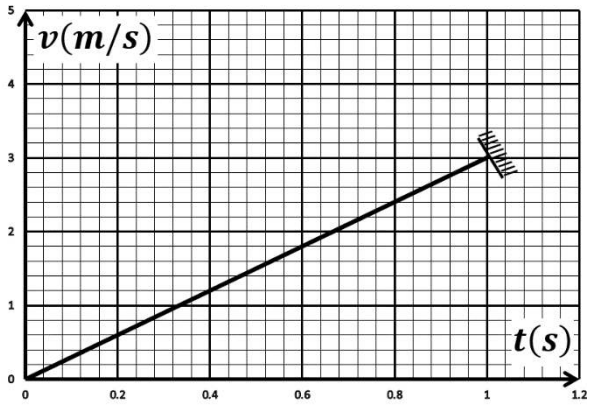
ج- احسب v_0 طويلة شعاع السرعة التي غادر بها الجسم (S) المستوي المائل.

د- استنتج من جديد قيمة a طويلة شعاع تسارع (S) على الجزء AO .

ه- باعتماد العلاقة المبينة في السؤال 1- أ ، أوجد من جديد الشدة f لقوة الاحتكاك.

3- اذا علمت ان مجال حدود أخطاء القياس هو: $1.8N \leq f \leq 2.0N$. ماذا تستنتج؟



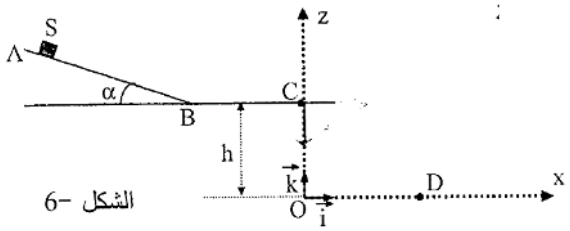


التمرين 48: بكالوريا علوم 2015:

تعطى: $g = 10m/s^2$ ، ميله $\alpha = 30°$ ، $AB = 2\,m$.

1- يتحرك جسم (S) ، الذي نعتبره نقطيا ، كتلته $m = 100g$ ، على مسار $ABCD$. ينطلق الجسم (S) من الموضع A بدون سرعة ابتدائية ليصل الى الموضع B بسرعة $v_B = 2m/s$ ، ثم الى الموضع C بسرعة $\overrightarrow{v_C}$. يخضع الجسم (S) لقوة احتكاك ثابتة الشدة ومعاكسة لجهة الحركة على المسار AB . تهمل قوى الاحتكاك على بقية المسار.

أ- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد عبارة تسارع الحركة على المسار AB .



الشكل -6

ب- أوجد هذا التسارع ثم استنتج شدة قوة الاحتكاك $\vec{f}$.

جـ - ما طبيعة الحركة على المسار BC ؟ علل اجابتك .

2- يغادر الجسم (S) الموضع C الذي يقع على ارتفاع $h = 0.8\,m$ عن المستوي الافقي الذي يشمل النقطتين O و D ، ليسقط في العواء ويصل الى النقطة D بسرعة $\overrightarrow{v_D}$.

باعتبار اللحظة التي يصل فيها الجسم (S) الى الموضع C مبدأ للأزمنة ، وباهمال دافعة ارخميدس ومقاومة الهواء.

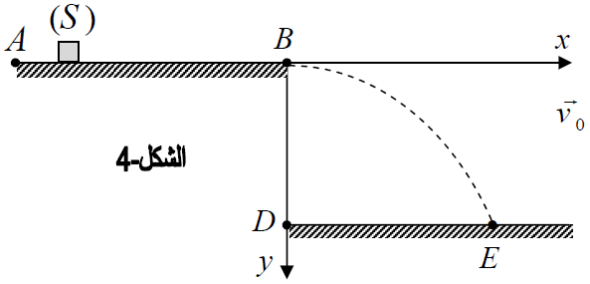
أ- بين ان معادلة مسار مركز عطالة الجسم (S) في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{k})$ هي : $z = -\frac{g}{2v_C^2}x^2 + h$.

ب- حدد بعد النقطة D عن النقطة O (المسافة OD).

جـ - احسب قيمة v_D.

التمرين 49: بكالوريا علوم تجريبية 2014

نقذف في الحظة $t=0$ جسما صلبا (S) نعتبره نقطة مادية كتلتها $m=400g$ على مستوي أفقي بسرعة ابتدائية $\vec{v}_0$ من النقطة A نحو النقطة B حيث $AB=1.4m$. يخضع الجسم (S) أثناء حركتها لقوى احتكاك تكافئ قوة معاكسة لجهة الحركة وثابتة الشدة $\vec{f}$ الشكل-4



الشكل-4

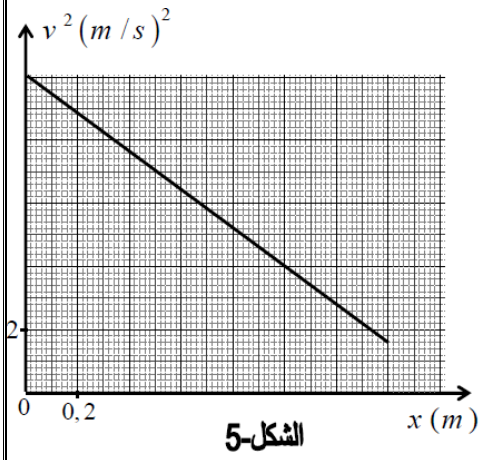
1- أ- مثل القوى الخارجية المطبقة على مركز عطالة الجسم (S) .

ب – بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين أن المعادلة التفاضلية المميزة للحركة تعطى بالعبارة : $\frac{dv}{dt}=-\frac{f}{m}$.

جـ – باعتبار النقطة A مبدأ للفواصل ، اكتب المعادلتين الزمنيتين $v(t)$ و $x(t)$ بدلالة : f ، v_0 و m .

– استنتج العلاقة النظرية $v^2=f(x)$.

2- المنحنى – الشكل-5- يمثل تغيرات v^2 بدلالة x . استنتج قيمة السرعة الابتدائية v_0 وشدة قوة الاحتكاك $\vec{f}$.



الشكل-5

3- يغادر الجسم (S) المستوي الافقي AB في النقطة B بسرعة $\vec{v}_B$ ليسقط في الموضع E حيث : $\overline{BD}=0.5m$.

أ- ادرس طبيعة حركة مركز عطالة الجسم (S) بعد مغادرته النقطة B في المعلم (Bx,By) .

ب- اكتب معادلة مسار الحركة $y=f(x)$.

جـ – حدد المسافة الافقية DE وسرعة الجسم (S) في الموضع E .

يعطى : تهمل مقاومة الهواء ودافعة ارخميدس.

$$g=10m\times s^{-2}$$

التمرين 50: بكالوريا تقني رياضي 2008

ورد في مطوية أمن الطرق الجدول التالي:

$v(km/h)$ سرعة السيارة	50	80	90	100	110
$d_1(m)$ مسافة الاستجابة	14	22	25	28	31
$d_2(m)$ المسافة الموافقة لمدة الكبح	14	35	45	55	67

عندما يريد سائق سيارة تسير بسرعة $\overrightarrow{v}$ التوقف فإن السيارة تقطع مسافة d_1 خلال مدة τ_1 قبل أن يضغط السائق على المكابح (تعرف τ_1 بزمن استجابة السائق) وتقطع السيارة مسافة d_2 خلال مدة τ_2 زمن مدة الكبح ، تسمى D مسافة التوقف وتساوي مجموع المسافتين d_1 و d_2 : $D=d_1+d_2$. أثناء عملية الكبح لا يؤثر المحرك على السيارة .

نقوم بدراسة G مركز عطالة سيارة كتلتها M على طريق مستقيمة أفقية في مرجع أرضي نعتبره غاليليا.

1- خلال مدة الاستجابة τ_1 نعتبر المجموع الشعاعي للقوى المؤثرة على السيارة معدوما .

أ- ما هي طبيعة حركة مركز عطالة السيارة؟

ب- استنادا الى قياسات الجدول أحسب قيم النسب $\frac{d_1}{v}$ مقدرة بالثانية . ماذا تستنتج؟

ج- احسب قيمة المدة τ_1 مقدرة بالثانية من أجل كل قيم d_2 في الجدول.

2- أ- ننمذج خلال عملية الكبح الافعال المؤثرة على السيارة بقوى تطبق على مركز عطالتها . نعتبر القوى – قوة الكبح وقوى الاحتكاك ومقاومة الهواء– المؤثرة على السيارة مكافئة لقوة واحدة $\vec{F}_{f/G}$ ثابتة القيمة وجهتها عكس جهة شعاع السرعة..

ب–لتكن v قيمة سرعة مركز عطالة السيارة في بداية الكبح . أوجد العلاقة الحرفية بين v^2 و d_2 بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة.

ج–باستعمال الجدول السابق ارسم المنحنى البياني $v^2 = g(d_2)$.

د- باستعمال البيان استنتج قيمة $\vec{F}_{f/G}$ تعطى كتلة السيارة: $M = 900kg$.

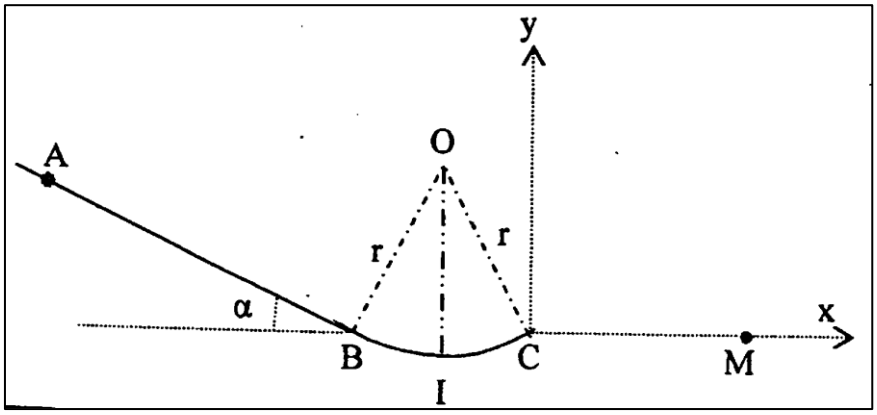
التمرين 51: بكالوريا تقني رياضي 2008

ملاحظة: نهمل تأثير الهواء وكل الاحتكاكات .

يترك جسم نقطي (S) دون سرعة ابتدائية من النقطة A لينزلق وفق خط الميل الاعظمي AB لمستوي مائل يصنع مع الافق زاوية $\alpha = 30°$ ، المسافة $AB = L$.

يتصل AB مماسيا في النقطة B بسلك دائري BC مركزه O ونصف قطره r بحيث تكون النقاط A ، B ، C و O في نفس المستوي الشاقولي والنقطتان B و C على المستوي الافقي.

يعطى: كتلة الجسم (S) : $m = 0.2kg$ ، $g = 10\,m/s^2$ ، $L = 5\,m$ ، $r = 2\,m$.



1- أوجد عبارة سرعة الجسم (S) عند مروره بالنقطة B بدلالة L ، g و α ثم احسب قيمتها.

2- حدد خصائص شعاع السرعة للجسم (S) في النقطة C.

3- أ- أوجد بدلالة m ، g و α عبارة شدة القوة التي تطبقها الطريق على الجسم (S) خلال انزلاقه على المستوي المائل ثم احسب قيمتها.

ب- لتكن I أخفض نقطة من المسار الدائري BC . يمر الجسم (S) بالنقطة I بالسرعة $v_I = 7.37\,m/s$. احسب شدة القوة التي يطبقها الطريق على الجسم (S) عند النقطة I.

4- عند وصول الجسم (S) الى النقطة C يغادر المسار BC ليقفز في الهواء.

أ- أوجد في المعلم $(\overrightarrow{Cx}, \overrightarrow{Cy})$ المعادلة الديكارتية $y = f(x)$ لمسار الجسم (S) . نأخذ مبدأ الازمنة $t = 0$ لحظة مغادرة الجسم (S) النقطة C .

ب- يسقط الجسم (S) على المستوي المار بالنقطتين B و C في النقطة M . احسب المسافة CM.

التمرين56 :

ينزلق جسم صلب: (s) يمكن اعتباره نقطيا كتلته: $m = 0.1kg$ على طريق: ABCD. (أنظر الشكل)

* AB منحدر، تقع A على ارتفاع h من الأفقي المار من B.

* CD طريق على شكل ربع دائرة مركزها: O ونصف قطرها: $r = 3m$، تقع في مستو شاقولي، تهمل قوى الاحتكاك على هذا الجزء من المسار.

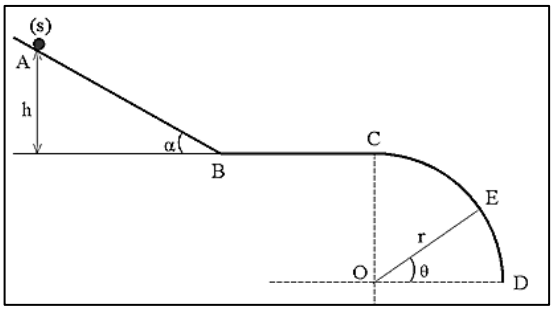
1- ينطلق الجسم (s) من النقطةA دون سرعة ابتدائية ليصل إلى B بسرعة: $v_B = 10\text{m/s}$. بفرض قوى الاحتكاك مهملة:

أ – أوجد الارتفاع الذي هبط منه الجسم.

ب – ما طبيعة حركة الجسم: (s) عند انتقاله من: A إلى B؟

ج – أحسب تسارع هذه الحركة –إن وجد– علماً أن: $AB = 10m$، $g = 10\,m/s^2$.

2- يواصل الجسم: (s)حركته على الجزء: (BC) في وجود قوى احتكاك شدتها ثابتة:



أ- أرسم القوى الخارجية المطبقة على الجسم: (s).

ب- احسب شدة قوى الاحتكاك إذا علمت أن السرعة في (C) هي: $v_c = 3m/s$.

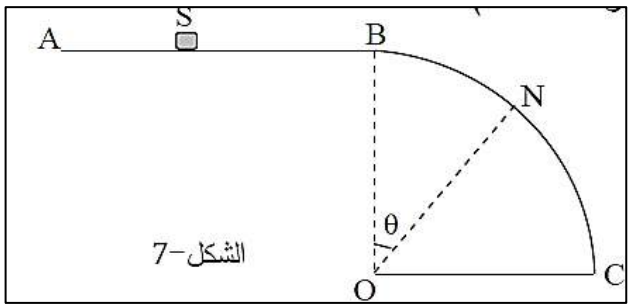
3- يغادر الجسم: (s) المسار الدائري في النقطة: (E)،

أ/ أوجد عبارة سرعة الجسم: (s) في النقطة E بدلالة:g، θ ، r .

ب/ أوجد قيمة الزاوية: θ.

التمرين 58: بكالوريا رياضيات 2014:

لدراسة حركة جسم صلب (S) كتلته $m = 100g$ على السطح الدائري الشاقولي الاملس BC نصف قطره $r = 10m$ ، نقذفه من النقطة A بسرعة ابتدائية افقية $\vec{v}_A$ ليتحرك على السطح الافقي $AB = d = 1m$ ، حيث تكون شدة قوة الاحتكاك على هذا الجزء ثابتة $f =$ $0.8N$ وجهتها معاكسة لجهة الحركة ، يمر الجسم (S) بالنقطة B بداية السطح BC بالسرعة $\vec{v}_B$ ويواصل حركته عليه ليغادره عند النقطة N . (الشكل –7) .

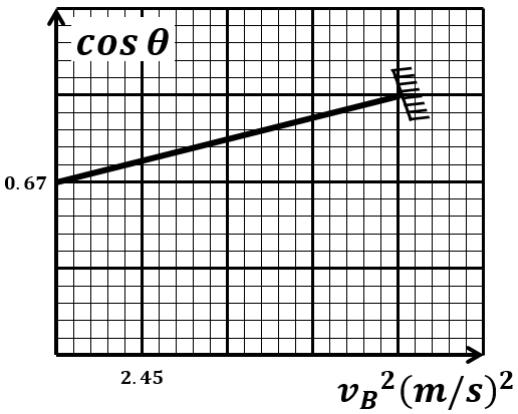


1- أ- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين أن حركة (S) على الجزء AB مستقيمة متباطئة بانتظام .

ب – بين أن v_A سرعة القذف يمكن كتابتها بالعبارة التالية:

$$v_A{}^2 = v_B{}^2 + \frac{2\times d\times f}{m}$$.

2- الشكل –8 يمثل منحنى تغيرات $\cos\theta$ بدلالة $v_B{}^2$ ، حيث θ هي الزاوية التي من أجلها يغادر الجسم (S) السطح الدائري في النقطة N بالسرعة $\vec{v}_N$



أ- بتطبيق مبدا انحفاظ الطاقة جد عبارة $v_N{}^2$ بدلالة $v_B{}^2$ ، g ، r و θ .

ب- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن جد عبارة $\vec{R}$ لفعل السطح الدائري على الجسم (S) .

جـ – جد العبارة النظرية لـ $\cos\theta$ بدلالة $v_B{}^2$ ، g و r التي من أجلها يغادر الجسم (S) السطح الدائري في النقطة N .

د – بالاعتماد على السؤال (جـ) والمنحنى جد قيمة g تسارع الجاذبية الارضية في مكان التجربة .

3- ما هي اكبر قيمة للزاوية θ وقيمة السرعة v_A عندئذ ؟