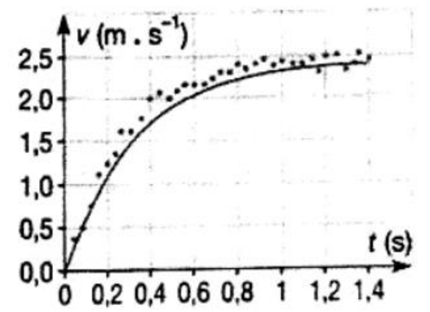
التمرين الثاني – 04 نقاط – علوم تجريبية -الموضوع الثاني– بكالوريا 2008

هذا النص مأخوذ من مذكرات العالم هويغنز سنة 1690: « ... في البداية كنت أظن أن قوة الاحتكاك في مائع غاز أو سائل تتناسب طردا مع السرعة، ولكن التجارب التي حققتها في باريس، بينت لي أن قوة الاحتكاك، يمكن أيضا أن تتناسب طردا مع مربع السرعة. وهذا يعني أنه إذا تحرك متحرك بسرعة ضعف ما كانت عليه، يصطدم بكمية مادة من المائع تساوي مرتين و لها سرعة ضعف ما كانت لها....»



الشكل-1

1- يُشير النص إلى فرضيتي هويغنز حول قوة الاحتكاك في الموائع، يعبر عنهما رياضياتيا بالعلاقتين:

$$f = k.v \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$f = k'.v^2 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

حيث: f قيمة قوة الاحتكاك، v سرعة مركز عطالة المتحرك، k, k' ثابتان موجبان

يعطى: $g = 9{,}81\ m.S^{-2}$ ، $\rho = 4{,}1\ kg.m^{-3}$ ، $\rho_0\ =\ 1{,}3kg.m^{-3}$

أرفق بكل علاقة التعبير المناسب - من النص - عن كل فرضية.

الفرضية الأولى: "قوة الاحتكاك في مائع غاز أو سائل تتناسب طردا مع السرعة" توافق العلاقة: $f = k.v$

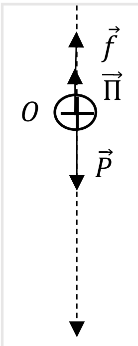
الفرضية الثانية: " قوة الإحتكاك تتناسب طردا مع مربع السرعة" توافق العلاقة: $f = k'.v^2$

2- للتأكد من صحة الفرضيتين، تم تسجيل حركة بالونة تسقط في الهواء سمح التسجيل بالحصول على سحابة من النقاط تمثل تطور سرعة مركز عطالة البالونة، في لحظات زمنية معينة (الشكل-1).

أ- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، واعتماد الفرضية المعبر عنها بالعلاقة $(f = k.v)$ ، اكتب المعادلة التفاضلية لحركة سقوط البالونة بدلالة:

- ✓ (ρ_0) الكتلة الحجمية للهواء.
- ✓ (ρ) الكتلة الحجمية للبالونة.
- ✓ (m) كتلة البالونة.
- ✓ (g) تسارع الجاذبية الأرضية.
- ✓ (k) ثابت التناسب.

تمثيل القوى المؤثرة:



$\vec{f}$: قوة الإحتكاك
$\vec{\Pi}$: دافعة أرخميدس
$\vec{P}$: قوة الثقل

إيجاد المعادلة التفاضلية:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في المرجع العطالي (السطحي الأرضي) في نقطة مركز العطالة:

$$\vec{f} + \vec{\Pi} + \vec{P} = m.\vec{a}$$

بالإسقاط في محور الحركة:

$$-f - \Pi + P = m.a \Rightarrow -k.v - \rho_0.g.V + m.g = m.a \Rightarrow -\frac{k}{m}.v - \frac{\rho_0.g}{m}.V + g = a$$

$$-\frac{k}{m}.v - \frac{\rho_0.g}{\rho.V}.V + g = a \Rightarrow -\frac{k}{m}.v - \frac{\rho_0.g}{\rho.\cancel{V}}.\cancel{V} + g = a$$

$$-\frac{k}{m}.v - \frac{\rho_0}{\rho}g + g = a \Rightarrow \frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m}.v + g.(1 - \frac{\rho_0}{\rho})$$

ب- بين أن المعادلة التفاضلية لحركة يمكن كتابتها على الشكل: $\frac{dv}{dt} + B.v = A$

حيث A و B ثابتان.

لدينا:

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m}.v + g.\left(1-\frac{\rho_0}{\rho}\right) \Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}.v = g.\left(1-\frac{\rho_0}{\rho}\right)$$

بوضع:

$$\begin{cases} A = g.\left(1-\frac{\rho_0}{\rho}\right) \\ B = \frac{k}{m} \end{cases}$$

يتحقق المطلوب.

ج- اعتمادا على البيان الشكل1 ناقش تطور السرعة (v) واستنتج قيمتها الحدية (v_{lim}). ماذا يمكن القول عن حركة مركز عطالة البالونة خلال هذا التطور؟.

تطور السرعة:

في النظام الإنتقالي تتزايد السرعة من قيمة معدومة $v_0 = 0$ لتستقر في النظام الدائم عند قيمة حدية ثابتة v_l.

القيمة الحدية:

من البيان بالإسقاط: $v_l = 2.5\ m/S$

حركة مركز العطالة:

النظام الإنتقالي (الطور الاول): الحركة مستقيمة متسارعة.

النظام الدائم (الطور الثاني): الحركة مستقيمة منتظمة (السرعة ثابتة)

د- احسب قيمتي A و B.

قيمة A:

$$A = g.\left(1-\frac{\rho_0}{\rho}\right) = 9.81 \times \left(1-\frac{1.3}{4.1}\right) = 6.70\ m/S^2$$

قيمة B:

في النظام الدائم (الطور الثاني) الحركة مستقيمة منتظمة (السرعة ثابتة) ومنه: $a = \frac{dv}{dt} = 0$ من أجل $v = v_l$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد:

$$B.v_l = A \Rightarrow B = \frac{A}{v_l} = \frac{6.70}{2.5} = 2.68\ S^{-}$$

3- رسم على نفس المخطط السابق المنحنى $v = f(t)$ وفق قيمتي A و B. (المنحني الممثل بالخط المستمر في الشكل 1). ناقش صحة الفرضية الأولى.

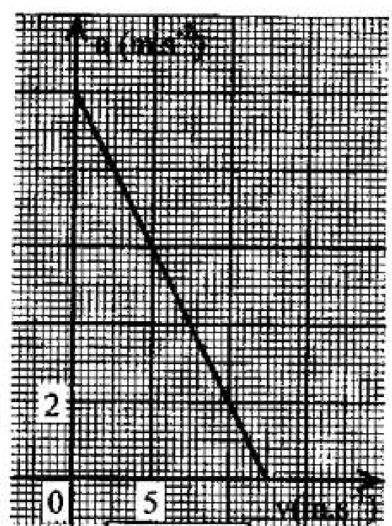
تنطبق سحابة النقاط على المنحنى في اللحظات $t < 0.2\ S$ بأي حالة السرعات الصغيرة بينما تبتعد هذه النقاط حالة السرعات الكبيرة فنقول أن الفرضية صحيحة فقط حالة السرعات الصغيرة.

التمرين الثالث – 04 نقاط – علوم تجريبية -الموضوع الثاني- بكالوريا 2009

يسقط مظلي كتلته مع تجهيزه $100kg$ سقوطا شاقوليا بدءا من نقطة O بالنسبة لمعلم أرضي دون سرعة ابتدائية.

يخضع أثناء سقوطه إلى قوة مقاومة الهواء عبارتها من الشكل $f = k.v$ (تهمل دافعة أرخميدس).

يمثل البيان الشكل -2- تغيرات (a) تسارع مركز عطالة المظلي بدلالة السرعة (v) .



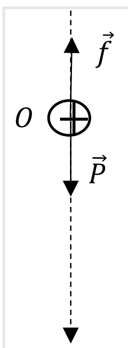
الشكل 2

1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، بين أن المعادلة التفاضلية لحركة المظلي من الشكل:

$$\boldsymbol{\frac{dv}{dt} = A.v + B}$$

حيث أن B ، A ثابتان يطلب تعيين عبارتيهما.

تمثيل القوى المؤثرة:



$\vec{f}$: قوة الإحتكاك

$\vec{P}$: قوة الثقل

إيجاد المعادلة التفاضلية:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في المرجع العطالي (السطحي الأرضي) في نقطة مركز العطالة:

$$\vec{f} + \vec{P} = m.\vec{a}$$

بالإسقاط في محور الحركة:

$$-f + p = m.a \Rightarrow -k.v + m.g = m.a \Rightarrow -\frac{k}{m}.v + g = a$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m}.v + g$$

بوضع:

$$\begin{cases} A = -\frac{k}{m} \\ B = g \end{cases}$$

يتحقق المطلوب.

2- عين بيانيا قيمتي: - شدة مجال الجاذبية الأرضية (g) ، السرعة الحدية للمظلي (v_l)

العبارة البيانية: المنحنى عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدئ معادلته من الشكل:

$$a = \alpha.v + a_0$$

$$\begin{cases} \alpha = \frac{10-0}{0-12.5} = -0.8 \\ a_0 = 10 \end{cases} \Rightarrow a = -0.8\,v + 10$$

العبارة النظرية:

$$a = A.v + B = -\frac{k}{m}.v + g$$

المطابقة:

$$\begin{cases} g = 10\ m/S^2 \\ \frac{k}{m} = 0.8 \end{cases}$$

السرعة الحدية:

في النظام الدائم الحركة مستقيمة منتظمة (السرعة ثابتة) ومنه: $a = \frac{dv}{dt} = 0$ من أجل $v = v_l$

من البيان بالإسقاط: $v_l = 12.5\ m/S$

3- تميز الحركة السابقة بقيمة المقدار $\left(\frac{k}{m}\right)$، حدد وحدة هذا المقدار وأحسب قيمته من البيان.

وحدة الثابت:

نعلم:

$$a = -\frac{k}{m}.v + g$$

بالتحليل البعدي:

$$\left[\frac{k}{m}\right] = \frac{[a]}{[v]} = \frac{\frac{[v]}{[T]}}{[v]} = \frac{1}{[T]} = S^{-}$$

وحدة الثابت هي مقلوب وحدة الزمن أي مقلوب الثانية.

الحساب:

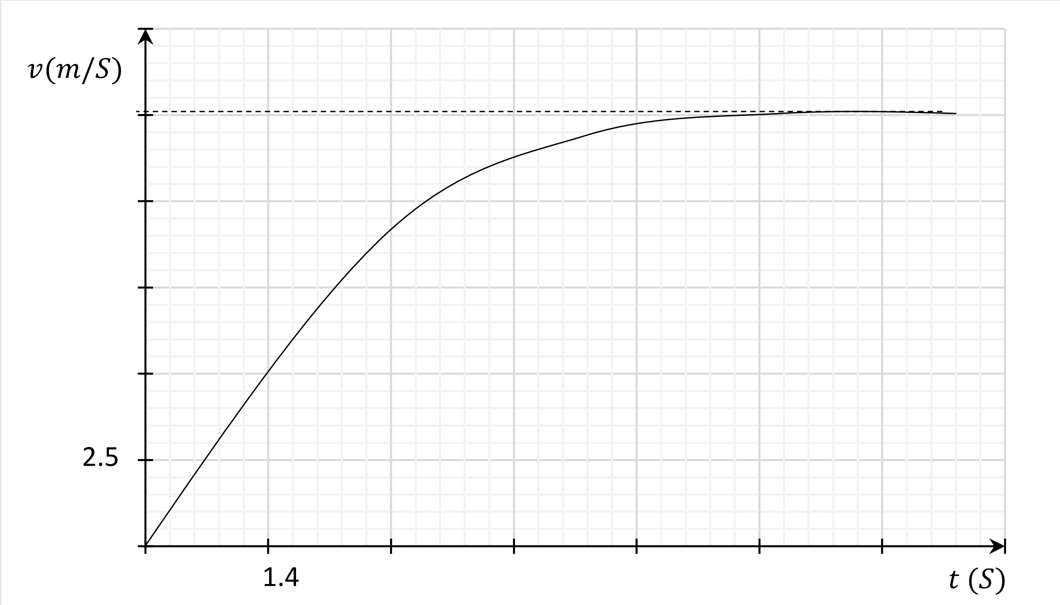
من البيان بعد المطابقة بين العلاقة النظرية و العلاقة البيانية:

$$\frac{k}{m} = 0.8\ S^{-}$$

4 -احسب قيمة الثابت k

$$\frac{k}{m} = 0.8\ S^{-} \Rightarrow k = 0.8\ m = 0.8 \times 100 = 80\ kg/S$$

5- مثل كيفيا تغيرات سرعة المظلي بدلالة الزمن في المجال الزمني : $0 < t < 7\ S$



المنحنى $v = f(t)$

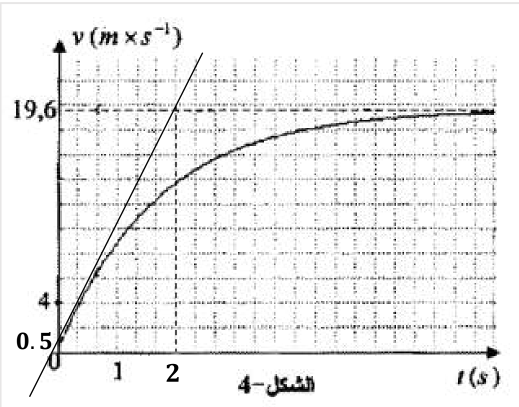
التمرين التجريبي – 04 نقاط – علوم تجريبية -الموضوع الأول- بكالوريا 2010

قام فوج من التلاميذ في حصة للأعمال المخبرية بدراسة السقوط الشاقولي لجسم صلب (S) في الهواء، وذلك باستعمال كاميرا رقمية $(Webcam)$، عولج شريط الفيديو ببرمجية $(Avistep)$ بجهاز الإعلام الآلي فتحصلوا على البيان $v = f(t)$ الذي يمثل تغيرات سرعة مركز عطالة (S) بدلالة الزمن (الشكل-4).

1- حدد طبيعة حركة مركز عطالة الجسم (S) في النظامين الانتقالي والدائم. علل

النظام الإنتقالي: الحركة مستقيمة متسارعة لأن السرعة متزايدة.

الناظم الدائم: الحركة مستقيمة منتظمة لأن السرعة ثابتة.



2- بالاعتماد على البيان عين:

أ- السرعة الحدية v_{lim}.

من البيان بالإسقاط: $v_l = 19.6\ m/S$

ب- تسارع الحركة في اللحظة $t = 0$.

التسارع ميل المماس للمنحنى عند اللحظة $t = 0$

$$a_0 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0.5 - 19.6}{0 - 2} = 9.55\ m/S^2$$

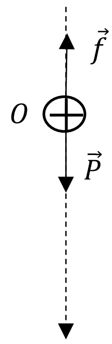
3- كيف يكون الجسم الصلب (S) متميزا وهذا للحصول على حركة مستقيمة شاقولية انسحابية في نظامين انتقالي ودائم؟

شكل الجسم الصلب: من الافضل أن يكون دائري أو بيضوي ذي سطح أملس لتقليل المقاومة الهوائية (الإحتكاك).

وزن الجسم الصلب: يجب أن تكون كتله الحجمية أكبر من تلك للهواء لضمان سقوطه نحو الأسفل بسرعة متزايدة.

4- باعتبار دافعة أرخميدس مهملة، مثل القوى المؤثرة على الجسم (S) أثناء السقوط، واستنتج عندئذ المعادلة التفاضلية للحركة بدلالة السرعة v في حالة السرعات الصغيرة.

تمثيل القوى المؤثرة:



$\vec{f}$: قوة الإحتكاك

$\vec{P}$: قوة الثقل

إيجاد المعادلة التفاضلية:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في المرجع العطالي (السطحي الأرضي) في نقطة مركز العطالة:

$$\vec{f} + \vec{P} = m.\vec{a}$$

بالإسقاط في محور الحركة:

$$-f + p = m.a \Rightarrow -k.v + m.g = m.a \Rightarrow -\frac{k}{m}.v + g = a$$

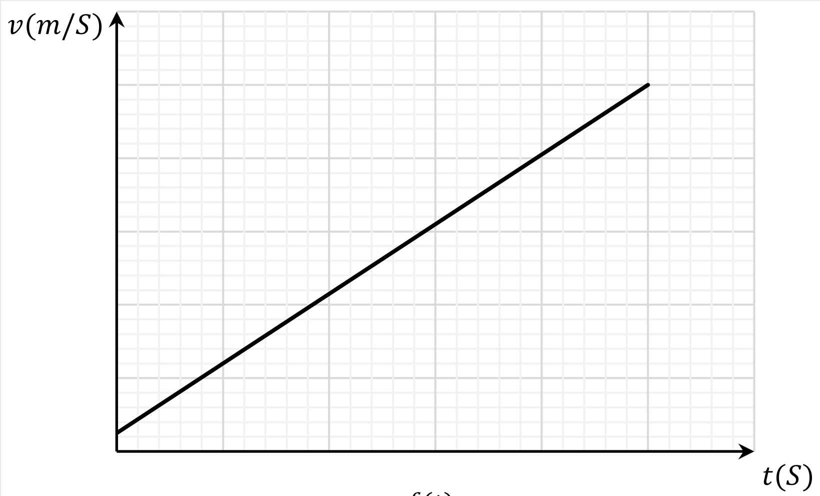
$$\frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m}.v + g$$

5- توقع شكل مخطط السرعة عند إهمال دافعة أرخميدس و مقاومة الهواء. علل.

في إهمال دافعة أرخميدس و مقاومة الهواء تصبح المعادلة التفاضلية على الشكل التالي:

$$\frac{dv}{dt} = g \Rightarrow v = g.t + v_0$$

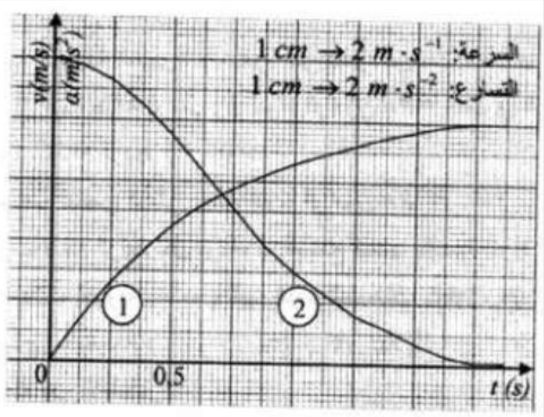
المنحنى عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدئ.



منحنى $v = f(t)$

التمرين التجريبي – 04 نقاط – علوم تجريبية -الموضوع الثاني- بكالوريا 2011

أثناء حصة الأعمال التطبيقية، اقترح الأستاذ على تلامذته دراسة سقوط كرية مطاطية شاقوليا في الهواء دون سرعة ابتدائية $v_0 = 0\ m/S$ ونمذجة السقوط بطريقة رقمية.



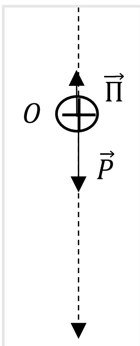
الشكل-4

المعطيات : كتلة الكرية $m = 3g$، نصف قطرها $r = 1.5cm$، الكتلة الحجمية للهواء $\rho_{air} = 1.3kg/m^3$، حجم الكرة $V = \frac{4}{3}.\pi.r^3$، قوة الاحتكاك $f = kv^2$ ، $g = 9{,}81\ m.S^{-2}$.

المطلوب:

1- مثل القوى الخارجية المؤثرة في مركز عطالة الكرية خلال مراحل السقوط.

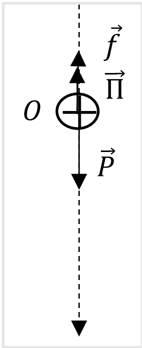
اللحظة الإبتدائية:



$\vec{\Pi}$: دافعة أرخميدس

$\vec{P}$: قوة الثقل

النظام الإنتقالي:

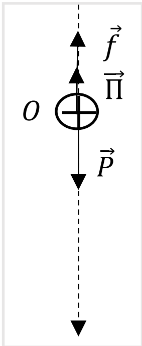


$\vec{f}$: قوة الإحتكاك

$\vec{\Pi}$: دافعة أرخميدس

$\vec{P}$: قوة الثقل

النظام الدائم:



$\vec{f}$: قوة الإحتكاك

$\vec{\Pi}$: دافعة أرخميدس

$\vec{P}$: قوة الثقل

2- باختيار مرجع دراسة مناسب نعتبره غاليليا ، وبتطبيق القانون الثاني لنيوتن على مركز عطالة الكرية. اكتب المعادلة التفاضلية للسرعة.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في المرجع العطالي (السطحي الأرضي) في نقطة مركز العطالة:

$$\vec{f}+\vec{\Pi}+\vec{P}=m.\vec{a}$$

بالإسقاط في محور الحركة:

$$-f-\Pi+p=m.a \Rightarrow -k.v-\rho_0.g.V+m.g=m.a \Rightarrow -\frac{k}{m}.v-\frac{\rho_0.g}{m}.V+g=a$$

$$-\frac{k}{m}.v-\frac{\rho_0.g}{\rho.V}.V+g=a \Rightarrow -\frac{k}{m}.v-\frac{\rho_0.g}{\rho.\cancel{V}}.\cancel{V}+g=a$$

$$-\frac{k}{m}.v-\frac{\rho_0}{\rho}g+g=a \Rightarrow \frac{dv}{dt}=-\frac{k}{m}.v+g.(1-\frac{\rho_0}{\rho})$$

3- سمحت كاميرا رقمية بمتابعة حركة الكرية و عولج شريط الصور الملتقطة ببرمجية مكنتنا من الحصول على البيانين $a=f(t)$ و $v=f(t)$ (الشكل 4)

أ- أي المنحنيين يمثل تطور التسارع $a(t)$ بدلالة الزمن ؟ عل .

المنحنى (1) يمثل تطور السرعة $v(t)$ بدلالة الزمن لأنه:

عند اللحظة $t=0$ الكرة المطاطية تسقط دون سرعة ابتدائية $v_0=0\ m/S$

المنحنى (2) يمثل تطور التسارع $a(t)$ بدلالة الزمن لأنه:

عند اللحظة $t=0$ تسارع الكرة المطاطية هو تسارع الجاذبية اي: $a_0=g=10\ m/S^2$

ب- حدد بيانيا السرعة الحدية v_l.

من البيان بالإسقاط: $v_l=8\ m/S$

ج- علما أن: $v_l=\sqrt{\frac{g}{k}(m-\rho_{air}V)}$

احسب قيمة معامل الاحتكاك k.

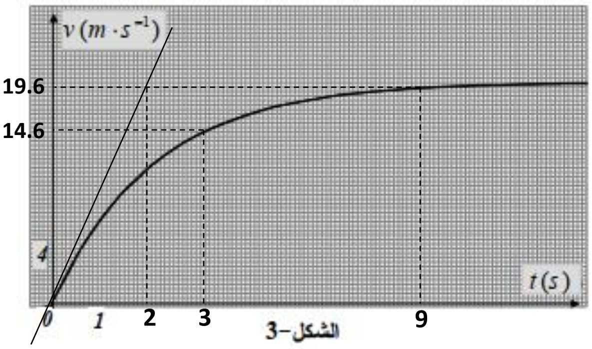
$$v_l=\sqrt{\frac{g}{k}(m-\rho_{air}V)} \Rightarrow {v_l}^2=\frac{g}{k}(m-\rho_{air}V) \Rightarrow k=\frac{g}{{v_l}^2}(m-\rho_{air}V)$$

$$k=\frac{9.81}{8^2}\left(0.003-1.3\times\left(\frac{4}{3}.\pi.(1.5\times10^{-2})^3\right)\right)=4.57\times10^{-4}\ kg/S$$

التمرين الرابع – 04 نقاط – علوم تجريبية -الموضوع الأول- بكالوريا 2012

ندرس في مرجع سطحي أرضي نعتبره غاليليا حركة سقوط كرية في الهواء.

(الشكل - 3) يُمثل تطور سرعة مركز عطالة الكرية v بدلالة الزمن t.



الشكل-3

تعطى: $g = 9{,}81\ m.S^{-2}$ ، كتلة الكرية $m = 30g$

1- من البيان:

أ- حدد المجال الزمني لنظامي الحركة.

النظام الإنتقالي: $t \leq 9\ S$

النظام الدائم: $t > 9\ S$

ب - عين قيمة السرعة الحدية .

من البيان بالإسقاط: $v_l = 19.6\ m/S$

ج- احسب a_0 تسارع مركز عطالة الكرية في اللحظة $t = 0$. ماذا تستنتج؟

الحساب:

التسارع هو ميل المماس للمنحنى عند اللحظة $t = 0$:

$$a_0 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 19.6}{0 - 2} = 9.8\ m/S^2$$

الإستنتاج:

نلاحظ $a_0 = g$ ومنه نستنتج أن دافعة أرخميدس مهملة.

د- ما هي قيمة التسارع لحظة وصول الكرية إلى سطح الأرض؟

التسارع معدوم لأنه في النظام الدائم السرعة ثابتة.

ه - كم تكون قيمة الطاقة الحركية للكرية في اللحظة $t = 3S$ ؟

من البيان في اللحظة $t = 3S$ بالإسقاط: $v = 14.6\ m/S$

ومنه:

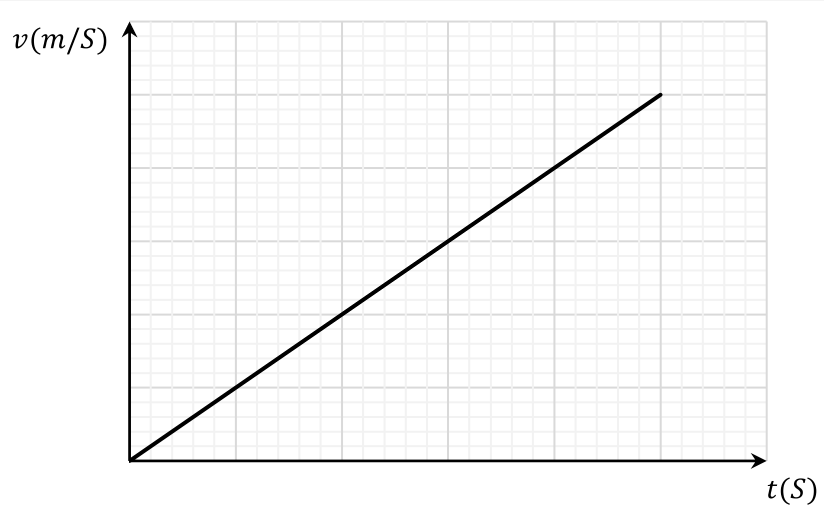
$$E_C = \frac{1}{2}.m.v^2 = 0.5 \times 0.03 \times 14.6^2 = 3.20\ j$$

مثل كيفيا مخطط السرعة (v) لحركة السقوط الشاقولي لمركز عطالة الكرية في الفراغ.

الفراغ أي في إهمال دافعة أرخميدس و مقاومة الهواء يتحقق:

$$a = \frac{dv}{dt} = g \Rightarrow v = g.t + v_0 = g.t$$

المنحنى عبارة عن خط مستقيم يمر من المبدئ.



منحنى $v = f(t)$

التمرين الرابع – 04 نقاط – علوم تجريبية -الموضوع الثاني- بكالوريا 2013

تسقط حبة برد كروية الشكل، قطرها: $D = 3cm$، كتلتها $m = 13g$ ، دون سرعة ابتدائية في اللحظة: $t = 0$ من نقطة O ترتفع بـ $1500\ m$عن سطح الأرض نعتبرها كمبدأ للمحور الشاقولي (Oz).

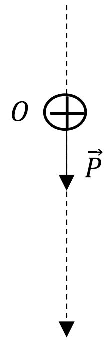
أولا: نفرض أن حبة البرد تسقط سقوطا حرا.

المعطيات: حجم الكرة: $V = \frac{4}{3}.\pi.r^3$ ، الكتلة الحجمية للهواء $\rho_{air} = 1.3kg/m^3$، $g = 9,81\ m.S^{-2}$

1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، جد المعادلتين الزمنيتين لسرعة وموضع G مركز عطالتها.

تمثيل القوى المؤثرة:

$\vec{P}$: قوة الثقل



إيجاد المعادلتين الزمنيتين:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في المرجع العطالي (السطحي الأرضي) في نقطة مركز العطالة:

$$\vec{P} = m.\vec{a} \Rightarrow \vec{g} = \vec{a}$$

بالإسقاط في محور الحركة:

$$a = g$$

$$\frac{dv}{dt} = g \Rightarrow v = g.t + v_0 = g.t$$

$$\frac{dz}{dt} = g.t \Rightarrow z = g.\frac{t^2}{2} + z_0 = g.\frac{t^2}{2}$$

2- احسب قيمة السرعة لحظة وصولها إلى سطح الأرض.

نعلم:

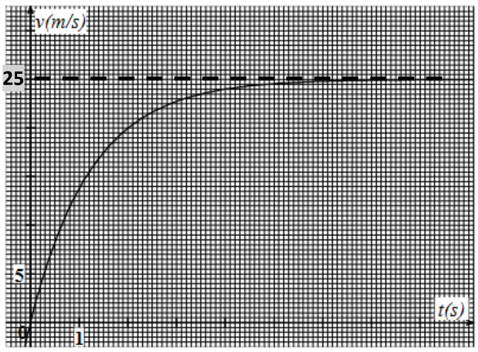
$$\begin{cases} v = g.t \\ z = g.\frac{t^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{v}{g} \\ z = \frac{g}{2}.\left(\frac{v}{g}\right)^2 = \frac{v^2}{2.g} \end{cases}$$

من أجل: $z = 1500\ m$

$$v = \sqrt{2.z.g} = \sqrt{1500 \times 2 \times 9.81} = 171.55\ m/S$$

ثانيا: في الواقع تخضع حبة البرد بالإضافة لقوة ثقلها $\vec{P}$ إلى قوة دافعة أرخميدس $\vec{\pi}$ و قوة احتكاك $\vec{f}$ المتناسبة طردا مع مربع السرعة، حيث: $f = kv^2$

1- بالتحليل البعدي حدد وحدة المعامل k في النظام الدولي للوحدات.



الشكل-4

نعلم:

$$a = -\frac{k}{m}.v + g$$

بالتحليل البعدي:

$$\left[\frac{k}{m}\right] = \frac{[a]}{[v]} = \frac{\frac{[v]}{[T]}}{[v]} = \frac{1}{[T]} = S^{-}$$

وحدة الثابت هي مقلوب وحدة الزمن أي مقلوب الثانية.

2- اكتب عبارة قوة دافعة أرخميدس، ثم احسب شدتها وقارنها مع شدة قوة الثقل. ماذا تستنتج؟

$$\Pi = \rho_{air}.g.V = 1.3 \times 9.81 \times \left(\frac{4}{3} \times \pi \times \left(\frac{3 \times 10^{-2}}{2}\right)^3\right) = 1.8 \times 10^{-4}N$$

$$P = m.g = 0.013 \times 9.81 = 0.128\ N$$

قوة الثقل أكبر بكثير من دافعة أرخميدس لذلك نستنتج أن دافعة أرخميدس مهملة.

3- بإهمال قوة دافعة أرخميدس $\vec{\pi}$:

أ- جد المعادلة التفاضلية للحركة، ثم بين أنه يمكن كتابتها على الشكل:

$$\boldsymbol{\frac{dv}{dx} = A - B.v^2}$$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في المرجع العطالي (السطحي الأرضي) في نقطة مركز العطالة:

$$\vec{f} + \vec{P} = m.\vec{a}$$

بالإسقاط في محور الحركة:

$$-f + P = m.a \Rightarrow -k.v^2 + m.g = m.a \Rightarrow -\frac{k}{m}.v^2 + g = a$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m}.v^2 + g$$

بوضع:

$$\begin{cases} A = g \\ B = \dfrac{k}{m} \end{cases}$$

يتحقق المطلوب.

ب- استنتج العبارة الحرفية للسرعة الحدية v التي تبلغها حبة البرد.

في النظام الدائم الحركة مستقيمة منتظمة (السرعة ثابتة) ومنه: $a = \frac{dv}{dt} = 0$ من أجل $v = v_l$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية:

$$0 = -\frac{k}{m}.{v_l}^2 + g \Rightarrow {v_l}^2 = \frac{g.m}{k} \Rightarrow v_l = \sqrt{\frac{g.m}{k}}$$

ج- جد بيانيا قيمة v_l السرعة الحدية، ثم استنتج قيمة k. (الشكل-4).

قيمة v_l:

من البيان بالإسقاط: $v_l = 25\ m/S$

إستنتاج قيمة k:

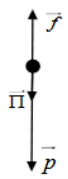
$$k = \frac{g.m}{{v_l}^2} = \frac{9.81 \times 0.013}{25^2} = 2 \times 10^{-4}\ kg/S$$

د- قارن بين السرعتين التي تم حسابهما في السؤالين (أولا 2) و(ثانيا 3-ج). ماذا تستنتج؟

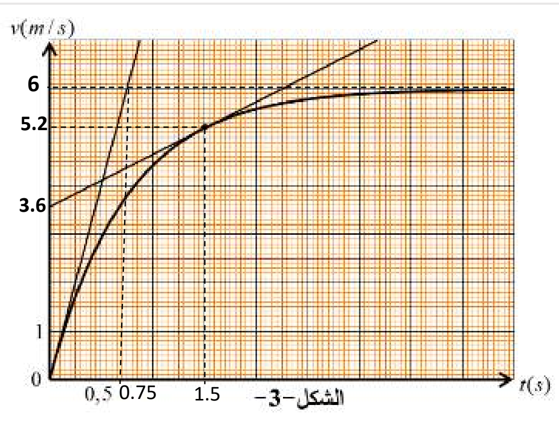
السرعة في السقوط الحر أكبر بكثير من السرعة الحدية حالة السقوط الحقيقي نستنتج أنه في إهمال الإحتكاك الهوائي تكون سرعة سقوط الأجسام اكبر بكثير مما هي عليه في الطبيعة لذلك عند دراسة الأجسام الصلبة يجب أخذ الإحتكاك في الحسبان.

التمرين التجريبي – 07 نقاط – علوم تجريبية -الموضوع الثاني- بكالوريا 2017- الدورة العادية

خلال حصة الأعمال المخبرية كلف الأستاذ ثلاث مجموعات من التلاميذ بدراسة حركة سقوط كرية في الهواء كتلتها وحجمها V انطلاقا من السكون في اللحظة $t = 0$ حيث طلب منهم تمثيل القوى المؤثرة على الكرية في لحظة t حيث عرضت كل مجموعة عملها فكانت النتائج كالتالي:

3	2	1	المجموعة
			التمثيل المنجز

حيث $\vec{\Pi}$ دافعة أرخميدس و $\vec{f}$ قوة الاحتكاك مع الهواء.



المعطيات:

عبارة قوة الاحتكاك من الشكل $f = kv$ ، $g = 9,80\ m/S^2$، كتلة الكرية $m = 2.6\ g$

الكتلة الحجمية للهواء $\rho_{air} = 1.3kg/m^3$ ، حجم الكرية $V = 3.6 \times 10^{-4} m^3$

1) بعد المناقشة تم رفض تمثيل إحدى المجموعات الثلاث.

أ) حدد التمثيل المرفوض مع التعليل.

التمثيل المرفوض: 3

التعليل: لأن قوة دافعة أرخميدس موجهة دوما نحو الأعلى فهي معيقة لحركة الجسم عكس ما هو مشار إليه في التمثيل.

ب) اكتب المعادلة التفاضلية للسرعة لكلا الحالتين المتبقيتين.

التمثيل الأول:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في المرجع العطالي (السطحي الأرضي) في نقطة مركز العطالة:

$$\vec{f}+\vec{\Pi}+\vec{P}=m.\vec{a}$$

بالإسقاط في محور الحركة:

$$-f-\Pi+P=m.a \Rightarrow -k.v-\rho_{air}.g.V+m.g=m.a \Rightarrow -\frac{k}{m}.v-\frac{\rho_{air}.g}{m}.V+g=a$$

$$-\frac{k}{m}.v-\frac{\rho_{air}.g}{\rho.V}.V+g=a \Rightarrow -\frac{k}{m}.v-\frac{\rho_{air}.g}{\rho.\cancel{V}}.\cancel{V}+g=a$$

$$-\frac{k}{m}.v-\frac{\rho_{air}}{\rho}g+g=a \Rightarrow \frac{dv}{dt}=-\frac{k}{m}.v+g.(1-\frac{\rho_{air}}{\rho})$$

التمثيل الثاني:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في المرجع العطالي (السطحي الأرضي) في نقطة مركز العطالة:

$$\vec{f}+\vec{P}=m.\vec{a}$$

بالإسقاط في محور الحركة:

$$-f+P=m.a \Rightarrow -k.v+m.g=m.a \Rightarrow -\frac{k}{m}.v+g=a$$

$$\frac{dv}{dt}=-\frac{k}{m}.v+g$$

جـ) أعط عبارة a_0 تسارع الكرية في اللحظة $t=0$ لكل من الحالتين المتبقيتين.

التمثيل الأول:

في اللحظة $t=0$ لدينا: $a=a_0$ و $v=v_0=0\ m/S$ بالتعويض في المعادلة:

$$a=-\frac{k}{m}.v+g.(1-\frac{\rho_{air}}{\rho})$$

نجد:

$$a_0=g.(1-\frac{\rho_{air}}{\rho})$$

التمثيل الثاني:

في اللحظة $t=0$ لدينا: $a=a_0$ و $v=v_0=0\ m/S$ بالتعويض في المعادلة:

$$-\frac{k}{m}.v+g=a$$

نجد:

$$a_0=g$$

2) لتحديد التمثيل المناسب أُجريت تجربة لقياس قيم السرعة في لحظات مختلفة، النتائج المتحصل عليها سمحت برسم المنحنى الموضح في (الشكل-3). مستعينا بالمنحنى حدد قيمة التسارع الابتدائي a_0 في اللحظة $t=0$ ثم استنتج التمثيل الصحيح مع التعليل.

قيمة التسارع:

هو ميل المماس للمنحنى في اللحظة $t=0$:

$$a_0=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{0-6}{0-0.75}=8\ m/S^2$$

الإستنتاج: التمثيل الصحيح هو التمثيل الأول.

التعليل: لأن $a_0<g$.

3) عين قيمة السرعة الحدية v_{lim}

من البيان بالإسقاط: $v_l=6\ m/S$

4) جد عبارة السرعة الحدية v_{lim} بدلالة : m، k، g و V حجم الكرية ثم احسب قيمة الثابت.

عبارة السرعة الحدية:

في النظام الدائم الحركة مستقيمة منتظمة (السرعة ثابتة) ومنه: $a=\frac{dv}{dt}=0$ من أجل $v=v_l$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية:

$$0=-\frac{k}{m}.v_l+g.(1-\frac{\rho_{air}}{\rho}) \Rightarrow v_l=\frac{g.(1-\frac{\rho_{air}}{\rho}).m}{k} \Rightarrow v_l=\frac{g.m}{k}.(1-\frac{\rho_{air}}{\rho})$$

حساب القيمة للثابت:

$$k = \frac{g.(1-\frac{\rho_{air}}{\rho}).m}{v_l} = \frac{9.81 \times \left(1 - \frac{1.3}{\left(\frac{0.0026}{3.6 \times 10^{-4}}\right)}\right) \times 0.0026}{6} = 3.48 \times 10^{-3}\, kg/S$$

5) احسب شدة محصلة القوى المطبقة على الكرية في اللحظة $t = 1.5\, S$ بطريقتين مختلفتين.

حساب شدة محصلة القوى:

الطريقة الأولى:

نعلم:

$$\sum F = m.a$$

حساب التسارع:

هو ميل المماس للمنحنى في اللحظة $t = 1.5\, S$:

$$a_0 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{3.6 - 5.2}{0 - 1.5} = 1.07\, m/S^2$$

حساب المحصلة:

$$\sum F = 0.0026 \times 1.07 = 2.8 \times 10^{-3} N$$

الطريقة الثانية:

نعلم:

$$\sum F = -f - \Pi + P = -k.v(t = 1.5\, S) - \rho_{air}.V.g - m.g$$

حساب المحصلة:

$$\sum F = -3.48 \times 10^{-3} \times 5.2 - 1.3 \times 3.6 \times 10^{-4} \times 9.80 + 0.0026 \times 9.80 = 2.8 \times 10^{-3} N$$

التمرين الثاني – 07 نقاط – علوم تجريبية -الموضوع الثاني– بكالوريا 2017- الدورة الإستثنائية

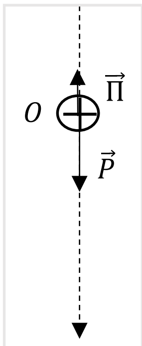
يستعمل الديوان الوطني للأرصاد الجوية لأجل معرفة تركيب الغلاف الجوي بالون مسبار من المطاط الخفيف المرن جداً، معبأ بالهيليوم معلق به علبة تحتوي على تجهيز علمي لرصد الطقس والاتصال اللاسلكي بالمحطة. ينفجر البالون المسبار عندما يصل إلى ارتفاع عن سطح الأرض، حينئذ تفتح مظلة هبوط العلبة المتصلة بها مع التجهيز العلمي، فتعيده إلى الأرض .

نمذج قيمة $\vec{f}$ قوة احتكاك الهواء على الجملة { مظلة + علبة } بـ $f = kv^2$ حيث: k ثابت موجب من أجل ارتفاعات معتبرة، و v سرعة مركز عطالة الجملة. بفرض أنه لا توجد رياح (الحركة تكون شاقولية)، و ندرس حركة مركز عطالة الجملة في مرجع أرضي نعتبره غاليلياً.

تعطى: $\Pi = 3N$ ،$k = 1.32\, SI$ ، $g = 9{,}80\, m/S^2$ ، $m = 2.5\, kg$

1). أ) مثل القوى المطبقة على مركز عطالة الجملة { مظلة + علبة } في بداية السقوط ($t = 0$) وفي النظام الدائم.

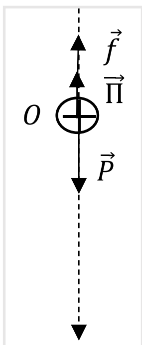
اللحظة الإبتدائية:



$\vec{\Pi}$: دافعة أرخميدس

$\vec{P}$: قوة الثقل

النظام الدائم:



$\vec{f}$: قوة الإحتكاك

$\vec{\Pi}$: دافعة أرخميدس

$\vec{P}$: قوة الثقل

ب) أعط العبارة الحرفية الشعاعية لدافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$.

$$\vec{\Pi} = -\rho_{air}.V.\vec{g}$$

ج) ذكر بنص القانون الثاني لنيوتن ثم اكتب العبارة الشعاعية للقوى المطبقة على الجملة في النظام الانتقالي.

النص:

في المرجع العطالي محصلة القوى الخارجية المؤثرة على الجسم تساوي حاصل قسمة كتلة هذا الجسم في تسارع مركز عطالته.

$$\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}$$

العبارة الشعاعية للقوى:

$$\vec{f} + \vec{\Pi} + \vec{P} = m.\vec{a}$$

د) جد المعادلة التفاضلية للسرعة.

بإسقاط العبارة الشعاعية السابقة في محور الحركة:

$$-f - \Pi + p = m.a \Rightarrow -k.v^2 - \rho_0.g.V + m.g = m.a \Rightarrow -\frac{k}{m}.v^2 - \frac{\rho_0.g}{m}.V + g = a$$

$$-\frac{k}{m}.v^2 - \frac{\rho_0.g}{\rho.V}.V + g = a \Rightarrow -\frac{k}{m}.v^2 - \frac{\rho_0.g}{\rho.\cancel{V}}.\cancel{V} + g = a$$

$$-\frac{k}{m}.v^2 - \frac{\rho_0}{\rho}g + g = a \Rightarrow \frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m}.v^2 + g.(1 - \frac{\rho_0}{\rho})$$

هـ) استخرج عبارة السرعة الحدية v_l، ثم احسب قيمتها.

عبارة السرعة الحدية:

في النظام الدائم الحركة مستقيمة منتظمة (السرعة ثابتة) ومنه: $a = \frac{dv}{dt} = 0$ من أجل $v = v_l$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية:

$$0 = -\frac{k}{m}.{v_l}^2 + g.(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho}) \Rightarrow {v_l}^2 = \frac{g.(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho}).m}{k} \Rightarrow v_l = \sqrt{\frac{g.m}{k}.(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho})}$$

حساب القيمة:

$$v_l = \sqrt{\frac{g.m}{k}.\left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho}\right)} = \sqrt{\frac{1}{k}(g.m - \Pi)} = \sqrt{\frac{1}{1.32} \times (9.80 \times 2.5 - 3)} = 4\ m/S$$

و) انطلاقا من عبارة السرعة الحدية وباستعمال التحليل البعدي، حدّد وحدة k في الجملة الدولية للوحدات.

$$v_l = \sqrt{\frac{1}{k}(g.m - \Pi)} \Rightarrow k = \frac{g.m - \Pi}{{v_l}^2}$$

التحليل البعدي:

$$k = \frac{[g].[M]}{[v_l]^2} = \frac{[L]}{[S]^2} \times \frac{[M]}{\left(\frac{[L]}{[S]}\right)^2} = \frac{[M]}{[L]} = kg/S$$

2) جد عبارة تسارع مركز عطالة الجملة { مظلة + علبة } عند اللحظة $t = 0$، ثم احسب قيمته.

في اللحظة $t = 0$ لدينا: $a = a_0$ و $v = v_0 = 0\ m/S$ بالتعويض في المعادلة:

$$-f - \Pi + P = m.a$$

نجد:

$$m.a_0 = -\Pi + P \Rightarrow a_0 = \frac{-\Pi + P}{m} = \frac{-3 + 2.5 \times 9.8}{2.5} = 8.6\ m/S^2$$

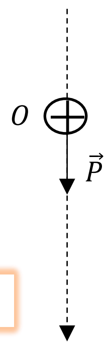
3) إذا اعتبرنا سقوط العلبة حرا:

أ) عرف السقوط الحر.

هو سقوط الجسم تحت تأثير قوة ثقله فقط.

ب) عين قيمة التسارع في هذه الحالة.

تمثيل القوى المؤثرة:



$\vec{P}$: قوة الثقل

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في المرجع العطالي (السطحي الأرضي) في نقطة مركز العطالة:

$$\vec{P} = m.\vec{a} \Rightarrow \vec{g} = \vec{a}$$

بالإسقاط في محور الحركة:

$$a = g = 9.80\, m/S^2$$

ج) إذا أعتبرنا أن العلبة سقطت من ارتفاع $1000m$ من سطح الأرض، احسب سرعتها لحظة ارتطامها بالأرض بـ km/h. ماذا نتوقع أن يحدث للعلبة في هذه الحالة مع التعليل وماذا تستنتج؟

حساب سرعة إرتطام العلبة بالأرض:

إيجاد المعادلتين الزمنيتين للموضع و السرعة:

$$a = g \Rightarrow \frac{dv}{dt} = g \Rightarrow v = g.t + v_0 = g.t$$

$$\frac{dz}{dt} = g.t \Rightarrow z = g.\frac{t^2}{2} + z_0 = g.\frac{t^2}{2}$$

إيجاد المعادلة $z = f(v)$:

$$\begin{cases} v = g.t \\ z = g.\dfrac{t^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \dfrac{v}{g} \\ z = \dfrac{g}{2}.\left(\dfrac{v}{g}\right)^2 = \dfrac{v^2}{2.g} \end{cases}$$

حساب السرعة:

من أجل: $z = 1000\ m$

$$v = \sqrt{2.z.g} = \sqrt{1000 \times 2 \times 9.80} = 140\, m/S = \frac{140 \times 3600}{10^3}\frac{km}{h} = 504\ km/h$$

التوقع:

السرعة كبيرة جدا تجعل العلبة تتلف عند الإصطدام بالأرض.

الإستنتاج:

إستعمال المظلة ضروري من أجل تخفيض السرعة و تقليل الإصطدام بالأرض.

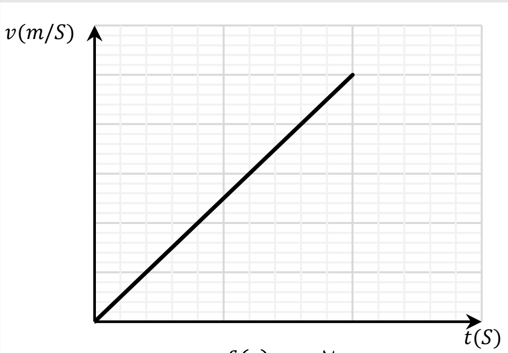
د) كيف نتوقع شكل البيانين : بيان السرعة $v = f(t)$ وبيان التسارع $a = g(t)$ (ارسم كيفيا البيانين) ؟

التوقع:

بيان السرعة $v = f(t)$ عبارة عن خط مستقيم يمر من المبدئ (الجسم انطلق دون سرعة ابتدائية).

بيان $a = g(t)$ عبارة عن خط مستقيم أفقي (موازي محور الأزمنة).

المنحنى $a = f(t)$



المنحنى $v = f(t)$

التمرين الأول – 06 نقاط – علوم تجريبية -الموضوع الأول- بكالوريا 2020

بني جسر سيدي راشد بين 1908 و 1912 على ضفتي وادي الرمال بقسنطينة الذي يربط بين حي الكدية ومحطة القطار.

يهدف هذا التمرين إلى إيجاد ارتفاع الجسر.

زار التلاميذ جسر سيدي راشد في إطار رحلة مدرسية إلى مدينة قسنطينة فانبهرت "منى" من علو هذا الجسر وأرادت معرفة علوه من أجل ذلك تركت حجرا كتلته $m = 100g$ ليسقط دون سرعة ابتدائية من نقطة 0 تقع على حافة الجسر نعتبرها مبدأ للفواصل في اللحظة $t = 0$ وسجلت زمن سقوطه $t = 4.67\ S$.

يعطى شدة الجاذبية الأرضية: $g\ =\ 9,80\ m/S^2$

دراسة السقوط الحر للحجر:

1. عرف السقوط الحر للأجسام.

هو سقوط الجسم تحت تأثير قوة ثقله فقط.

2. من بين المراجع التالية:

أ) المرجع السطحي الأرضي، ب) المرجع الجيومركزي، ج) المرجع الهيليومركزي

الشكل 1. جسر سيدي راشد -

1.2 اختر المرجع المناسب لدراسة حركة سقوط الحجر.

المرجع السطحي الأرضي.

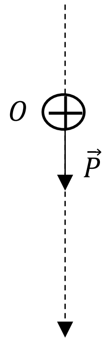
2.2 هل يمكن اعتبار المرجع المختار عطاليا؟ علل.

نعم لأن مدة الدراسة صغيرة جدا أمام مدة دوران الأرض حول نفسها.

3. نعتبر سقوط الحجر حرا في المعلم (Oz) المرتبط بمرجع الدراسة (الشكل 1).

1.3 مثل القوى الخارجية المطبقة على الجملة المادية (الحجر) أثناء السقوط.

$\vec{P}$: قوة الثقل



2.3 ذكر بنص القانون الثاني لنيوتن.

النص:

في المرجع العطالي محصلة القوى الخارجية المؤثرة على الجسم تساوي حاصل قسمة كتلة هذا الجسم في تسارع مركز عطالته.

$$\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}$$

3.3 بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة، جد المعادلة التفاضلية التي تحققها سرعة مركز عطالة الجملة في كل لحظة t.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في المرجع العطالي (السطحي الأرضي) في نقطة مركز العطالة:

$$\vec{P} = m.\vec{a} \Rightarrow \vec{g} = \vec{a}$$

بالإسقاط في محور الحركة:

$$a = g \Rightarrow \frac{dv}{dt} = g$$

4.3 استنتج طبيعة حركة مركز عطالة الجملة واكتب المعادلة الزمنية لسرعته.

طبيعة الحركة:

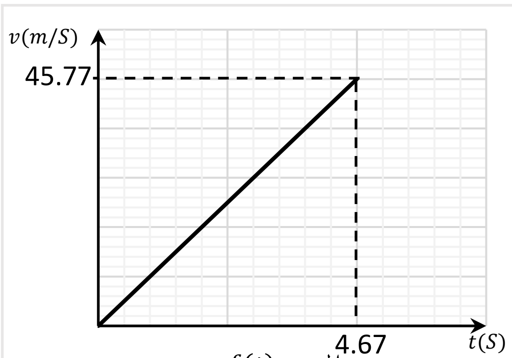
الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام متسارعة.

المعادلة الزمنية للسرعة:

$$\frac{dv}{dt} = g \Rightarrow v = g.t + v_0 = g.t$$

4. اعتمادا على المعادلة الزمنية للسرعة:

1.4 ارسم على ورقة ميليمترية منحنى تطور سرعة مركز عطالة الجملة $v = f(t)$



المنحنى $v = f(t)$

2.4 جد بيانيا قيمة h ارتفاع الجسم عن سطح الأرض.

بيانيا مساحة الحيز المحصور بين المنحنى و محور الأزمنة من جهة وبين المستقيمين $t = 0$ و $t = 4.67$ من جهة اخرى.

$$h = \frac{4.67 \times 45.77}{2} = 106.9\ m$$

3.4 اكتب المعادلة الزمنية للحركة $z(t)$.

$$v = g.t \Rightarrow \frac{dz}{dt} = g.t \Rightarrow z = \frac{1}{2}.g.t^2 + z_0 = \frac{1}{2}.g.t^2$$

4.4. تأكد حسابيا من قيمة الارتفاع h.

$$z = \frac{1}{2}.g.t^2 = \frac{1}{2} \times 9.8 \times 4.67^2 = 106.9\ m$$

التمرين الأول – 06 نقاط – علوم تجريبية -الموضوع الثاني- بكالوريا 2022


غاليلي (1642-1564)

شكل سقوط الأجسام موضوع تساؤل الكثير من العلماء هند القدم، حيث تصور أرسطو في القرن الرابع قبل الميلاد أن سرعة الأجسام أثناء سقوطها تتناسب مع ثقلها وفي بداية القرن السابع عشر اهتم العالم الإيطالي غاليلي بدراسة حركة أجسام مختلفة بتركها تسقط من أعلى برج بيزا، فلاحظ أن أجساما ذات كتل مختلفة تسقط بنفس الكيفية في غياب تأثير الهواء (على عكس ما كان يظنه أرسطو).

للتحقق من بعض النتائج المتوصل إليها، ندرس في هذا التمرين تأثير كتلة الجسم على تطور سرعته خلال السقوط الشاقولي في الهواء.

1. دراسة السقوط الشاقولي بإهمال قوى الاحتكاك وتأثيرات الهواء :

عند لحظة $t = 0$ نعتبرها مبدأ للأزمنة، نترك كرة كتلتها m نعتبرها نقطية بدون سرعة ابتدائية من نقطة O تقع أعلى برج ارتفاعه $h = 90\ m$ عن سطح الأرض. ندرس حركة الكرة في معلم $(O, \vec{k})$ شاقولي موجه نحو الأسفل مرتبط بسطح الأرض، تعتبره عطاليا (نأخذ $g = 9.8\ m/S^2$).

1.1 عرف المرجع العطالي.

هو كل مرجع يحقق مبدئ العطالة.

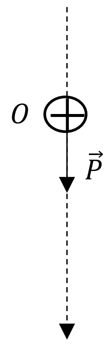
2.1 هل يكون مركز عطالة الكرة في سقوط حر؟ برر إجابتك.

نعم يكون مركز عطالة الكرة في سقوط حر لأنها سقطت تحت تأثير قوة ثقلها فقط وذلك لإهمال قوة الإحتكاك و دافعة أرخميدس..

3.1 بتطبيق القانون الثاني لنيوتن حيد طبيعة حركة مركز عطالة الكرة ثم اكتب المعادلة الزمنية لكل من السرعة $v(t)$ والحركة $z(t)$.

تمثيل القوى المؤثرة:

$\vec{P}$: قوة الثقل



بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في المرجع العطالي (السطحي الأرضي) في نقطة مركز العطالة:

$$\vec{P} = m.\vec{a} \Rightarrow \vec{g} = \vec{a}$$

بالإسقاط في محور الحركة:

$$a = g \Rightarrow \frac{dv}{dt} = g \Rightarrow v = g.t + v_0 = g.t$$

$$v = g.t \Rightarrow \frac{dz}{dt} = g.t \Rightarrow z = \frac{1}{2}.g.t^2 + z_0 = \frac{1}{2}.g.t^2$$

4.1 احسب سرعة مركز عطالة الكرة عند بلوغها سطح الأرض ثم استنتج مدة السقوط عندئذ.

$$\begin{cases} v = g.t \\ z = g.\dfrac{t^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \dfrac{v}{g} \\ z = \dfrac{g}{2}.\left(\dfrac{v}{g}\right)^2 = \dfrac{v^2}{2.g} \end{cases} \Rightarrow v = \sqrt{2.g.z} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 90} = 42\ m/S$$

مدة السقوط:

$$t = \frac{v}{g} = \frac{42}{9.8} = 4.29\ m$$

5.1 هل تتعلق سرعة الكرة أثناء سقوطها بكتلتها في هذه الحالة؟ علل.

الجواب: لا تتعلق سرعة الكرة بكتلتها.

التعليل: لأن عبارة السرعة من الشكل $v = g.t$

.2 دراسة حركة سقوط كرتين في الهواء:

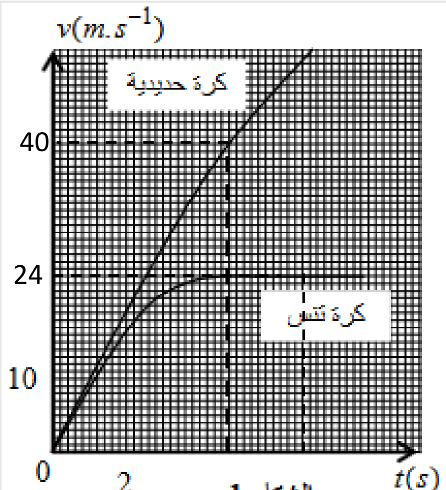
ندرس في هذا الجزء السقوط في الهواء لكرة حديدية وكرة تنس نعتبرهما نقطيتان تم تحريرهما عند نفس اللحظة $t = 0$ بدون سرعة ابتدائية من أعلى نفس البرج السابق وفي نفس المعلم $(O,\vec{k})$ مبدؤه منطبق مع أعلى البرج.

تخضع كل كرة أثناء سقوطها في الهواء لثقلها ولقوة احتكاك الهواء $\vec{f}$ (نهمل دافعة أرخميدس أمام هاتين القوتين).

نقبل أن شدة $\vec{f}$ تكتب $f = k.v^2$ حيث k تعامل الاحتكاك و v سرعة مركز عطالة كل كرة عند لحظة t القياسات عن بلوغ الكرة الحديدية سطح الأرض عند اللحظة $t = 4.4\ S$ وبعد تأخر بثانية واحدة تصل كرة التنس إلى سطح الأرض (تأخذ $g = 9.8\ m/S^2$).

معطيات:

الجملة المدروسة	الكرة الحديدية	كرة التنس
الكتلة $m(g)$	700	56
معامل الاحتكاك $k(SI)$	$1{,}19\times10^{-3}$	$9{,}50\times10^{-4}$



الشكل 1

1.2 باستعمال التحليل التعدي جد الوحدة الدولية للثابت **k** .

نعلم:

$$a = -\frac{k}{m}.v + g$$

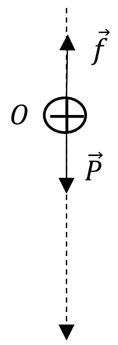
بالتحليل البعدي:

$$\left[\frac{k}{m}\right] = \frac{[a]}{[v]} = \frac{\frac{[v]}{[T]}}{[v]} = \frac{1}{[T]} = S^{-}$$

وحدة الثابت هي مقلوب وحدة الزمن أي مقلوب الثانية.

2.2 بتطبيق القانون الثاني لنيوتن جد المعادلة التفاضلية التي تحققها سرعة مركز عطالة إحدى الكرتين $v(t)$.

تمثيل القوى المؤثرة:



$\vec{f}$: قوة الإحتكاك

$\vec{P}$: قوة الثقل

المعادلة التفاضلية:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في المرجع العطالي (السطحي الأرضي) في نقطة مركز العطالة:

$$\vec{f} + \vec{P} = m.\vec{a}$$

بالإسقاط في محور الحركة:

$$-f + P = m.a \Rightarrow -k.v^2 + m.g = m.a \Rightarrow -\frac{k}{m}.v^2 + g = a$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m}.v^2 + g$$

3.2 بين أن السرعة الحدية v_{lim} تكتب بالعبارة:

$$\boldsymbol{v_{lim} = \sqrt{\frac{m.g}{k}}}$$

في النظام الدائم الحركة مستقيمة منتظمة (السرعة ثابتة) ومنه: $a = \frac{dv}{dt} = 0$ من أجل $v = v_l$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية:

$$0 = -\frac{k}{m}.{v_l}^2 + g \Rightarrow {v_l}^2 = \frac{g.m}{k} \Rightarrow v_l = \sqrt{\frac{g.m}{k}}$$

4.2 احسب السرعة الحدية v_{lim} لكل كرة.

كرة التنس:

$$v_l = \sqrt{\frac{g.m}{k}} = \sqrt{\frac{9.8 \times 0.056}{9.50 \times 10^{-4}}} = 24\ m/S$$

الكرة الحديدية:

$$v_l = \sqrt{\frac{g.m}{k}} = \sqrt{\frac{9.8 \times 0.7}{1.19 \times 10^{-3}}} = 76\ m/S$$

5.2 تم تسجيل سرعة الكرتين خلال الزمن والحصول ببرنامج معلوماتي على المنحنيين الممثلين في (الشكل 1).

1.5.2 عين بيانيا سرعة كل كرة لحظة بلوغها سطح الأرض.

الكة الحديدية:

تبلغ سطح الأرض عند اللحظة $t = 4.4\ S$:

من البيان بالإسقاط: $v = 40\ m/S$

كرة التنس:

تبلغ سطح الأرض عند اللحظة $t = 5.4\ S$:

من البيان بالإسقاط: $v = 24\ m/S$

2.5.2 هل بلغت الكرتان النظام الدائم عند بلوغهما سطح الأرض؟ علل.

الكرة الحديدية لم تبلغ النظام الدائم لأن $v < v_l$

كرة التنس بلغت النظام الدائم لأن $v = v_l$

3.5.2 هل تتعلق سرعة الكرة بكتلتها في هذه الحالة؟ علل.

نعم تتعلق السرعة بالكتلة وهذا وفق العلاقة:

$$v_l = \sqrt{\frac{g.m}{k}}$$

3. استنادا إلى الدراستين السابقتين اشرح تأثير كتلة الجسم على تطور سرعة مركز عطالته أثناء السقوط الشاقولي.

حالة السقوط الحر أي في اهمال تاثيرات الهواء فإن السرعة لا تتعلق بكتلتها.

حالة السقوط القيقي أي في وجود تاثيرات الهواء فإن السرعة تتزايد من قيمة إبتدائية (معدوم) إلى قيمة حدية ويسمى بالنظام الإنتقالي لتثبت بعد ذلك سرعة الكرة عند هذه القيمة ويسمى النظام دائم حيث أن السرعة تزداد بازدياد الكتلة.