



التمرين الأول: (07 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $[0; +\infty[$ ب: $f(x) = \frac{1}{e} x^2$

(u_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} ب: $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = f(u_n)$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$ (أنظر الشكل).

1. أعد رسم الشكل على ورقة الإجابة ثم مثل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 على حامل محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل، أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

2. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: 0 < u_n \leq 2$.

3. أ - بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: u_{n+1} \leq \frac{2}{e} u_n$.

ب - استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: 0 < u_n \leq 2 \left(\frac{2}{e}\right)^n$ ، ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

4. المتتالية العددية (v_n) معرفة على \mathbb{N} ب: $v_n = -1 + \ln u_n$

أ - أحسب v_0 ثم بين أن المتتالية العددية (v_n) هندسية أساسها 2.

ب - أكتب بدلالة n عبارة الحد العام v_n ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: u_n = e \left(\frac{2}{e}\right)^{2^n}$.

ج - أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

5. نضع من أجل كل عدد طبيعي $n: P_n = u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n$ ؛ أحسب بدلالة n .

التمرين الثاني: (06 نقاط)

يحتوي صندوق على 10 كريات لا نفرق بينها عند اللمس منها كرتان بيضاوان وثلاث خضراء والكرات الأخرى حمراء. نسحب عشوائياً وفي آن واحد ثلاث كريات من الصندوق.

نعتبر الحدثان: A "سحب كرتين بيضاوين"؛ B "سحب كرية خضراء على الأقل".

1. أ - أحسب $P(A)$ و $P(B)$ احتمالي الحدثين A و B على الترتيب.

ب - أحسب $P(A \cap B)$ احتمال الحدث $A \cap B$ واستنتج $P(A \cup B)$ احتمال الحدث $A \cup B$.

2. نسحب الآن من الصندوق ثلاث كريات على التوالي دون إرجاع.

أ - ما هو عدد إمكانيات هذه التجربة؟

ب - X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة.

- برر أن مجموعة قيم المتغير العشوائي X هي: $\{0; 1; 2\}$.

- تحقق أن: $P(X = 0) = P(X = 1) = \frac{7}{15}$.

- عرّف قانون احتمال المتغير العشوائي X وأحسب أمله الرياضي $E(X)$.

$$f(x) = \frac{-x}{x+1} + \ln(x+1) \quad]-1; +\infty[\text{ على }]-1; +\infty[\text{ يـ:}$$

(\mathcal{C}_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. أ - أحسب كلاً من $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

ب - بين أن الدالة f متناقصة تماماً على $]0; -1[$ وأن الدالة f متزايدة تماماً على $]0; +\infty[$ ثم شكّل جدول تغيراتها:

ج - بين أن النقطة Ω ذات الفاصلة 1 نقطة انعطاف للمنحنى (\mathcal{C}_f) ثم اكتب معادلة المماس (T) لـ (\mathcal{C}_f) في النقطة Ω .

2. (Γ) المنحنى الممثل للدالة $h: x \mapsto -1 + \ln(x+1)$ على $] -1; +\infty[$ في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

أ - أدرس وضعية المنحنى (\mathcal{C}_f) بالنسبة إلى المنحنى (Γ) .

ب - أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - h(x)]$ ثم فسّر النتيجة بيانياً.

ج - اشرح كيفية إنشاء المنحنى (Γ) انطلاقاً من منحنى الدالة: $x \mapsto \ln x$

3. أنشئ (Γ) وارسم كلاً من (T) و (\mathcal{C}_f) .

4. أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (\mathcal{C}_f) و (Γ) والمستقيمين ذوي المعادلتين: $x = 0$ و $x = e - 1$.

5. $F(x) = \int_0^x f(t) dt$: يـ $] -1; +\infty[$ الدالة العددية المعرفة على

أ - أدرس حسب قيم x إشارة $F(x)$.

ب - فسّر هندسياً العدد الحقيقي $F(\alpha)$ حيث α عدد حقيقي موجب تماماً.

6. أ - تحقق أن من أجل كل x من $] -1; +\infty[$: $\frac{x}{x+1} = 1 - \frac{1}{x+1}$

ب - باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن: $\int_0^\alpha \ln(x+1) dx = (\alpha+1)\ln(\alpha+1) - \alpha$ ، ثم أحسب $F(\alpha)$.

انتهى

أساتذة مادة الرياضيات يتمنون لكم التوفيق